TOPOLOGY NEWS

特集 代数的K－理論

文献リスト

お知らせ

NO.7 1980年4月

代数的K-理論概観

島田信夫（京大数理研）
平田浩一（　〃　）

1. 歴史的展望

代数的K-理論にはおおよそ二つの起源が考えられる。一つは1950年代頃のJ.H.C. Whitehead による simple homotopy type, Whitehead torsion の概念である。これは基本群が自明でない単体的(或いはCW)複体の homotopy 同値をさらに詳しく分類する理論で，1935年の Reidemeister, Franz 等の torsion 概念に遡るかも知れない。ここでいわゆる Whitehead群 $Wh(\pi_1(X)) = K_1(Z\pi_1(X))/\mathrm{image}(\pm\pi_1(X))$ が導入され，後年 Wall による surgery obstruction 群（L-群）の概念に発展した。

第二の起源は加法的圏，或いは完全圏の Grothendieck群 $K_0(\mathfrak{A})$ の概念であり，Riemann-Roch 定理の証明（Borel and Serre, Le théorème de Riemann Roch (d'après Grothendieck) Bull. Soc. Math. France, 86 (1958) 97-136）において導入されたものである。これは直ちに Atiyah-Hirzebruch による位相的K-理論の誕生につながった。

これらの源泉から，群環の，さらに一般の環の函手としての K_0, K_1 群の理論が発展し，Milnor による K_2群の定義と併せて，一般線型群における算術的・代数的数論 また 代数幾何の諸問題と深く結びついた多くの研究が蓄積された（Bass, Milnor, Swan の本参照）。その中に，一般の体 F(可換)の Schur multiplier，従って群 $K_2(F)$ を決定した松本英世氏の先駆的業績が数えられる。

以上を契機として，さらに高次K-群の様々な定義が提唱された。（Karoubi and Villamayor, Foncteurs K^n en algebra et en topologie, C.R. Paris 269 (1969), 416-419; I.A. Volodim, Izv. Akad. Nauk SSSR 35 (1971) 等）またそれらの研究において一つの重要な指標となったのは"K_0, K_1 群等に関する古典的な諸定理の analogy がどの程度高次K群の場合にも適用するか"ということであった。

一方，位相的K-理論は一般コホモロジー論としてコボルディズム論等と共に大いに発展し，位相的幾何学に革新をもたらしたことはトポロジストの良く知るところである。またその分類空間 $BU \simeq BGL(\mathbb{C})$，$BO \simeq BGL(\mathbb{R})$ 等にはBott周期性によるホモトピー群の決定，および無限ループ空間としての新しい視点が付与された。さらにSerre，Swanによる，コンパクト空間 X に対して，その上のベクトル・バンドルの圏 $\mathcal{E}(X)$ と，連続函数環 $C(X)$ 上の有限生成射影的加群の圏 $\mathcal{P}_{C(X)}$ との同値性が証明されるに及んで代数的K-理論と位相的K-理論の統一的な観点が示唆された。そうした時D. QuillenはAdams予想の証明の過程において，Brauer liftingによる写像 $BGL(\mathbb{F}_q) \longrightarrow BU$ が Ψ^q のホモトピー論的固定点集合 $F\Psi^q$（$1-\Psi^q : BU \to BU$ のホモトピー・ファイバー）を経由できることに注目し，写像 $BGL(\mathbb{F}_q) \longrightarrow F\Psi^q$ がホモロジー同型を導びくことを証明した。

これらを背景に1970年のNice Congressにおいて，Quillenにより，環 A の高次K-群の決定的な定義がもたらされた：

$$K_i(A) \equiv \pi_i(BGL(A)^+) \qquad (i>0) .$$

これが如何に自然な，或いは適切な定義であったかは追々見ることにして，この定義がその後のK-理論（L-理論，Hermitian K-理論等をも含めて）の膨大な発展の基礎を築いたという事実からも明らかであろう（L.N. in Math. 341, 342, 343）。さらにこの定義は後にQuillen自身によって，完全圏 $\mathcal{M}$ の高次K-群 $K_i(\mathcal{M})$ へと発展し，多くの幾何学的対象を含めてその適用範囲が一挙に拡がった。

2. 高次K群

代数的K-理論とは一体何であろうか。これは筆者ならずとも，また数学における他の理論についても同様に，簡単に答えることの難かしい問題であろう。“それは一口に言って，線型代数の高等なものである”と答えた人がある。確かに，$K_1(A) = H_1(GL(A)) = GL(A)/E(A)$，（$E(A) = [GL(A), GL(A)]$ 交換子群），$K_2(A) = H_2(E(A))$ の段階ではそう言えないこともない。しかし高次K-群 $K_i(A) = \pi_i(BGL(A)^+)$ は，

一般線型群 $GL(A)$ の分類空間 $BGL(A)$ の "plus construction" $BGL(A)^+$ のホモトピー群として定義されている。従って上の言い方を高次K-群にまで適用するのは無理であろう。ただし線型代数の代りにホモロジー代数と言えば近似度が多少高まるかも知れない($K_3(A) = H_3(St(A))$)。結局ホモトピー代数である，と言ってしまえば身も蓋もない。

さて本題に戻って，A を単位元 1 をもつ結合的な環(必ずしも可換でない)とする。このとき，A の元を成分とする n 次行列で逆元をもつものの全体は一般線形群 $GL_n(A)$ を作る。$GL_n(A) = Aut_A(A^n)$。自然な包含写像 $GL_n(A) \hookrightarrow GL_{n+1}(A)$ の極限を $GL(A) = \varinjlim GL_n(A)$ とかく。これは離散群(discrete group)であり，その分類空間 $BGL(A)$ は，Eilenberg-MacLane 複体 $K(GL(A), 1)$ である。また $GL(A)$ の交換子群 $[GL(A), GL(A)]$ は $GL(A)$ の初等行列(対角成分以外の一成分をのぞいて単位行列に等しい行列)から生成される部分群 $E(A)$ に一致し，これは perfect な群である($[E(A), E(A)] = E(A)$)。plus construction $BGL(A)^+$ の実際の構成は Wagoner または Loday を看て頂くことにして，これは $BGL(A)$ の基本群 $\pi_1(BGL(A)) = GL(A)$ をアーベル化するため，$BGL(A)$ に 2 次元 cell，および 3 次元 cell を適当に接着することによって得られる空間(CW 複体)で，次の性質をもつ：自然な包含写像 $i: BGL(A) \longrightarrow BGL(A)^+$ につき $i_*: \pi_1(BGL(A)) \longrightarrow \pi_1(BGL(A)^+) \cong GL(A)/[GL(A), GL(A)]$ は商写像に一致し，また $BGL(A)^+$ 上の任意の局所係数 $\mathcal{L}$ に対して，

$i_*: H_*(BGL(A); i^*\mathcal{L}) \cong H_*(BGL(A)^+, \mathcal{L})$.

<u>定理 1.</u> 標準写像 $i: BGL(A) \longrightarrow BGL(A)^+$ は次の universal property をもつ：任意の H-空間 X と任意の連続写像 $f: BGL(A) \longrightarrow X$ に対して，写像 $h: BGL(A)^+ \longrightarrow X$ が存在して $f \simeq h \circ i$ (ホモトープ)，ここで h のホモトピー類は一意的である。従ってこの様な性質をもつ CW 複体 $BGL(A)^+$ のホモトピー型も唯一である。

この空間 $BGL(A)^+$ は連結 H-空間であり，実は無限ループ空間であることが知られている。前述のように，環 A の K-群は $K_i(A) \equiv \pi_i(BGL(A)^+)$ $(i > 0)$ として定義される。$K_0(A)$ は次のように別に

定義される : 有限生成射影的(左)A加群の作る加法的圏(additive category)を$\mathcal{P}_A$とするとき, $K_0(A) \equiv K_0(\mathcal{P}_A)$, 右辺は$\mathcal{P}_A$のGrothendieck群(すなわち, $\mathcal{P}_A$の対象の同型類の全体は直和によって可換モノイドを作るが, それに伴うアーベル群)として定義する。これらのK_i-群は, 単位元をもつ環の圏 Ring からアーベル群の圏 Ab への共変函手 K_i: Ring $\longrightarrow$ Ab を与える。実際, 準同型写像 $f: A \longrightarrow B$ は連続写像 $Bf: BGL(A) \longrightarrow BGL(B)$ を導き従って写像 $i_B \circ Bf : BGL(A) \longrightarrow BGL(B)^+$ が定まる。定理1から写像 $BGL(A)^+ \longrightarrow BGL(B)^+$ のホモトピー類が定まり, ホモトピー群の間の写像 $K_i(A) \longrightarrow K_i(B)$ が定まる。K_0の場合, 加法的函手 $f_*: \mathcal{P}_A \longrightarrow \mathcal{P}_B$ は, 係数拡大 $M \longmapsto B \otimes_A M$ によって与えられる。

以上の函手性は, やはりQuillenに負うK_i群の次の定式化によれば, なおさら瞭然となる。$\mathcal{S} \equiv \mathrm{Iso}\,\mathcal{P}_A$ (対象は$\mathcal{P}_A$のそれ, 射は同型写像だけで作られる$\mathcal{P}_A$の部分圏)とおく。圏$\mathcal{S}^{-1}\mathcal{S}$は対象を$\mathcal{S}$の対象の対$(M, N)$, 射 $\varphi: (M, N) \longrightarrow (M', N')$ は, $\mathcal{S}$の対象Kと, $\mathcal{S}$の射 $f: M \oplus K \xrightarrow{\simeq} M'$ および $g: N \oplus K \xrightarrow{\simeq} N'$ の組 $(K; f, g)$ の同値類 $\varphi = \{(K; f, g)\}$ で与えられたものとする。ここで組$(K; f, g)$と$(\tilde{K}; \tilde{f}, \tilde{g})$とが同値とは, 同型 $\alpha: K \xrightarrow{\simeq} \tilde{K}$ が存在して

$$\begin{tikzcd} M\oplus K \arrow[rr, "1\oplus\alpha", "\approx"'] \arrow[dr, "f"'] & & M\oplus\tilde{K} \arrow[dl, "\tilde{f}"] \\ & M' & \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} N\oplus K \arrow[rr, "1\oplus\alpha", "\approx"'] \arrow[dr, "g"'] & & N\oplus\tilde{K} \arrow[dl, "\tilde{g}"] \\ & N' & \end{tikzcd}$$

が可換となることとする。この圏$\mathcal{S}^{-1}\mathcal{S}$は対象モノイド圏(symmetric monoidal category)であり, Segalの意味の分類空間$B\mathcal{S}^{-1}\mathcal{S}$は無限ループ空間となる。

定理2. $K_i(A) \cong \pi_i(B\mathcal{S}^{-1}\mathcal{S})$ $(i \geq 0)$, $\mathcal{S} = \mathrm{Iso}\,\mathcal{P}_A$,

$$B\mathcal{S}^{-1}\mathcal{S} = \pi_0(B\mathcal{S}^{-1}\mathcal{S}) \times (B\mathcal{S}^{-1}\mathcal{S})_0 = K_0(A) \times (B\mathcal{S}^{-1}\mathcal{S})_0 ,$$

ここで, $(B\mathcal{S}^{-1}\mathcal{S})_0$は基点$(0,0)$の連結成分を表わす, さらに

$$(B\mathcal{S}^{-1}\mathcal{S})_0 \simeq BGL(A)^+ \quad \text{(ホモトピー型が等しい)}$$

(L.N. in Math. 551, 或いは 島田, 月刊マセマティクス創刊3号 1980 参照)

さてQuillenはK_i群について，Grothendieck群の立場に振り返って，更に次の様な圏論的な新しい定義を与えた。この新しい見方はK_i群の定義域を拡大すると共に，古典的な諸定理の殆んどすべてを一挙に高次K群の場合に拡張し，また代数幾何学へのK_i群の導入を容易ならしめ，しかもこれらの推論過程が実に見通しのよい，整合性をもってなされるという驚くべき成功を納めた。(L. N. in Math. 341)

以下これを説明しよう。$\mathfrak{A}$をアーベル圏，$\mathfrak{M}$をその充満な加法的部分小圏で，次の性質をもつものとしよう：$0 \to M' \to M \to M'' \to 0$を$\mathfrak{A}$における完全系列とし，$M'$および$M''$はそれぞれ$\mathfrak{M}$の対象に同型であるとき，$M$は$\mathfrak{M}$のある対象に同型である。このような圏$\mathfrak{M}$を完全圏(exact category)とよぶ。例えば，任意のアーベル小圏は完全圏である。また環A上の有限生成(左)加群の圏も完全圏であり，$\mathcal{P}_A$も完全圏である。

$0 \to M' \xrightarrow{i} M \xrightarrow{j} M'' \to 0$が$\mathfrak{M}$における($\mathfrak{A}$の)完全列のとき，$i$を認容単射，$j$を認容全射とよび，$i: M' \rightarrowtail M$，$j: M \twoheadrightarrow M''$で表わす。認容単(全)射同志の合成はまた認容単(全)射である。また$\mathfrak{M}$における任意の射$f: M' \to N'$と認容単射$i: M' \to M$によるpush out図

$$\begin{array}{ccc} M' & \xrightarrow{f} & N \\ i \downarrow & & \downarrow \underline{i} \\ M & \xrightarrow{\underline{f}} & L \end{array}$$

において$\underline{i}$は認容単射である。双対的に任意の射$f: M \to N''$と認容全射$j: N \to N''$のpull back図

$$\begin{array}{ccc} K & \xrightarrow{\bar{f}} & N \\ \bar{j} \downarrow & & \downarrow j \\ M & \xrightarrow{f} & N'' \end{array}$$

において$\bar{j}$は認容全射である。

上記の様な完全圏$\mathfrak{M}$に対して，新しい圏$Q\mathfrak{M}$は次のように定義さ

れる。$Q\mathcal{M}$ の対象は $\mathcal{M}$ と同じ：$\mathrm{Ob}\,Q\mathcal{M}=\mathrm{Ob}\,\mathcal{M}$。$Q\mathcal{M}$ における射
$\lambda: M\longrightarrow N$ は，$\mathcal{M}$ における図式

$$(j,i):\ M \overset{j}{\twoheadleftarrow} L \overset{i}{\rightarrowtail} N$$

の同値類である。ここで同値 $(j,i)\sim(j',i')$ とは同型 $h: L\approx L'$ があって図式

$$\begin{tikzcd}
 & L \arrow[dl, two heads, "j"'] \arrow[dr, tail, "i"] \arrow[dd, "h"', "\approx"] & \\
M & & N \\
 & L' \arrow[ul, two heads, "j'"] \arrow[ur, tail, "i'"'] &
\end{tikzcd}$$

が可換となることである。射 $\lambda=(j,i): M\longrightarrow M'$ と $\mu=(j',i')$ $: M'\longrightarrow M''$ の合成 $\mu\circ\lambda: M\longrightarrow M''$ は図式

$$\begin{tikzcd}
L\times_{M'}L' \arrow[r, tail, "\bar{i}"] \arrow[d, two heads, "\bar{j}'"'] & L' \arrow[r, tail, "i'"] \arrow[d, two heads, "j'"] & M'' \\
L \arrow[r, tail, "i"] \arrow[d, two heads, "j"'] & M' \arrow[ur, dashed, "\mu"'] & \\
M \arrow[ur, dashed, "\lambda"'] & &
\end{tikzcd}$$

$$\mu\circ\lambda=(j\circ\bar{j}',\ i'\circ\bar{i})$$

により表わされる。ここで四角形は pull back 図である。この射の合成の意味で，$\lambda=(j,i)=(1_L,i)\circ(j,1_L)=\underset{\sim}{i}\circ\underset{\sim}{j}$ と書き表わすことが出来る。また pull back 図（このとき，同時に push out 図となる）

$$\begin{tikzcd}
N \arrow[r, tail, "i"] \arrow[d, two heads, "j"'] & N' \arrow[d, two heads, "j'"] \\
M \arrow[r, tail, "i'"] & M'
\end{tikzcd}$$

に対して $\underset{\sim}{j'}\circ\underset{\sim}{i'}=\underset{\sim}{i}\circ\underset{\sim}{j}$ となる。

このとき完全圏 $\mathcal{M}$ の K_i 群を

$$K_i(\mathcal{M})\equiv\pi_{i+1}(BQ\mathcal{M})\qquad(i\geq 0)$$

によって定義する。ここで B は Segal の意味の分類空間を表わす。$Q\mathcal{M}$ は対象モノイド圏であり，$BQ\mathcal{M}$ は連結，従ってまた無限ループ空間となる。

完全函手 $f:\mathcal{M}\to\mathcal{M}'$ は函手 $Qf: Q\mathcal{M}\longrightarrow Q\mathcal{M}'$ を導き，従って連続写像 $BQ\mathcal{M}\longrightarrow BQ\mathcal{M}'$，準同型写像 $f_*: K_i(\mathcal{M})\longrightarrow K_i(\mathcal{M}')$

を導びく。$\mathcal{M}$の双対圏を$\mathcal{M}^{op}$とすれば$(Q\mathcal{M})^{op} \approx Q(\mathcal{M}^{op})$, $BQ\mathcal{M} \approx B(Q\mathcal{M})^{op} \approx BQ(\mathcal{M}^{op})$, 従って$K_i(\mathcal{M}^{op}) = K_i(\mathcal{M})$である。

$K_0(\mathcal{M}) = \pi_1(BQ\mathcal{M})$（$BQ\mathcal{M}$の基点は0とする）と$\mathcal{M}$のGrothendieck群との同型対応は，$\mathcal{M}$の対象$M$に対して，$Q\mathcal{M}$における2つの標準射

$$0 \underset{\underset{\sim}{j_M}}{\overset{\underset{\sim}{i_M}}{\rightrightarrows}} M \quad \left(0 \rightarrowtail^{i_M} M, \quad M \xrightarrow{j_M} \!\!\!\!\rightarrow 0 \right)$$

が定まることから窺えるが，詳細はL.N. in Math. 341のQuillenの論文を参照されたい。

この定義が，環Aに対して先に与えられた$K_i(A)$の定義を含むことは次の定理により保証される，

<u>定理3.</u>　$K_i(A) \cong K_i(P_A) \equiv \pi_{i+1}(BQP_A)$　$(i \geq 0)$

実際$K_0(A) \times BGL(A)^+ \simeq \Omega BQP_A$（無限ループ空間としてのホモトピー同値）が成り立つ。

証明はL.N. in Math. 341, 551，或いは島田，月刊マセマティクス創刊3号1980参照）。

Grothendieck群について知られていた幾つかの基本的結果，exactness theorem, resolution theorem, devissage theorem, localization theorem, fundamental theorem等のすべてが，上記の定義による高次K群に対して成立する（L.N. in Math. 341）。ここでその一つであるlocalization theoremを採りあげてみよう。

<u>定理4</u>　$\mathcal{A}$をアーベル(小)圏，$\mathcal{B}$をそのSerre部分圏，$\mathcal{A}/\mathcal{B}$を商圏とするとき，圏の完全系列$0 \to \mathcal{B} \xrightarrow{i} \mathcal{A} \xrightarrow{j} \mathcal{A}/\mathcal{B} \to 0$に対して次の長完全系列を得る。

$$\cdots\cdots \to K_{i+1}(\mathcal{A}/\mathcal{B}) \xrightarrow{\partial} K_i(\mathcal{B}) \xrightarrow{i_*} K_i(\mathcal{A}) \xrightarrow{j_*} K_i(\mathcal{A}/\mathcal{B}) \to \cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots \to K_0(\mathcal{B}) \xrightarrow{i_*} K_0(\mathcal{A}) \xrightarrow{j_*} K_0(\mathcal{A}/\mathcal{B}) \to 0$$

これは$BQ\mathcal{B} \to BQ\mathcal{A} \to BQ(\mathcal{A}/\mathcal{B})$がfibrationとなることを示すことによって証明されるが，Quillenはそのため，圏の段階でのfibrationに関する基本定理A, Bをはじめ圏のホモトピー論に関する周到な準

備を行っている(L.N. in Math. 341)。この定理は効用が広く，例えばその系として次のようなものがある。

系5　Dedekind 整域Aとその商体Fの K-群に関する長完全系列

$$\cdots\cdots \longrightarrow K_{i+1}(F) \longrightarrow \coprod_{m} K_i(A/m) \longrightarrow K_i(A) \longrightarrow K_i(F) \longrightarrow \cdots\cdots$$

がある。ここで m はAのすべての極大イデアルを動く(loc. cit.)。

例えば Quillen による有限体 $\mathbb{F}_q$ のK群の計算結果

$$K_{2i}(\mathbb{F}_q) = 0\ ,\ K_{2i-1}(\mathbb{F}_q) = \mathbb{Z}/(q^i-1) \qquad (i>0)$$

と $K_i(\mathbb{Z})$, $K_i(\mathbb{Q})$ 等との関係がこれによって示される。しかし $K_i(\mathbb{Z})$ については，$K_1(\mathbb{Z}) = \mathbb{Z}/2$，$K_2(\mathbb{Z}) = \mathbb{Z}/2$，$K_3(\mathbb{Z}) = \mathbb{Z}/48$ 以外は未だ決定されていない。

ここで少し代数幾何学との関係を眺めよう(EGA I, Bassの本, L.N. in Math. 341)。Grothendieck によれば，単位元をもつ可換環Aに対して，affine scheme とよばれる ringed space $(\mathrm{Spec}(A), \tilde{A})$ が対応する。ここで $\mathrm{Spec}(A) = \{\mathfrak{p} \mid A$ の素イデアル $\mathfrak{p} \neq A\}$ は Zariski 位相をもつ。閉集合はあるイデアル $\mathfrak{a}$ に対して $V(\mathfrak{a}) = \{\mathfrak{p} \mid \mathfrak{p} \supset \mathfrak{a}\}$ の形に表わされ，また開集合の基として $D(f) = \{\mathfrak{p} \mid \mathfrak{p} \not\ni f\}$，$f \in A$，がとれる。$\tilde{A}$ は，$D(f) \longmapsto A_f = (f)^{-1}A$ (商環)によって定まる sheaf で，その stalk $A_{\mathfrak{p}} = (A-\mathfrak{p})^{-1}A$ は local ring である。準同型写像 $\varphi : A \longrightarrow B$ は，Bの素イデアル $\mathfrak{q}$ に対してAの素イデアル $\varphi^{-1}(\mathfrak{q})$ を定め結局 ringed space の射

$$\Phi = ({}^a\varphi, \tilde{\varphi}) \ :\ (\mathrm{Spec}(B), \tilde{B}) \longrightarrow (\mathrm{Spec}(A), \tilde{A})$$

を引き起こす。$\Gamma(\mathrm{Spec}(A), \tilde{A}) = \Gamma(D(1), \tilde{A}) = A$ であるから，affine scheme の圏は可換環の圏の双対圏と同値となる。$(\text{Comm. ring})^{op} \simeq (\text{Affine scheme})$。また A-module M に対して，Spec(A)上の sheaf として $\tilde{A}$-Module $\tilde{M}$ が上と同様にして定まり，quasi-coherent な $\tilde{A}$-Module $\mathcal{F}$ に対しては，A-module M があって $\mathcal{F} \simeq \tilde{M}$ となる。とくに locally free, finite rank の $\tilde{A}$-Module $\mathcal{F}$ に対しては，有限生成 projective A-module が対応する。また A-module M から定まる $\tilde{A}$-Module $\tilde{M}$ に対して，$\Phi : (\mathrm{Spec}(B), \tilde{B}) \longrightarrow (\mathrm{Spec}(A), \tilde{A})$ から誘導された $\tilde{B}$-Module $\Phi^*\tilde{M}$ は $\widetilde{B \otimes_A M}$ に同型となる。これらの対応から affine scheme $(\mathrm{Spec}(A), \tilde{A})$ に対して，$\mathrm{Spec}(A)$ 上の locally free, finite rank の $\tilde{A}$-Modules の圏（これは完全圏）は $\mathcal{P}_A$ と同値となる。

そこで scheme の K-群を定義するため，一般の scheme $X=(X, \mathcal{O}_X)$ に対しても，locally free, finite rank の $\mathcal{O}_X$-Modules の完全圏 $\mathcal{M}_X$ をとり，$K_i(X) \equiv K_i(\mathcal{M}_X)$ とおく。このとき明らかに $K_i(\mathrm{Spec}(A)) = K_i(A)$ となる。これは上の定義の自然さを意味するものであろう。なお locally free, finite rank の $\mathcal{O}_X$-Module は X の vector bundle と呼ばれることもある。

3. 位相幾何との関連

位相幾何学との関連については，L.N. in Math 343 やそこに引用されている諸文献など，Wall の仕事と関連している方面のことが多い。然し，これらについて述べることは筆者の能くすることではない。他の適当な方にお願いしたい。代数的位相幾何学的な方面では，無限ループ空間の理論の著しい発展に伴って，代数的K-理論の分類空間あるいは，スペクトラムの(コ)ホモロジーの計算が進められ，一般コホモロジーとしての様相も研究されるようになってきたと思われる。Quillen による有限体のK群の決定を背景としているものを見てみよう。

有限体 $\mathbb{F}_q$（位数が $q=p^\nu$）のK群の決定は Quillen が Adams 予想を証明する過程で Brauer lifting を用いて，写像 $BGL(\overline{\mathbb{F}}_q) \longrightarrow BU$ を定義し，これが $\mathbb{Z}/d$-係数（d は p と素）コホモロジーの同型を導びくことを証明したことに端を発する。ここで Brauer lifting とは，$\mathbb{F}_q$ の代数的閉包 $\overline{\mathbb{F}}_q$ の乗法群 $\overline{\mathbb{F}}_q^*$ の $\mathbb{C}$ への埋め込み $\phi: \overline{\mathbb{F}}_q^* \longrightarrow \mathbb{C}$ を1つ選び固定するとき，有限群 G の $\mathbb{F}_q$ 上の表現に対して，ϕ により定まる Brauer 指標と同じ指標をもつ G の $\mathbb{C}$ 上の一般表現（virtual representation）が存在するということで，表現環を用いてかけば，Brauer lifting とは準同型写像 $\phi_*: R_{\mathbb{F}_q}(G) \longrightarrow R_{\mathbb{C}}(G)$ をいう。（Serre, 有限群の線型表現, 岩波; Green, The characters of the finite general linear groups, Trans. AMS 80 (1955) 402–447 参照）。$G = GL_n(\mathbb{F}_q)$ の $\mathbb{F}_q$ 上の表現として $id: GL_n(\mathbb{F}_q) \longrightarrow GL_n(\mathbb{F}_q)$ をとったとき，Brauer lifting により $GL_n(\mathbb{F}_q)$ の $\mathbb{C}$

上の一般表現が定まり，これから写像 $BGL_n(\mathbb{F}_q) \to BU$ が誘導される。自然な包含写像 $GL_n(\mathbb{F}_q) \to GL_{n+1}(\mathbb{F}_q)$ による極限を考えると，写像 $BGL(\mathbb{F}_q) \to BU$ が定義される。

これが $1-\Psi^q : BU \to BU$ のホモトピー・ファイバーを経由することは，ϕ_* による $R_{\mathbb{F}_q}(G)$ の像が Ψ^q で不変な $R_{\mathbb{C}}(G)$ の部分環に含まれることによる。写像 $BGL(\mathbb{F}_q) \to BU$，$BGL(\mathbb{F}_q) \to F\Psi^q$ は，定理1によって，plus construction からの写像

$$\phi : BGL(\mathbb{F}_q)^+ \longrightarrow BU \quad , \quad \phi' : BGL(\mathbb{F}_q)^+ \longrightarrow F\Psi^q$$

のホモトピー類を定める。この写像は Quillen map と呼ばれている。後者の写像は Quillen の計算によって simple space の(コ)ホモロジー同型であり，従ってホモトピー同値である。$F\Psi^q$ のホモトピー群を求めることで，$\mathbb{F}_q$ の K-群は，

$$K_{2i}(\mathbb{F}_q) = 0 \quad , \quad K_{2i-1}(\mathbb{F}_q) = \mathbb{Z}/q^i - 1 \qquad (i > 0)$$
$$K_0(\mathbb{F}_q) = K_0(P_{\mathbb{F}_q}) = \mathbb{Z}$$

となる。

また $GL(\mathbb{F}_q)$ を $O(\mathbb{F}_q)$, $U(\mathbb{F}_q)$, $Sp(\mathbb{F}_q)$ 等でおきかえて定義される代数的K-理論があり，それらのK群も決定されている。(Friedlander, Fiedorowicz - Priddy 参照)

Quillen map について，Tornehave によって次のことが証明されている。

__定理6.__ $\phi : BGL(\mathbb{F}_q)^+ \longrightarrow BU$

$$\phi \times 1 : BGL(\mathbb{F}_q)^+ \times \mathbb{Z} \longrightarrow BU[\tfrac{1}{p}] \times \mathbb{Z}[\tfrac{1}{p}]$$

は無限ループ写像である。

ただし，$BGL(\mathbb{F}_q)^+ \times \mathbb{Z} \xrightarrow{\phi \times 1} BU \times \mathbb{Z}$ は無限ループ写像ではない。また，$F\Psi^q$ を BU の Bott 同期性による構造で無限ループ空間と見るとき，Fiedorowicz - Priddy による次の定理がある。

__定理7__ $\phi' : BGL(\mathbb{F}_q)^+ \longrightarrow F\Psi^q$

は無限ループ空間としてのホモトピー同値である。

$BGL(\mathbb{F}_q)^+ \times \mathbb{Z}$ のホモロジー群への Dyer - Lashof operation の作用は，$\mathbb{Z}/2$ 係数の場合を Priddy が，$\mathbb{Z}/\ell$ 係数の場合を D.J. Moore (On Homology operations for the classifying spaces of certain groups, Thesis, Northwestern Univ.) が計算している。また $BGL(\mathbb{F}_q)^+$ の Ωスペクトラムのコホモロジーは，平田（連結代数的K理論の表現スペクトラムのコホモロジー，修論）によって決定されている。この Ωスペクトラムにより定義される乗法的コホモロジーに関して，L. Schwartz による $K\mathbb{F}_q^*(\mathbb{C}P^n)$ の研究がある。一方，Rector は負次元コホモロジー $K\mathbb{F}_q^{-n}(X) = [S^nX, BGL(\mathbb{F}_q)^+ \times \mathbb{Z}]$ の研究から次の様な結果を得ている。$IR_{\mathbb{F}_q}(G)$ を virtual dimension が 0の元からなる $R_{\mathbb{F}_q}(G)$ のイデアルとし，$R_{\mathbb{F}_q}(G)$ の $IR_{\mathbb{F}_q}(G)$-adic topology による完備化を $\hat{R}_{\mathbb{F}_q}(G) = \varprojlim R_{\mathbb{F}_q}(G)/(IR_{\mathbb{F}_q}(G))^n$ とする。

<u>定理 8</u>　$\hat{R}_{\mathbb{F}_q}(G) \cong K\mathbb{F}_q(BG)$

<u>定理 9</u>　(unstable) cohomology operations $\hat{K}_{\mathbb{F}_q}(\ ) \longrightarrow K_{\mathbb{F}_r}(\ )$ の作る群は $\varprojlim \hat{R}_{\mathbb{F}_r}(GL_m(\mathbb{F}_q))$ に同型である。

また最近は，群の作用を併せて考察する同変理論が盛んであり，その方面からの研究も今後益々進むと思われる。

最後に，代数的K-理論をめぐる諸問題については，再三引用している Springer Lecture Notes の関連文献等を参照して頂きたい。文献は Bass，Milnor の本，それに Springer Lecture Notes に豊富な文献表が載せられてあるので，右に掲げるものと合せてそちらも見て頂きたい。

References

Lecture Notes in Math. Springer,

No.76, R. Swan, Algebraic K-theory, 1968.

No.108, Algebraic K-theory and its geometric applicaton, 1969.

No.149, K-theory of finite groups and orders, 1970.

No.341, Algebraic K-theory 1, 1973.

No.342, Algebraic K-theory 2, 1973.

No.343, Algebraic K-throry 3, 1973.

No.551, Algebraic K-theory, Evanston, 1976.

No.575, K-theory and operator algebra, 1977.

No.741, Algebraic Topology, Waterloo, 1978.

No.763, Algebraic Topology, Aarhus, 1978.

H. Bass, Algebraic K-theory, New York, Benjamin 1968.

J. Milnor, Introduction to algebraic K-theory, Annals of Math. Studies No.72, Princeton.

H. Bass, K-theory and stable algebra, Publ. Math. I.H.E.S. 22 (1964), 5-60.

S. Block, Algebraic K-theory and crystalline cohomology, Publ. Math. I.H.E.S. 47 (1978), 187-268.

A, Borel, Stable real cohomology of arithmetic groups, Ann. Scient. Ec. Norm. Sup., 4^e serie, 7 (1974), 235-272.

W. Brouder, Algebraic K-theory with coefficients $\mathbb{Z}/p$, Lecture Notes in Math. No. 657, 40-84, Springer.

C. Concini, The mod 2 cohomology of the orthogonal groups over a finite field, Advances in Math., 27 (1978) 191-229.

A. Dold, Algebraic K-theory of non-additive functors of finite degree, London Math. Soc. Lecture Note Series No.11, 19-26.

______, K-theory of non-additive functors, Math. Annalen 196 (1972), 177-197.

F. T. Farrell and J.B. Wagoner, Infinite matrices in algebraic K-theory and topology, Algebraic torsion for infinite simple homotopy types, Comm. Math. Helv. 47 (1972), 474-501, 502-513.

Z. Fiedorowicz, A note on the spectra of algebraic K-theory, Topology, 16 (1979), 417-421.

Z. Fiedorowicz and S. Priddy, Homology of classical groups over finite fields and their associated infinite loop spaces, Lecture Notes in Math. No.674, Springer.

E. Friedlander, Unstabel K-theories of the algebraic closure of a finite field, Comment. Math. Helv. 50 (1975), 145-154.

____________, Computations of K-theories of finite fields, Topology, 15 (1976), 87-109.

E. Friedlander and S. Priddy, Karoubi's conjecture for finite fields, J. of Pure and Appl. Algebra 10 (1977), 233-238.

S.M. Gerstein, On the spectrum of algebraic K-theory, Bull. of Amer. Math. Soc. 78 (1972) 216-219.

D.R.Grayson, Products in K-theory and interesting algebraic cycles, Inventiones Math. 47. 47 (1978), 71-83.

B. Harris and G. Segal, K_i groups of rings of algebraic integers, Ann. of Math. 101 (1975), 20-33.

A. Hatcher, Higher simple homotopy theory, Ann. of Math. 102 (1975) 101-137.

A. Hatcher and J. Wagoner, Pseudo-isotopies of compact manifold, Astérisque 6 (1973).

R. Hoobler and D. Rector, Arithmetic K-theory, Lecture Notes in Math. No.418, Springer 78-95.

M. Karoubi and O. Villamayor, K-théorie algebrique et K-théorie topologique I, II, Math. Scand. 28 (1971), 265-307, 32 (1973), 57-86.

M. A. Kervaire, Multipliateures de Schur et K-théorie, Essays on Topology and Related Topics, Springer 1970.

R. Lee and R.H. Szczarba, The group $K_3(\mathbf{Z})$ is cyclic of order 48, Ann of Math. 104 (1976), 31-60.

________________, On the torsion in $K_4(\mathbf{Z})$ and $K_5(\mathbf{Z})$, Duke Journal (1978).

J.-L. Loday, K-théorie algébrique et representations de groupes, Ann. Scient. Ec. Norm. Sup., 4e série, 9 (1976), 309-377.

J. Milnor, Whitehead torsion, Bull. of Amer. Math. Soc. 72 (1966), 358-426.

S. Priddy, Dyer-Lashof operations for the classifying spaces of certain matrix groups, Quart. J. Math. 26 (1975), 179-193.

D. Quillen, Some remarks on etale homotopy theory and a conjecture of Adams, Topology, 7 (1968), 111-116

__________, The Adams conjecture, Topology 10 (1971), 67-80.

__________, Cohomology of groups, Actes Congrès Intern. Math. Nice 1970, tome 2, 47-51.

__________, On the cohomology and K-theory of the general linear groups over a finite field, Ann. of Math. 96 (1972) 552-586.

__________, Higher K-theory for categories with exact sequences, London Math. Soc. Lecture Note Series 11 (1974), 95-103.

D. Rector, Modular characters and K-theory with coefficients in a finite field, J. of Pure and Appl. Algebra 4 (1974), 137-158.

L. Schwartz, Orientabilité du fibré de Hopf complexe dans la théorie cohomologique associeé à la K-théorie d'un corps fini, C.R. Acad. Sc. Paris, t.289 (1979), 727-730.

C. Soulé, Addendum to the article 'on the torsion in $K_*(Z)$', Duke Journal (1978), 131-132.

C. Soule, Classes de torsion dan la cohomologie des groups arithmetiques, C.R.Acad. Sci. Paris Ser. A-B 284 (1977), A1009-A1010.

________ , The cohomology of $SL_3(Z)$, Topology 17 (1978), 1-22.

________ , K-théorie des anneaux d'entiers de corps de nombres et cohomologie étale, Invent. Math. 55 (1979), 251-295.

R. Swan, Vector bundles and projective modules, Trans. of Amer. Math. Soc. 105 (1962), 264-277.

J. Tornehave, Delooping the Quillen map, Thesis, M.I.T., 1971.

Vasershtein, Foundations of algebraic K-theory, Russian Math. Suruays 31:4 (1976), 89-156.

I.A. Volodin, Generalized Whitehead groups and pseudo-isotopies, Uspekhi Math. Nauk 27 No.5 (1972).

J. Wagoner, Delooping classifying spaces in algebraic K-theory, Topology 11 (1972), 349-370.

__________ , Algebraic inveriants for pseudo-isotopies, Lecture Notes in Math., Springer No.209 (1971), 164-190.

Waldhansen, Algebraic K-theory of generalized free product, Ann. of Math. 108 (1978) 135-256.

C.T.C. Wall, Surgery on compact manifolds, Academic Press 1970.

___________ , On the axiomatic foundations of the theory of Hermitian forms, Proc. Camb. Phil. Soc. 67 (1970), 243-250.

J.H.C. Whitehead, Simple homotopy types, Amer. J. of Math. 72 (1950), 1-57.

A LOWER BOUND FOR THE ENTROPY OF CERTAIN MAPS OF THE UNIT INTERVAL ... Leo Jonker & David Rand

BIFURCATIONS IN ONE DIMENSION. II: A VERSAL MODEL FOR BIFURCATIONS. ... Leo Jonker & David Rand

SOME REMARKS ON FOLIATIONS WITH MINIMAL LEAVES ... André HAEFLIGER

Groups of Integral Representation Type ... Hyman Bass

Nonexponential leaves at finite level ... John Cantwell & Lawrence Conlon

Poincaré-Bendixson theory for leaves of codimension one ... John Cantwell & Lawrence Conlon

L'EQUIVALENCE DES FONCTIONS DIFFÉRENTIABLES ET DES FONCTIONS ANALYTIQUES ... Masahiro SHIOTA

THE ONSET SPECTRUM OF TURBULENCE ... Mitchell J. Feigenbaum

Periodically forced relaxation oscillations ... Mark Levi

Lectures on foliations, (Chapter III-V) ... G. Hector

[足立正久氏提供]

お願い

情報公開のための法律ができようかという時代です。職業上の秘密も関係あることでしょうが、皆様がお手元にお持ちのプレプリントやmimeographed notesなど公開して頂ければ役立つことも多かろうと思いますので、よろしくお願い致します。その節には当方からもお伺い致しますので御協力下さい。

A list of papers about the subject $\mathcal{E}(X)$

1952.

A. Heller ; On equivariant maps of spaces with operators, Ann. of Mat., 1952, vol. 55, 223-231.

1957.

J. Dugundji ; Continuous mappings into non-simple spaces, Tran. Amer. Math. Soc., 1957, 256-268.

1958.

W.D.Barcus and M.G.Barratt ; On the homotopy classification of the extensions of a fixed map, Trans. Amer. Math. Soc., 1958, 88, 57-74.

1964.

W. Shih ; On the group $\mathcal{E}[X]$ of homotopy equivalence maps, Bull. Amer. Math. Soc., 70(1964), 361-365.

M. Arkowitz and C.R. Curjel ; The group of homotopy equivalences of a space, Bull. Amer. Math. Soc., 70(1964), 293-296.

D.W. Kahn ; The group of homotopy equivalences, Math. Zeit. 84(1964), 1 – 8.

1965.

P. Olum ; Self-equivalences of pseudo-projective planes, Topology vol. 4(1965), 109-127.

Y. Nomura ; A note on fibre homotopy equivalences, Bull. Nagoya Inst. Tech., vol 17(1965), 66-71.

1966.

Y. Nomura ; Homotopy equivalences in a principal fibre spaces, Mat. Zeit. 92(1966), 380-388.

P. J. Kahn ; Self-equivalences of (n-1)-connected 2n-manifolds, Bull. Amer. Math. Soc,. vol. 72(1966), 562-566.

1967.

J. W. Rutter ; A homotopy classification of maps into an induced fibre space, Topology vol. 6(1967), 562-566.

M. Arkowitz and C. R. Curjel ; Groups of homotopy classes, Lecture Notes in Math., Springer-Verlag, vol. 4(1967).

Y. Kudo and K. Tsuchida ; On the generalized Barcus-Barratt sequence Sci. Rep. Hirosaki Univ., vol 13(1967). 1-9.

M.Arkowitz and C.R.Curjel : On maps of H-spaces., Topology vol.6 (1967)137-148

1969.

P.J. Kahn ; Self-equivalences of (n-1)-connected 2n-manifolds., Math. Ann, 180(1969), 26-47.

1970.

J. W. Rutter ; Self-equivalences and principal morphisms, Proc. Lond. Math. Soc., (3)vol.20(1970), 644-658.

A. J. Sieradski ; Twisted self-homotopy equivalences, Pacific J. of Math., vol.3(1970), 789-802.

J. W. Rutter ; Groups of self homotopy equivalences of induced spaces, Comm. Math. Helv., vol. 45(1970), 236-255.

P. Olum ; Self-equivalences of pseudo-projective planes II, Topology, vol. 10(1970), 257-260.

1971.

W. Metzeer and A. Zimmermann ; SElbstäquivalenzen von $S^3 \times S^3$ in quaternionischer behandlung, Archv. der Math., vol. xvii(1971), 209-213.

1972.

S. Oka ; Groups of self-equivalences of certain complexes, Hiroshima Math. J. vol. 2(1972), 285-298.

D. W. Kahn ; A note on H-equivalences, Pacific J. Math., vol.42(1972), 77-80.

D. W. Kahn ; The group of stable self-equivalences, Topology vol 42 (1972), 77-80.

P. T. Johnston ; The stable group of homotopy equivalences, Qurt. J. Math. Oxford (2)vol. 23(1972), 213-219.

A. J. Sieradski ; Stabilization of self-equivalences of the psuedo-projective spaces, Michigan Math. J., vol. 19(1972), 109-119.

1973.

B. Schellenberg ; On the self-equivalences of a space with non-cyclic fundamental group, Math. Ann., 205(1973), 333-344.

B. Schellenberg ; The group of homotopy self-equivalences of some compact CW-complexes, Math. Ann., 200(1973), 253-266.

D. L. Smallen ; Weak equivalences of fibrations, Bol. Soc. Math., Mexicana, vol. 18(1973), 38-41.

D. M. Sunday ; The self-equivalences of an H-space, Pacific J. Math., vol49(1973), 507-517.

1974.

S. Oka, N. Sawashita and M. Sugawara ; On the group of self-equivalences of a mapping cone, Hiroshima Math. J., vol.4(1974), 9-28.

D. Smallen ; The group of self-equivalences of certain complexes, Pacific J. Math., vol.54(1974), 269-276.

G. Libermann and D. L. Smallen ; Localization and self-homotopy equivalwnces, Duke Math. J. vol. 41(1974), 183-186.

1975.

N. Sawashita ; On thr group of self-equivalences of the product of spheres, Hiroshima Math. J., vol. 5(1975), 69-86.

K. Tsukiyama ; Note on self-maps inducing the identity automorphisms of homotopy groups, Hiroshima Math. J. vol. 5(1975), 215-222.

1976.

N. Sawashita; On the self-equivalences of H-spaces, J. Math. Tokushima Univ. vol. 10(1976), 17-33.

D. W. Kahn, Realization problems for the group of homotopy calsses of self-equivalences, Math. Ann. 230(1976), 37-46.

C. Willkerson, Application of minimal simplicial group, Topology, vol. 15(1976), 115-130.

M. N. Dyer ; Homotopy classifications of (π,m)-complexes, J. Pure and appl. Alg., vol. 7(1976), 249-282.

A. J. Sieradski ; Combnatorial isomorphisms and combinatorial homotopy equivalences, J. Pure and appl. Alg., vol. 7(1976), 59-95.

M. N. Dyer ; Homotopy trees with trivial classifying ring, Proc. Amer. Math. Soc. vol.55(1976), 405-408.

1977.

K. Tsukiyama ; Note on self-homotopy-equivalences of the twisted principal fibrations, Mem. Fac. Educ. Shimane Univ. (Nat. Sci.) vol. 11(1977), 1-8.

D. Frank and D. W. Kahn ; Finite complexes with infinitely-generated groups of self-equivalences, Topology, vol. 16(1977), 189-192.

N. Sawashita ; On H-equivalences of SU(3),U(3) and Sp(2), J. Math. Tokushima Univ., vol. 11(1977), 33-47.

D. Sullivan ; Infinitesimal computations in topology, I.H.E.S. Publ. Math., vOl. 47(1977), 269-331.

1978.

T. Matsuda ; On the $\mathcal{C}_n$-equvariant self homotopy equivalences of spheres, J. Fac. Sci. Shinshu Univ. vol. 13(1978), 43-78.

J. W. Rutter ; The group of self-homotopy equivalences of principal sphere bundles over the seven sphere, Proc. Camb. Philo. Soc., vol. 84(1978), 303-311.

I.M. James and G. B. Segal ; On equivariant homotopy type, Topology, vol. 17(1978), 267-272.

1979.

E. Dror and A. Zabrodsky ; Unipotency and nilpotency in homotopy equivalences, Topology, vol. 18(1979), 187-197.

S. Jajodia ; On 2-dimensional CW-complexes with a single 2-cell, Pacific J. Math., vol. 80(1979), 191-203.

E. Dror, W.G. Dwyer and D. M. Kan ; Self homotopy equivalences of Postnikov conjugates, Proc. Amer. Math. Soc., vol. 74(1979), 183-186.

D. W. Kahn ; The rigity problem for stable spaces, Proc. Amer. Math. Soc., vol. 75(1979), 139-144.

T. Matsuda ; On the equvariant self homotopy equivalences of spheres, J. Math. Soc. Japan vol. 31(1979), 69-83.

S. Halperin and J. Stasheff : Obstruction to homotopy equivalence Advances in Mathematics vol. 32(1979), 233-279.

J. C. Hausmann and D. Husemollar : Acyclic maps, L'ensegnemant Math. vol. XXV(1979), 53-75.

1980.

G. Baumslay, E, Dyer and A. Heller ; The topology of discreate groups J. Pure and Appl. Alg vol. 16(1980), 1-48.

To appear

K. Tsukiyama ; Self-homotopy equivalences of a space with two non-vanishing homotopy groups, Proc. Amer. Math. Soc.

K.Tsukiyama ; A remark on fibre homotopy equivalences, Illinois J. Math.,

S. Oka ; Finite complexes whose self-homotopy equivalences form cyclic group. Memoires Fac,Sci. Kyushu Univ., Ser.A, XXXIV(1980) 171-181.

S.Sasao : The stable group of self-homotopy equivalences of sphere bundles over the sphere,

M.Mimura and N.Sawashita : On the group of self-homotopy equivalences of H-spaces of rank 2.

お知らせ

1. トポロジー・シンポジュウム

時　7月21日午後〜7月24日午前

場所　茨城県　水戸市　茨城大学理学部

講演予定者

野倉　嗣紀、矢島　幸信、郡山　彬、落合豊行、
河内　明夫、上　正明、矢野　公一、宇敷　重広、
柴田　勝征、神島　芳宣、坪井　堅二、藤井　一章、
吉田　敏男、F. Peterson、他1名　計15氏

2. トポロジー・若手セミナー

時　7月16日(午)〜　7月20日(朝)

場所　茨城県東茨城郡　大洗町

連絡先　茨城大学理学部　数学教室　麻生　透氏

3. トポロジー・新人セミナー

時　7月25日　〜7月29日

場所　宮城県　鳴子町

連絡先　東北大学理学部　数学教室　町田好男氏

参加資格　学部学生又は学部卒業後3年以内

4. 昭和55年度秋の数学会予定

10月1日〜　4日　愛媛県松山市　愛媛大学

昭和56年度春の数学会予定

4月　日〜　日　京都大学(続いて秋が山口大学)

5. トポロジー分科会からの数学会評議員(昭和55年度)

本間　龍雄氏(東工大)、川久保　勝夫氏(大阪大)。

6. 昭和55年度来日予定数学者（トポロジー分野）

F. Peterson 氏　6月末～7月 ?
D. Sullivan 氏　8月末～9月 ?
W. J. Wilson 氏　10月～ ?

7. 人事移動

すでに周知のケースもあることと思いますが，最近はわり合い移動が目につきますので，存じよりのところをまとめてみました。たらないところは御一報ください。

小林貞一氏：広島大→高知大、内田伏一氏：大阪大→山形大
岡七郎氏：広島大→九州大、岡睦雄氏：東大→東工大
向井純夫氏：大阪大→信州大、柳田伸顕氏：東工大→武蔵工大
菅原民生氏：九州大→奈良教育大、三辺ユリ子氏：→専修大
落合豊行氏：東工大→大阪大

あとがき

今回は特集として代数的K一理論をとりあげました。最近面白い結果が整数論や代数幾何などで得られているとのことですので、島田先生や平田君に御無理をお願い致しました。

文献リストについては、空間の自己ホモトピー同値写像のホモトピー類のつくる群について今日までパブリッシュされたペイパーを集めてみました。そのもの自身を扱ったもののみならず，関係の深い，役立つものも含んでいます。関心をもたれ，やってみようとされる方にには都合のよいものと自負していますが，これは，築山耕三君，瀧下敦親君，野村泰敏氏の御協力によるもので感謝致す次第です。来号あたりから，又以前のような調査記事も復活させようかと考えております。その際はよろしく御力添えをおねがい致します。

笹尾靖也（東工大）