TOPOLOGY NEWS

☆ トポロジー・トポロジストのあれこれ

☆ 特集
微分可能な力学系について

☆ 新着雑誌，プレプリント

☆ 大学のトポロジー

☆ 来日トポロジスト

NO.4 1978年10月

トポロジー・トポロジストのあれこれ

位相幾何学分科会シンポジュウムの記録をもう少しつづけます。参加人員が相当にふえてきたので，シンポジュウムの形式をどのようにしたらよいかなどの論議がなされたのも北大での開催の頃でした。来年は北大ではないかとのうわさもありますし，シンポジュウムの形式をこのへんで再考したらどんなものでしょう。

第21回　1971年7月20日～22日
(24-146)　北海道大学　約170名

加藤十吉(都立大)，戸田宏(京大)，
四方義啓(名大)，石本浩康(金沢大)，
松本幸夫(東大)，福原真二(東大)，
倉田雅弘(北大)，池上宜弘(名大)，
大和一夫(名大)，三村護(京大)，
西田吾郎(京大)，森杉馨(京大)，
越川浩明(北大)，安藤良文(北大)
阿部孝順(新大)，渡部剛(新大)
松江広文(東大)。

1972年と1973年は多様体国際会議のために開催されませんでした。

第22回　1974年7月11日～13日
(27-168)　琉球大学　約70名

福井和彦(京都産業大学)，宇敷重広(京大)，
渡辺正(東教大)，島田信夫(京大)，
田中昇・成木勇夫(京大)
福田拓生(千葉大)，大和健二(阪大)。

さて，次に日本での位相幾何学の研究を数学会の講演の面から眺めてみましょう。日本での位相幾何学の研究は他の分野に比して割合と新らしいことのようです。

恐らくは小松醇郎先生，寺阪英孝先生，森田紀一先生が最初の時期の方々と思います。数学会のプログラムによれば，続いて，静間良次先生や工藤達二先生が登場しています。日本数学会が発足したのが昭和22年ですから今より30年以前となりますが，年2回の学会の講演でも位相幾何学に関するものは数少かったようです。

勿論，現在のトポロジー分科会は存在せず，位相解析や位相数学などの分科会に含まれていました。30年間にわたる学会講演をプログラムの面から眺めてみることで，日本の位相幾何学の生成流転の姿を多少とも推量できるのではないかと思いますので，何回かに分けてお送りします。題目や講演者名のみですが，内容については，それらから類推して頂くことでご容赦下さい。

第1回（昭和21年6月2日～4日）位相解析分科会

位相幾何学らしい講演はありませんでした。しいて探せば寺阪英孝氏：或る型の一次元連続体に就て
ぐらいのものでしょうか。この集会で日本数学会設立総会が持たれています。

第2回（昭和21年11月16日～17日）位相解析分科会

森田紀一氏：次元論におけるSummen Satz
岩本秀行氏：或る種のhomogeneousな空間の積分不変量及Betti数について．

特別講演として

小平邦彦氏：n次元Riemann空間におけるRiemann—Rochの定理．

がありました。

第3回（昭和22年10月25日～27日）位相解析分科会

森田紀一氏：次元論について

小松醇郎氏：Fibre bundleのhomotopy groupについて

小松醇郎氏：Product spaceのWeek topology

第4回（昭和23年5月29日～6月1日）位相数学分科会

森田紀一氏：star-finite coveringsとstar-finite propertyについて

森田紀一氏：次元論について

小松醇郎氏：local Coefficientのhomology

工藤達二氏：Torsion matrix

寺阪英孝氏：E^nにおける合同変換の位相幾何学的特徴づけについて

静間良次氏：homogeneousな空間のhomotopy groupについて

第5回（昭和23年10月31日～11月3日）位相数学分科会

小松醇郎氏：複体のrelative homotopy group その他

工藤達二氏：Hopf stabilityの問題の解．

森田紀一氏：star-finite propertyをもつ距離空間
長田潤一氏：位相写像について
岡本英之助氏：球面のhomotopy groupのFreudental-operatorの拡張．

更に特別講演として

静間良次氏：fibre bundleの理論について

がありました。

A. Dold氏が8月9日に来日され，10月中旬までおられるようです。学会，大学などで講演されます。最近はTopologyは論文も少ないようですが一時期には相当に活躍された大家でした。Springerの黄表紙のlecture noteのeditorとして広く知られた方です。御自身でもSpringerからlectures on Algebraic Topologyと題する部厚な著作があります。

ミセスBirmanも7月に来日され，新大でのシンポジュウムで講演されたのはよく御存知のことでしょう。往時をしのばせる美人数学者でした。日本でも最近は女性数学者がふえつつありますが，ミセスBirmanに負けずに活躍が期待されます。

微分可能な力学系について

名大教養 池上宜弘

序

自励系常微分方程式（力学系とも呼ばれる）の定性的理論は，解曲線（又は，解曲線の族）を幾何学的に捉えるものである．この方面の研究は Poincaré (1854 - 1912) から始まったと言われている．その後，Birkhoff (1884 - 1944) は自励系の流れ (flow) ―― $\mathbb{R}$-action(*) ―― に着目して，全く点集合論の手段を使う事により，いわゆる topological dynamics の分野を作った．其の後，Andronov (1901 - 1952) や Pontrjagin (1908 -) によって，構造安定な力学系の概念と，この様な力学系を研究する事の重要性が提唱された．それ以来，この方面での研究は続けられて来たが，特に Smale (1930 -) が [B] を書いた前後からは強力に進められている．Andronov - Pontrjagin 以来続いている，この分野が，いわゆる differentiable dynamics の分野である．differentiable dynamics は，topological dynamics に於ける基本的な思想と成果の上に立って研究されている．

differentiable dynamics では，$\mathbb{R}$-action と同時に $\mathbb{Z}$-action も取扱う．多くの場合，$\mathbb{Z}$-action で成立する事が $\mathbb{R}$-action でも成立して，$\mathbb{Z}$-action に関する定理の方が証明が楽である．しかし，$\mathbb{Z}$-action で成立しても $\mathbb{R}$-action では成立しない場合や，その逆の場合もある．

力学系では，定性的理論の研究と平行して，互に影響を与えながら，エルゴード理論の研究もなされてきた．最近では，このエルゴード理論の分野で使われた手法，概念や，この分野に於ける感覚から発想されたと思われる手法が，differentiable system の定性的理論の研究に持ち込まれて来て，発展に新鮮味を与えている．

以下，第I部では stability と genericity に関する 1970 年頃までに知られた事の主なものを紹介し，第II部では比較的新しい研究の現状・其の他を紹介する予定であるが，紙数の他に筆者の

(*) open manifold の場合は，自励系 X に対して，かならずしも $\mathbb{R}$-action が得られないが，X と同じ軌道構造を持つ Y が存在して，Y には $\mathbb{R}$-action が対応する．従って，$\mathbb{R}$-action を考えておけば，多くの場合，十分である．

力量と興味などが関係して，紹介する範囲がある程度しぼられる事を，お許しいただきたい．編集者からの注文が"力学系の基本から現状まで"であるが，この小文で書けない所は，紹介する文献を見ていただきたい．最後の文献表Iの最初の部分の[A]～[E]は力学系の教科書的なもの，[F]～[I]はシムポジウム報告，[J]は1977年前期までの文献を400余り30頁の中に集めたものである．入門書としては，[E]を参考にしながら，[C]を読まれるのが適当かもしれない．文献表IIは，本小論の記述に必要なものを掲げたにすぎないので，全体的には不完全である．

第I部 Stability と Genericity

力学系では，現在主な問題が2つある．(例えば[B]，Bowen[2])．その1つは，殆んど全ての力学系について成立するような(Genericity)安定性を見付けること，他の1つは，その安定性を特徴付けるような量を発見することである．したがって，第I部では基本的なこと — Stability と Genericity に焦点をしぼって解説する．

M を smooth な多様体とする．特にことわらない限り，M は closed manifold であるとする．$\mathcal{D}^r(M)$，$\mathfrak{X}^r(M)$ は各々 M 上の C^r diffeomorphism 全体，C^r vectorfield 全体の作る空間とする．これ等の位相は C^r topology である．

1°. <u>Equivalence</u>. 軌道の構造を保存する同値関係として，次のものが使われる．$f, g \in \mathcal{D}^r(M)$ $(X, Y \in \mathfrak{X}^r(M))$ が <u>topologically equivalent</u> ($\sim$ で示す) であるとは，homeomorphism $h: M \to M$ が存在して，$h\circ f = g\circ f$ (flow の場合は，X の任意の軌道が h によって Y の軌道の上に方向を保って写される) をみたすことである．

M の部分集合 Λ が $f(\Lambda) \subset \Lambda$ をみたすとき，Λ は f の <u>invariant set</u> であるという．$\varphi: M\times R \to M$ を X の flow とするときは，$\varphi_t(\Lambda) \subset \Lambda$, $\forall t \in R$，をみたすとき，Λ は X の invariant set であるという．invariant set の例として，周期軌道が，まず掲げられる．次の集合は周期軌道の一般化として考えてもよい．$\Omega = \Omega(f)$ が f の <u>non-wandering set</u> であるとは，$\forall x \in \Omega$ と x の任意の近傍 U に対して，$n \in Z_+$ が存在して $f^n(U) \cap U \neq \phi$ が成立することである．同様に $\Omega = \Omega(X)$ が $X \in \mathfrak{X}^r(M)$ の non-wandering set であるとは，$\forall x \in \Omega$ と x の任意の近傍 U と任意の $t_0 > 0$ に対して，$|t| > t_0$ なる t が存在して，$\varphi_t(U) \cap U \neq \phi$ が成立することである．Ω は closed invariant set である．Ω に含まれない点を <u>wandering point</u> という．

$x \notin \Omega$ ならば，x を通る軌道は x の十分近くには再び帰って来る事はない．従って，Ω 上の力学系をしらべる方が重要である．

2つの力学系 $f, g \in \mathcal{D}(M)$ が <u>Ω-equivalent</u> $(\sim_\Omega)$ であるとは，homeomorphism $h : \Omega(f) \to \Omega(g)$ が存在して，$\Omega(f)$ 上で $g \circ h = h \circ f$ が成立することである．$X, Y \in \mathfrak{X}(M)$ に対しても同様に Ω-equivalence が定義される．

2°. <u>Stability</u>. $f \in \mathcal{D}^r(M)$ が <u>structurally C^r stable</u> であるとは，f の近傍 $N \subset \mathcal{D}^r(M)$ が存在して，$\forall g \in N$ に対して，$f \sim g$ が成立することである．$f \in \mathcal{D}^r(M)$ が C^r <u>Ω-stable</u> であるとは，f の近傍 N が存在して，$\forall g \in N$ に対して，$f \sim_\Omega g$ が成立することである．flow $X \in \mathfrak{X}^r(M)$ に対しても，これ等は同様に定義される．

3°. <u>Hyperbolicity</u>. Hyperbolic fixed point や hyperbolic periodic point の拡張として，次のようなものがある．f の invariant set Λ が <u>hyperbolic</u> であるとは，Λ 上に制限された M の tangent bundle の連続な splitting $T_\Lambda(M) = E^u_\Lambda \oplus E^s_\Lambda$ が存在して，次の条件をみたすことである．

(i) E^u_Λ, E^s_Λ は f の微分 Tf に関して invariant，

(ii) 実数 $C>0$ と $0<\lambda<1$ が存在して，任意の $n \in \mathbb{Z}_+$ に対して

$$\|Tf^n(v)\| < C\lambda^n \|v\|, \quad v \in E^s_\Lambda$$
$$\|Tf^{-n}(v)\| < C\lambda^n \|v\|, \quad v \in E^u_\Lambda$$

但し，$\| \ \|$ は任意に与えられた M の Riemannian metric に関する norm.

X の invariant set Λ が hyperbolic であるとは，連続な splitting $T_\Lambda(M) = E^u_\Lambda \oplus E^s_\Lambda \oplus E^\varphi_\Lambda$ が存在して，次を満すことである．

(i) $\forall t \in \mathbb{R}$ に対し，$E^u_\Lambda, E^s_\Lambda, E^\varphi_\Lambda$ は $T\varphi_t$-invariant．但し，φ は X の flow.

(ii) E^φ_x は x に於ける X の vector X_x によって張られる．

(iii) $C>0$ と $0<\lambda<1$ が存在して，任意の $t>0$ に対して

$$\|T\varphi_t(v)\| < C\lambda^t \|v\|, \quad v \in E^s_\Lambda$$
$$\|T\varphi_{-t}(v)\| < C\lambda^t \|v\|, \quad v \in E^u_\Lambda.$$

4°. <u>Stable manifold</u>. d を任意に与えられた M 上の metric とする．$f \in \mathcal{D}^r(M)$ に関する，点 $x \in M$ の <u>stable manifold</u> $W^s(x)$ と <u>unstable manifold</u> $W^u(x)$ が次の式で定義される．

$$W^s(x) = \{y \in M \mid d(f^n(y), f^n(x)) \to 0 \ \text{ as } n \to \infty\}$$
$$W^u(x) = \{y \in M \mid d(f^{-n}(y), f^{-n}(x)) \to 0 \ \text{ as } n \to \infty\}$$

$X \in \mathfrak{X}^r(M)$ に対しても $W^s(x)$，$W^u(x)$ は次の様に定義される．

$$W^s(x) = \{y \in M \mid d(\varphi_t(y), \varphi_t(x)) \to 0, \ \text{ as } t \to \infty\}$$
$$W^u(x) = \{y \in M \mid d(\varphi_t(y), \varphi_t(x)) \to 0, \ \text{ as } t \to -\infty\}$$

もちろん, $W^s(x)$, $W^u(x)$ は invariant set である.

Mの部分集合 Λ に対して, Λ の stable set, unstable set が次の様に定義される.

$$W^s(\Lambda) = \bigcup_{x\in\Lambda} W^s(x), \qquad W^u(\Lambda) = \bigcup_{x\in\Lambda} W^u(x).$$

一般には, $W^s(x)$ や $W^u(x)$ が manifold になるとは限らないが, 次の定理が成立する.

<u>定理</u> (Hirsch-Pugh [1]). Λ を $f\in\mathcal{D}^r(M)$ の closed hyperbolic invariant set とすれば, 連続写像 $\psi: E^s_\Lambda \to M$ が存在して, 任意の $x\in\Lambda$ に対する E^s_Λ の fibre を E^s_x とするとき, $\psi|E^s_x$ は injective C^r immersion で $\psi(0_x)=x$, $\psi(E^s_x)=W^s(x)$ が成立する. (f^{-1} を考えることによって, W^u についても同様なことが成立する.)

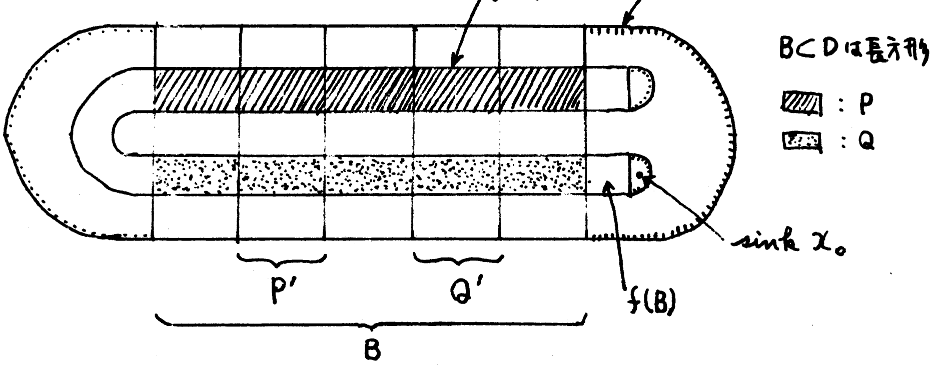
$X\in\mathfrak{X}^r(M)$ に対しても, この定理と同様なことが成立する. (Hirsch-Pugh-Shub [1]) 特に, x, γ を $X\in\mathfrak{X}^r(M)$ の 各々 hyperbolic な fixed point, closed orbit とすれば, これ等の W^s, W^u は injectively に C^r immerse された manifold である. (Smale [2])

5°. <u>例</u>.

例 1. <u>Morse function</u> $F: M\to\mathbb{R}$. F の critical point は全て non-degenerate である. $X_x = -\mathrm{grad}\,F(x)$ として得られる X は有限個の fixed point を持ち, closed orbit は持たない. 各々の fixed point は hyperbolic である. X の flow φ の time 1 diffeomorphism $\varphi_1: M\to M$ も同じ fixed point を持ち, これも hyperbolic である.

例 2. <u>Anosov diffeomorphism</u>. これは diffeomorphism $f: M\to M$ で M 全体の上で hyperbolic となるものである. Anosov diffeomorphism に関しては白岩さんの解説 [1] がある.

例 3. <u>Horseshoe</u> (馬蹄). 2次元 disk D を次の図の様に馬蹄形にして D の中に写す injective diffeomorphism f である.

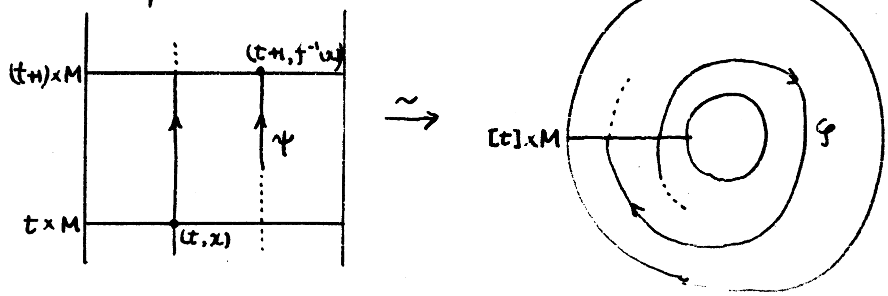


ここに、 $B \cap f(B) = P \cup Q$, PとQは長方形,

$P' = f^{-1}(P)$, $Q' = f^{-1}(Q)$ も長方形.

P', Q'の上ではfはaffine変換で, 水平方向に伸びて垂直方向に縮む. x_0でfはsink ( ) となる. horseshoeより次の様なdiffeomorphism $f : S^2 \to S^2$を得る. $D \subset S^2$と考えて, fはDの外に1個のsource ( ) x_∞を持ち, $x \notin D$なるxに対しては $\lim_{n\to\infty} f^{-n}(x) = x_\infty$となる. すると, $\Omega(f) = \{x_0, x_\infty\} \cup \Lambda$, $\Lambda = \bigcap_{n\in Z} f^n(P \cup Q)$ となり, x_0, x_∞, Λはhyperbolic invariant closed setとなる. そして, $T_{x_0}S^2 = E^s_{x_0}$, $T_{x_\infty}S^2 = E^u_{x_0}$, $T_\Lambda S^2 = E^s_\Lambda \oplus E^u_\Lambda$ (E^s_ΛとE^u_Λのfibre dimensionは1)となる. Λの中には, periodic pointsがdenseに存在することが知られている(Smale [3]).

例4. <u>Suspension</u>. diffeomorphism $f : M \to M$から次の様に作られるflowをsuspensionという. diffeomorphism $\tau : R\times M \to R\times M$を$\tau(t,x) = (t+1, f^{-1}(x))$で与える. τのorbit space $R\times M/\sim$はmanifold (M_f)である. 次に, $R\times X$上のflow $\psi_t : R\times M \to M\times R$を$\psi_t(u,x) = (u+t, x)$で与えると, ψ_tよりM_f上のflow φ_tが自然に得られる. このflow φ_tをfのsuspensionという



$R\times M$　　　　　　M_f

$\Lambda \subset M$がfのhyperbolic invariant setならば$R\times\Lambda/\sim \subset M_f$はflow φのhyperbolic invariant setである. このとき, fに関するΛのstable set $W^s(\Lambda)$に対し, $R\times W^s(\Lambda)/\sim \subset M_f$は$\varphi$に関する$R\times\Lambda/\sim = \tilde{\Lambda}$のstable set $W^s(\tilde{\Lambda})$となる. W^uについても同様である. Λがf-invariantなperiodic pointの集合ならば, $\tilde{\Lambda}$はφのclosed orbitの集合となる. fがstructurally stableならば, φもstructurally stableとなる. 逆に, φがstructurally sableならば, epimorphism $\pi_1(M) \to Z$が存在しないとき, fもstructurally stableとなる(Ikegami [2]).

6° <u>Axiom A</u>. fのnon-wandering set $\Omega(f)$がhyperbolic periodic pointのみの場合を拡張した概念として, Smaleは[B]でAxiom Aを定義した. fが次の条件をみたすとき, fはAxiom Aをみたすという.

(Aa) $\Omega(f)$はhyperbolic.

(Ab) f の periodic point 全体の集合 $Per(f)$ は $\Omega(f)$ の dense subset である.

flow X に対する Axiom A は次のとおりである.

$\Omega(X) = \tilde{\Omega} \cup F$ が次の条件をみたす.

(i) $\tilde{\Omega}$ と F は disjoint closed invariant set.

(ii) F は X の fixed point 全体から成る有限集合で, 各点は φ_1 に関して hyperbolic.

(iii a) $\tilde{\Omega}$ は hyperbolic.

(iii b) X の periodic orbits は $\tilde{\Omega}$ の中に dense に存在する.

最近まで, (Aa) $\rightarrow$ (Ab), (iii a) $\Rightarrow$ (iii b) が成立するであろうと思われていた. 実際, $\dim M = 2$ の場合は (Aa) $\Rightarrow$ (Ab) が示されていた (Newhouse-Palis [1]). しかし, $\dim M \geqq 3$ ならば (Aa) をみたしながら (Ab) を満たさない f が存在し, $\dim M \geqq 4$ ならば (iii a) をみたしながら (iii b) をみたさない flow が存在することが最近わかった (Dankner [1]). (Cf. Kurata [2].)

f が Axiom A をみたせば, f の suspension も Axiom A をみたす.

Axiom A をみたす力学系については大変よく研究されて来た. 最近の differentiable dynamics の論文の多くが Axiom A に関するものであったと言ってもよい. その中で最も目立つ結果は, Axiom A と ST 条件 (後述) から structural stability が得られることである. (後述) この様に Axiom A は重要なので, 以下に Axiom A の持つおもな性質を示す.

7°. Spectral decomposition theorem ([B], Pugh-Shub [1]).

力学系 (f 又は X) が Axiom A をみたしていれば, 次の意味で一意的な分解 $\Omega = \Omega_1 \cup \cdots \cup \Omega_k$ が存在する.

(i) Ω_i は invariant closed set. (ii) $\Omega_i \cap \Omega_j = \phi$ $(i \neq j)$.

(iii) Ω_i は topologically transitive.

各 Ω_i を basic set という. このとき, Ω_i の近傍 U が存在して, $\Omega_i = \bigcap_{n \in \mathbb{Z}} f^n U$ をみたす. (この様なとき, Ω_i は isolated であるという.). (Bowen [2]. f が Axiom A をみたすとき,

$$M = W^s(\Omega_1) \cup \cdots \cup W^s(\Omega_k)$$
$$= W^u(\Omega_1) \cup \cdots \cup W^u(\Omega_k)$$

が成立する. (例えば [B], [C].)

8°. Closing lemma. M を compact とする.

(i) (Pugh [1]) $X \in \mathfrak{X}^1(M)$, $x \in \Omega(X)$ とする. このとき, $\mathfrak{X}^1(M)$ に於ける X の任意の近傍に Y が存在して, x は Y の closed orbit に含まれる.

(ii) (Pugh-Robinson [1]) $f \in \mathfrak{D}^1(M)$, $x \in \Omega(f)$ とする. このとき $\mathfrak{D}^1(M)$

における f の任意の近傍に g が存在して，x は g の periodic point となる．

C^2 級の closing lemma は証明されていない．closing lemma から次の定理が導かれる．$\mathcal{D}^r(M)$ や $\mathfrak{X}^r(M)$ は Baire 空間である．Baire 空間の要素に関する性質 P が <u>generic</u> であるとは，適当な Baire 集合があって，その各要素に対して P が成立することである．

<u>General density theorem</u>．M を compact とする．

(i) (Pugh [1])．$\mathfrak{X}^1(M)$ に於て，$\Omega(X)=\overline{Per(X)}$ なる性質は generic である．即ち，$\Omega(X)$ の中に periodic point が dense に存在するような X は $\mathfrak{X}^1(M)$ に dense に存在する．

(ii) (Pugh-Robinson [1])．$\mathcal{D}^1(M)$ に於て，$\Omega(f)=\overline{Per(f)}$ なる性質は generic である．

Structural stability や Ω-stability の特徴付けを目的として，Axiom A を考えているとすれば，general density theorem によって，条件 (A b) や (iii b) は必要であったことが分る．

9°. <u>Ω-stability</u>．Spectral decomposition $\Omega=\Omega_1\cup\cdots\cup\Omega_k$ に対して，$\Omega_{i_1},\cdots,\Omega_{i_h}$ が <u>cycle</u> であるとは，$h>1$ であって，

$$W^s(\Omega_{i_j})\cap W^u(\Omega_{i_{j-1}})\neq\phi \qquad (j=2,\cdots,h)$$

$$W^s(\Omega_{i_1})\cap W^u(\Omega_{i_h})\neq\phi$$

が成立することである．cycle が存在しないとき f は <u>no cycle property</u> を持つという．

<u>Ω-stability theorem</u> (Smale [4])．f が Axiom A をみたし，no cycle ならば，f は C^1 Ω-stable である．

この結果により，Smale は "Ω-stable $\Leftrightarrow$ Axiom A + no cycle" という予想をした．

<u>定理</u> (Palis [1])．f が Axiom A をみたして C^r Ω-stable $(r\geq 1)$ ならば f は no cycle である．

flow についても同様な結果が得られている．(Pugh-Shub [1])．

Ω-stable である力学系は一般には dense でない．(例えば，Abraham-Smale [1], Newhouse [1], Ikegami [1])．

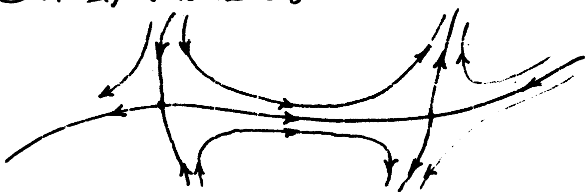
Ω-stability より弱い stability として，次のものがある．$f\in\mathcal{D}^r(M)$ が C^r <u>Ω-explosion</u> (Ω-爆発) を持たないというのは，$\Omega(f)$ の任意の开近傍 $U\subset M$ に対して f の近傍 $N\subset\mathcal{D}^r(M)$ が存在して，任意の $g\in N$ に対して $\Omega(g)\subset U$ が成立することである．

<u>定理</u> (Palis-Shub-Sullivan [1])．$f\in\mathcal{D}^0(M)$ $(=Homeo(M))$ は generically に C^0 Ω-explosion を持たない．

10°. <u>Peixoto の stability theorem</u> (Peixoto [1])．M を closed 2-

manifold とする. ($1 \leqq r \leqq \infty$).

(i) $X \in \mathfrak{X}^r(M)$ が structurally stable $\leftrightarrow$ X は Andronov-Pontrjagin [1] の条件をみたす. 即ち, (a) $\Omega(X)$ は有限個の singular points と periodic orbits から成り, 各々は hyperbolic で, (b) saddl point をつなぐ軌道 (下図) は存在しない.



(ii) C^r structurally stable な X は $\mathfrak{X}^r(M)$ の中に open dense に存在する.

diffeomorphism の場合では, $\mathcal{D}^r(S^1)$ に於て structurally stable であるものが open dense に存在することが知られている [C].

11°. <u>Morse-Smale 力学系</u>. Andronov-Pontjagin の条件を一般次元の manifold 上の力学系に拡張したものとして, Smale は (Smale [1]) で, 現在 Morse-Smale の力学系 とよばれているものを定式化して, これが Morse-Smale 不等式といわれる不等式をみたしていることを証明した. 簡単のために, 以下では diffeomorphism の場合について説明する. 次の条件をみたす diffeomorphism を <u>Morse-Smale</u> という.

(a) $\Omega(f) = Per(f)$.

(b) 各 periodic orbit は hyperbolic.

(c) 任意の $x_i, x_j \in \Omega(f)$ に対して, $W^s(x_i) \pitchfork W^u(x_j)$. ($\pitchfork$ は transversal intersection を持つことを現わす.)

<u>定理</u> (Morse-Smale 不等式) [C]. (Smale [1] は flow の場合である.)
f を M 上の Morse-Smale diffeomorphism とする. $\beta_i(M) = \mathrm{rank}\, H_i(M, \mathbb{Z})$, $M_j(f) = \#\{x \in Per(f) \mid \dim W^s(x) = j\}$ とおくとき, 次の不等式が成立する.

$$M_0 \geqq \beta_0$$

$$M_1 - M_0 \geqq \beta_1 - \beta_0$$

$$\vdots$$

$$\sum_{i=0}^{\dim M} (-1)^i M_i \geqq \sum_{i=0}^{\dim M} (-1)^i \beta_i .$$

Peixoto の定理の部分的拡張として, Palis-Smale の次の結果がある.

<u>定理</u> (Palis-Smale [1]). Morse-Smale diffeomorphism は C^1-structurally stable である. (従って C^r str. stable, $\forall r \geqq 1$.)

12°. <u>Strong transversality condition</u> (ST-condition).
Axiom A をみたす diffeomorphism が ST-condition をみたすとは, 任意の $x \in M$ に対して, $W^s(x) \pitchfork W^u(x)$ が成立することである.

◎ f: Morse-Smale $\Longleftrightarrow$ f: Axiom A と ST-condition をみたし $\Omega(f)$ は有限集合.

ST-condition は flow に対しても同様に定義される.

13°. <u>Structural stability theorem</u>. これに関しては次のものが最も新らしい結果である.

<u>定理</u> (Robinson [2], [3]). M を compact manifold とするとき, $f \in \mathfrak{D}^1(M)$ (又は $X \in \mathfrak{X}^1(M)$) が Axiom A と ST-condition を満たせば $f(X)$ は structurally C^1 stable である.

14°. <u>Kupka-Smale の近似定理</u>. (Kupka [1], Smale [3], [A]).

次の2つの条件をみたす力学系 (これを Kupka-Smale の力学系という.) は $\mathfrak{D}^r(M)$ (又は $\mathfrak{X}^r(M)$) の中に generically に存在する.

(a) periodic point (flow の場合は singular point と closed orbit) は全て hyperbolic.

(b) 任意の periodic point x, y に対して, $W^s(x) \pitchfork W^u(y)$. (flow の場合は, $\forall \Lambda_i, \Lambda_j \in \{$singular points or periodic orbits$\}$ に対して, $W^s(\Lambda_i) \pitchfork W^u(\Lambda_j)$.)

Kupka-Smale は, 条件の強さに於て, Morse-Smale と Axiom A + ST との間に位置している. Ω-stable diffeomorphism の periodic orbit は全て hyperbolic である. (後述) Structurally stable diffeomorphism は Ω-stable であるから, その periodic orbit は hyperbolic になるが, この場合は更に, Kupka-Smale となる. (Robinson [1].)

15°. <u>C^0 density</u>. C^r Ω-stable ($r \geqq 1$) である力学系は $\mathfrak{D}^r(M)$ 又は $\mathfrak{X}^r(M)$ の中で一般には C^r dense に存在しない (従って structurally stable の場合も同様) 事は前に述べたが, C^0 級の場合は次の定理が成立する.

<u>定理</u> (Shub [1]). M を closed manifold とし, $1 \leqq r \leqq \infty$ とする. このとき, 任意の $f \in \mathfrak{D}^r(M)$ は structurally C^r stable な $g \in \mathfrak{D}^r(M)$ に C^r-isotopic である. 特に C^0 topology に於て g を f の任意に近くにとれる.

flow についても同様な定理が成立する (Oliveira [1]).

第 II 部

§1. "逆問題" (Stable ⇒ Axiom A ?)

1°. 第I部では, Axiom A + $\square$ ⇒ Stable が主題であった. これの逆が成立するかどうかについて述べよう. 今, 力学系が Axiom A をみたしていると仮定する. 第I部 9° で示した定理により, Ω-stable ならば no cycle でなければならない. さらに, diffeomorphism f が structurally sta-

ble であるとすれば，(Robinson [1]) により，f は Kupka - Smale となる(前述)
この事から，f は ST-condition をみたすことが示される (例えば，Ikegami [3])．従って，"Structural stability (Ω-stability) $\Rightarrow$ (Aa)" が もし，示されていれば，"Axiom A + ST (no-cycle) $\Leftrightarrow$ Structural stability (Ω-stability)" が成立することになる．ここで，"Ω-stability $\Rightarrow$ Ab" は第I部 8° の general density theorem によって成立している．(Aa) が成立するかどうかに関連して，次の定理がある．

定理 (Franks [1]). $f \in \mathcal{D}^1(M)$ が C^1 Ω-stable (実は普通の定義よりも少し強い意味での Ω-stability) ならば，f の全ての periodic orbit は hyperbolic である．そして，$\lambda \in (0,1)$ が存在して，任意の periodic orbit P に対し，

$$\| Tf^n(v) \| < C_p \lambda^n \| v \| , \qquad v \in E^s_p$$

$$\| Tf^{-n}(v) \| < C_p \lambda^n \| v \| , \qquad v \in E^u_p$$

が成立する．ただし，C_p は orbit P に対して定まる正の定数である．

この定理に於て，C_p の代りに periodic orbit P によらない C が取れたら f は Per(f) で hyperbolic になるが，更に $\Omega = \overline{\text{Per}}$ でも hyperbolic (Aa) を，これを使って示すことができる．しかし，現在の段階では，C_p を C にかえる事は出来ない．

2°. Structural stability や Ω-stability 以外の stability を定義しておいて，それ等が Axiom A + ST とか Axiom A + no cycle 等と同値になる事を示した論文がある．即ち，

(i) Axiom A + ST. $\Leftrightarrow$ Absolutely structurally stable (Franks [3]).
$\Leftrightarrow$ Time dependent stable (Franks [4]).
$\Leftrightarrow$ Infinitesimally stable (Mañé [2]).

(ii) Axiom A + no cycle
$\Leftrightarrow$ Absolutely Ω-stable (Guckenheimer [1], Franks [2], Cf. Gottlieb [1]).

3°. 適当な条件の下で Stability $\Rightarrow$ Axiom A を示した論文を掲げる．

定理 (Newhouse [3]). Compact manifold 上の symplectic diffeomorphism が structurally stable であるための必要十分条件は，それが Anosov であることである．

前にも述べた様に，Anosov diffeomorphism については (Shiraiwa [1]) を見ていただきたい．Anosov 力学系の invariant manifold や，Quasi-Anosov 力学系に関する論文として，(Franks [6]), (Mañé [1], [3]), (Robinson [5]), (Franks - Robinson [1]) 等がある．又，上の定理に関連して，Hamiltonian system については，(Imanishi [1]), (Shiraiwa - Ikegami [1]) 等に解説がある．

$\mathcal{F}(M) = \{ f \in \mathcal{D}^1(M) \mid \exists$ nbd N of f, $\forall g \in N$, g の periodic orbit は全て hyperbolic $\}$ とおく。f が Ω-stable ならば、前述の Franks の定理により、$f \in \mathcal{F}(M)$ である。

定理（Mañé [4]）. $f \in \mathcal{F}(M)$ に対して、$\varepsilon > 0$ が存在して

$$x \in \Omega(f),\ y \in M,\ d(f^n(x), f^n(y)) < \varepsilon \text{ for } \forall n \quad \rightarrow x = y$$

が成立すれば、f は Axiom A をみたす。

4°. 2次元 manifold の場合. Peixoto の定理は $\dim M = 2$ ならば、flow の場合、structural stability $\Rightarrow$ Axiom A が言えている事を示している。又、第I部 6° で示したように、2次元の場合は $Aa \Rightarrow Ab$ が成立するが、3次元以上では成立しない。この様に2次元では、多くの事が期待できるので、少しまとめてみたい。

Axiom A と no cycle との関係では、

定理（Newhouse-Palis [1]）. $f \in \mathcal{D}(M^2)$, $\Omega(f)$ が hyperbolic $\Rightarrow$ f は Morse-Smale diffeomorphism で近似できる。（Morse-Smale は勿論 no cycle である。）

これに対し、

定理（Pugh-Walker-Wilson [1]）. $\exists X \in \mathcal{X}(S^3)$; $\Omega(X)$ は1個の hyperbolic closed orbit から成り、X は Morse-Smale flow で近似できない。

定理（Dankner [2]）. $\mathcal{D}(M^m)$, $m \geqq 3$, の任意の isotopy class の中に Axiom A をみたす f が存在し、f は次の様な g で近似できない；$\Omega(g) = \Omega(f)$, g は Ω-stable.

Ω-stability から Axiom A を導く結果としては、次のものがある。

定理（Pliss [1]）. $f \in \mathcal{D}^2(M^2)$ に対し、$\Omega(f)$ が measure zero ならば、$f : \Omega$-stable $\Leftrightarrow$ f : Axiom A + no cycle が成立する。

定理（Mañé [4]）. $f \in \mathcal{F}(M^2)$, $\Omega(f)$ は isolated $\Rightarrow$ f は Axiom A をみたす。（第I章 6° で述べた様に、Axiom A ならば $\Omega(f)$ は isolated である。）

2次元の場合の仕事として、他に（Kocke [1]）,（Lopes [1]）等がある。

5°. 上の 3°, 4° からも分るように、逆問題は結局、"$f \in \mathcal{F}(M) \Rightarrow \Omega(f)$: hyperbolic ?" という問題が重要になることが分る。これより弱い形である次の命題が、上述の Pliss, Newhouse, Kocke, Lopes 等の定理の証明に基本的に使われている。命題を述べる準備として、$f \in \mathcal{D}^1(M)$ に対して、

$$B_x^s(f) = \{ v \in T_xM \mid \|Tf^n(v)\| \text{ は } n \geqq 0 \text{ に対して有界} \},$$

$$B_x^u(f) = \{ v \in T_xM \mid \|Tf^{-n}(v)\| \text{ は } \quad '' \quad \}$$

とすると、これ等は $T_x(M)$ の部分空間である。$Per_j(f) = \{ x \in Per(f) \mid$

$\dim B^s_x(f) = j\}$ とする.

命題. $f \in \mathcal{F}(M)$ とすると, 次の条件 (a), (b) を満たす連続な Tf-invariant spliting $TM|\overline{Per_j(f)} = E^s \oplus E^u$ が任意の $0<j<\dim M$ に対して存在する.

(a) $x \in Per_j(f)$ に対して, $E^s_x(f) = B^s_x(f)$, $E^u_x(f) = B^u_x(f)$.

(b) $\exists c>0$, $0<\exists\lambda<1$, s.t. $\forall x \in \overline{Per_j(f)}$, $\forall n>0$ に対して

$$\|Tf^n|E^s_x\|\cdot\|Tf^{-n}|E^u_{f^n(x)}\| \leq c\lambda^n. \qquad (\|\ \| \text{は sup-norm.})$$

§2. Semi-stability.

Semi-stability theorem (Nitecki [1]). $f \in \mathcal{D}^1(M)$ は Axiom A と ST-condition をみたすとする. このとき次の様な $\varepsilon>0$ が存在する; g が homeomorphism で $d(g(x), f(x))<\varepsilon$, $d(g^{-1}(x), f^{-1}(x))<\varepsilon$, $\forall x \in M$, ならば連続写像 $h: M \to M$ で $hg = fh$ となるものが存在する.

flow の場合も同様な定理が成立する (Robinson [4]), (Kato-Morimoto [1]). 関連する仕事として, (Franke-Selgrade [1], [2], [3]), (Churchill-Franke-Selgrade [1]), (Morimoto [1], [2]) 等がある.

これ等の仕事では, 基本的に次の shadow lemma が使われている. $\delta>0$ に対して, $f|\Omega(f)$ の δ-pseudo orbit (又は δ-chain) とは, bisequence $\{x_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$, $x_i \in \Omega$ で $d(f(x_i), x_{i+1})<\delta$, $\forall i$, を満たすものである. $x \in \Omega$ が $\{x_i\}$ を ε-shadow するとは, $d(f^i(x), x_i) \leq \varepsilon$, $\forall i$, が成立することである.

Shadow lemma (Bowen [1]). f が Axiom A をみたすならば, 任意の $\varepsilon>0$ に対して, $\delta>0$ が存在して, $f|\Omega$ の任意の δ-chain は適当な $x \in \Omega$ によって ε-shadow される.

§3. Bifurcation.

$\mathcal{D}^r(M)$ は C^∞ differential manifold の構造を持っている. (例えば, Nitecki [1]). C^1 arc $\xi: I=[0,1] \to \mathcal{D}^r(M)$ に対し, $\xi_t = \xi(t)$ とおく.

定理 (Sotomayor [1]). $K = \{t \in I \mid \xi_t$ は Kupka-Smale でない$\}$ とする. C^1 arc ξ の作る空間の中で次の性質は generic である. (i) K は countable set, (ii) 全ての $t \in K$ に対して ξ_t は quasi-Kupka-Smale である. (定義については, Sotomayor の論文の他に例えば Matsumoto [1] が読みやすい.)

Σ を $\mathcal{X}^r(M)$ の structurally stable diffeomorphism 全体から成る集合とする. arc $\xi: I \to \mathcal{X}^r(M)$ に対し, $\xi^{-1}(\mathcal{X}^r(M)-\Sigma)$ を ξ の bifurcation set といい, $B(\xi)$ で示す. $\Xi^k = C^k(I, \mathcal{X}^r(M))$ に於ける ξ の近傍 N が存在して, 任意の $\eta_1, \eta_2 \in N$ に対し, $\# B(\eta_1) = \# B(\eta_2) < \infty$ が成立

するとき, ξ は <u>simple</u> であるという.

<u>定理</u> (Newhouse-Peixoto [1]). X, Y が Morse-Smale ならば, X と Y は simple arc で結ぶことができる.

diffeomorphism の場合には, この定理は成立しない (Matsumoto [2]).

<u>定理</u> (Newhouse [2]). $X, Y \in \mathfrak{X}^r(M^3)$ が Axiom A + ST-condition をみたすならば, X と Y は simple flow で結ばれる. $\dim M > 3$ の場合はもう少し強い条件のもとで成立する.

Morse-Smale diffeomorphism の bifurcation に関して, (Newhouse-Palis [2]) がある. Bifurcation に関して, 他に, (Newhouse-Palis [3]) や (Palis [1]) 等がある.

上は global な構造の bifurcation に関するものであったが, Hopf bifurcation に始まる singular point の local な bifurcation に関するものがある (Marsden-McCracken [1]), (Takens [1]).

§4. Homology と力学系.

Diffeomorphism f が引き起こす写像 $f_*: H_*(M,\cdot) \to H_*(M,\cdot)$ から, f の定性的性質を求める仕事がある. Anosov diffeomorphism と f_* との関係等については (Shiraiwa [1]) に Franks, Hirsch, Shiraiwa, Sondow 等の仕事が解説されている.

Axiom A + ST をみたす diffeomorphism で 0 次元の basic set しか持たないものを <u>Smale diffeomorphism</u> という. Smale の短い論文 [5] に最初の発想をうかがうことが出来る 次の様な関係がある.

Smale diffeomorphism f

↑

f に関する M の handle body 型の filtration — M の homology

↑

0, 1 を成分とする行列 A

↕

Symbolic dynamics の subshift

これに関するものとして, Franks [5] は与えられた homology 的条件を持つ Smale diffeomorphism を構成している. 他に, (Shub-Sullivan [2]) や (Bowen-Franks [2]) がある.

Zeeman [1] は Smale diffeomorphism に対して Morse-Smale 型の不等式を求めている. (これは Manifolds-Tokyo 1973 で講演された.) Lefschetz fixed point formula に関して (Shub-Sullivan [1]) がある.

次に homology と topological entropy について説明する. map f:

M→Mの複雑さを表わす量として <u>topological entropy</u> $h(f)$ がある．一般に，$0 \leqq h(f) \leqq \infty$ である．f が isometry 等の場合は $h(f)=0$ であるが，f が複雑になる程 $h(f)$ は大きくなる．entropy に関する論文は，最近，大変多い．Shub [2] により与えられた次の予想がある．

<u>Entropy conjecture</u>．diffeomorphism f に対して，$f_{*,k}: H_k(M,R) \to H_k(M,R)$ とするとき，任意の k と $f_{*,k}$ の任意の固有値 λ に対して $h(f) \geqq \log|\lambda|$ が成立する．

部分的には，これは成立する事は知られている．これに関しては（Pugh [3]）に詳しく述べられている．

symbolic dynamics，topological entropy，ergodic theory 等に関しては，Bowen の大変良い解説 [1] がある．

§5．其の他．

1°．limit cycle の個数．"R^2 上の C^1 flow の singular point を含まない空でない limit set は closed orbit である" という Poincaré-Bendixon の定理に関連して，2次元 manifold 上の flow の limit cycle の個数についての考察が古からある．

<u>Hilbert の第16問題</u>．X が，R^2 上の次数 d の polynomial vector field ならば，X の limit cycle の個数は d の関数でおさえられないか？

これに関する論文として，Pugh [2] があり，関連して Yamato [1] がある．

2°．Axiom A の力学系以外のもの．

今まで見て来た様に，Axiom A からは，多くの事が得られて大変都合が良いのであるが，これを満たすものは一般に dense に存在しないし，stability の仮定から Axiom A を導く事も，未だに成功していない．又，具体的に式で与えられた力学系が Axiom A をみたすかどうかを決定する事さえほとんど不可能な状態である．この様な欠陥を補うことのできる，より良い定式化は無いものかと多くの人が思っているが，この様な論文は無いといってよい．しかし，この事を念頭に置きながら，具体的に式で与えられた力学系の様子が研究されている．Lorenz attractor の研究（Williams [1]），区間から区間への写像の研究（Milnor-Thurston [1]），他に Duffing 方程式等の応用上重要なものの研究（Cf. 電気回路の力学系，数理解析研究所講究録 254, 284, 313）等がある．

具体的な力学系の式の形を定めておいて，係数のみを変化させる事により bifurcation の様子をしらべる場合は，次の事に注意をする必要があると思う．即ち，方程式の形により力学系の軌道の構造が制限されるので，$\mathfrak{X}(M)$ とか $\mathcal{X}(M)$ 全体の中では generically に現れない bifurcation が

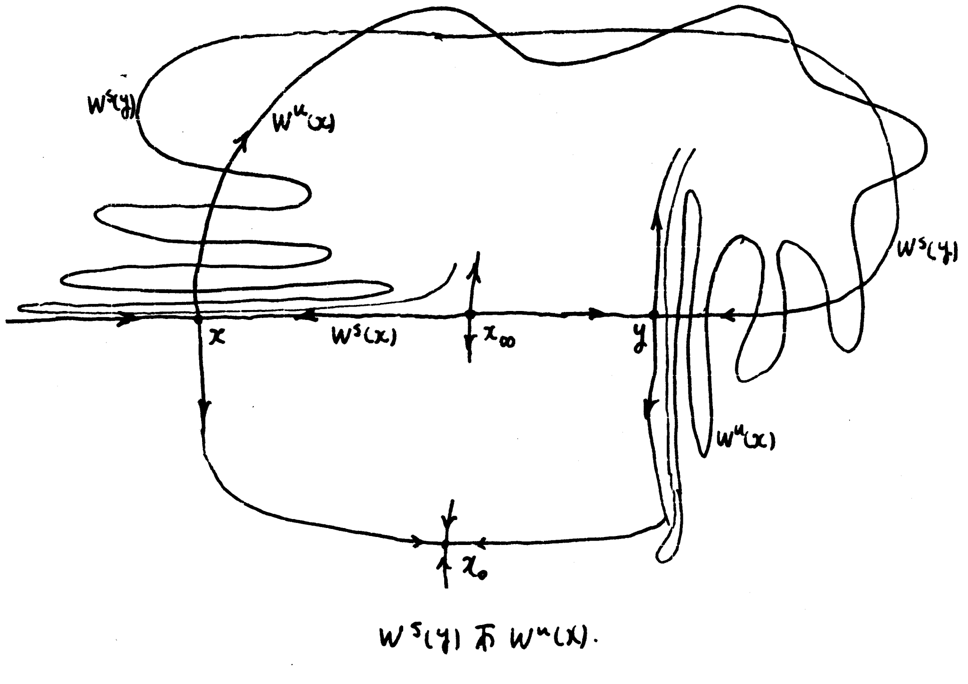
制限された系では generically に起り得るわけである. このあたりを意識的に考察した論文は見あたらないが, (Newhouse [3]) は関連して面白い.

自励系でない場合 (time dependent system $\dot{x}=f(t,x)$ の型) の安定性の研究も, 応用上からみても重要とされている. (Cf. Ikegami, 数理解析研究所講究録 313.)

3°. [I] の中に "J. Palis - C.C. Pugh, 50 problems in dynamical systems" がある. この中で, 現在では解決されたものがあるので, これを, 筆者が気付いている範囲で, 次に示す. 部分的に解決されたものも含める.

問題 13.	Ref. Dankner [1], Kurata [3].
問題 17.	Ref. Dankner [2], Pugh-Walker-Wilson [1].
問題 27.	Ref. Mañé [4].
問題 29.	Ref. Bowen - Franks [1].
問題 30.	Ref. Mañé [4].
問題 33.	Ref. Matsumoto [2].

diffeomorphism の stablemanifold と unstable manifold の例.



$W^s(y) \pitchfork W^u(x)$.

REFERENCES I

[A] Abraham, R.-Smale, S., Transversal mappings and flows, Benjamin, 1967.

[B] Smale, S., Differentiable dynamical systems, Bull. A.M.S. 73(1967), 747-817.

[C] Nitecki, Z., Differential dynamics, an introduction to the orbit structure of diffeomorphisms, The M.I.T. Press, 1971.

[D] Hirsch, W.-Smale, S., Differential equations, dynamical systems, and linear algebra, Academic Press, 1974.

[E] 白岩謙一，力学系の理論，岩波数学選書，１９７４

[F] Global Analysis, Proc. Symp. Pure Math. 14(1970).

[G] Symposium on differential equations and dynamical systems, Springer Lecture Notes in Math. 206(1971).

[H] Dynamical Systems, Proceedings of Symposium at Salvador, Academic Press 1973.

[I] Dynamical Systems - Warwick 1974, Springer Lecture Notes in Math. 468(1975).

[J] 白岩謙一，微分可能な力学系の最近の話題，数理解析研究所講究録３１３，（１９７７）

REFERENCES II

Abraham, R.-Robbin, J.

[1] Transversal mappings and flows, Benjamin, 1967

Abraham, R.-Smale, S.

[1] Non-genericity of Ω-stability, Global Analysis, 5-8

Andronov, A.-Pontrjagin, L.

[1] Systèmes grossiers, Dokl. Akad. Nauk USSR, 14(1937), 247-251

Bowen, R.

[1] ω-limit sets for Axiom A diffeomorhisms, J. Diff. Eq., 18 (1975), 333-339

[2] On Axiom A diffeomorphisms,

Bowen, R.-Franks, J.

[1] The periodic points of maps of the disk and the interval, Topology, 15(1976), 337-342

[2] Homology for zero-dimensional non-wandering sets, Ann. of Math. 106(1977), 73-92

Churchill, R.C.-Franke, J.-Selgrade, J.

[1] A geometric criterion for hyperbolicity of flows, Proc. A.M.S., 62(1977), 137-143

Dankner, A.

[1] On Smale's Axiom A dynamical systems, Ann. of Math. 107(1978), 517-553

[2] Axiom A dynamical systems, cycles, and stability,

Franke, J.-Selgrade, J.

[1] Abstract ω-limit sets, chain recurrent sets, and basic sets for flows, Proc. A.M.S., 60(1976), 309-316

[2] Hyperbolicity and chain recurrence, Mimeographed note

[3] Equivalent criteria for Axiom A and no cycles,

Franks, J.

[1] Necessary conditions for stability of diffeomorphisms, Trans. A.M.S., 158(1971), 301-308

[2] Differentiably Ω-stable diffeomrophism, Topology, 11(1972), 107-114

[3] Absolutely structurally stable diffeomorphisms, Proc. A.M.S., 37(1973), 293-296

[4] Time dependent stable diffeomorphisms, Invent. Math., 24 (1974), 163-172

[5] Constructing structurally stable diffeomorphisms, Ann. of Math., 105(1977), 343-260

[10] Invariant sets of hyperbolic toral automorphisms, Amer. J. Math., 99(1977), 1089-1095
Franks, J.-Robinson, C.
[1] A quasi-Anosov diffeomorphisms that is not Anosov, Mimeographed note
Gottlieb, A.
[1] Converses to the Ω-stability and invariant lamination theorems, Trans. A.M.S., 202(1975), 369-383
Guckenheimer, J.
[1] Absolutely Ω-stable diffeomorphisms, Toplogy, 11(1972), 195-198
Hirsch, M.-Pugh, C.
[1] Stable manifolds and hyperbolic sets, Global Analysis, 133-165
Hirsch, M.-Pugh, C.-Schub, M.
[1] Invariant manifolds, Lecture notes in math., No. 583(1977), Springer
Ikegami, G.
[1] 力学系における srability と Genericity について，数理解析研究所講究録 173(1973)
[2] On weak concept of stability, Nagoya Math. J., 55(1974), 161-179
[3] Weak stability implies structural stability under Axiom A, Proc. Japan Academy, 53(1977), 61-63
今西 英器
[1] Hamiltonian systems，京都大学数理解析研究所講究録 254(1975)
Kato, J.-Morimoto, A.
[1] Topological Ω-stability of Axiom A flows with no Ω-explosions,
Koike, T.
[1] On nonwandering sets of C^1 diffeomorphisms of surfaces,
Kupka, I.
[1] Contribution à la théorie des champ génériques, Contributions to differential equations, 2(1963), 457-484, 3(1964), 411-420
Kurata, M.
[1] Markov partitions of hyperbolic sets, Mimeographed note
[2] Hyperbolic nonwandering sets without dense periodic points, to apper.
Lopes, A.o.
[1] Structural stability and hyperbolic attractors,

Mané, R.

[1] Expansive diffeomorphisms, Warwick 1974, 162-174

[2] On finfinitesimal and absolute stability of diffeomorphisms, Warwick 1974, 151-161

[3] Quasi-Anosov diffeomorphisms and hyperbolic manifolds, Mimeographed note

[4] Contributions to the stability conjecture,

Marsden, J.E.-McCracken, M.

[1] The Hopf bifurcation and its applications, Applied mathematical sciences 19, Springer, 1976

Matsumoto, S.

[1] 力学系の分岐，数理解析研究所講究録 254(1975)

[2] There are two isotopic Morse-Smale diffeomorphisms which cannot be joined by simple arcs,

Milnor, J.-Thurston, W.

[1] On iterated maps of the interval, I, II,

Morimoto, A.

[1] Stochastically stable diffeomorphisms and Takens' conjecture, Mimeographed note

[2] Stochastic stability of group automorphisms, Mimeographed note

Newhouse, S.

[1] Non-density of Axiom A(a) on S^2, Global Analysis, 191-202

[2] On simple arcs between structurally stable flows, Warwick 1974, 209-233

[3] Quasi-elliptic periodic points in conservative dynamical systems, Mimeographed note

Newhouse, S.-Palis, J.

[1] Hyperbolic nonwandering sets on two-dimensional manifolds, Salvador 1971, 293-302

[2] Bifurcations of Morse-Smale dynamical systems, Salvador 1971, 303-336

[3] Cycles and bifurcation theory, Mimeographed note

Newhouse, S.-Pėixoto, M.

[1] There is a simple are joining any two Morse-Smale flows, Mimeographed note

Nitecki, Z.

[1] On semi-stability for diffeomorphisms, Invent. Math., 14 (1971), 83-122

M.M.C. de Oliveira

[1] C^0-density of structurally stable vector fields, Bull. A.M.S., 82(1976), 786

Palis, J.

[1] A note on Ω-stability, Global Analysis, 221-222

[2] Arcs of dynalical systems: bifurcation and stability, Warwick 1974, 48-52

Palis, J.-Pugh, C.-Shub, M.-Sullivan, D.

[1] Genericity theorems in topological dynamics, Warwick 1974, 241-250

Palis, J.-Smale, S.

[1] Structural stability theorems, Global Analysis, 223-232

Peixoto, M.

[1] Structural stability on twô-dimensional manifolds, Topology, 1(1962), 101-120

Pliss, V.A.

[1] An analysis of the necessity of the conditions of Smale and Robbin for the coarseness of periodic systems of differential equations, Diff. Eq., 8(1972), 735-744

Pugh, C.C.

[1] The closing lemma, Amer. J. Math., 89(1967), 956-1009

[2] Hilbert's 16th problem, Warwick 1974, 55-56

[3] On the entropy conjecture, Warwick 1974, 257-261

[4] Against the C^2-closing lemma, J. Diff. Eq., 17(1975), 435-443

Pugh, C.-Robinson, C.

[1] The C^1 closing lemma, including Hamiltonians, Mimeographed note

Pugh, C.-Shub, M.

[1] The Ω-stability theorem for flows, Invent. Math., 11(1971), 150-158

Pugh, C.-Walker, R.-Wilson, W. Jr.

[1] On Morse-Smale approximations, A counterexample, J. Diff. Eq., 23(1977), 173-182

Robinson, R.C.

[1] C^r structural stability implies Kupka-Smale, Salvador 1971, 443-449

[2] Structural stability of C^1 flows, Warwick 1974, 262-277

[3] Structural stability of C^1 deffeomorphisms, J. Diff. Eq., 22 (1976), 28-73

[4] Stability theorems and hyperbolicity in dynamical systems, Rocky Mountain J. Math., 7(1977), 425-437

[5] A quasi-Anosov flow that is not Anosov, Indiana Univ. Math. J.

Shiraiwa, K.

[1] Anosov 微分写像について, 数学, 26(1974), 97-108

[2] 微分可能な力学系の生成的性質について, 数理解析研究所講究録 254(1975)
Shub, M.
[1] Structurally stable diffeomorphisms are dense, Bull. A.M.S, 78(1972), 817-818
[2] Dynamical systems, filtrations and entropy, Bull. A.M.S., 80(1974), 27-41
Suub, M.-Sullivan, D.
[1] A remark on the Lefschetz fixed point formula for differentiable maps, Topology, 13(1974), 189-191
[2] Homology theory and dynamical systems, Topology, 14(1975), 109-132
Smale, S.
[1] Morse inequalitites for a dynamical system, Bull. A.M.S., 66(1960), 43-49
[2] Stable manifolds for differential equations and diffeomorphisms, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, 3(3)/7(1963), 97-116
[3] Diffeomorphisms with many periodic points, Differential and combinatorial topology, Princeton Univ. Press, 1964
[4] -stability theorem, Global Analysis, 289-298
[5] Stability and isotopy in discrete dynamical systems, Salvador 1971, 527-530
Sotomayor, J.
[1] Generic bifurcations of dynamical systems, Salvador 1971, 561-582
Takens, F.
[1] Singularities of vector fields, Publ. Math. I.H.E.S., 43 (1974), 47-100
Togawa, Y.
[1] Generic Morse-Smale diffeomorphisms have only trivial symmetrics, Mimeographed note
[2] Centralizers of C^1-diffeomorphisms, Mimeographed note
Williams, R.F.
[1] The structure of Lorenz attractors,
Yamato, K.
[1] An effective method of counting the number of limit cycles,
Zeeman, C.
[1] Morse inequalities for diffeomorphisms with shoes and flows with solenoids, Warwick 1974, 44-47

新着雑誌，プレプリントのリスト

1. A Central Extension Theorem of the Fundamental Group. M. Oka
2. Mapping Cylinder Neighborhoods of some ANR's. R.T. Miller
3. Open Submanifolds and the Poincare Conjecture. T.L. Thickstun
4. Hyperbolic Geometry and Homeomorphisms. D. Sullivan
5. On Manifolds of Phase Coexistence. D. Ruelle
6. A Semi-local combinatorial Formula for the Signatrue of a 4k-manifold. A. Ranicki - D. Sullivan
7. Structural Stability and Hyperbolic Attractors. A.O. Lopes
8. An Inequality for the Entropy of Differentable Maps. D. Ruelle
9. Contributions to the Stability Conjecture. R. Mane
10. Sensitive Dependence on Initial Condition and Trubulent Behavior of Dynamical Systems. D. Ruelle
11. Invariant Measures for Markov Maps of the Interval. R. Bowen
12. Dynamical Systems with Trubulent Behavior. D. Ruelle
13. Open Contractible Manifolds in Homotopy Three-Spheres. T.L. Thickstun
14. On Iterated Maps of the Interval, Periodic Points. J. Milnor - W. Thurston
15. On Smale's Axiom a Dynamical Systems. A. Dankner

大学のトポロジー

今回は信州大学と埼玉大学を送ります。信州大学では金曜セミナーがもたれ、論文紹介や各自の仕事の発表がなされ、時には山梨大の安尾氏も参加されるとのことです。埼玉大では，学内でのセミナーは少なく，東京へ出て他大学のセミナーに参加することが多いとのことです。

1978年9月現在	
信州大学 メンバー 横田一郎氏 斉藤　素氏 浅田　明氏 可知偉行氏 阿部孝順氏 神谷久夫氏 松田智充氏	2年　集合・位相 3年　代数的位相幾何学入門 　　　多様体論入門 4年　集中講義 セミナー　algebraic Topology (Greenberg) 　　　Morse theory 修士：Lie群とLie環 　　　global analysis 　　　Gel'fand-Fuks cohomology
埼玉大学 メンバー 水谷忠良氏 柴田勝征氏 岡部恒治氏	2年　曲線，曲面論 3年　多様体論，ホモロジー論 4年　特論・集中講義 セミナー：Hirschの"differential topology"がテキスト 修士にはトポロジーの学生はいない。