TOPOLOGY NEWS

☆ トポロジー・トポロジストのあれこれ

☆ 特集

1. 葉層構造の特性類とその周辺及び葉層の定性理論
2. Shape theory の概観

☆ Shape 理論の文献リスト

☆ I.H.E.S. 便り（足立正久氏）

☆ 分科会ニュース

☆ 大学のトポロジー

☆ あとがき

NO. 3　　1978年4月

トポロジー・トポロジストのあれこれ

トポロジー分科会の初期の頃のようすがわかりましたので，途中ですが挿入させて頂きます。

才1回	1951年	東大駒場
才2回	1952年	東北大
才3回	1953年	大阪市立大
才4回	1954年	新潟大
才5回	1955年	九大

才1回は河田敬義氏の御世話で東大教養学部の一室で行なわれ，大阪から小松，工藤，中岡，戸田の各氏，名古屋大から静間，上原，島田の各氏，東北大学から青木，和田の両氏などで当時の若手研究者の殆んどすべてであったようです。この他に東京からは「学生」の参加者も数多くあったといわれています。才3回にはS. Eilenberg氏，才5回には，J. P. Serre氏の参加などもありました。当時は位相幾何学もはじまって間もない頃（幼年期？）で，Steenrodによるcup積の利用，$\pi_{n+2}(S^n)$，homology exact seq. singular homology theoryの出現などが見られた時期のようです。

才17回　1967年7月18日～7月20日
(20－175)　妙高高原（新潟大学）．約120名

F. Peterson (M.I.T)，鎌田正良（阪市大），秋葉忠利（東大），佐藤肇（東大），白岩謙一（名大），末松熙子（岐阜大），鈴木晋一（上智大），小林一章（神戸大），加藤十吉（都立大），柳川高明（神戸大）。

才18回　1968年10月28日～10月30日
(21－145)　熊本大学．約100名

白岩謙一(名大)、池上宜弘(神戸大)、
四方義啓(名大)、荒木捷朗(大阪市大)、
土屋昭博(京大)、福田拓子(東工大)、
野口宏(早大)。

第19回 1969年7月23日〜7月25日
(22−146) 群馬大学 約130名

島田信夫(京大)、石川暢洋(九大)、松田智宏(信州大)、松本幸夫(東大)、一楽重雄(東大)、池田裕司(上智大)、松江広文(東大)、鈴木晋一(神戸大)

第20回 1970年7月28日〜7月30日
(23−302) 信州大 約150名

川久保勝夫(阪大)、松本幸夫(東大)、岡部恒治(東大)、一楽重雄(阪大)、三村護(京大)、土屋昭博(名大)、内田伏一(阪大)。

この頃の話題は次のようなものがありました。

単連結多様体に関する主予想のサリバン証明
多様体上のベクトル場、高次元ノット、$\pi_1(PL_2)$、
Diff$(S^p \times S^2)$、BSF の cohomology、
differential Hopf algebra、PL-submanifolds with codimension 2. 更に、
Categorical homology theory
Equivariant K-theory の表現空間、
Hauptvermutung for $\pi_1 = Z$.

Free differentiable actions on S^7.
4次元の knot 理論
Compact manifolds の surgery、Wall の surgery.
低次元ハンドル体理論、Γ-同値について、
埋めこみ、differentiable actions のコボルディズム論的考察。

葉層構造の特性類とその周辺

大阪市立大学　森田　茂之

1. 序　葉層構造の位相幾何学の研究は Ehresmann, Reeb により枠組が確立されてからもしばらくの間は Novikov によるコンパクトな葉の存在に関する有名な定理[92] 等はあるものの統一的理論の展開をみるまでには至らなかった。しかし 1970 年代に入り著しい発展をみた。特性類が定義されるようになったのもそのひとつの契機である。特性類に関する一連の研究の発端となったのは 1968 年頃の Bott による葉層構造の法束の Pontrjagin 類の消滅定理[7]の発見と同じ頃に始まった Gelfand と Fuks による多様体上のベクトル場の作る位相 Lie 代数のコホモロジーの研究である。両者はそれぞれ Bott[8]と Gelfand [31] により Nice の Congress において大要が報告されているがこの二つの報告はそれ以後の特性類の理論の発展の方向をすでに予見している。葉層構造の特性類の明確な定義は Godbillon - Vey [40] による前駆的な定義にひきつづき 1972 年 Bott - Haefliger [12], Bernstein-Rosenfeld [5], Malgrange, Gelfand 等により独立になされた。ひきつづく 5 年間の間にぼう大な研究がなされたが中でも特筆すべきは Thurston による研究である。特に Godbillon - Vey 類が葉層構造の微分可能な族の上で連続的に動くことを示し特性類の概念を一変させたのは著しい。特性類の理論とほぼ時を同じくして Reeb 以後の葉層構造の定性的理論も急激に活発になり，葉層の存在問題，構成問題，コンパクトな葉の存在問題，ホロノミーの研究等に大きな進展が見られた。これらについては別にくわしく述べられるはずであるがここでひとつ注意すべきは葉層構造のこれらの側面はそれぞれ独立に研究されたのではなく互に刺激しあいながら発展した点である。しかし特性類の理論に関して言えば 1977 年の Fuks の結果 [F1, F2] 即ち Bott - Haefliger 等により定義された特性類が自明ではないことの証明と連続変形に関する完全な解答はこの理

論にひとつの区切りをつけたことになるだろう。これからは個々の葉層構造の幾何的構造にもっと立ち入った精密な研究が重要になるものと思われる。以下この小論では特性類に関してこれまで得られている結果をまとめてみたい。なお文献は田村一郎著「葉層のトポロジー」のものを利用し必要に応じてそれに追加する形をとる。

2. Γ−葉層構造の特性類　　Bを第二可算公理を必ずしも仮定しない微分可能多様体とし，ΓをBの局所微分同相写像を元とする擬群(pseudo group)とする。微分可能多様体M上の余次元nのΓ−葉層構造FとはMの開集合UからBへのsubmersion $f_U : U \to B$ の族であって条件：

$U \cap V$ の任意の点xに対してΓの元γ_{VU}が存在し，xの近傍で $f_V = \gamma_{VU} \circ f_U$ が成り立つ。

を満たす極大のものをいう。こうしてMは局所的には $f_U^{-1}(pt.)$ で定義される葉(leaf)と呼ばれる部分多様体の族に分解され，また各葉はΓの元により互に関連づけられて全体の多様体Mを構成していることになる。さてF, F'をそれぞれ多様体M, M'上の二つのΓ−葉層構造とする。FからF'への射とはMからM'への微分可能写像 $f : M \to M'$ でF'を定義するすべてのsubmersion $f_U : U \to B$ に対して合成 $f_U \circ f : f^{-1}(U) \to B$ がFに属するときをいう。Γ−葉層構造の実係数の特性類αとは各葉層構造Fに対して $H^*(M;\mathbb{R})$ の元 $\alpha(F)$ を対応させる規則で射 $f : F \to F'$ に対して $\alpha(F) = f^*\alpha(F')$ をみたすものをいう。位相群のときと同じように擬群Γ（またはそれに同伴する位相亜群）に対しても分類空間$B\Gamma$が定義できるが([47]参照)この言葉を使うとΓ−葉層構造の実係数特性類とは $H^*(B\Gamma;\mathbb{R})$ の元のことに他ならない。

さて以後Γはn次元ユークリッド空間$\mathbb{R}^n$に推移的に働くLie擬群とする([K]参照)。このときにはΓ−葉層構造の特性類が次のように定義される(詳しくは[5], [12]参照)。$\mathbb{R}^n$の開集合U上のベクトル場はその生成する局所一助変数変換群がΓに属するときΓ−ベクトル場という。原点におけるΓ−ベクトル場のk−ジェットの全体 $\mathfrak{a}^k(\Gamma)$ の射影的極限 $\varprojlim \mathfrak{a}^k(\Gamma)$ を $\mathfrak{a}(\Gamma)$ と書き形式的Γ−ベクトル場のなすLie代数と言う。$\mathfrak{a}(\Gamma)$ には自然に中

級数の位相が入り位相Lie代数になる。擬群Γにおいて原点0を固定する元の全体をΓ_0とし，ΓおよびΓ_0の元のk-ジェットの全体をそれぞれ$J_k(\Gamma)$，Γ_0^kと書く。自然な射影$J_k(\Gamma)\to\mathbb{R}^n$は主$\Gamma_0^k$-束の構造をもつ。$\{\Gamma_0^k\}_k$はLie群の射影系をなすがある部分群$K\subset\varprojlim\Gamma_0^k$が存在してすべての$k\geq 1$に対して$K$の$\Gamma_0^k$への射影が$\Gamma_0^k$の極大コンパクト部分群となる。位相Lie代数$\mathfrak{a}(\Gamma)$の$K$に相対的な連続コホモロジー$H^*(\mathfrak{a}(K);K)$が次のように定義される。$A^*(\mathfrak{a}(\Gamma);K)$を$\mathfrak{a}(\Gamma)$上の多重線型連続交代形式で$K$の作用で不変かつ$K$のLie代数の元に関する内部積の消えるもの全体のなす微分複体とする。このとき$H^*(\mathfrak{a}(\Gamma);K)=H^*(A^*(\mathfrak{a}(\Gamma);K))$とおく。$A^*(\mathfrak{a}^k(\Gamma);K)$を$\mathfrak{a}^k(\Gamma)$上の$K$-基底的な多重線型交代形式の全体とするとき$\mathfrak{a}(\Gamma)$の位相の定義から$A^*(\mathfrak{a}(\Gamma);K)=\varinjlim A^*(\mathfrak{a}^k(\Gamma);K)$である。$J_k(\Gamma)$には$\Gamma$が作用するがこの作用に関し不変な微分形式全体の帰納的極限を$\mathrm{Inv}_\Gamma A^*(J_\infty(\Gamma))$と書くと微分複体としての自然な同型写像$\mathrm{Inv}_\Gamma A^*(J_\infty(\Gamma))\cong A^*(\mathfrak{a}(\Gamma))$が存在する。ここに$A^*(\mathfrak{a}(\Gamma))$は$\mathfrak{a}(\Gamma)$上の多重線型連続交代形式の全体である。さて$F$を$\Gamma$-葉層構造としよう。$F$を定義するsubmersion $f_U: U\to\mathbb{R}^n$で$f_U(x)=0$となるものの点xにおけるk-ジェットの全体を$J_k(F)$と書きFのk-ジェット束と呼ぶ。このとき自然な射影$J_k(F)\to M$はM上の主Γ_0^k束の構造をもつ。実際局所的には$J_k(F)|U=f_U^*(J_k(\Gamma))$である。従って準同型写像

$$A^*(\mathfrak{a}(\Gamma))\cong\mathrm{Inv}_\Gamma A^*(J_\infty(\Gamma))\longrightarrow\varinjlim A^*(J_k(F))$$

が得られる。ここでKに関する作用を考えてコホモロジーをとると準同型写像$H^*(\mathfrak{a}(\Gamma);K)\to H^*(\varinjlim A^*(J_k(F)/K))\cong H^*(M;\mathbb{R})$が得られるが，この構成はあきらかに$\Gamma$-葉層構造の射に関して自然なので結局準同型写像

$$\varphi(\Gamma):\ H^*(\mathfrak{a}(\Gamma);K)\longrightarrow H^*(B\Gamma;\mathbb{R})$$

が得られたことになる。$\mathrm{Im}(\varphi(\Gamma))$がBott-Haefligerその他による$\Gamma$-葉層構造の特性類である。$F$の法束がcross-section $s: M\to J_1(F)$により自明化されている場合には準同型写像$H^*(\mathfrak{a}(\Gamma))\to H^*(\varinjlim A^*(J_k(F)))=H^*(J_1(F);\mathbb{R})\xrightarrow{s^*}H^*(M;\mathbb{R})$が得られる。$B\bar{\Gamma}$を自然な写像$B\Gamma\to BK$のホモトピー論的ファイバーとするとまえと同じ理由により準同型写像$\varphi(\Gamma):\ H^*(\mathfrak{a}(\Gamma))\to H^*(B\bar{\Gamma};\mathbb{R})$を得る。

特性準同型写像 $\varphi(\Gamma)$ に関しては (i) $\varphi(\Gamma)$ は単射か? (ii) $\varphi(\Gamma)$ は $\mathbb{R}$ の不連続な自己同型による作用を法として全射か? という二つの問が基本的問題であるがこれに関して今まで知られている結果を列記する。まずコホモロジー群 $H^*(\mathfrak{a}(\Gamma))$, $H^*(\mathfrak{a}(\Gamma);K)$ が決定されているのは次の場合である。$\Gamma_n = \mathbb{R}^n$ の局所微分同相の全体, $\Gamma_n^+ = \mathbb{R}^n$ の向きを保つ局所微分同相の全体, $\Gamma_n^{\mathbb{C}} = \mathbb{C}^n$ の局所正則写像の全体 (以上 [33][12][49][10] 参照)。$\Gamma = \Gamma_n$ の場合について少し説明を加える。$\mathcal{F}$ を多様体 M 上の Γ_n-葉層構造 (= C^∞ 葉層構造) とする。前に構成した準同型写像 $A^*(\mathfrak{a}(\Gamma_n)) \longrightarrow A^*(J_\infty(\mathcal{F})) = \varinjlim A^*(J_k(\mathcal{F}))$ は見方を変えると $J_\infty(\mathcal{F})$ 上に Lie 代数 $\mathfrak{a}(\Gamma_n)$ に値をもつ C^∞ 級 1-形式 ω で Maurer-Cartan 方程式 $d\omega + \frac{1}{2}[\omega,\omega]=0$ をみたすものが与えられていると考えることができる (4. 参照)。$\mathfrak{a}(\Gamma_n)$ の自然な基底から定義される $A^1(\mathfrak{a}(\Gamma_n))$ の元の行き先は $\mathcal{F}$ の標準形式 (canonical form) と呼ばれているものである。さて $\mathfrak{a}(\Gamma_n) \to \mathfrak{gl}(n;\mathbb{R})$ を線形部分への射影とするとこれから自然な準同型写像 $\lambda: W(\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R})) \to A^*(\mathfrak{a}(\Gamma_n))$ が定義される ([C] 参照)。ここに $W(\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R}))$ は $\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R})$ の Weil 代数, 即ち $\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R})$ の双対の交代代数と対称代数とのテンソル積である: $W(\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R})) = \Lambda(\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R})^*) \otimes S(\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R})^*)$. 準同型写像 λ は $W(\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R}))$ のイデアル $I = \cup_{k \geq n} S^n(\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R})^*)$ 上でゼロになることがわかるので $\widetilde{W}(\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R})) = W(\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R}))/I$ とおくと準同型写像 $\tilde{\lambda}: \widetilde{W}(\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R})) \to A^*(\mathfrak{a}(\Gamma_n))$ を得る。$H^*(\mathfrak{a}(\Gamma_n))$ の決定は $\tilde{\lambda}$ の誘導するコホモロジーの写像が同型であることを示すことにより行なわれたのである。こうして C^∞ 葉層構造の特性類は準同型写像 $\widetilde{W}(\mathfrak{gl}(n;\mathbb{R})) \xrightarrow{\tilde{\lambda}} A^*(\mathfrak{a}(\Gamma_n)) \to A^*(J_\infty(\mathcal{F}))$ により決まることになるが, これは二次までの標準形式により完全に記述される。$\Gamma = \Gamma_n^{\nu} = \mathbb{R}^n$ の標準的な体積要素を不変にする局所微分同相写像の全体, $\Gamma_{2n}^{sp} = \mathbb{R}^{2n}$ の標準的な symplectic 形式を保つ局所微分同相の全体等に対してそのコホモロジー $H^*(\mathfrak{a}(\Gamma))$ の構造は今のところ断片的情報しか得られていない。
$\varphi(\Gamma)$ が単射か? という問に対しては Lie 群の symmetric pair から構成される種々の均質な葉層構造の特性類を具体的に計算することにより部分的解決が与えられてきていたのであるが ([56][160] 参照) 最近 Fuks [F 3] は $\Gamma = \Gamma_n$ に対して解

が肯定的であることを示した。(4. 参照)。

3. Γ－葉層構造の変形の特性類　　葉層構造の特性類のひとつの大きな特徴はいわゆる"連続的変形"の現象である。この節ではこの現象に関する結果を述べる。最初の結果は序でも述べた Thurston の Godbillon－Vey 類に関する結果([144, 145])である。その後 Heitsch [H] 等の結果を経て 1977 年 Fuks [F_2] により C^∞ 葉層構造の場合の完全な解決に至ったのである。ここではまず Gelfand－Feigin－Fuks [35] による葉層構造の変形の特性類の定義を述べる。Γ を $\mathbb{R}^n$ に推移的に働く Lie 擬群とし $\mathcal{F}$ を多様体 M 上の Γ－葉層構造とする。擬群 $\hat{\Gamma}$ を Γ の元と Γ_1 の元の積全体として定義する。Γ－葉層構造 $\mathcal{F}$ の変形とは $M\times\mathbb{R}$ 上の $\hat{\Gamma}$－葉層構造で各葉が $M\times\{t\}$ 上にあり $M\times\{0\}$ 上では $\mathcal{F}$ と一致するものを言う。つまり M 上の Γ－葉層構造の C^∞ 族のことである。$\mathcal{F}$ の二つの変形は $M\times\{0\}$ の各点における $\mathbb{R}$ 方向の 1－ジェットが一致するとき互に同値であるといい同値類のことを $\mathcal{F}$ の無限小変形という。形式的 Γ－ベクトル場のなす Lie 代数 $\mathfrak{a}(\Gamma)$ と $\mathbb{R}[t]/(t^2)$ とのテンソル積を $\hat{\mathfrak{a}}(\Gamma)$ とする。$\hat{\mathfrak{a}}(\Gamma)$ は自然な bracket 積と位相により位相 Lie 代数となる。さて $\hat{\mathcal{F}}$ を M 上の Γ－葉層構造 $\mathcal{F}$ のひとつの無限小変形とする。$\hat{\mathcal{F}}$ を代表する $\hat{\Gamma}$－葉層構造 $\mathcal{F}_t$ に対して 2. と同じ構成により準同型写像 $\hat{\varphi}(\hat{\mathcal{F}}) : H^*(\hat{\mathfrak{a}}(\Gamma); K) \to H^*(M;\mathbb{R})$ が定義される。$\mathcal{F}$ の法束が自明化されている場合には $\hat{\varphi}(\hat{\mathcal{F}}) : H^*(\hat{\mathfrak{a}}(\Gamma)) \to H^*(M;\mathbb{R})$ となる。構成から次の図式は可換である。

$$
\begin{tikzcd}
H^*(\mathfrak{a}(\Gamma);K) \arrow[dr, "\varphi(\mathcal{F})"] \arrow[d, hook, "\text{単射}\longrightarrow p^*"'] & \\
H^*(\hat{\mathfrak{a}}(\Gamma);K) \arrow[r, "\hat{\varphi}(\hat{\mathcal{F}})"'] & H^*(M;\mathbb{R}),
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}
H^*(\mathfrak{a}(\Gamma);K) \arrow[dr, "\frac{d}{dt}\varphi(\mathcal{F}_t)|_{t=0}"] \arrow[d, "\mathrm{var}"'] & \\
H^*(\hat{\mathfrak{a}}(\Gamma);K) \arrow[r, "\hat{\varphi}(\hat{\mathcal{F}})"'] & H^*(M;\mathbb{R})
\end{tikzcd}
$$

ここに $p : \hat{\mathfrak{a}}(\Gamma)\to\mathfrak{a}(\Gamma)$ は射影 $(t=0)$, $\mathrm{var} : A^*(\mathfrak{a}(\Gamma)) \to A^*(\hat{\mathfrak{a}}(\Gamma))$ は自然に定義される準同型写像である。Γ－葉層構造の無限小変形に対しても分類空間 $\hat{B\Gamma}$ が存在し特性類は準同型写像 $\hat{\varphi}(\Gamma) : H^*(\hat{\mathfrak{a}}(\Gamma);K) \to H^*(\hat{B\Gamma};\mathbb{R})$ として定義される。以下 $\hat{\varphi}$ に関する結果を列記する。まずコホモロジー群 $H^*(\hat{\mathfrak{a}}(\Gamma))$ は $\Gamma=\Gamma_n$ の時にのみ部分的結果がある。系列 $H^*(\mathfrak{a}(\Gamma_{n+1})) \to H^*(\mathfrak{a}(\Gamma_n)) \xrightarrow{\mathrm{var}} H^*(\hat{\mathfrak{a}}(\Gamma_n))$ は完全である。(Heitsch の定理[54] の精密化)。$H^*(\mathfrak{a}(\Gamma_n))$ の任意の

二つの元 x, y に対して $p^*(x)\cdot var(y) = 0$。 $var(x) \neq 0$ なる任意の元 $x \in H^*(a(\Gamma_n))$ 又は $H^*(a(\Gamma_n); O(n))$ は連続的変形可能 (Fuks)。

4. $\mathfrak{g}$－構造の特性類 (Fuks の結果) この節では Fuks の結果 [F_1, F_2] について簡単に言及する。$\mathfrak{g}$ を $\mathbb{R}$ 上の位相 Lie 代数 (たとえば有限次元 Lie 代数または C^∞ 多様体 M 上の C^∞ ベクトル場の全体 $\mathcal{L}_M$) とする。多様体 V 上の $\mathfrak{g}$ に値をもつ C^∞ 1－形式 ω で Maurer－Cartan の方程式 $d\omega = -\frac{1}{2}[\omega; \omega]$ をみたすものを V 上の $\mathfrak{g}$－構造と呼ぶ。 例 1. $\mathfrak{g}$ が有限次元 Lie 群 G の Lie 代数の時には V 上の $\mathfrak{g}$－構造とは自明な主束 $V \times G$ 上の平坦な接続の事である。 例 2. $\mathfrak{g} = \mathcal{L}_M$ のときには V 上の $\mathfrak{g}$－構造とは自明な M－束 $V \times M \to V$ 上のファイバーに横断的な葉層構造のことである。とくに F を V 上の余次元 n の葉層構造とし法束 $\nu(F)$ が自明化されているものとする: $\nu(F) = V \times \mathbb{R}^n$。この時には F から自然に $V \times \mathbb{R}^n$ 上に $V \times \{0\}$ とファイバーに横断的な葉層構造が定義され従って V 上の $\mathcal{L}_{\mathbb{R}^n}$ 構造が定する。 二つの $\mathfrak{g}$－構造 ω_0 と ω_1 は $V \times I$ 上の $\mathfrak{g}$－構造 ω でその $V \times \{\varepsilon\}$ への制限が ω_ε に等しいものが存在するとき ($\varepsilon = 0, 1$) 互にホモトープという。分類空間の一般論 (E. H. Brown の定理等) により V 上の $\mathfrak{g}$－構造のホモトピー類全体を分類する空間 $B\mathfrak{g}$ が存在する。一般に位相群 G に対し離散位相を与えたものを G^δ, 自然な写像 $BG^\delta \to BG$ のホモトピー論的ファイバーを $\overline{BG}$ と記す。このとき上記例 1 に対しては $B\mathfrak{g} = \overline{BG}$, 例 2 で M がコンパクトのときには $B\mathcal{L}_M = \overline{B\mathrm{Diff}\,M}$ である。また $B\mathcal{L}_{\mathbb{R}^n} = B\Gamma_n$ である。$\mathfrak{g}$－構造に対して特性類を与える準同型写像 $\varphi: H^*(\mathfrak{g}) \to H^*(B\mathfrak{g}; \mathbb{R})$ が構成される。またこの構成には部分群 $K \subset G$ に関する相対的考察もできる。Fuks の主結果は $H^*(B\mathfrak{g}; \mathbb{R})$ の元の非自明性に関するある判定条件を与えたことである。さて多様体 V 上の $\mathcal{L}_{T^n}$ 構造は $V \times T^n$ 上に法束の自明化された余次元 n の C^∞ 葉層構造を誘導する (T^n は n 次元トーラス)。この対応は連続写像 $\overline{B\mathrm{Diff}\,T^n} \times T^n \to B\Gamma_n$ を定義する。この時次の可換な図式が成立する。

$$
\begin{array}{ccccc}
H^*(\mathfrak{a}(\Gamma_n)) & \xrightarrow{\qquad\qquad\xi\qquad\qquad} & & & H_c^*(\mathcal{L}_{T^n}) \\
\downarrow \varphi(\Gamma_n) & & & & \downarrow \varphi \\
H^*(B\overline{\Gamma}_n;\mathbb{R}) & \longrightarrow & H^*(B\overline{\mathrm{Diff}}\,T^n \times T^n;\mathbb{R}) & \supset & H^*(B\overline{\mathrm{Diff}}\,T^n;\mathbb{R})
\end{array}
$$

ここでξはある単射準同型写像, H_c^*は連続コホモロジーを表わす。Fuksは彼の主結果を上記右辺のφに適用することによりφが $\mathrm{Im}\,\xi$の上で単射であることを示し従って図式の可換性から $\varphi(\Gamma_n)$ の単射性を証明したのである。$H_c^*(\mathcal{L}_{T^n})$ の構造は Bott予想の解決(Haefliger, Bott-Segal 他)により具体的に求められ非常に豊富な内容をもっている。$\mathrm{Im}\,\xi$はそのほんの一部にすぎない。一般のコンパクト多様体Mに対して $\varphi: H_c^*(\mathcal{L}_M) \to H^*(B\overline{\mathrm{Diff}}\,M;\mathbb{R})$ が単射か否かは $M=S^1$ の時(その時は肯定的)を除いて未解決である。$\mathcal{L}_M$ のかわりにパラメーターtを導入して $\hat{\mathcal{L}}_M$ を考えることにより $\mathcal{L}_M$-構造の族の特性類を論ずることができる。Fuksはここでも T^n を使って前述の C^∞葉層構造の特性類の連続変形に関する結果を導いたのである。

5. 結び　前節までは主として C^∞ 葉層構造の特性類について述べてきた。しかしこれ以外にも種々の幾何的構造たとえば Riemann 多様体の構造, 共形および射影構造等の二次の G-構造 etc に対応する葉層構造を考えることもできる。擬群Γとしてはそれぞれの構造を保つ局所微分同型写像全体を考えるのであるがこれらの場合一般にはΓの作用は推移的ではない。従って2節の構成はそのままでは適用できないのであるが"接続の唯一性"のなりたつ幾何学に対しては特性類を構成することができる。その一番基本的な例は Riemann 葉層構造の場合であるがこれに対しては Levi-Civita の接続を使った構成が Lazarov-Pasternack [LP] により与えられている。一方2次のG-構造に対しては Cartan 接続を使うことにより強消滅定理が佐藤-西川 [88], 西川-竹内 [NT] により証明され,また特性類も森田 [M] により構成された。これらについては別に「数学」に報告される予定なのでここではこれ以上触れないことにする。

以上が大ざっぱながら特性類の理論で現在までに得られている結果である。性質が異なるので安易な比較はで

きないが Chern 類, Pontrjagin 類等の古典的特性類が多様体の研究に大きな役割を果たしたように葉層構造の特性類の理論も更なる発展を期待したい。

文　献

[F 1] D. Fuks, Non trivialité des classes caractéristiques de $\mathfrak{g}$-structures. Applications aux classes caractéristiques de feuilletages, C. R. Acad. Sci. Paris, 284 (1977), 1017 − 1019.

[F 2] D. Fuks, ——, Applications aux variations des classes caractéristiques de feuilletages, ibid, 1105 − 1107.

[K] S. Kobayashi, Transformation groups in differential geometry, 1972, Springer, Berlin.

[C] H. Cartan, Notions d'algebre différentielle, Colloque Topologie, Bruxelles (1950), 15 − 27.

[H] J. Heitsch, Variation of secondary characteristic classes of foliations, preprint.

[LP] C. Lazarov and J. Pasternack, Secondary characteristic classes for Riemannian foliations, J. Diff. Geometry 11 (1976), 599 − 612.

[NT] S. Nishikawa and M. Takeuchi, Γ-foliations and semi-simple flat homogeneous spaces, to appear in Tôhoku Math. J.

[M] S. Morita, On characteristic classes of conformal and projective foliations, preprint.

葉層の定性理論　　　今西英器

筆者の能力と紙数の調和を図って、本稿は葉層の定性理論(そんなものがあるとして)の文献案内ということにしたい。(T,＊＊)とは田村一郎「葉層のトポロジー」(岩波)の文献番号(＊＊)のことである。以下ではMのコンパクト性とか$\mathcal{F}$の微分可能性、方向づけ可能性等"細い"ことには注意を払はない。

<u>1. 基礎的用語</u>　$\mathcal{F}$はM上の余次元qの葉層、Lで葉を表す。Lは、Mの正規部分多様体の時真葉(proper leaf)、Mの開集合で稠密な時稠密葉、それ以外の時例外葉と言う。S^3上のReeb葉層、一般に回転構造から定まる葉層では全てのLは真葉であり、T^2上の傾きが無理数の直線からなる$\mathcal{F}$では全てのLは稠密である。これ等3種の葉が混った病理学的な例はHector(20)にある。ホロノミーの概念については「田村」(T.44)等を参照。

<u>2. 極小集合</u>　$M \supset A$は葉の和集合である時saturatedと言う。Mのsaturatedな閉部分集合で包含関係について極小なものを$\mathcal{F}$の極小集合と言う。コンパクトなLは極小であり、全てのLがMで稠密ならMが極小である。その他の極小集合を例外的と言う。コンパクト葉の存在問題は極小集合の問題とも考えられる。$\mathbb{R}^2 \supset M$なら極小集合はS^1であり(Poincaré-Bendixon) $M=T^2$, $\mathcal{F}$: C^2-級なら極小集合はS^1又はT^2である(Denjoy) Reebは$q=1$. $\mathcal{F}$: C^2-級なら例外的極小集合は存在しないと予想したが、Sacksteder (T125)は反例を作った。B.Raymondが(Novikovの結果にもかかわらず) S^3上に例外的極小集合をもつ$\mathcal{F}$を作ったことが伝えられているが未刊である(＊)。「例外的極小集合は線形ホロノミーが自明でない葉を含む」というSacksteder (T126)の結果は基本的である。例外的極小集合の存在(非存在)、数等については、(T.103), (17), (18), (37), (47)、及びPlanteの全部、を参照。(なお本項では$q=1$であり、$q>1$の時は力学系の理論でも分る様に絶望的に難しい。)(＊ preprint あり、(東大))

<u>3. ホロノミーのない葉層</u>　$q=1$で全のLのホロノミーが自明、即ちLが他の葉に"まきつかない"、な$\mathcal{F}$の構造はS^1に自由に働く群と密接に関係していて(T.59)、$\mathcal{F}$は閉1形式$\omega=0$で定義されていると"思える"(Sacksteder (T.126)) そしてMはS^1上のfibrationである(Tischler (T.152))。従って$\mathcal{F}$に$\{\omega\} \in H^1(M, \mathbb{R})$が対応するが、$\mathcal{F}$は$\{\omega\}$で決定されるか? という問題がある。$n=3$の時はほぼO.K.である(Roussarie (T.123))がnが大きくなると

当然$\mathcal{F}$は$\{\omega\}$では決定されないがLaudenbach (42) は$M=T^n$, $n\geqq 6$, 全てのLがコンパクトの場合$\mathcal{F}$を分類した。$\varphi: \mathbb{R}^{n-1}\times M^n \longrightarrow M^n$がコンパクトなMへの局所自由な作用でコンパクトなorbitを持たなければφのorbitsはホロノミーのない$\mathcal{F}$を定める(T.126). φを許容するM, φで定まる$\mathcal{F}$について多くの研究がある((T.76), (T.112), (4), (5) 等)が、Tischler-Tischler (64)による次の結果が著しい「φが自由なら$M=T^n$で, $H^1(T^n,\mathbb{R})\supset {}^{\exists}A$: 測度0の集合、φで定まる$\mathcal{F}$に対応する$\{\omega\}\notin A$ならφは線形作用、即ち$T^n=\mathbb{R}^n/\mathbb{Z}^n$の座標を適当にとれば$\varphi(y,x)=x+B\cdot y$. 但し$y\in\mathbb{R}^{n-1}$, $x\in\mathbb{R}^n$, Bは$(n,n-1)$行列、である」但し(64)の証明は誤りであり, Hermann (24)でannounceされた大定理を用いなければならない。本項と関連した文献は(3) (19) (22) (28)−(31) (43) (45) (46) (48) (49) (63) (T.113)〜(T.117)等.

<u>4. 安定性</u>　Lが安定とは基本近傍系として(葉層も込めて) $L\times D^g$と同相なものがとれることを言う. Reebの古典的な結果は「Lがコンパクトで$\pi_1(L)=0$ならLは安定であり(局所安定). 更に$g=1$なら$M=L\times S^1$である(大域安定)」これは"直観的に明らか"であるがThurston (T.147) は「$H^1(L,\mathbb{R})=0$かつLの線形ホロノミーが自明ならLは安定であり, $g=1$の時は$H^1(L,\mathbb{R})=0$なら大域安定である」ことを示した。コンパクトでないLについては「M^3上$g=1$で$\pi_1(L)=0$な真葉は安定である」という稲葉(32)の結果がある。同じ安定という語が、$\mathcal{F}$を(M全体又はLの近傍で)摂動させたものが$\mathcal{F}$と(全体で又は局所的に)"同じ"、という意味でも用いられる。力学系の場合にはホロノミーが1 generatorで局所的な摂動が全体に拡張できるという点で葉層とは大いに異り、葉層の安定には強い条件が必要である。Langevin-Rosenberg (40) は上述のThurstonの安定性が摂動による安定性を導くことを示しているのは面白い。文献は(T.28) (T.56) (9) (27) (41) (56) (58) 等.

<u>5. その他</u>　実はこの項が最近の話題である. M:コンパクト全てのLもコンパクトならLのvolumeに上限があるか?という問題について(8), ~~(9)~~ (10), (7), (60) (65) (66) 等. Lのendが他の葉にまきつく様子について(T.89), (T.90) (50), (51), (2), (39) 等、$\pi_1(M)$やLにgrowthという概念を考えホロノミーで不変な測度等を導入して$\mathcal{F}$を調べることについて(21), (26), (47), (52)〜(55), (57), (61) 等.

以上で紙数が尽きた。本文はともかく文献表は何がしかのお役に立つことと思う.

文献.

1. F. Brito - R. Langevin - H. Rosenberg : Intégrales de courbure sur une variété feuilletée. C.R. Paris 285 (1977) 533-536.

2. J. Cantwell - L. Conlon : Leaves with isolated ends in foliated 3-manifolds. Topology 16 (1977) 311-322.

3. G. Chatelet : Sur les feuilletages induits par l'action de groupes de Lie nilpotents. Fourier 27.2 (1977) 161-189.

4. —— & H. Rosenberg : Manifolds which admit $\mathbb{R}^n$-actions, Publ. I.H.E.S. 43 (1974) 245-260.

5. —— , —— , D. Weil : A classification of topological types of $\mathbb{R}^2$-actions on closed orientable 3-manifolds. Publ. I.H.E.S. 43 (1974) 261-272.

6. L. Conlon : Transversally parallelizable foliations of codimension two. Trans. A.M.S. 194 (1974) 79-102, Erratum: 207 (1975) 406.

7. R.D. Edwards - K.L. Millet - D. Sullivan : Foliations with all leaves compact. to apear in Topology (vol.16, '77)

8. D.B.A. Epstein : Foliations with all leaves compact. Fourier 26.1 (1976) 265-282.

9. —— : A topology for the space of foliations.

10. —— - H. Rosenberg : Stability of compact foliations.

11. J. M. Franks . Two foliations in the plane. Proc. A.M.S. 58 (1976) 262-264.

12. P. M. D. Furness : Affine foliations of codimension one. Quat. J. Math 25 (1974) 151-161

13. K. Fukui : On the homotopy type of some subgroups of Diff(M^3) : Japanese J. of Math 2 (1976) 249-267.

14. M. Garançon : Homotopie et holonomie de certains feuilletage de codimension 1. Fourier 22.2 (1972) 61-71.

15 —— : Feuilletages transversalement analytique de codimension 1 admettant une transversale fermée qui coupe toutes les feuilles. Fourier 22.4 (1972) 271-287.

16. S. Goodmann : On the structure of foliated 3-manifols separated by a compact leaf. Inv. Math 39 (1977) 213-221.

17. G. Hector : Ouverts incompressibles et théorème de Denjoy-Poincaré pour les feuilletages. C.R. Paris 274 (1972) 159-162.

18 —— : Ouvert incompressibles et structure des feuilletages de codimension 1. C.R. Paris 274 (1972) 741-744.

19. —— : Sur les feuilletages presque sans holonomie C.R. Paris 274 (1972) 1703-1706.

20. —— : Quelques exemples de feuilletages; espèce rares. Fourier 26.1 (1976) 239-264

21. —— : Leaves whose growth is neither exponential nor polynomial. Topology 16 (1977) 451-459.

22. —— : Croissance des feuilletages presque sans holonomie. to appear.

23. —— : Classification cohomologique des germes de feuilletages. to appear.

24. M.R. Herman : Conjugaison C^∞ des difféomorphismes du cercle pour presque tout nombres de rotation. C.R. Paris 283 (1976) 579-582.
25. M.W. Hirsch : Foliations and non-compact transformation groups. Bull. A.M.S. 76 (1970) 1020-1023.
26. — - W. Thurston : Foliated bundles, invariant measure and flat manifolds. Ann of Math. 101 (1975) 369-390.
27. G. Ikegami : Existence of regular coverings associated with leaves of codimension one foliations. Nagoya Math. J. 67 (1977) 15-34.
28. H. Imanishi : Structure of codimension one foliations which are almost without holonomy. J. Math. Kyoto Univ. 16 (1976) 93-99.
29. — : On codimension one foliations defined by closed one forms with singularities. to appear
30. — : Structure of codimension 1 foliations without holonomy on manifolds with abelian fundamental group. to appear
31. — - K. Yagi : On Reeb components. J. Math. Kyoto Univ. 16 (1976) 313-324.
32. T. Inaba : On stability of proper leaves of codimension one foliations. J. Math. Soc. Japan 29 (1977) 771-778.
33. G. Joubert - R. Moussu : Feuilletage sans holonomie d'une variété fermée. C.R. Paris 270 (1970) 1659-1662.
34. C. Lamoureux : Sur quelque phénomènes de captage. Fourier 23.4 (1973) 229-243.
35 — : Quelques conditions d'existence de feuilles compactes. Fourier 24.4 (1974) 229-240
36. — : Non bounded leaves in codimension one foliations. Springer Lecture Notes 484 (1975) 257-272
37. — : Feuilletages des variétés compactes et non-compactes. Fourier 26.2 (1976) 221-271.
38. — : Holonomie et feuilles exceptionelles. Fourier 26.4 (1976) 273-300.
39. — : Quelques remarques sur les bouts de feuilletages. Fourier 27.2 (1977) 191-196.
40. R. Langevin - H. Rosenberg : On stability of compact leaves and fibrations. Topology 16 (1977) 107-111.
41. H. Levine - M. Shub : Stability of foliations. Trans. A.M.S. 184 (1973) 419-437.
42. F. Laudenbach : Submersion sur le cercle. Bull. Soc. Math France 104 (1976) 417-431.
43. — : Formes différentielles de degré 1 fermées non singulières : classe d'homotopie de leurs noyaux. Comm. Math. Helv. 51 (1976) 447-464.
44. A. Morgan : Holonomy and metric properties of foliations in higher codimension. Proc. A.M.S. 58 (1976) 255-261.
45. R. Moussu : Feuilletage sans holonomie d'une variété fermée. C.R. Paris 270 (1970) 1308-1311.
46. — : Feuilletage presque sans holonomie. C.R. Paris 272 (1971) 114-117.
47. — - F. Pelletier : Sur le théorème de Poincaré-Bendixon. Fourier 24.1 (1974) 131-148.
48. — - R. Roussarie : Une condition suffisante pour qu'un feuilletage soit sans holonomie. C.R. Paris 271 (1970) 240-243

49. ——— : Relations de conjugaison et de cobordisme entre certaine feuilletages. Publ. I.H.E.S. 43 (1974) 245–260.

50. T. Nishimori : Behaviour of leaves of codimension one foliations. Tôhoku Math. J. 29 (1977) 255–273.

51. —— : Ends of leaves of codimension one foliations. to appear.

52. J. F. Plante : Foliations transverse to fibres of a bundle. Proc. A.M.S 42 (1974) 631–635.

53 —— : Foliations with measure preserving holonomy. Ann of Math. 102 (1975) 327–361.

54. —— : Measure preserving pseudogroups and a theorem of Sacksteder. Fourier 25.1 (1975) 237–249.

55. ——-W. Thurston : Polynomial growth in holonomy groups of foliations. Comm. Math. Helv. 51 (1976) 567–584.

56. H. Rosenberg-R. Roussarie : Some remarks on stability of foliations. J. Diff. Geometry 10 (1975) 207–219.

57. D. Ruelle-D. Sullivan : Currents, flows and diffeomorphisms. Topology 14 (1975) 319–327.

58. R. Sacksteder : A remark on Thurston's stability theorem. Fourier 25.2 (1975) 219–220.

59. J. Sondow : When is a manifold a leaf of some foliation? Bull. A.M.S. 81 (1975) 622–624.

60. D. Sullivan : A counter example to the periodic orbit conjecture. Publ. I.H.E.S. 46 (1976) 5–14.

61. —— : Cycles for the dynamical study of foliated manifolds and complex manifolds. Inv. Math. 36 (1976) 225–274.

62. —— : A generalization of Milnor's inequality concerning affine foliations and affine manifolds. Comm. Math. Helv. 51 (1976) 183–

63. D. Tischler : Locally free actions of $\mathbb{R}^{n-1}$ on M^n without compact orbit. Topology 13 (1974) 215–217.

64. —— - R. Tischler : Topological conjugacy of locally free $\mathbb{R}^{n-1}$ actions on n-manifolds. Fourier 24.4 (1974) 213–227.

65. E. Vogt : Foliations of codimension 2 with all leaves compact. Manuscripta Math 18 (1976) 187–212.

66. —— : A periodic flow with infinite Epstein hierarcy. Manuscripta Math. 22 (1977) 403–412.

Shape Theory 概観

酒井克郎（香川大，教育）

本稿は Borsuk により創められ現在 Poland および合衆国で盛んに研究されている Shape Theory の紹介を目的とする。 この理論は現在では内容も大変豊富になり，その研究領域も広範にわたり 関連分野も ANR の理論，CW-複体の Homotopy 論はもとより Pro-Homotopy（Étale Homotopy）論，無限次元 Topology，PL-Topology，Continuum の理論，次元論 等々と数多く その手法も多様である。 全体を見渡すことは，私力に余ることで，むしろ本人が誰れかに聞きたい話なのですが，私見により Shape Theory の現状について紹介したいと思います。基本的概念の定義は Shape には少なくとも2つの手法があるため，それだけで紙面を使いますし，ごたごたしてなかなか感じが捕え難いと思いますし，なるべく全体の様子と他の部分との関連について紹介した方が良いかと考え きちんとした定義は断念した。 とにかく 大体の感じを捕えて，研究に興味を持っていただけたらと思います。（Survey としては Mardešić [Ma-1] 最近では D.A.Edwards [E-1] Ball [Ba-2] がある。）

I. 空間の大局的性質を扱う場合 Homotopy Theory は局所的性質に敏感なため，多面体や ANR 以外の一般の空間に対しては compact 距離空間の class においてすらうまく行かない。 そこで空間の局所的性質を多少無視することによって大局的性質を捕えようとしたのが Borsuk が Shape の概念を導入した動機である。 よく例に出されるのが Warszawa circle である。この辺のこと関しては Borsuk の最初の論文 [Bo-1] および [Bo-2] 等を読まれるとよい。

Borsuk の方法は compact 距離空間を Hilbert cube（あるいは Hilbert 空間）に埋め込んで 空間をその近傍（ANR）で近似して見ることにより局所的複雑さを無視しようというもので，2つの空間の間を結ぶ morphism としては 空間自体の間の map ではなしに fundamental sequence と呼ばれる Hilbert cube からそれ自身への map の列をとって考えようというものである。 これは Hilbert cube にかぎらず適当な AR に埋め込んでも同じことであり，彼自身によって 任意の距離空間に対してもこの概念は拡張された。 拡張の方法には 2種類あり それぞれ weak shape theory，strong shape theory と呼ばれている。 Borsuk の本 [Bo-3] は この方法を中心に書かれている。（あまり予備知識を仮定せずに読める。）

また Mardešić－Segal [M-S] により compact Hausdorff 空間に，さらに R.H.Fox [F] により Borsuk とは異なる方法で距離空間に拡張された。（注）Fox 定式化と Borsuk の距離空間の2つの定式化はそれぞれ異なる Shape を与える。）彼らの方法は 空間を ANR の inverse limit として捕え，inverse system

に付随した map の system を morphism として考えようというものである。Mardešić-Segal の方法と Fox の方法は外見上少し異なるように見えるが、本質的には両者は同じであり、axiomatic な方法による Mardešić [Ma-2] の一般の位相空間への拡張を経て、ANR あるいは CW-複体の Homotopy category の中での inverse system を考えれば十分であることがわかり、Morita [Mó-1] により彼らの方法が一般の位相空間に対しても有効なものとなった。

Morita の方法は空間をその nerve の inverse system に展開するのであるが、任意の cover ではもとの空間とを結ぶ brige がうまく作れず、paracompact 空間までしか成功しないのであるが、cover を normal cover (あるいは numerable cover とも呼ばれている) だけを考えることによって空間に制限をつけずにすむのである。このようにして、すべての空間は CW-複体の homotopy category での inverse system の homotopy category の中での limit と見なすことが出来、Shape Theory は Pro-Homotopy Theory (Étale Homotopy Theory) と完全に結び着くことになった。代数幾何の分野から出て来た概念と結び着いたということは非常に興味深い。しかしながら homotopy category の中では inverse system はいつでも limit を持つかどうかは問題であって Shape Theory = Pro-Homotopy Theory というわけにはいかない。

Mardešić-Segal の ANR-system による shape については基礎的部分は J. Segal の Lecture Note [Se] にまとめあげられているので便利。Borsuk の fundamental sequence による方法と Mardešić-Segal の ANR-system による方法はそれぞれ一長一短があり両方使いこなせないとまずい。(ちなみに Borsuk の本にも Mardešić-Segal の Approach が載っているが、それだけの内容では不十分のようです。)

また Mardešić [Ma-2] の定式化より Porter [P] の generalized shape theory が、さらに最近では Deleanu-Hilton [D-H] の categorical shape へと一般化も進んでいる。また後で述べるが Borsuk とは異なる shape の導入もある。

II. Shape Theory は CW-複体の Homotopy Theory の拡張であり、最初の目標は Homotopy Theory の基本定理の拡張を研究することであった。Hurewicz, Whitehead, Vietoris の定理等の拡張である。これについては Morita [Mo-2] の解説がある。(なお Dydak [D] は この辺のテキストとして便利。)

これらの拡張は大ざっぱに言えば、pro-group の limit としての Čech homotopy group や Čech homology group ではうまく行かず pro-group (homotopy pro-group, homology pro-group) のままで議論することによって

なされる。しかしこれらの定理を利用して研究する場合 pro-group 自体複雑でよくわかっていないので、なかなか効力を発揮できない。また compact 距離空間にかぎれば inverse sequence になるので、当面のより深い研究はまず compact 距離空間にかぎられるであろうか。また pro-group の複雑さ故 stability の問題（CW-複体の pro-homotopy category の中で pro-CW-複体がどんな条件で CW-複体と同型になるかという問題）も重要となってくるのであろう。Stability Theorem に関しては R. Geoghegan の elementaly proof [Ge] がある。この問題に対する technique は system を扱いやすい sequence に如何におきかえるかということが第1の key point になっている。

III　Homotopy Theory において AR, ANR の概念が重要であるが、それに対応して map のかわりに shape category での morphism を用いて ASR (absolute shape retract), ANSR (absolute neighborhood shape retract) の概念が導入され、それぞれ compact 距離空間の場合は Borsuk が fundamental sequence を用いて始めに定式化したため FAR, FANR とも呼ばれている。FAR は1点の shape type をもつ空間であり、cell-like (CE) であるとか、UV^∞ を持つとか言われている空間と同じであり、PL-Topology の分野でもなじみ深い概念である。Cell-like mapping のあたりのことは Lacher の survey [L] がある。FANR についてはこれより条件の強い pointed FANR という概念があるが、これは Siebenmann の Regular neighborhood を持つための条件にもなっている [S-G-H]。

また、これらより条件の弱い (pointed) movable 空間というのがあり、shape theory において重要で興味深い概念となっている。この空間は Overton [O] により Čech homology sequence を exact にするものとして知られているし、Hurewicz や Whitehead の定理において pro-group ではなしに Čech homotopy group や Čech homology group でうまく行くような空間として都合がよい。次元を考慮した n-movability という概念もある。(pointed 1-movable 空間においては Čech homotopy group に関する van-Kampen の定理が成立する [Ka])

FAR, FANR, movable 空間については AR, ANR の基本的性質に対応する性質についてまだわからない部分も多く、興味深い問題も多い。このあたりのことに関して最近の結果と問題については3年前になるが Ono-Watanabe [O-W] による紹介があるので、入手されるとよい。

IV. Chapman [Ch-1] による Hilbert cube $Q=[-1,1]^{\omega}$ の中の Z-set (例えば $s=(-1,1)^{\omega}$ 内の compact set) の shape の特徴付けは Complement Theorem としてよく知られている：$\mathrm{Sh}\,X=\mathrm{Sh}\,Y \Leftrightarrow Q\setminus X \approx Q\setminus Y$ (homeo).
証明は Borsuk の本にも出ているが，Q-manifold の technique は仮定して書いてある。最近，彼の Lecture Note [Ch-2] が出て，前半は完全に self-contanied の形で書かれているので Q-manifold の基本的 technique を手取り早く知るのに便利である。これには Complement Theorem の証明も載っている。(余談になるが，この本 前の mimeo. note より良く整理され その後の彼の仕事もまとめられており，R.D.Edwards の locally compact ANR が Q-manifold factor (i.e. Q との積が Q-manifold) になるという結果の証明 (Edwards の論文はまだ出ていないようです)，さらに 長年懸案となっていた "Compact ANR が finite type を持つ" という予想の West [W] による解決にも言及して大変興味深い本である。後半の部分は Cohen, Siebenmann の (∞-) simple homotopy theory を仮定している。) なお Complement Theorem は Siebenmann [S] による collapsing を使った証明もあり，PL の technique が Shape Theory に有効であることを示す1例となっている。

Chapman の Q-manifold の結果を通して Shape，無限次元，PL の関係を 私なりに図式化してみると，次のようになる。

$$\begin{array}{lll}
\text{(Compactum)} & \text{Shape type of } X & \\
& \big\updownarrow & \qquad \text{Complement Theorem} \\
& & Q\setminus X \\
& & \;\; \| \\
\text{(Q-manifold)} & \text{Homeo. type of} & M \\
& & \;\; \wr\wr \;\; \text{Triangulation Theorem} \\
& \big\updownarrow & K\times Q \\
& & \qquad \text{Characterization Theorem} \\
\text{(Complex)} & \infty\text{-simple homot. type of } K &
\end{array}$$

さらに Complement Theorem に関して，有限次元の場合に対応する結果があるが，より良い形については，例えば Venema [V] を見よ。有限次元の場合は，trivial range など PL-Topalogy の手法による。

また analogy により PL-Topology の結果の shape version も行なわれている。例えば，Stallings [St] の embedding up to simple homotopy の結果：k-dim polyhedron K から m-dim. PL-manifold M への $(2k-m+1)$-connected な map $f: K\to M$ に対し $(k\leq m-3)$，M の k-dim. sub-polyhedron K_1 と simple homotopy equivalence $f_1: K\to K_1$ で f と homotopic なものが存在する。この

結果の shape version が Husch-Ivanšić [H-I] により得られている。さらに彼らは shape における concordance の概念を導入して 同じ Stallings [St] の Concordance Theorem の shape version も行なった。

ここで topolical なものとの analogy を Rushing の講演をもとに書いておく。

TOP.	SH.
homotopy theory.	shape theory.
proper homotopy theory.	proper shape theory.
theory of retracts.	theory of shape retracts
algebraic topology (based on homot. cat.)	algebraic topology on pro-homotopy, shape group. (based on sh. cat.)
contractible map.	cell-like map.
topological embedding (or embed. of (S)h. class)	embedding of shape class
fibration	shape fibration.
⋮	⋮

VI Chapman [Ch-1] はもう一の特徴付けを行った：Q の中の Z-set を object とする shape category とその complement を object とする weak proper homotopy category が同型となる。これに関し D.A. Edwards [E-2], Edwards-Hastings [E-H] は complement の proper homotopy category と同型になるものとして Strong Shape Theory ((注) Borsuk の strong theory と区別せよ) を定式化した。Quillen は Top. および SS の homotopy theory の公理化として model category の概念を導入したが, 彼らの strong shape category は, 実は この model category をなしている。Pro-Category の立場から状況をながめてみる。Category C の inverse system を object にする category を pro-C, C の homotopy category を Ho(C) と書くことにする。Artin-Mazur は pro-Ho(C) の上の algebraic topology を展開したが, これはすでに述べたように Borsuk の shape theory と結び着く。この pro-Ho(C) は, 実は Quillen の意味では, pro-C の homotopy category とはみなせない。そこで pro-C から model category Ho(pro-C) を構成したのが彼らの仕事である。その方法等については勉強不足で紹介できない。また model category の構成も Grossman [G] によって行なわれている。なお Edwards-Hastings の strong shape theory においては Čech homotopy group, Čech homology group にかわって Steenrod homotopy group, Steenrod homology group が活躍するらしい。

Edwards-Hastings の strong shape theory は，より幾何学的な形で Kodama-Ono [K-O] により Fine Shape Theory として，また Dydak-Segal [D-S] によっても定式化されている。

また Shape の概念は，局所 compact 空間における proper homotopy theory に対応して，Proper Shape Theory が Ball-Sher [B-S] および Ball [Ba-2] により導入され異なる shape theory を展開している。 この理論は proper homotopy theory が homotopy theory 程充分に研究されていないため，あまり研究が進んでいないようである。 Kodama-Ono [K-O] によれば，fine shape category はこの proper shape category の full subcategory と同型になり，興味深い。

このように proper homotopy の概念は shape theory (fine (or strong) shape theory，proper shape theory) と重要な関係にあるが，これはまた Q-manifold および ∞-simple homotopy の理論とも深くかかわり，今後の発展が期待されている。 proper map が proper homotopy equivalence になるための条件は Siebenmann，E.M. Brown，Farrell-Taylor-Wagoner によって調べられている。なお Chapman が導入した weak proper homotopy との関連においては Edwards-Hastings [EH-2] により σ-compact，局所 compact Hausdorff 空間の間のすべての weak proper homotopy equivalence は proper homotopy equivalence に weakly properly homotopic であることが示された。

VII. Topological group の shape に関しては Keesling の一連の研究があるが彼自身による紹介 [K] がある。 2つの次の定理を紹介する： Compact connected 位相 Abel 群が同じ shape type を持つ必要十分条件は，それらが同型となることである。また compact connected 位相群から compact connected 位相 Abel 群への shape morphism は唯1つの連続な homomorphism で表わされる。

上に述べなかったが他に重要と思われるものとして P-like や manifold like な continuum の shape classification が知られている。 また covering space に関する結果，general topology に関連して βX との関係； decompositon space の shape，shape 次元に関する結果等々 Topology の分野全般にわたっている。

REFERENCES

[Ba-1] Ball,B.J.: Alternative approaches to proper shape theory, Studies in Topology [Proc. Top. Conf. at Charlotte, 1974], Academic Press (1975) 1-27.

[Ba-2] -----: Geometric topology and shape theory; A survey of problems and results, Bull. Amer. Math. Soc. 82 (1976) 791-804.

[B-S] Ball,B.J. & Shar,R.B.: A theory of proper shape for locally compact metric spaces, Fund. Math 86 (1974) 163-192.

[Bo-1] Borsuk,K.: Concerning homotopy properties of compacta, Fund. Math. 62 (1968) 223-254.

[Bo-2] -----: Concerning the notion of the shape of compacta, Proc. Intern. Symp. on Top. and Appl., Herceg-Novi, 1968, 98-104.

[Bo-3] -----: Theory of shape, MM 59, PWN, Warszawa (1975).

[Ch-1] Chapman: On some applications of infinite-dimensional manifolds to the theory of shape, Fund. Math. 76 (1972) 181-193.

[Ch-2] -----: Lectures on Hilbert cube manifolds, CBMS Resinal Conf. Series 28, AMS (1976).

[D-H] Deleneanu,A. & Hilton,P.: On the categorical shape of a functor, Fund. Math. 97 (1977) 157-176.

[D] Dydak,J.: The Whitehead and Smale theorms in shape theory, Preprint 87, Inst. of Math., PAN (1976).

[D-S] Dydak,J. & Segal,J.: Strong shape theory, to appear.

[E-1] Edwards,D.A.: Étale homotopy theory and shape, Algebraic and geometrical methods in topology, Lect. Notes in Math. 428, Springer (1974) 58-107.

[E-2] -----: Strong shape theory, preprint.

[E-H] Edwards,D.A. & Hastings,H.M.: Čech and Steenrod homotopy theories with applications to geometric topology, Lect. Notes in Math. 542, Springer (1976).

[F] Fox,R.H.: On shape, Fund. Math. 74 (1972) 47-71; Errata, Fund. Math. 75 (1972) 75.

[G] Geoghegan,R.: Elementary proofs of stability theorems in pro-homotopy and shape, preprint.

[H-I] Husch,L.S. & Ivanšić,I.: Embeddings and concordances of embeddings up to shape, Acta Math. submitted.

[Ka] Kadlof,A.: The van-Kampen theorem in the shape theory, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 395-400.

[Ke] Keesling,J.: Shape theory and topological groups, Proc. 2nd Pittsburg Intern. Conf. on Gen. Top. and Appl., 1972, Lect. Notes in Math. 378, Springer (1974) 233-242.

[K-O] Kodama,Y. & Ono,J.: Fine shape theory, to appear.

[L] Lacher,R.C.: Cell-like mappings and their generalizations, Bull. Amer. Math. Soc. 83 (1977) 495-552.

[Ma-1] Mardešić,S.: A survey of shape theory of compacta, Proc. 3rd. Prague Symp. on Gen. Top. 1971, 291-300.

[Ma-2] -----: Shapes for topological spaces, Gen. Top. and its Appl. 3 (1973) 265-282.

[M-S] Mardešić,S. & Segal,J.: Shapes of compacta and ANR-systems, Fund. Math. 72 (1971) 41-59.

[Mo-1] Morita,K.: On shapes of topological spaces, Fund. Math. 86 (1975) 251-259.

[Mo-2] -----: Shapeの理論, 数学 28 (1976) 335-347.

[O-W] Ono,J. & Watanabe,t.: Recent results and open problems on movability in shape theory, [箕輪, 位相空間論夏季セミナー, 1975], mimeo.note.
[Address: 静岡大教養部 小野仁, 山口大教育学部 渡辺正]

[O] Overton,R.: Čech homology for movable compacta, fund. Math. 77 (1973) 241-251.

[P] Porter,T.: Generalized shape theory, Proc. Royal Irish Acad. A 6 (1974) 33-48.

[Se] Segal,J.: Shape theory notes, mimeographed note, Univ. of Washington, 1976.

[Si] Siebenmann,L.C.: Chapman's classification of shapes: A proof using collapsing, Manuscripta Math. 16 (1975) 373-384.

[S-G-H] Siebenmann,L.C., Guillou,L & Hahl,H.: Les voisinages ouverts réguliers: Critères homotopiques d'existence, Ann. Sci. Éc. Norm. Sup. 4^e Série, 7 (1974) 431-462.

[St] Stallings,J.: The embedding of homotopy types into manifolds, preprint, Plinceton Univ., 1965.

[V] Venema,G.A.: Embeddings of compacta with shape dimension in the trivial range, Proc. Amer. Math. Soc. 55 (1976) 443-448.

[W] West,J.E.: Mapping Hilbert cube manifolds to ANR's: A solution of a conjecture of Borsuk, Ann. of Math. 106 (1977) 1-18.

SHAPE THEORY BIBLIOGRAPHY

(Except for BIBLIOGRAPHY in BORSUK's Book "Theory of Shape")

ARTIN, M. & MAZUR, B.

[1] Etale Homotopy, Lecture notes in Math. 100,Springer, (1969).

BACON, P.

[1] Continuous functors, Gen. Top. and its Appl. 5 (1975) 321-331.

[2] Axiomatic shape theory, Proc. Amer. Math. Soc. 53 (1975) 489-496.

BALL, B. J.

[1] Geometric topology and shape theory; A survey of problems and results, Bull. Amer. Math. Soc. 82 (1976) 791-804.

[2] Proper shape retracts, Fund. Math. 89 (1975) 177-189

BESSAGA, C.

[1] Infinite-dimensional locally compact convex sets and the shape of compacta, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976) 589-591.

BOGATYǏ, S. A.

[1] Approximative and fundamental retracts, Mat. Sbornik 93 (135) (1974) 90-102 = Math. USSR Sbornik 22 (1974) 91-103.

[2] On the preservation of shapes under mappings, Dokl. Akad. Nauk SSSR 224 (1975) = Soviet Math. Dokl. 16 (1975) 1164-1168.

BOGATYI, S. A. & SMIRNOV, Ju. M.

[1] Approximation by polyhedra and factorization theorems for ANR-compacta (-bicompacta = Hausdorff compacta), Fund. Math.

BORSUK, K

[1] On nearly extendable maps, Bull. Akad. Polon. Sci. 23 (1975) 753-760.

[2] On a class of compacta, Houston J. Math. 1 (1975) 1-13.

[3] On the Lefschetz-Hopf fixed point theorem for nearly extendable maps, Bull. Acad. Polon. Sci. 23 (1975) 1273-1279.

[4] Remark on the Lefshetz-Hopf fixed point theorem, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 151-153.

[5] Approximately n-connected compacta, Fund. Math.

BOUSFIELD, A. K. & KAN, D. M.

[1] Homotopy limits, completions and localizations, Lecture Notes in Math. 302, Springer (1972).

CAUTY, R.
[1] Retractions dans les espaces stratifiables, Bull. Soc. Math. France, 102 (1974) 129-149.
[2] Une generalization du thèoréme de Borsuk-Whitehead-Hanner aux espaces stratifirables, C. R. Acad. Sci. A-B 275 (1972) 127-274.
CHAPMAN, T. A.
[1] Cell-like mappings of Hilbert cube manifolds: Solution to a handle problem, Gen. Top. and its Appl. 5 (1975) 123-145.
[2] Cell-like mappings of Hilbert cube manifolds: Applications to simple homotopy theory, Bull. Amer. Math. Soc. 79 (1973) 1286-1291.
[3] Simple homotopy theory for ANR's, Gen. Top. and its Appl. 7 (1977) 165-174.
[4] Lectures on Hilbert cube manifolds, CBMS Reginal Conf. Ser. in Math. 28, Amer. Math. Soc. (1976).
CHAPMAN, T. A. & FERRY, S.
[1] Obstructions to finiteness in the proper category,
[2] Hurewicz fiber maps with ANR fibers, Topology 16 (1977) 131-143.
COHEN, J. M.
[1] The homotopy groups of inverse limits, Proc. London Math. Soc. 27 (1973) 159-177.
[2] Inverse limits of principal fibrations, Proc. London Math. Soc. 27 (1973) 178-192.
COOK, H., FEUERBACHER, G. & KUPERBERG, W.
[1] Shapes of finite dimensional continua have shape stable representatives, Bull. Acad. Polon. Sci.
CORAM, D. S.
[1] Semi-cellularity, decompositions and mappings in manifolds, Trans. Amer. Math. Soc. 191 (1974) 227-244.
CORAM, D. S., DAVERMAN, R. J. & DUVALL, P. F. Jr.
[1] A loop condition for embedded compacta, Proc. Amer. Math. Soc. 53 (1975) 205-212.
CORAM, D. S. & DUVALL, P. F. Jr.
[1] Neighborhoods of sphere-like continua, Gen. Top. and its Appl. 6 (1976) 191-198.
[2] Approxmate fibrations, Rocky Mountain J. Math.

[3] Approximate fibrations and a movability condition for maps, Pacific J. Math. 72 (1977) 41-56.

COX, C.

[1] Some results on FAR's and FANR's using the inverse limit approach to shape, Fund. Math.

CRAMPI, R. & De CECCO, G.

[1] Gruppi d'omotopia di Čech, An. Univ. Bucuresti Mat. 22 (1973) 87-101.

DELEANU, A. & HILTON, P.

[1] On the categorical shape of a functor, Fund. Math. 97 (1977) 157-176.

[2] Borsuk shape and Grothendieck categories of pro-objects,

DEMERS, L.

[1] On the shape of compactifications,

[2] Homotopy and cohomotopy groups in shape theory, Studies in Topology (Charlotte Conf. 1974), Academic Press (1975) 111-120.

DEMERS, L. & QUIGLEY, B.

[1] On approaching homology,

[2] Approaching homotopy theory of compacta,

DOÏČINOV, D.

[1] On the uniform shape of metric spaces, Dokl. Akad. Nauk SSSR 226(1976) = Soviet Math. Dokl. 17 (1976) 86-89.

DUGUNDJI, J.

[1] On Borsuk's extension of the Lefschetz-Hopf theorem, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 805-811.

DYDAK, J.

[1] A generalization of cohomotopy groups, Fund. Math. 90 (1975) 77-98.

[2] Some remarks on the shape of decomposition spaces, Bull. Acad. Polon. Sci. 23 (1975) 561-564.

[3] On a conjecture of Edwards, Bull. Acad. Polon. Sci. 23 (1975) 771-774.

[4] On the Whitehead theorem in pro-homotopy and on a question of Mardešić, Bull. Acad. Polon. Sci. 23 (1975) 775-779.

[5] An algeraic condition characterizing FANR-spaces, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976) 501-503.

[6] Concerning the abelization of the first shape group of pointed continua, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976) 615-620.

[7] The Whitehead and Smale theorems in shape theory, Preprint 87, Insttute of Math., Polish Acad. of Sciences (1976).
[8] A simple proof that pointed FANR-spaces are regular fundamental retracts of ANR's, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 55-62.
[9] On a paper by Y. Kodama, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 165-170.
[10] 1-movable continua need not be pointed 1-movable, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 559-562.
[11] Some properties of nearly 1-movable continua, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 685-689.
[12] On unions of movable spaces, Bull. Acad. Polon. Sci.
[13] Pointed and unpointed shape and pro-homotopy, Fund. Math.

DYDAK, J. & KADLOF, A.
[1] Compactness in shape theory, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 391-394.

DYDAK, J., NOWAK, S. & STROK, M.
[1] On the union of FANR-sets, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976) 458-489.

DYDAK, J. & ORŁOWSKI, M.
[1] On the sum theorem for FANR-spaces, Bull. Acad. Polon. Sci. (1977) 161-163.
[2] Two examples of compacta being A- and B-movable but not (AvB)-movable, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 171-174.

DYDAK, J. & TRYBULEC, A.
[1] On regularly movable compacta, Bull. Acad. Polon. Sci. 23 (1975) 907-909.

DYDAK, J. & SEGAL, J.
[1] Strong shape theory,

EDWARDS, D. A.
[1] Etale homotopy theory and shape, Algebraic and geometrical methods in topology (Proc. Conf. on Alg. Top., SUNY, Binghamton, 1973), Lecture Notes in Math. 428 Springer (1974) 85-107.
[2] Storong shape theory,

EDWARDS, D. A. & GEOGHEGAN, R.
[1] The stability problem in shape, and a Whitwhead theorem in pro-homotopy, Bull. Amer. Math. Soc. 81 (1975) 438-440.
[2] The Wall obstruction in shape and pro-homotopy, with apprications, Bull. Amer. Math. Soc. 81 (1975) 919-920.
[3] Stability theorems in shape and pro-homotopy, Trans. Amer. Math. Soc. 222 (1976) 389-403.

EDWARDS, D. A. & HASTINGS, H. M.

[1] On homotopy limits and the vanishing of $\lim^s$ for stable pro-groups,

[2] Čech theory: Its past, present and future, (mimeographed notes).

[3] Counterexamples to infinite-dimensional Whitehead theorems in pro-homotopy,

[4] Whitehead theorems in proper homotopy theory, Bull. Amer. Math. Soc. 82 (1976) 59-60.

[5] Every weak proper homotopy equivalence is weakly properrly homotopic to a proper homotopy equivalence, Trans. Amer Math. Soc. 221 (1976) 239-248.

[6] On topological methods in homological algebra, Proc. Amer. Math. Soc. 59 (1976) 389-393.

[7] Čech and Steenrod homoty theories with applications to geometric topology, Lecture Notes in. Math. 542, Springer (1976).

EDWARDS, D. A. & McAULEY, P. T.

[1] The shape of a map, Fund. Math. 96 (1977)195-210.

[2] Profibrations shape and classifications,

FARRELL, F. T., TAYLOR, L. R. & WAGONER, J. B.

[1] The Whitehead theorem in the proper category, Comp. Math. 27 (1973) 1-23.

FERRY, S.

[1] Approximate fibrations with nonfinite fibers, Proc. Amer. Math. Soc. 64 (1977) 335-345.

FELT, J. E.

[1] Homotopy groups of compact Hausdorff spaces with trivial shape, Proc. Amer. Math. Soc. 44 (1974) 500-504.

[2] ε-continuity and shape, Proc. Amer. Math. Soc. 46 (1974) 426-430.

[3] On the shape of compact metric pairs and their complements in the Hilbert cube, Thsis, Univ. of Florida, 1975.

FINBOW, A.

[1] Proximate approximate theory and generalized ANR's, Thesis, Univ. of Washington, 1975.

FRIEDLANDER, E.

[1] Fibrations in étale homotopy theory, Publ. Math. I.H.E.S., 42 (1972) 5-46

[2] The étale homotopy theory of a geometric fibration, Manuscripta Math. 10 (1973) 209-244.

GEOGHEGAN, R.

[1] Elementary proofs of stability theorems in pro-homotopy and shape,

[2] Fibered stable compacta have finite homotopy type,

[3] Compacta with the homotopy type of finite complexes, Proc. Geom. Top. Conf., Univ. of Georgia, 1977, Academic Press,

GEOGHEGAN, R. & SUMMERHILL, R.

[1] Pseudo-boundaries and pseudo-interiors in euclidian spaces and topological manifolds, Trans. Amer. Math. Soc. 194 (1974) 141-165.

[2] Infinite-dimensional methods in finite-dimensional geometric topology, Bull. Amer. Math. Soc. 78 (1972) 1009-1014.

GMURCZYK, A.

[1] On the shape of finite bouquets of n-sphere, Bull. Acad. Polon. Sci. 22 (1974) 1251-1254.

[2] A bouquet with movable pointed leaves is movable, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976) 621-626.

GOAD, R. E.

[1] Local homotopy properties of maps and approximation by fiber bundle projections, Thesis, Univ. of Georgia, 1976.

[2] A Whitehead theorem for proper shape theory,

GODLEWSKI, S.

[1] Shape retracts of topological spaces, Fund. Math.

GORDH, G. R. Jr.

[1] On inverse limits of ANR's with metric shape, Balkan Math.

GORDH, G. R. Jr. & MARDEŠIĆ, S.

/83-90

[1] Reducing inverse systems of monomorphisms, Coll. Math. 33 (1975)

[2] On the shape of movable Hausdorff curves, Bull. Acad. Polon. Sci. 23 (1975) 169-176.

[3] Characterizing local connectecness in inverse limits, Pacific J. Math. 58 (1975) 411-417.

GROSSMAN, J. W.

[1] A homotopy theory of pro-spaces, Trans. Amer. Math. Soc. 201 (1975) 161-176.

[2] Homotopy classes of maps between pro-spaces, Mich. Math. J. 21 (1974) 355-362.

[3] Homotopy groups of pro-spaces, Illinois J. Math. 20 (1976) 622-625.

HANDEL, M.

[1] Approximating stratum preserving CE maps between CS sets by stratum preserving homeomorphisms, Geometric Topology (Proc. Geom. Top. Conf., Utah, 1974), Lecture Notes in Math. 438. Springer (1975).

HASTINGS, H. M.

[1] Homotopy theory of pro-spaces I, II, mimeographed notes, SUNY st Binghamton, 1974.

[2] Strong pro-homotopy,

[3] Whitehead and comparison theorem,

[4] A counterexample in proper homotopy theory,

HOLLINGSWORTH, J. G. & RUSHING, T. B.

[1] Embeddings of shape classes of compacta in the trivial range, Pacific J. Math. 60 (1975) 103-110.

[2] Homotopy characteristics of weakly flat codimension 2 spheres, Amer. J. Math. 98 (1976) 385-394.

HUSCH, L. S.

[1] Approximating approximate fibrations by fibrations, Can. J. Math. 29 (1977) 897-913.

HUSCH, L. S. & IVANŠIĆ, I.

[1] Shape domination and embedding up to shape, Comp. Math.

[2] Embeddings and concordances of embeddings up to shape, Acta Math.

HYMAN, D. M.

[1] ANR divisors and absolute neighborhood contractibility, Fund. Math. 62 (1968) 61-73.

IVANŠIĆ, I.

[1] Embedding compacta up to shape, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 471-475.

KADLOF, A.

[1] Remarks on Borsuk's problems concerning the operation of the addition of pointed shapes, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976) 1001-1006.

[2] Concerning the ordering shape property, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976) 1103-1108.

[3] On some properties of P-like compacta, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 63066.

[4] The Van-Kampen theorem in the shape theory, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 395-400.

KALININ, V. A.

[1] Approximative retracts for the class of bicompact spaces, Dokl. Akad. Nauk SSSR 214 (1974) = Soviet Math. Dokl. 15 (1974) 174-178.

[2] Representation of absolute shape retracts as intersections of Tychonoff cubes, Dokl. Akad. Nauk SSSR 227 (1976) = Soviet Math. Dokl. 17 (1976) 558-562.

[3] A fixed-point theorem, Dokl. Akad. Nauk SSSR 230 (1976) = Soviet Math. Dokl. 17 (1976) 1280-1282.

KAMINKER, J. & SCHOCHET, C.

[1] Steenrod homology and operator algebras, Bull Amer. Math. Soc. 81 (1975) 431-434.

[2] K-theory and Steenrod homology: Applications to the Brown-Douglas-Fillmore theory of operator algebras,

KEESLING, J.

[1] Shape theory and topological groups, Proc. 2nd Pittsburg Inten. Conf. on Gen. Top. and Appl., 1972, Lecture Notes in Math. 378, Springer (1974) 233-242.

[2] A non-movable trivial-shape decomposition of the Hilbert cube, Bull. Acad. Polon. Sci. 23 (1975) 997-998.

[3] The Čech cohomology of movable and n-movable spaces, Trans. Amer. Math. Soc. 219 (1976) 149-167.

[4] Some examples in shape theory using the theory of compact connected abelian topological groups, Trans. Amer. Math. Soc. 219 (1976) 169-188.

[5] Decompositions of the Stone-Čech compactification which are shape equivalences,

[6] The Stone-Čech compactification and shape dimension,

KEESLING, J. & SHER, R. B.

[1] Shape properties of the Stone-Čech conpactification,

KODAMA, Y.

[1] A remark on the dimensional fullvaluedness, Proc. Japan Acad. 53 (1977) 113-115.

[2] Note on shape theory, Kokyurok, Res. inst. Math. Kyoto Univ. 194 (1973) 26-41.

[3] On product of shape and a question of Sher, Pacific J. Math. 72 (1977) 115-134.

[4] On shape of product spaces, Gen. Top. and its Appl.

[5] A remark on the union of pointed FANR's, Bull. Polon. Acad. Sci
KODAMA, Y. & ONO, J.
[1] On fine shape theory I, II, Fund. Math.
KODAMA, Y., ONO, J. & WATANABE, T.
[1] AR associated with ANR-sequence and shape, Gen. Top. and its Appl.
KODAMA, Y., WATANABE, T. & SPIEŻ, S.
[1] On shape of hyperspaces, Fund. Math.
KOYAMA, A.
[1] Hopf classification theorem in shape theory, Japonica Math.
KOYAMA, A., ONO, J. & TSUDA, K.
[1] An algebraic characterization of pointed S^n-movability, Bull. Acad. Polon. Sci.
KOZLOWSKI, G.
[1] Factorizationn of certain maps up to homotopy, Proc. Amer. Math. Soc. 21 (1969) 88-92.
[2] Images of ANR's, Trans. Amer. Math. Soc.
KOZLOWSKI, G. & SEGAL, J.
[1] Local behavior and the Vietoris and Whitehead theorems in shape theory, Fund. Math.
KRASINKIEWICZ, J.
[1] Curves which are continuous images of tree-like continua are movable, Fund. Math. 89 (1975) 233-260.
[2] Shape properties of hyperspaces, Fund. Math.
[3] Mappings onto circle-like continua, Fund. Math.
KRASINKIEWICZ, J. & MINC, P.
[1] Generalized paths and pointed 1-movability, Fund. Math.
KUPERBERG, W.
[1] On certain homological properties of finite-dimensional compacta, Carriers, minimal carriers and babbles, Fund. Math. 83 (1973) 7-23.
LACHER, R. C.
[1] A cellularity criterion based on codimension, Glasnik Mat. 11 (1976) 135-140.
[2] Cell-like mappings and their generalizations, Bull. Amer. Math. Soc. 83 (1977) 495-552.
LAPINSKIS, S.
[1] On the W-shape of open plane subsets, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 795- 803.
LEE, C. N. & RAYMOND, F.
[1] Čech extension of contravariant functors, Trans. Amer. Math. Soc. 133 (1968) 415-434.

LeVAN, J. H.
[1] Shape theory, Thesis, Univ. of Kentucky, 1973.
LISICA, Ju. T.
[1] Extension of sequences of mappings approximating a given compactum, Dokl. Akad. Nauk SSSR 212 (1973) 806-809 = Soviet Math. Dokl. 14 (1973) 1467-1471.
LIEM, V.-T.
[1] Certain continua in S^n of the same shape have homeomorphic complements, Trans. Amer. Math. Soc. 218 (1976) 207-217.
[2] Certain continua in S^n with homeomorphic complements have the same shape, Fund. Math. 97 (1977) 221-228.
[3] Some cellular subsets of the spheres, Pacific J. Math. 68 (1977) 115-125.
MARDEŠIĆ, S.
[1] Shapes of compact pairs, Symp. Math. Instituto Nazionale di Alta Matemeticw Roma, 1973, Academic Press,
[2] The Hurewicz and Whitehead theorems in shape theory, Studies in Topology (Charlotte Conf., 1974) Academic Press (1975) 355-366.
[3] A remark on shape deformation retracts, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 499-500.
MARTIN, J. R.
[1] A generalization of absolute retracts, Proc. Amer. Math. Soc. 52 (1975) 409-413.
[2] An example of a contractible LC^∞ compactum which is not an absolute approximate retract, Bull Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 489-492.
McCOY, R. A.
[1] Cells and cellularrity in infinite-dimensional normed linear spaces, Trans. Amer. Math. Soc. 176 (1973) 401-410.
McMILLIAN, D. R. Jr.
[1] A criterion for cellularity in a manifold, Ann. of Math. (2) 79 (1964) 327-337.
[2] Movability in three manifolds,
McMILLIAN, D. R. Jr. & SHRINKHANDE, N.
[1] On the simple connectivity of quotient space,
MINC, P.
[1] Generalized retracts and the Lefschetz fixed point theorem, Bull. Acad. Poln. Sci. 25 (1977) 291-299.

MORITA, K.

[1] Čech cohomology and covering dimension for topological spaces Fund. Math. 87 (1975) 31-52.

[2] The Hurewicz isomorphism theorem on homotopy and homology pro-groups, Proc. Japan Acad. 50 (1974) 453-457.

[3] Another form of the Whitehead theorem in shape theory, Proc. Japan Acad. 50 (1974) 458-461.

[4] A Vietoris theorem in shape theory, Proc. Japan. Acad. 51 (1975) 696-701.

[5] The Hopf extension theorem for topological spaces, Houston J. Math 1 (1975) 121-129.

[6] The suspension theorem in shape theory, Math. Japonica 20 (1975) 179-183.

[7] Shapeの理論, 数学 28 (1976) 335-347.

MOSZYŃSKA, M.

[1] The Whitehead theorem for uniformly movable topological spaces, Bull. Acad. Polon. Sci. 23 (1975) 993 996.

[2] The Fox theorem and the White-head theorem in the theory of shapes, Topics in Topology, Keszthely, Hungary, 1972, North-Holland (1974) 485-486.

[3] ANR-spaces which are deformation retracts of some polihedra, Fund. Math. 66 (1970) 203-214.

[4] Concerning the Whitehead theorem for movable compacta, Fund. Math. 92 (1976) 43-55.

[5] Concerning the shape groups of metric compact spaces, Fund. Math.

NOWAK, S.

[1] An example of finite dimensional movable continuum with an infinite family of factors, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976) 1019-1020.

[2] On the fundamental dimension of the cartesian product of two compacta, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976) 1021-1028.

NGUEN AN KIET

[1] Uniformly fundamental class of complete spaces and uniformly continuous maps, Bull. Acad. Polon. Sci.

OLĘDZKI, J.

[1] On the shape of components of an R-movable compactum, Bull. Acad. Polon. Sci. 22 (1974) 1239-1244.

ONO, J.
[1] A note on n-movability and S^k-movability, Proc. Japan Acad. 52 (1976) 52-54.

ORŁOWSKI, M.
[1] On fundamental matching of compacta II, III, Bull. Acad. Polon. Sci.

PORTER, T.
[1] Le produit des espaces compacts dans la catégorie Vtop, C.R. Acad. Sci. Paris 277 (1973) 331-332.
[2] Sur le théorème de van Kampen et la construction de Vietris, C. R. Acad. Sci. Paris 274 (1972) A 392-A 394.
[3] Formules généralisées de récurrencs et foncteur premier derivé de lim, C. R. Acad. Sci. Paris 277 (1973) 977-978.
[4] Des connexions entre la théorie de la forme et la théorie des semi-complexes, C.R. Acad. Paris Sér. A 277 (1973) 357-358.
[5] Borsuk's theory of shape and Čech homotopy, Math. Scad. 33 (1973) 83-89.
[6] Obstructions in shape theory, Bull Amer. math. Soc. 79 (1973) 1206-1209.
[7] Stability results for topological spaces, Math. Z. 140 (1974) 1-21.
[8] Paired homotopy type, Royal Irish Acad. 74A (1974) 103-113.
[9] Čech homotopy III, Bull. London Math. Soc. 42 (1974) 307-311.
[10] Une théorie des obstructions das une catégorie des diagrammes et des applications a la theorie d'homotopie de Čech I, II, III, Ann. Soc. Sci. de Bruxelles 88 (1974) 281-291; 89 (1975) 25-40; 89 (1975) 375-384.
[11] Stability results for algebraic inverse systems, Proc. Royal Irish Acad. 76 Sect. A (1976) 79-83.
[12] Categories of promodules, Cahiers de Topologie et Geometrie Diff., Proc. Amiens Conf. on Category Theory and its Appl. 1975
[13] Stability of algebraic inverse systems, J. Pure and Applied Algebra.
[14] Stability of algebraic inverse systems I, Fund. Math.
[15] Coherent prohomotopy theory,
[16] Abstruct homotopy theory in procategories,
[17] Coherent prohomotopical algebra,
[18] Čech homotopy IV, V,

QUILLEN, D.
[1] Homotopical algebra, Lecture Notes in Math. 43, Springer, 1967.
ROGERS, J. T. Jr.
[1] A cohomological characterization of preimages on planar, circle-like continua,
[2] The shape of a cross-section of the solution funnel of an ordinaly differetial equation, Illinois J. Math. 21 (1977) 420-426.
ROSŁANIEC, H.
[1] On some properties of quasi-homeomorphic compacta, Bull. Acad. Polon. Sci. 23 (1975) 1281-1285.
RUSHING, T. B.
[1] The compacta X in S^n for which Sh(X) = Sh(S^k) is equivalent to $S^n - X \approx S^n - S^k$, Proc Geom. Top. Conf., Park City, Utah, 1974, Lecture Notes in Math. 438, Springer (1975) 424-427.
[2] The compacta X in S^n for which Sh(X) = Sh(S^k) is equivalent to $S^n - X \approx S^n - S^k$, Fund. Math. 97 (1977) 1-8.
SAKAI, K.
[1] Replaceing Maps by embeddings betweem [0,1)-stable Q-manifold pairs, Math. Japonica 22 (1977) 93-98.
[2] Some properties of MAR and MANR, Tôhoku Math. J.
SEGAL, J.
[1] On the shape classification of manifold-like continua, Proc. 3rd Prague Symp. on Gen Top. and its relations to modern Analy. and Alg., 1971, Prague (1973) 389-291.
[2] Shape theory, Proc. Top. Conf., Norman, Oklahoma, 1972, Univ. of Oklahoma (1972) 296-304.
[3] Shape classifications, Proc. Intern. Symp. on Top. and its Appl., Budva, 1972, Savez Drustava Mat. Fiz. i Astronom., Beograd (1973) 225-228.
[4] Movable shapes, Virginia Polytechnic Instute Topology Conf., Blackburg, 1973, Lecture Notes in Math. 375, Springer (1974) 236-241.
[5] Movable continua and shape retracts, Studies in Topology (Chrlotte Conf., 1974), Academic Press (1975) 539-574.
[6] Lecture notes in shape theory, mimeographed notes, Univ. of Washington, 1976.
SANDERS, T. J.
[1] Compactly generated shape theories, Fund. Math. 93 (1976) 37-40.

SHER, R. B.
[1] A theory of absolute proper retracts, Fund. Math. 88 (1975) 241-247.
[2] Proper shape theory and neighborhoods of sets in Q-manifolds, Bull. Polon. Sci. 23 (1975) 271-276.
[3] Products and sums of absolute proper retracts, Collq. Math. 33 (1975) 81-102.
[4] Docility at infinity and compactifications of ANR's, Trans. Amer. Math. Soc. 221 (1976) 213-224.
[5] Extension, retracts, and absolute neighbourhood retracts in proper shape theory, Fund. Math. 94 (1977) 149-159.
[6] Docility at infinity and characterizations of APR's,
[7] Shape docility at infinity and shape retraction,
SHRINKHANDE, N.
[1] Homotopy properties of decomposition spaces, (Notices AMS April 1975, A-392)
SIEBENMANN, L. C.
[1] Approximating cellular maps by homeomorphisms, Topology 11 (1972) 271-294.
[2] Regular (or canonical) open neighborhoods, Gen. Top. and its Appl. 3 (1973) 51-62.
[3] Chapman's classification of shapes: A proof using collapsing, Manuscripta Math. 16 (1975) 373-384.
[4] Infinite simple homotopy types, Indag. Math. 32 (1970) 479-495.
[5] L'invariance topologique du type simpe d'homotopie [d'apres T. Chapman et R. D. Edwaerds], Seminaire BOURBAKI 25e annee, 1972/73 no.428, Lecture Notes in Math. 383, (1974) 186-209.
SINGH, S.
[1] On a question of Borsuk on FAR's, Bull Acad. Polon. Sci. 23 (1975) 267-269.
[2] On some shape invariant, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976) 71-74.
[3] Decompositions, F-stability and FR-stability, Bull. Acad. Polon. Sci. 24 (1976) 767-771.
[4] A linking axiom and retracts,
ŠOSTAK, A. P.
[1] Shape equivalence in compactness classes, Dokl. Akad. Nauk SSSR 214 (1974) 67-70 = Soviet Math. Dokl. 15 (1974) 72-77.

STROK, M.

[1] A factorization lemma and its application to realization of mappings as inverselimits, Colloq. Math. 29 (1974) 223-230.

[2] A remark on Borsuk's paper "On fundamental deformation retracts and on some related notions", Bull. Acad. Polon. Sci. 23 (1975) 767-769.

TSUDA, K.

[1] On AWNR-spaces in shape theory,

UNGAR, G. S.

[1] ANR's and NES's in the category og mappings on metric spaces, Fund. Math. 95 (1977) 111-127.

VENEMA, G. A.

[1] Embeddingd of compacta with shape dimension in the trivial range, Proc. Amer. Math. Soc. 55 (1976) 443-448.

[2] Weak flatness for shape classes of shere-like continua,

VO, T. L.

[1] Embeddings of shape classes in closed manifolds, Thisis, Univ. of Utah, 1975.

[2] Certain continua in S^n of the same shape have homeomorphic complements, Trans. Amer. Math. Soc.

VOGT, R.

[1] Homotopy limits and colimits, Math. Z. 134 (1973) 11-52.

WATANABE, T.

[1] Shape classifications for complex projective space-like and wedges of n-spheres-like continua, Sci. Rep. of the Tokyo Kyoik Daigaku, Sect. A, 12 (1974) 233-245.

[2] On the characterization of uniform movability for compact connected abelian groups, Glasnik Mat.

[3] On Čech homology and a stability theorem in shape theory, J. Math. Soc. Japan

[4] On spaces which have the shape of compact metric spaces, Fund. Math.

[5] Some relations between shape density and shape length, Bull. Acad. Polon. Sci.

[6] A note on the Hurewicz theorem in shape theory, Proc. Amer. Math. Soc. 61 (1976) 137-140.

[7] On strong movability, Bull. Acad. Polon. Sci. 25 (1977) 813-816.

WEST, J. E.

[1] Mapping Hilbert cube manifolds to ANR's: A solution of a cojecture of Borsuk, Ann. of Math. 106 (1977) 1-18.

SUPPLEMENT

EDWARDS, D. A. & HASTINGS, H. M.

[8] Why the R-completion works, Gen. Top. and its Appl. 7 (1977) 179-184.

[9] Canonical Steenrod extensions of generalized homology theories,

EDWARDS, D. A. & GEOGHEGAN, R.

[4] Splitting homotopy idempotents,

DAVERMAN, R. J. & RUSHING, T. B.

[1] Weak flatness criteria for codimension 2 sheres in codimension 1 manifolds, Gen. Top. and its Appl. 6 (1976) 101-115.

BORSUK, K.

[6] Some remarks on perforated spaces, Uspekhi Mat. nauk 31 (1976) 49-56 = Russian Math. surveys 31 (1976) 49-55.

BAUER, F. W.

[1] A shape theory with singular homology, Pacific J. Math. 64 (1976) 25-65.

BALL, B. J. & SHAR, R.

[1] Embedding circle-like continua in E^3, Canad. J. Math. 25 (1973) 791-805.

[2] A theory of proper shape for locally compact metric spaces, Bull. Amer. Math. Soc. 79 (1973) 1023-1026.

QUIGLEY, J. B.

[1] Shape theory, approaching theory and Hurewicz theorem, Thesis, Indiana Univ., Bloomigton, 1970.

McCORD, M. C.

[1] Inverse limit sequences with covering maps, Trans. Amer. Math. Soc. 114 (1965) 197-209.

ONO, J. & WATANABE, T.

[1] Recent results and open problems on movability in shape theory, MinOwa Summer Seminar on General Topology, 1975, mimeo. notes.

INTER-UNIVERSITY CENTRE OF POST-GRADUATE STUDIES

[1] Problems in shape and pro-homotopy, the post-graduate couse "Shape theory and pro-homotopy", Dubrovnik, Jan. 12-30, 1976.

SIEBENMANN, L. C., GUILLOU, L. & HAHL, H.

[1] Les voisinages ouverts reguliers, Ann. Sci. Ec. Norm. Sup. 4^e Serie, 6 (1973) 253-293.

[2] Les voisinages ouverts reguliers: Criteres homotopiques d'existence, Ann. Sci. Ec. Norm. Sup. 4^e Serie, 7 (1974) 431-462.

I.H.E.S 便り

I.H.E.S.で毎週おこなわれているセミナーの様子をお伝え致します。

月曜日　14：45〜16：00

Sullivan氏が中心となって"hyperbolic space and related topics"というのが1月からはじまりました。今のところSullivan氏が話をしています。出席者はSiebenman, Stein, Greuel, Rumler, Poénarce, Cerf, Kuiper, Deligne, Ruelleの各氏など。最近のMilnor－Thurstonの仕事との関連，非ユークリッド幾何，射影幾何の見直し，dynamical systemやfoliationのexamplesの構成，それとあわよくば，Poincaré予想などといろいろねらいはあるようです。

火曜日

この日は主として代数で，Deligne氏が中心のものと，Cartier氏が中心のものと2本あります。

水曜日　物理のセミナー　Prof. Ruelleが中心。
木曜日　物理のセミナー　Prof. Michelが中心。この日は主として物性論のようです。

金曜日　14：45〜16：00，16：45〜18：00

Thom氏の"Séminarie de Singularité"があります。昨年11月より続いています。出席者はThom, Eells, Sullivan, Siebenman, Stern, Greuel, Rumler, A'campo, Poénaru, Cerf, Kuirper, Chaperom, Mostowski, Trufman, Pinkham, Shiota, Ushiki, Shiki, K. Brown, Berger, Lawsonの各氏などで，今年1月からの講演者は（2月まで）

Mostowski, Chaperm, Lonjieaga, Stern, Thom, Kuiper, Trotman, A'Campo, Kupta, Shiota, Mira の各氏でした. Thom 氏の質問その他が面白い.

土曜日 10：45 ～ 12：00

Catastrophe Theory のセミナーで, 数学者以外の人も出席しています.

2月7日(火)に, I.H.E.S. でパーティーがありました. これは "Mardi Gras" といって, 変装を楽しむ日であったようで, Deligne さんのインディアン, Berger さんの海賊, Eells さんの回教徒などの仮装がありました. Ruelle さんは今年の夏に京大へ出かけられるそうです.

(1978年2月, 足立正久氏の手紙より転写)
転写ですので, 人名等のつづりに誤りがありましたらお詫び致します.

分科会ニュース

1978年トポロジー・シンポジウムは, 7月18, 19, 20日の3日間にわたり, 新潟大学で開催の予定です。

7月21, 22, 23, 24, 25日にわたって, トポロジー若手セミナーという集会が, 長岡市八方台休暇センターで予定されています。 新潟, 長岡は近いですから如何でせう。

今年度の数学会評議員(トポロジー分科会選出)は
児玉之宏氏 (筑波大)
西田吾郎氏 (京大)
の両氏が御引受されました。

大学のトポロジー

今回は東北大学，茨城大，新潟大学の近況をお知らせ致します。 西森敏之氏，岡本茂氏，渡部剛氏のお世話になりました。

東北大学では毎週月曜日に片平でセミナーを行い，アブストラクト3枚程度を必ず用意することにしており，山形，岩手などの各県からの人々も出席されている。
茨城大学では教室全体として毎週木曜日の午後に1時間～2時間程度のゼミが行なわれています。 新潟大学では大学院以上のゼミが毎週一回，論文の紹介，自分の仕事の発表を中心に行なわれていて，メンバーは研究生が中心で，M1，M2，新潟以外の人々もたまに参加されます。

1978年2月現在	
東北大学	
メンバー	
和田秀二氏	2年(後期) 曲線論，曲面論
岩田恒一氏	3年(前期) 多様体論．(後期) ホモロジー
佐藤　肇氏	4年 自由
西森敏之氏	4年セミナー：Milnor "Morse theory"
茨城大学	
メンバー	
岡本　茂氏	2年 集合論初歩，位相空間論，アフィン幾何，射影幾何など。
麻生　透氏	3年 リーマン多様体論，ホモロジー論
工藤研二氏	4年 集中講義あり
	4年セミナー：Massey "Algebraic Top" an Introduction.
新潟大学	
メンバー	
青木　清氏	2年 位相空間論
渡部　剛氏	3年 位相幾何学（田村著トポロジー）

吉岡智晃氏 冨塚静雄氏 加賀利広氏 小方重男氏 工専 鈴木雅之氏 工専	3年　微分幾何学（多様体，微分形式） 4年　位相幾何学（微分位相幾何，リー群，変換群など，年次により変化あり），集中講義あり。 4年セミナー：Spanier "Algebraic Top"，Greenberg "Algebraic Top"。 大学院セミナー：M1では， Jänich：Differentiable (G-) Manifolds Lee：Wall surgery groups M2ではテキストは読めずに学生がやりたいことをやる。現在はリーマン多様体の isometry group，特性類の公理化などをやっています。

あとがき

今回は特集として，Shape 理論と foliation の理論をとりあげました。こんなことを知りたいという希望がありましたらお知らせ下さい。文献リストとしては，Shape 理論についてのものを酒井氏が作ってくれました。未だ出版されていないプレプリントなど御存知のかたは，"もの"，"存在場所" など御連絡下さい。

前回に続き，海外ニュースとして，I.H.E.S の最近のようすが，現地におられる足立正久氏から届けました。

連絡先　東京工大　理学部　笹尾靖也

東大　教養学部　加藤十吉