TOPOLOGY NEWS

NO.1　　　1977年4月

トポロジー・トポロジストのあれこれ

日本でのトポロジー研究が“どのように”そして“どんな人々によって”進められているかを，いろいろな面から眺めてみようというのがこのページのねらいです．“どのように”の観点からは，全国的集会として毎年1回開催されている“位相幾何学シンポジウム”があります。そもそもの発端は26年前にさかのぼるようです．当時はトポロジー専攻者の人数も少なく，またトポロジー自身も若々しく，未知の分野も豊富にあって，比較的に取り組み易いところがあったように思えます．最初に“勉強会”としてスタートしたのが，1951年で，第2次大戦が終って6年目の頃でした。世情は不安定で，“数学など……”の世の中であったように思います．その後，時間の進行とともに研究者も増加し，リーダー達の大いなる努力もあって今日の姿になったようです．それで，位相幾何学シンポジウムの歴史を眺めれば，日本のトポロジーがどんな具合に成長してきたかが，いくらかはわかるのではないかと思い，その記録を集約してみました。昔（？）の人々には過去をなつかしみ，これからの人々には昔を知ってもらうことで，また新しい研究エネルギーが得られればと思います．具体的な講演の内容については雑誌“数学”を参照して頂くことにして，以下のように年表的なものを作ってみました。（○－△）は“数学”の巻とページです．

〈位相幾何学シンポジウム記録〉

第6回　1956年8月29日～9月1日　信州大　約40名
和田秀三（東北大），戸田宏（大阪市大），中岡稔（大阪市大），
(8-192)　山ノ下常与（東大），横田一郎（大阪市大），島田信夫（名大），
山菅弘（大阪市大），荒木捷朗（九大），村上信吾（阪大），
寺阪英孝（阪大）

第7回　1957年9月5日～9月7日　愛媛大　30名
戸田宏（京大），樹下真一（阪大），村杉邦男（法大），菅原正博
(9-115)　（岡山大），横田一郎（大阪市大），荒木捷朗（九大），中岡稔
（大阪市大），山ノ下常与（武蔵工大）

第8回　1958年8月28日～8月30日　山形大　約50名
工藤達二（九大），水野克彦（大阪市大），山菅弘（大阪市大）
(11-113)　菅原正博（岡山大），白岩謙一（名大），島田信夫（名大）
服部晶夫（東大），山ノ下常与（武蔵工大），鈴木治夫（東北大）

第9回　１９５９年８月２５日～８月２７日　富山大　約５０名
島田信夫（名大），横田一郎（大阪市大），中村得之（東大）
（12－63）　高橋典大（武蔵工大），和田達（東海大），樹下真一（阪大）
静間良次（立命館大），野口広（早大），斎藤喜宥（大阪市大）
青木清・本間栄一・金子哲夫（新潟大）

第10回　１９６０年９月１３日～９月１５日　神戸大　約６０名
小松醇郎（京大），田尾鶉三（阪大），白岩謙一（名大），中村得之
（12－244）　（東大），斎藤喜宥（大阪市大），野口広（早大），山下弘（大阪市大），工藤達二（九大），水野克彦（大阪市大），山ノ下常与（武蔵工大），島田信夫（名大）

第11回　１９６１年８月２９日～８月３１日　信州大　約６０名
竹内勝（東大），静間良次（立命館大），松永弘道（九大）
（13－174）　伊勢幹夫（阪大），四方義啓（大阪市大），荒木捷朗（九大）
横田一郎（大阪市大）

お知らせ

各種研究集会や来日外人学者の予定などを御存知の方はお知らせください。このニュースは毎年４月と１０月の学会の折りに発行の予定ですので４月～１０月までのニュースは４月発行分に１１月～３月までのニュースは１０月発行分にのせたいと思いますので，セミナー開催や集会のリーダーになられるかたは，宣伝もかねてぜひお知らせください。

今回は白岩謙一氏から通知のあったニュースです。

1．Prof. G. Sell（ミネソタ大）が５月～７月に来日，６月はじめに京都の数理解析研で特別計画の共同研究集会が開かれます。
2．７月６日～９日に「電気回路の力学系」という共同研究集会が，数理解析研で開催の予定で代表者は上田氏（京大・工）です。
3．日本数学会１００年祭（５２年１０月）に，Thom と Atiyah が来日とのニュースもあります。

大学のトポロジー

トポロジーの研究が集中的に行なわれている所といえば、今日の日本では、大学であろうと思うし、その実状をたずねてみることで日本のトポロジーの一端を見ることができると思います。それで各大学の様子をいろいろとうかがってみることにしました。北から始める予定でしたが時日の関係で手近の所から調べてみることにしました。今後の取材によろしく御協力ください。

1977年2月現在				
	メンバー	学部授業内容	学部4年セミナー	修士
東大	田村一郎氏 服部晶夫〃 中村得之〃 加藤十吉〃 松本幸夫〃 岡睦雄〃 坂本幸一〃 D.C. 5 M.C. 10	3年 多様体論（服部晶夫氏著書程度） ホモロジー論（ポアンカレー双対定理） 4年（かなり自由） 参考：特性形式 微分位相幾何入門 集中講義あり	テキスト例 J.Milnor著 「Characteristic Classes」 田村一郎著 「葉層のトポロジー」	論文紹介 各自研究の発表
東工大	本間龍雄氏 志賀浩二〃 雨宮一郎〃 笹尾靖也〃 福田征子〃 増田一男〃 高橋秀雄〃 落合豊行〃 D.C. 2 M.C. 4	3年 ホモロジーと基本群 （田村一郎氏著：トポロジー 程度） 3年～4年 多様体論（岩波基礎講座；志賀浩二著；多様体I,II程度） 集中講義あり	テキスト例 Switzer著 「Algebrdic topology」 S. Maclane著 「Homology」	論文紹介 各自研究の発表

東大では毎週火曜日の午後に"火曜セミナー"の通称でセミナーを行っている。参加者は15～30名位で、トポロジーのみでなく境界領域の話題なども取りあげている。最近の題目をいくつかあげると、

"Vector fieldsの作るリー環やゲルファントーフックスのコホモロジー論の現況"

"特異点をもつコボルジズムとWhitehead積"

"Foliationのstrong vanishing theorem"

などがありました。東京工大では本間氏のグループが毎週1回、時々の話題を中心に集会をもっています。参加者は10名位でなかなか活発です。

なお、表中のメンバーについては移動もあろうし、又第10分科会（トポロジー分科会）に登録された方々で抜けている場合もあろうと思いますが、ひどく精密なものは技術的にもできませんので御了承ください。

── 特集 ──　レンズ空間

Part I. (J. Milnor, Whitehead torsion, Bull. A.M.S., 72 (1966) より).

§1. 定義。　$\mathbb{C}$を複素数体，nを自然数，$S^{2n+1}=\{(z_0,\cdots,z_n)\in\mathbb{C}^{n+1}\mid\sum_{k=0}^{n}|z_k|^2=1\}$とする。1の原始$m$乗根$\exp(2\pi\sqrt{-1}/m)$　($m\geqq 2$)　をωと表わす。$p_0,\cdots,p_n$を$(p_k,m)=1$　($0\leqq k\leqq n$) なる整数 (mod m) とする。m次の巡回群$\mathbb{Z}_m$の生成元tのS^{2n+1}上への作用を

$$t\cdot(z_0,\cdots,z_n)=(\alpha_0\cdot z_0,\cdots,\alpha_n\cdot z_n),\quad \alpha_k=\omega^{p_k}\ (0\leqq k\leqq n)$$

により定める。かくて，$\mathbb{Z}_m$はS^{2n+1}上 free に作用し，その商多様体$S^{2n+1}/\mathbb{Z}_m$を$L(m;p_0,\cdots,p_n)$と表わし，レンズ空間という。$L(m;p_0,\cdots,p_n)$は自然に向きづけられた$2n+1$次元のRieman多様体で，その基本群は$\mathbb{Z}_m$である。

(1.1)　$(p_0,\cdots,p_n)$の置換$(p_0',\cdots,p_n')$に対し，基本群$\mathbb{Z}_m$の指定された生成成元t及び向きを保つ同型$L(m;p_0,\cdots,p_n)\cong L(m;p_0',\cdots,p_n')$が存在する。又，1つの$p_k$を$-p_k$とすると互に向き変える同型が存在する。すなわち，$L(m;p_0,\cdots,p_k,\cdots p_n)\cong -L(m;p_0,\cdots,-p_k,\cdots,p_n)$。

(1.2)　$\mathbb{Z}_m$の生成元をとりかえると，自然数sに対して，$L(m;p_0,\cdots,p_n)$は$L(m;s\cdot p_0,\cdots,s\cdot p_n)$となる。よって，$t$を指定しないときには$L(m;p_0:\cdots:p_n)$と表示するとよい。

§2. Homology, homotopy type, tangent bundle, h-cobordism.

(2.1) [Cell structure] (Franz [1935], De Rahm [1950])

(i)　$L=L(m;p_0,\cdots,p_n)$のCW-分解は$e^0\cup e^1\cup\cdots\cup e^{2n+1}$である。各cell e^kのLのuniversal covering S^{2n+1}へのもちあげ$\hat{e}^k$の境界関係は$\partial\hat{e}^{2k+1}=(t^{q_k}-1)\cdot\hat{e}^{2k}$ $(0\leqq k\leqq n)$，$\partial\hat{e}^{2k}=(1+t+\cdots+t^{m-1})\cdot\hat{e}^{2k-1}$ $(1\leqq k\leqq n)$，但し，q_kはp_kの "reciprocal" residue class ($p_k\cdot q_k\equiv 1$ mod m) である。

(ii)　したがって，$H_0(L;\mathbb{Z})=H_{2n+1}(L;\mathbb{Z})=\mathbb{Z}$，
$H_{2k+1}(L;\mathbb{Z})=\mathbb{Z}_m$ $(0\leqq k\leqq n-1)$，$H_{2k}(L;\mathbb{Z})=0$ $(1\leqq k\leqq n)$ となる。

(2.2). [Homotopy type] (Rueff [1938], Olum [1953])

$L(m;p_0,\cdots,p_n)$と$L(m;p_0',\cdots,p_n')$が ($\mathbb{Z}_m$の生成元及び向きを保ち) homotopy 同値となる為の必要十分条件は ($q_0\cdots q_n\equiv q_0'\cdots q_m'$ mod m) ある整数sに対し，$q_0\cdots q_n\equiv\pm s^{n+1}q_0'\cdots q_n'$ mod m が成立することである。(こゝに，q_k，q_k'は(2.1)のp_k，p_k'の "reciprocal" residue classである。

(2.3) [Tangent bundle]

$L=L(m;p_0,\cdots,p_n)$の total Pontrjagin class $P=1+P^1+\cdots+P^k+\cdots$は$\mathbb{Z}_m$の生成元$t$により定まる$H^2(L;\mathbb{Z})$ $(=\mathbb{Z}_m)$ の生成元xにより，

$$P=(1+p_0^2\cdot x^2)\cdot\cdots\cdot(1+p_n^2\cdot x^2)$$

と表わされる。とくに，Lがparallelizableであれば，$\dim L=3$ $(n=1)$であるか，$\dim L=7$ $(n=3)$で，$p_0^2+p_1^2+p_2^2+p_3^2\equiv 0$ mod mがみたされなくてはならない。

(2.4) mが素数であれば，Lは tangential homotopy type で決定される。
(Szczarba [1964]，Folkman [1965])

(2.5) $\mathbb{Z}_m$に対し，$K_1(\mathbb{Z}[\mathbb{Z}_m])$は$\mathbb{Z}[\mathbb{Z}_m]$の unit のなす群$U(\mathbb{Z}[\mathbb{Z}_m])$と同型である。すなわち，$SK_1(\mathbb{Z}[\mathbb{Z}_m])=0$である。(Bass [1968]，XI. 7.3.)。

(2.6). 二つのレンズ空間の間に向き及び$\mathbb{Z}_m$の生成元を保つ h-cobordism があれば，互に同型であり，h-cobordism は s-cobordism となる。(Milnor [1966])

(注意: (2.5) は基本的な結果であり，Milnor [1966] では Bass によりその類似が有限アーベル群に対し成立することが報告されているとある。実は Bass の"予想(?)"は成立しないことが知られている。(松本幸夫氏が Milnor 氏から確かめて下さった。))

REFERENCES FOR PART I

1935

W. Franz, Über die Torsion einer Überdeckung, J. Reine Angew. Math. 173, 245-254.

K. Reidemeister, Homotopieringe und Linsenräume, Hamburger Abhandl. 11, 102-109.

1938

Rueff, Beiträge sur Untersuchung der Abbildungen von Mannichfaltigkeiten, Compositio. Math. 6, 161-202.

1950

G. de Rahm, Complexes à automorphismes et homéomorphie differentiable, Ann. Inst. Fourier, Grenoble 2, 51-67

J. H. C. Whitehead, Simple homotopy types, Amer. J. Math. 72, 1-57.

1953

P. Olum, Mappings of manifolds and the notion of degree, Ann. of Math. 58 458-480.

1964

Szczarba, On tangent bundles of fiber spaces and quotient spaces, Amer. J. Math. 86, 685-697.

1965

Folkman, Equivariant maps of spheres into the classical groups, Ph.D Thesis, Princeton Univ. Press.

1966

J. W. Milnor, Whitehead torsion, Bull. Amer. Math. Soc., 72, 358-426.

1968

H. Bass, Algebraic K-theory, W. A. Benjamin Inc.

Part II レンズ空間と Surgery (北田氏による。)

§3. レンズ空間 $L=L(m;p_0,\cdots,p_n)$ ($\dim L=2n+1$) の ε-triangulation あるいは ε-smoothing の全体を $hT^{\varepsilon}(L)$，$h\mathcal{S}^{\varepsilon}(L)$ とする。ここに，$\varepsilon=s$ (simple homotopy) あるいは $\varepsilon=h$ (homotopy) である。$L_r^{\varepsilon}(\mathbb{Z}_m)$ を r 次元 Wall 群とする。

(3.1) $n \geqq 2$ に対し，次の[Wall完全系列]が存在する；

(D.1) $\cdots \longrightarrow L^{\varepsilon}_{2n+2}(\mathbb{Z}_m) \xrightarrow{\omega} hT^{\varepsilon}(L) \xrightarrow{\eta} [L, G/PL] \xrightarrow{\theta} L^{\varepsilon}_{2n+1}(\mathbb{Z}_m)$

(D.2) $\cdots \longrightarrow L^{\varepsilon}_{2n+2}(\mathbb{Z}_m) \longrightarrow hS^{\varepsilon}(L) \xrightarrow{\eta} [L, G/SO] \xrightarrow{\theta} L^{\varepsilon}_{2n+1}(\mathbb{Z}_m)$。

但し，ω は Wall群の作用，η は normal inv. をとること，θ は surgery obstruction をとることにより定められる写像である。

(3.2) [normal inv. θ] (Wall [12]，m：奇数のとき Browder [2])

(i) m：奇数 あるいは n：偶数であれば $\theta = 0$.

(ii) m：偶数 かつ n：奇数であれば normal map $f : L \to G/PL\ (G/SO)$ に対して，$\theta(f) = 0 \iff d(f) = 0$，

但し，$d(f)$ は自然な準同型 $L^{s}_{2n+1}(\mathbb{Z}_m) \longrightarrow L^{s}_{2n+1}(\mathbb{Z}_2) \cong \mathbb{Z}_2$ による $\theta(f)$ の像。

(注意) [12] 14E の Wall の証明には欠陥がある。$\varepsilon = h$，s いずれの場合にも (3.2) が成立することは $L^{s}_{n}(\mathbb{Z}_m)$ に対する次の結果から確かめられる。

(3.3) [Wall群 $L^{\varepsilon}_{n}(\mathbb{Z}_m)$] $L^{\varepsilon}_{n}(\mathbb{Z}_m)$ は周期4である。($L^{\varepsilon}_{r}(\mathbb{Z}_m) = L^{\varepsilon}_{r}(m)$ とする)。

(i)

m	$L^{s}_{0}(m)$	$L^{s}_{1}(m)$	$L^{s}_{2}(m)$	$L^{s}_{3}(m)$
奇数	$\mathbb{Z}^{[\frac{m}{2}]+1}$	0	$\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}^{[\frac{m}{2}]}$	0
偶数	$\mathbb{Z}^{\frac{m}{2}+1}$	0	$\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}^{\frac{m}{2}-1}$	$\mathbb{Z}_2$

(ii) m：奇数 あるいは $m = 2^k$ であれば $L^{s}_{n}(m) \cong L^{h}_{n}(m)$ である。

(注意) $L^{s}_{\varepsilon}(\mathbb{Z}_p) = 0$ (p:奇素数) は R. Lee [6]，$L^{\varepsilon}_{2n+1}(\mathbb{Z}_m) = 0$ (m:奇数) は Bak [1]，一般の場合は Wall [13], [14] による。又，reduced Wall群 $\tilde{L}^{s}_{2n}(\mathbb{Z}_m)$ 上での multisignature ([12] 13A) の kernel が 0 となる。

§4. L と homotopy同値な $2n+1$ 次元閉多様体Mをホモトピーレンズ空間と呼ぶ。

(4.1) [Torsion Invariant] ホモトピーレンズ空間 M^{2n+1} に対し，

(i) $\Delta(M) \in \mathbb{Q}[\mathbb{Z}_m]/(\sigma)$

が符号及び $\mathbb{Z}_m$ の元による積を除いて定まる。但し，(σ) は $\sigma = 1 + t + \cdots + t^{m-1}$ で生成される $\mathbb{Z}_m$ の有理係数群環 $\mathbb{Q}[\mathbb{Z}_m]$ における ideal である。

$\Delta(M) = (t-1)^{n+1} \cdot u$ (u は $\mathbb{Z}[\mathbb{Z}_m]$ の unit mod(σ))

と表わされ，自然な augmentation $\varepsilon : \mathbb{Q}[\mathbb{Z}_m]/(\sigma) \to \mathbb{Z}_m$ $(t \mapsto 1)$ によって，$\varepsilon(u)$ は $\mathbb{Z}_m$ の unit となる。(Milnor [7] 参照)

(ii) $\Delta(M)$ は M の simple homotopy type，$\varepsilon(u)$ は M の homotopy type を定める。(Milnor [7]，Wall [12] 参照)

(4.2) [Atiyah-Singer Invariant] ホモトピーレンズ空間 M^{2n+1} に対し，

(i) $M = \Sigma^{2n+1}/\mathbb{Z}_m$ (Σ^{2n+1} はホモトピー球面) とすると，$m^k \cdot \Sigma$ は free $\mathbb{Z}_m$-作用をもつ W^{2n+2} を bound する。$\mathbb{Z}_m$ の複素表現環を $R(\mathbb{Z}_m)$，S をその multiplicative subset $\{(m-R)^k \mid R : \mathbb{Z}_m$ の正則表現，$k = 1, 2, \cdots\}$ とすれば，$\mathbb{Z}_m$-manifold W の signature を $\mathrm{Sign}(\mathbb{Z}_m, W)$ と表わすと，

$$A(M) = (m-R)^{-k}\, \mathrm{Sign}(\mathbb{Z}_m, W) \in S^{-1}R(\mathbb{Z}_m)$$

が定まる。PLの場合には，Wall [12] 13B で multisignature を用いて，ρ として定義されている。

(iii) ([3], [12]) mが奇数のとき，2つの homotopy レンズ空間が PL 同型

である為の必要十分条件はそれらの torsion Δ と Atiyah-Singer Inv. A が一致することである。

(注意) (イ) いかなる Δ, A が PL ホモトピーレンズ空間のそれらによって実現されるかについては Wall [12] 14E をみよ。

(ロ) $G/PL \overset{odd}{\simeq} BO$ ([11]) により, A は PL ホモトピーレンズ空間の normal inv. の odd torsion part を決定する。

(4.3) [2-primary part of PL normal invs. (m : even)]. (Wall [12])

(i) レンズ空間 $L(m;1,\cdots,1)$ を $L(m)$ と表わす。ホモトピーレンズ空間 M^{2n+1} に対して, 同型 $[L(m), G/PL] \cong [M, G/PL]$ がえられる。

(ii) 自然な S^1-fibration $\pi: L(m) \to \mathbb{C}P^n$ は 全射 $\pi^*: [\mathbb{C}P^n, G/PL] \to [L(m), G/PL]$ をひきおこす。m が偶数であれば, $m = 2^e m'$ (m': 奇数, $e \geq 1$) と表わされ, $f: L(m) \to G/PL$ は又 (i) により, $g: \mathbb{C}P^n \to G/PL$ に対し, $f = \pi^* g$ と表わしされる。このとき,

$t_{4k}(f) = \theta(g|\mathbb{C}P^{2k})$: index obstruction mod 2^e

$t_{4k+2}(f) = \theta(g|\mathbb{C}P^{2k+1})$: Kervaire obstruction in $\mathbb{Z}_2$

$\mathbb{T}(f) = \theta(g|\mathbb{C}P^2)$: mod 2^{e+1}

と定義する。(Wall [12]).

(iii). t_{2k} ($k=1,2,\cdots,n$), $\mathbb{T}$ は $[L(m), G/PL]$ の 2-primary part を決定する。

(iv). PL ホモトピーレンズ空間は Δ, A, t_{2k}, $\mathbb{T}$ で決定される。

(4.4) [Wall 群の作用] (Petrie [8])

$\tilde{L}^s_{2n+2}(\mathbb{Z}_m)$ は $hS(L)$ に free に作用する。

(注意) Petrie は m が奇数の場合にのみ示したが, 一般の m については (3.3) とその注意から成立がわかる。Atiyah-Singer inv. の代りに multisignature を使用して PL の場合にも成立することがわかる。

証明では, Wall 群の元からつくられる表現と Atiyah-Singer inv. との次の可換性が用いられる。

$$\begin{array}{ccc} \tilde{L}_{2n+2}(\mathbb{Z}_m) & \xrightarrow{\omega} & hS(L) \\ \downarrow & \circlearrowleft & \downarrow A \\ R(\mathbb{Z}_m) & \longrightarrow & S^{-1}R(\mathbb{Z}_m) \end{array}$$

(4.5) Differentiable case その他の問題点.

(i) (4.3), (iv) の differentiable case の類似は differentiable involution の場合と同じく normal inv. の決定の為の invs. が知られていないところに困難さがある。又, 次の (ii), (iii) もその困難さを顕わしている。

(ii) homotopy sphere 上の free $\mathbb{Z}_m$-action の例もごく限られている。([4], [10]).

(iii) $L_{2n+2}(1)$ の $hS(L)$ への作用が不明である。

具体的なことは何も知られていないといってよい状況である。

REFERENCES FOR PART II

[1], A. Bak, The computation of surgery groups of odd torsion groups, Bull. Math. Soc., 80(1974), 1113-1116.

[2], W. Browder, Free Z_p-actions on homotopy spheres, Topology of manifolds, Proc. Univ. Georgia, 1969, 217-226.

[3], W. Browder, T. Petrie and C. T. C. Wall, The classification of free actions of cyclic groups of odd order on homotopy spheres, Bull. Amer. Math. Soc. 77(1971), 455-459.

[4], Y. Kitada, Determination of homotopy spheres that admit free actions of finite cyclic groups, J. Math. Soc. of Japan, 28(1976), 343-359.

[5], R. Lee, Piecewise linear classification of some free Z_p-actions on S^{4k+1}, Mich. Math. J., 17(1970), 149-159.

[6], R. Lee, Computation of Wall groups, Topology, 10(1971), 149-176.

[7], J. Milnor, Whitehead torsion, Bull. Amer. Math. Soc., 72(1966), 358-426.

[8], T. Petrie, The Atiyah-Singer invariant, the Wall groups $L_n($ $,1)$ and the function $(te^x+1)/(te^x-1)$, Ann. of Math, 92(1970), 174-187.

[9], T. Petrie, Representation theory, surgery and free actions of finite groups on varieties and homotopy spheres, Lecture Notes in Mathematics, 168 "The Steenrod algebra and its applications", Springer-Verlag, 1970.

[10], P. Orlik, Smooth homotopy Lens spaces, Mich. Math. J., 16(1969), 245-255.

[11], D. Sullivan, Triangulating and smoothing homotopy equivalences and homeomorphisms, Geometric topology seminar notes(mimeographed), Princeton Univ., 1967.

[12], C. T. C. Wall, Surgery on compact manifolds, Academic Press, 1970.

[13], C. T. C. Wall, Some L-groups of finite groups, Bull. Amer. Math. Soc. Bull. Amer. Math. Soc., 79(1973), 526-529.

[14], C. T. C. Wall, Classification of hermitian forms VI group rings, Ann. of Math., 103(1976), 1-80.

Part III レンズ空间のK環，KO-環，J群，その他．（小林貞一氏による。）

§5、レンズ空间のK環，KO環。 $\mathfrak{p}=(p_0,\cdots,p_n)$ とし，$2n+1$ 次元レンズ空间 $L(m;p_0,\cdots,p_n)$ を $L^n(m;\mathfrak{p})$，とくに，$\mathfrak{p}=(1,\cdots,1)$ のとき，$L^n(m)$ と表わす。又，$L^n(m;\mathfrak{p})$，$L^n(m)$ の $2n$-skeleton（punctured レンズ空间）を $L^n_0(m;\mathfrak{p})$，$L^n_0(m)$ と表わす。

(5.1) (*Mahammed* [24]). 包含写像は次の同型をひきおこす。

$$\tilde{K}(L^n(m;\mathfrak{p}))\cong\tilde{K}(L^n_0(m;\mathfrak{p})),\quad \widetilde{KO}(L^n(m;\mathfrak{p}))\cong\widetilde{KO}(L^n_0(m;\mathfrak{p}))\oplus\Lambda_n$$

こゝに，$n\equiv 0\ (\mathrm{mod}\,4)\Rightarrow\Lambda_n=\mathbb{Z}_2$，$n\not\equiv 0\ (\mathrm{mod}\,4)\Rightarrow\Lambda_n=0$.

（上部 [14]，河口-菅原 [16] も参照。）

定義：　自然な表現　$\theta:\ \mathbb{Z}_m \to U(1)=S^1$　; $k \bmod m \mapsto e^{2\pi\sqrt{-1}\frac{k}{m}} (=\omega^k)$
によりuniversal covering $S^{2n+1} \to L^n(m;p)$ にassociateされた複素直線バンドルを $\eta_m:\ S^{2n+1}\times_\theta \mathbb{C} \to L^n(m;p)$ とし，stable class $\eta_m - 1 \in \tilde{K}(L^n(m;p))$ を σ_m で表わす。とくに，$L^n(m;p)=L^n(m)$ のとき，単に $\eta_m=\eta$，$\sigma_m=\sigma$ と表わす。

(5.2) (i) (Mahammed [24]).　$K(L^n(m;p)) \cong \mathbb{Z}[\eta_m] \big/ \langle \prod_{i=0}^{n}(1-\eta_m^{p_i}),\ \eta_m^{\ m}-1 \rangle$,
こゝに，分母は $\mathbb{Z}$-係数多項式環において $\prod_{i=0}^{n}(1-\eta_m^{p_i})$ および $\eta_m^{\ m}-1$ によって生成されるidealを表わす。とくに，
$K(L^n(m)) \cong \mathbb{Z}[\eta] / \langle (1-\eta)^{n+1},\ \eta^m-1 \rangle$.（Chabour [6] も参照）.
又，m_1, m_2 が互に素な整数 >1 ならば次の環同型が存在する。
$\tilde{K}(L^n(m_1\cdot m_2)) \cong \tilde{K}(L^n(m_1)) \oplus \tilde{K}(L^n(m_2))$。
（Chabour [6]，鎌田 [13] も参照）

(ii)　次はwell-known（例えば [23]）。
m を任意の整数 >1 とすれば，$\tilde{K}^{-1}(L^n(m)) \cong \mathbb{Z}$.

(5.2)′（Mahammed [23]）　q を任意の奇数 >1 とする。
$\widetilde{KO}^{2s+1}(L^n(q)) \cong \mathbb{Z}$ ($s-n$：偶数), $\mathbb{Z}_2$ ($s-n\equiv 3 \bmod 4$), 0 ($s-n\equiv 1 \bmod 4$)。
$\widetilde{KO}^{2s}(L^n(q)) \cong \widetilde{KO}^{2s}(L_0^n(q)) \oplus \Lambda_{n-s}$
とくに，$\widetilde{KO}^{4s}(L_0^n(q)) \cong \widetilde{KO}(L_0^n(q))$

$$\widetilde{KO}^{4s+2}(L_0^n(q)) \cong \begin{cases} \widetilde{KO}(L_0^n(q)) & (n：偶数) \\ \widetilde{KO}(L_0^{n+1}(q)) & (n：奇数)。\end{cases}$$

（石川-安尾 [10] も参照）。

又，q_1, q_2 が互に素な奇数 >2 ならば次の環同型が存在する。
$\widetilde{KO}(L_0^n(q_1\cdot q_2)) \cong \widetilde{KO}(L_0^n(q_1)) \oplus \widetilde{KO}(L_0^n(q_2))$.

(5.3) [$L^n(p^r)$ の K 環。(Mahammed [23], Chabour [6], 柳田 [37], 小林-村上-菅原 [22]),
p を素数，r，n を自然数とする。$0 \le s < r$ とする。a_s，b_s を次式で定める；$n-p^s+1 = a_s\cdot p^s\cdot(p-1)+b_s$，$0 \le b_s < p^s\cdot(p-1)$。
$1 \le n < p^{r-1}$ のとき，l を $p^{l-1} \le n < p^l$，$1 \le l < r$ をみたす整数とする。

(i)　$n \ge p^{r-1}$ のとき，$\tilde{K}(L^n(p^r)) \cong \sum_{s=0}^{r-1}\left\{ \left(\mathbb{Z}_{p^{r-s+a_s}}\right)^{b_s} \oplus \left(\mathbb{Z}_{p^{r-s+a_s-1}}\right)^{p^s(p-1)-b_s} \right\}$.

(ii)　$1 \le n < p^{r-1}$ のとき，

$$\tilde{K}(L^n(p^r)) \cong \sum_{s=0}^{l-2}\left\{ \left(\mathbb{Z}_{p^{r-s+a_s}}\right)^{b_s} \oplus \left(\mathbb{Z}_{p^{r-s+a_s-1}}\right)^{p^s(p-1)-b_s} \right\} \oplus \left(\mathbb{Z}_{p^{r-l+1}}\right)^{n-p^{l-1}+1}.$$

（注意）[22] においては直和因子の生成元も決定されている。$r=1$ のときは，上部 [14]，$r=2$ のときは，河口-菅原 [16]，小林-菅原 [18] 参照）。

(5.3)′ $L^n(p^r)$ の KO 環（Mahammed [23]，柳田 [37]）.
p を奇素数とし，$p=2u+1$ とおく。

(i) $n \geqq p^{r-1}$ のとき,

$$\widetilde{KO}(L^n(p^r)) \cong \Lambda_r \oplus \sum_{s=0}^{r-1} \left\{ \left(\mathbb{Z}_{p^{r-s+a_s}}\right)^{\left[\frac{b_s}{2}\right]} \oplus \left(\mathbb{Z}_{p^{r-s+a_s-1}}\right)^{p^s u - \left[\frac{b_s}{2}\right]} \right\}$$

(ii) $1 \leqq n < p^{r-1}$ のとき,

$$\widetilde{KO}(L^n(p^r)) \cong \Lambda_r \oplus \sum_{s=0}^{l-2} \left\{ \left(\mathbb{Z}_{p^{r-s+a_s}}\right)^{\left[\frac{b_s}{2}\right]} \oplus \left(\mathbb{Z}_{p^{r-s+a_s-1}}\right)^{p^s u - \left[\frac{b_s}{2}\right]} \right\} \oplus \left(\mathbb{Z}_{p^{r-l+1}}\right)^{\left[\frac{n}{2}\right] - \left(\frac{p^l-1}{2}\right)}.$$

(注意) $r=1$ のときは上部[14], $r=2$ のときは河口－菅原[16]参照。$r=1$ のときの KO^i は石川－安尾[10] 参照)。

(5.4) (河口－菅原[16])。

p を素数, $r \geqq 1$ とする。
$\sigma \in \widetilde{K}(L^n(p^r))$ に対し,
(i) σ^k の位数 $= p^{r+\left[\frac{n-k}{p-1}\right]}$, $(1 \leqq k \leqq n)$,
(ii) $\sigma^n = 0$.

p を奇素数, $r \geqq 1$ とする。
σ の real 化 $\mathcal{R}\sigma \in \widetilde{KO}(L^n(p^r))$ に対し,
(i)' $(\mathcal{R}\sigma)^k$ の位数 $= p^{r+\left[\frac{n-2k}{p-1}\right]}$, $(1 \leqq k \leqq \left[\frac{n}{2}\right])$,
(ii)' $(\mathcal{R}\sigma)^{\left[\frac{n}{2}\right]+1} = 0$.

(5.5) [$L^n(2^r)$ の KO環]

(i). $r=1$ のとき. $L^n(2) = \mathbb{R}P^{2n+1}$ (実射影空間) であるから Adams [1] 参照。
又, KO^i は藤井[7]より決定されている。

(ii). $r=2$ のとき, 小林－菅原[18]により,

$$\widetilde{KO}(L^n(4)) \cong \begin{cases} \mathbb{Z}_{2^{n+1}} \oplus \mathbb{Z}_{2^{\frac{n}{2}}} & (n: \text{偶数} > 0) \\ \mathbb{Z}_{2^n} \oplus \mathbb{Z}_{2^{\left[\frac{n}{2}\right]+1}} & (n \equiv 1 \bmod 4) \\ \mathbb{Z}_{2^n} \oplus \mathbb{Z}_{2^{\left[\frac{n}{2}\right]}} & (n \equiv 3 \bmod 4) \end{cases}$$

と決定され, $\widetilde{KO}(L^n(8))$ も決定されている。$r \geqq 4$ に対して,
$\widetilde{KO}(L^n(2^r))$ は未決定。

(iii). $\mathcal{R}\sigma \in \widetilde{KO}(L^n(2^r))$, $1 \leqq k \leqq \left[\frac{n}{2}\right]$, に対し,

$$(\mathcal{R}\sigma)^k \text{ の位数 } = \begin{cases} 2^{n+r-2k+1} & (n: \text{偶数} > 0) \\ 2^{n+r-2k} & (n \equiv 3 \bmod 4) \end{cases}$$

[予想] n : 奇数 $\Rightarrow$ $(\mathcal{R}\sigma)^k$ の位数 $= 2^{n+r-2k}$

編集者の注: 九大・理・数・安尾南人氏から草稿 "Remarks on the KO-cohomology of the lens space $L^n(q)$ for q : even" が送られてきています。$KO^{-2j}(L^n(2^r))$ $(n>0)$ の位数, $\widetilde{KO}^{-2j+1}(L^n(2^r))$ の群構造に関する結果が報告されています。

§6. $L^n(p^r)$ の J群.

(6.1) (上部－松永－戸田[15], 小林－村上－菅原[22])

(i) q が奇数 >1 ならば, $J(L^n(q)) \cong J(J_0^n(q)) \oplus \Lambda_n$ ([15], [22])

(ii) p が奇素数のとき,

(イ) $\widetilde{J}(L_0^n(p)) \cong \mathbb{Z}_{p^{a_0}}$ ($J\mathcal{R}\sigma$ で生成される。) ここで, $a_0 = \left[\frac{n}{p-1}\right]$ (同)

(ロ) $\widetilde{J}(L_0^n(p^2)) \cong \begin{cases} \mathbb{Z}_{p^{a_0}} \oplus \mathbb{Z}_{p^{a_1}}, & a_0 \not\equiv 0 \pmod p \text{ または } a_0 = 0 \\ \mathbb{Z}_{p^{a_0+1}} \oplus \mathbb{Z}_{p^{a_1}}, & a_0 = (a_1+1) \cdot p \end{cases}$

第1因子は $J\mathcal{R}\sigma$, 第2因子は $J\mathcal{R}(\eta^p - 1) - p^{a_0-a_1} J\mathcal{R}\sigma$ により

生成される。こゝに，a_0, a_1 は (5.3) で定義された整数である。([22])

(ハ). p が奇素数のとき，$J(L^n(p^3))$，$J(L^n(p^4))$ は決定されている。

(ニ). (5.3) の a_s が $0 \leqq s < R(n) = \min\{r-1, r(n)\}$ （ただし，$p^{r(n)} \leqq n+1 < p^{r(n)+1}$）なるすべての整数 s に対し，

$a_s \not\equiv 0 \pmod p$ をみたせば，$\tilde{J}(L_0^n(p^r)) \cong \sum_{s=0}^{R(n)} Z_{p^{a_s}}$，

こゝに，各直和因子 $Z_{p^{a_s}}$ は $JR(\eta^{p^s}-1)$ によって生成される。

(6.2) (i) (Adams [2]) $J: KO(RP^k) \cong J(RP^k)$.

(ii) (小林-菅原 [19]) $J: KO(L^n(4)) \cong J(L^n(4))$。

§7. *Stunted* レンズ空間の *S-type*. 2つの空間 X，Y が同じ *S-type* をもつとは，適当な整数 s, t $(\geqq 0)$ があって，S^sX と S^tY が同じ *homotopy type* をもつときをいう。このとき，記号 $X \overset{S}{\sim} Y$ により表わす。

(7.1) (上部-松永-戸田 [15]) p を奇素数とする。

$$t \equiv 0 \bmod p^{[\frac{n-m}{p-1}]} \Longrightarrow L^n(p)/L^{m-1}(p) \overset{S}{\sim} L^{n+t}(p)/L^{m-1+t}(p).$$

(7.2) [予想] p を奇素数とする。(7.1) の逆が成立する！

§8. レンズ空間の *immersion* ($\subset$) と *embedding* ($\subseteq$).

(8.1) (Vranceanu-Ganea [36]) $L^n(m;p) \subseteq R^{4n+1}$ (*topologically*)。

以下 $\subset$，$\subseteq$ は C^∞ とする。RP^k については James [12] 参照。

(8.2). (河口-菅原 [16]) p を奇素数とし，$r \geqq 1$ とする。

$$L^n(p^r) \not\subset R^{2n+2L}, \quad L^n(p^r) \not\subseteq R^{2n+2L+1}$$

ただし，$L = \max\{ i \mid i \leqq [\frac{n}{2}],\ \binom{n+i}{i} \not\equiv 0 \bmod p^{r+[\frac{n-2i}{p-1}]} \}$。

(注意) ($p \geqq 3$，$r=1$ のときは上部 [14]，$p=2$，$r=2$ のときは小林-菅原 [18] 参照。一般の $r \geqq 1$ について Mahammed [23] も結果を得ているが，生成元の位数をきめていないのでわかりにくい。)

(8.3) (Sjerve [32]) p を奇素数とするとき，$L^n(p) \subseteq R^{2n+2\cdot[\frac{n}{2}]+2}$ $(n \geqq 2)$

(内田[35]，小林[17]，安井[38]，そして[33]，[9]も参照。[17]によりこれは *best possible*)。

(8.4) (Becker [3]) G を *closed n-manifold* M に C^∞ かつ *free* に作用する奇数位数の有限群とする。$2k \geqq n+2$ とすれば，$M/G \subseteq R^{n+k} \Leftrightarrow M \subseteq R^{n+k}$ である。

(8.5) (Rees [31]) *closed n-manifold* M が $0<i<n$ なるすべての i に対して，$H_i(M)\otimes Z_2 = 0 \Rightarrow M \subset R^r$，ただし，$r \geqq 3(n+1)/2$。(これが *best possible* であることは，レンズ空間の例で与えられる。中川-小林[26]，小林[20]参照。)

(又，*embedding* に関しては中川[27]，[28]も参照。)

(8.6) *immersion* の *regular homotopy class* の個数については [29] 参照)。

§9. レンズ空間の *span*

(9.1). (吉田 [41]) G を S^n に C^∞ かつ *free* に作用する奇数位数の有限群とする。$n \neq 7$ ならば，$\mathrm{Span}(S^n/G) = \mathrm{Span}\, S^n$。(吉田[40]，Sjerve [33]，岩田[11]，Adams [1] も参照。G の位数が偶数のときは Becker [4]，[5] により決定されている。)

(9.2) (小林-吉田-牧[21]) m を整数 >1 とする。$L^n(m)$ の接バンドルが $L^{n+1}(m)$ に拡張可能 $\Leftrightarrow$ $n = 0, 1$ or 3。(牧 [25] も参照)。

（注意）　レンズ空間の高次接バンドルは大池[30]によって決定されている。レンズ空間の積空間の span と immersion については，鈴木[34]，林[8]，安尾[39]を参照。

§10．3次元レンズ空間の embedding（編者補）。

(10.1)　$L(p,q) \not\subset \mathbb{R}^4$　（well-known）。

(10.2)　$L(p,q)$ から 3-ball の内部を除いた punctured レンズ空間 $L_0(p,q)$ に対して，　$L_0(p,q) \subseteq \mathbb{R}^4 \iff p$：奇数（Zeeman [42]）。

REFERENCES FOR PART III

[1] J.F.Adams, Vector fields on spheres, Ann.of Math. 75(1962), 603-632.

[2] J.F.Adams, On the groups J(X)-II, Topology 3(1965), 137-171.

[3] J.C.Becker, Extensions of cohomology theories, Illinois J.Math. 14 (1970), 551-584.

[4] J.C.Becker, The span of spherical space forms, Amer.J.Math. 94(1972), 991-1026.

[5] J.C.Becker, Vector fields on quotient manifolds of spheres, Indiana Univ.Math.J. 22(1973), 859-871.

[6] A.Chabour, Sur la structure de groupe de la K-théorie des espaces lenticulaires, C.R.Acad.Sc.Paris 272(1971), 462-464.

[7] M.Fujii, K_O-groups of projective spaces, Osaka J.Math. 4(1967), 141-149.

[8] Y.Hayashi, Non-immersions of the products of lens spaces, Research Rep.Kushiro Tech.Coll. 8(1974), 181-183.

[9] R.O.Hill,Jr., On the geometric dimension of stable real vector bundles, Bol.Soc.Mat.Mexicana 17(1972), 42-58.

[10] N.Ishikawa and M.Yasuo, KC- and KO-cohomologies of the lens space $L^n(p)$ for odd prime p, Memoirs Fac.Sci.Kyushu Univ.Ser.A 30(1976), 95-102.

[11] K.Iwata, Span of lens spaces, Proc.Amer.Math.Soc. 26(1970), 687-688.

[12] I.M.James, Euclidean models of projective spaces, Bull.London Math. Soc. 3(1971), 257-276.

[13] M.Kamata, Notes on the cobordism group $U^*(L^n(m))$, Osaka J.Math. 9 (1972), 287-292.

[14] T.Kambe, The structure of K_Λ-rings of the lens space and their applications, J.Math.Soc.Japan, 18(1966), 135-146.

[15] T.Kambe, H.Matsunaga and H.Toda, A note on stunted lens space, J. Math.Kyoto Univ. 5(1966), 143-149.

[16] T.Kawaguchi and M.Sugawara, K- and KO-rings of the lens space $L^n(p^2)$ for odd prime p, Hiroshima Math.J. 1(1971), 273-286.

[17] T.Kobayashi, Non-immersion theorems for lens spaces I, II, I, J. Math.Kyoto Univ. 6(1966), 91-108; II, J.Sci.Hiroshima Univ.Ser.A-I, 32(1968), 285-292.

[18] T.Kobayashi and M.Sugawara, K_Λ-rings of lens spaces $L^n(4)$, Hiroshima Math.J. 1(1971), 253-271.

[19] T.Kobayashi and M.Sugawara, On stable homotopy types of stunted lens spaces, Hiroshima J.Math. 1(1971), 287-304.

[20] T.Kobayashi, Immersions and embeddings of lens spaces, Hiroshima Math.J. 2(1972), 345-352.

[21] T.Kobayashi, H.Maki and T.Yoshida, Remarks on extendible vector bundles over lens spaces and real projective spaces, Hiroshima Math.J. 5(1975), 487-497.

[22] T.Kobayashi, S.Murakami and M.Sugawara, Note on J-groups of lens spaces, Hiroshima Math.J. 7(1977), (to appear).

[23] N.Mahammed, K-théorie des espaces lenticulaires, C.R.Acad.Sc.Paris 272(1971), 1363-1365.

[24] N.Mahammed, A propos de la K-théorie des espaces lenticulaires, C.R.Acad.Sc.Paris 271(1970), 639-642.

[25] H.Maki, Extendible vector bundles over lens spaces mod 3, Osaka J.Math. 7(1970), 397-407.

[26] R.Nakagawa and T.Kobayashi, Non-embeddability of lens spaces mod 3, J.Math.Kyoto Univ. 5(1966), 313-324.

[27] R.Nakagawa, Embeddings of projective spaces and lens spaces, Sci. Rep.Tokyo Kyoiku Daigaku Sec.A 9(1967), 170-175.

[28] R.Nakagawa, Note on embeddings of lens spaces, Proc.Japan Acad. 45(1969), 107-108.

[29] Y.Nomura, The enumeration of immersions, Sci.Rep.College Gen. Education Osaka Univ. 20(1971), 1-21.

[30] H.Ōike, Higher order tangent bundles of projective spaces and lens spaces, Tôhoku Math.J. 22(1970), 200-209.

[31] E.Rees, Embedding odd torsion manifolds, Bull London Math.Soc. 3(1971), 356-362.

[32] D.Sjerve, Geometric dimension of vector bundles over lens spaces, Trans.Amer.Math.Soc. 134(1968), 545-557.

[33] D.Sjerve, Vector bundles over orbit manifolds, Trans.Amer.Math. Soc. 138(1969), 97-106.

[34] H.Suzuki, Operations in KO-theory and products of real projective spaces, Memoirs Fac.Sci.Kyushu Univ.Ser.A 18(1964), 140-153.

[35] F.Uchida, Immersions of lens spaces, Tôhoku Math.J. 18(1966), 393-397.

[36] G.Vranceanu and T.Ganea, Topological embeddings of lens spaces, Proc.Camb.Phil.Soc. 57(1961), 688-690.

[37] S.Yanagida, The additive structure of $K(L^n(p^k))$ and $KO(L^n(p^k))$, (to appear).

[38] T.Yasui, On the cohomology of certain quotient manifolds of the real Stiefel manifolds and their applications, J.Sci.Hiroshima Univ.Ser.A-I 34(1970), 313-338.

[39] M.Yasuo, γ-dimension and products of lens spaces, (to appear).

[40] T.Yoshida, A remark on vector fields on lens spaces, J.Sci.Hiroshima Univ.Ser.A-I 31(1967), 13-15.

[41] T.Yoshida, Note on the span of certain manifolds, J.Sci.Hiroshima Univ.Ser.A-I 34(1970), 13-15.

[42] E. C. Zeeman, Twisting spun knots, Trans. Amer. Math. Soc.,115(1965)471-495.

PREPRINTS

1. 1976 SUMMER INSTITUTE ON ALGEBRAIC AND GEOMETRIC TOPOLOGY (松本尭生氏紹介)

A. Problem sessions.

C. T. C. Wall, Algebraic K- and L-theory, and related geometry (1 - 7pages).

Raoul Bott, Foliations (8 - 13pages).

Wu-Chung Hsiang, Problems on homotopy theory, transformation groups, and differentiable manifolds (14 - 19pages).

R. Kirby, Low dimensional manifold theory (25pages).

B. Lectures.

A. E. Hatcher, Simple homotopy theory and its applications (23pages).

Dan Burghelea, The homotopy structure of the groups of automorphisms in stable ranges and new homotopy functors (13pages).

R. lashof and M. Rothenberg, G-smoothing theory (10pages).

Max Karoubi, Theorie de Quillen et homologie groupe orthogonal (68pages).

Gregory Brumfiel, Remarks on smoothing theory (20pages).

Wu-Chung Hsiang, Differentiable actions of compact Lie groups on homotopy sphere and Euclidean spaces (18pages).

C. T. C. Wall, Free actions of finite groups on spheres (18pages).

R. James Milgram, A survey of the classifying spaces associated to spherical fiberings and surgery (22pages).

John Morgan, Hodge theory for the algebraic topology of smooth algebraic varieties (20pages).

C. Talks.

E. Rees and E. Thomas, Smoothings of isolated singularities (14pages).

Steve J. Kaplan, Constructing framed 4-manifolds with almost framed boundaries (47pages).

Robert Oliver, Group actions on disks, integral permutation representation, and the Burnside ring (16pages).

(以上 京大・理・ 松本尭生氏)

2. Dynamical System (白岩謙一氏紹介)

T. Matsumoto, Eventually passive non-linear networks.

————, An implicit function theorem and its applications to non-linear electrical networks. (早大・理工・電気・ 松本 隆氏)

Y. Togawa, Generic Morse-Smale diffeomorphisms have only trivial symmetries.

(早大・理工・数学・ 戸川美郎氏)

M. Oka, Expansive flow and their centralizers. (東京理大・理工・数・岡正俊氏)

Churchill, A geometric criterion for hyperbolicity of flows.

Franke and Selgrande, Abstruct -limit sets, chain recurrent sets, and basic sets for flows.

Franke and Selgrade, Equivalent criteria for axiom A and no cycles.

———, Hyperbolicity and chain recurrence.

A. Morimoto, Pseudo-orbit tracing and topological stability of dynamical systems. (名大・理・数・ 森本明彦氏)

J. Hale and H. Rodrigues, Bifurcation in the Duffing equation with independent parameters I, II.

K. Shiraiwa, Boundedness and convergence of solutions of Duffing's equation.

———— A generalization of Levinson-Massera's equlities. (名大・教養・白岩謙一氏)

Palis and Takens, Topological equivalence of normally hyperbolic dynamical systems

(2. について，名大・教養・白岩，池上，大和右氏所有)．

3. Foliation (稲葉尚志氏紹介・解説)

M. Herman, The Godvillon-Vey invariant of foliations by planes of T^3.

題名にあるG.-V. inv.が0であることを示している。holonomyがなければ，G.-V. inv.が0であろうというう予想の解決への端緒である。

J. Heitsch, Residues and characteristic classes of foliations. (結果の報告である)。

Baum-BottのResidue theoryにより，全射 $H_{4k-1}(B\Gamma_{2k-1};\mathbb{Z}) \to \mathbb{R}^{a(k,2k)}$, $H_{4k+1}(B\Gamma_{2k};\mathbb{Z}) \to \mathbb{R}^{a(k,2k+1)}$ が存在することを示した。($a(m,n)$はm，nにより代数的に求まる数)。Thurstonの結果の拡張である。

F. Sergeraert, Feuilletages et diffeomorphismes infiniment tangent à l'identité.

Gを$\mathbb{R}$のC^∞-diffeo.の0におけるgerms，$G_\infty \subset G$を0でidentityにC^∞-tangentなgerms，G'を0の近傍で0のみを固定点にもつgerms，$G'_\infty = G' \cap G_\infty$とし次を示す；

(i) G'_∞の元がGのある1-parameter subgroupに入る為の必要十分条件.

(ii) G_∞はperfectである。

更に，(ii)からS^3のReeb fol.はcobordnt to 0であることを示す。

P. Dippolito, Codimension one foliations of closed manifolds .

Reeb安定性定理のprober leafへの拡張やMを単純なfoliationをもつ有限個のsubsetへ分解する方法などがえられている。

G. Hector, Classification cohomologique des germes de feuilletages.

compact leaf Fにおけるholonomy，$H^1(F;\mathbb{R})$及びFの近傍でのfoliationの位相的性質の間の関係を種々の定理で明らかにしている。

(3. については東大・理・数・ 稲葉尚志氏)

4. Singularity

Lê Dung Tráng, La monodromie relative de hypersurfaces.

————, Some remarks on relative monodromy.

Peter Orlik, The multiplicity of a holomorphic map at an isolated critical point. (孤立特異点でのholomorphic mapの局所的性質に関する最近の発展をlecture notesにまとめたもの。112 pages)

(4. については東大・教養・数・ 加藤十吉へ)。

あとがき

以前に、足立正久氏（京大・理）らの御努力で"Topology News"が発行され、大いに役立たせていただいた覚えがあります。その復活を考えたのが、今回の動機です。続けていきたいと思いますので皆さんの御支援をお願い致します。

今回の記事については、

小林貞一氏（広大・理）

北田泰彦氏（横浜国大・工）

内田伏一氏（阪大・理）

の三氏に絶大な御協力をお願い致しました。また原稿作成には東工大・数学教室の穴田小夜子さんにもお世話になりました。

記事の内容や、データーに過，不足をお感じの方は、進んで御意見，御批判をおよせ下さい。

今後いろいろなアンケート等をお願いすることになると思いますので，よろしく御協力下さい。

連絡先：　東京都目黒区大岡山

東工大，理学部　数学教室

笹尾靖也

東京都目黒区駒場3－8

東大，教養学部，数学教室

加藤十吉