微分トポロジー便り No.6　1992年3月

編集　伊藤敏和（龍谷大学経済学部）

もくじ

ATELIER SYSTEMES HAMILTONIENS INTEGRABLES ET ALGEBRES DE LIE

Montpellier 21-25 septembre 1992

Le but de cet atelier est de donner un aperçu des résultats récents concernant les systèmes intégrables.

L'atelier sera particulièrement consacré aux Systèmes Intégrables de dimension finie et à leurs rapports avec les algèbres de Lie.

Nous prévoyons deux mini-cours de 5 heures faits par **A. REYMAN** et **T. RATIU.**

Comité d'organisation : J.P. DUFOUR, A. MEDINA, P. MOLINO
et le **GETODIM (URA 1407)**

Courrier électronique : **MEDINA at FRMOP 11 Bitnet.**
Téléphone : **67.14.39.94**

FICHE DE PRE-INSCRIPTION

NOM:... **Prénom** :.......................................

Adresse :..
....

Tel. :

Courrier électronique :

Je souhaite (*)

participer

participer et donner un exposé - éventuellement titre :

Renvoyer à : A. MEDINA, Département de Mathématiques (case courrier 051)
Université Montpellier II, Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER CEDEX 5

(*) Barrer la mention inutile

2.

WORKSHOP ON TOPOLOGY
6-17 JANUARY, 1992, PUC-Rio DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

PROGRAM

MINI COURSES
(Sa)---Geometric Structures of 2 and 3-Manifolds
Prof. N.Saldanha
(St)---Recent Developments in Smooth 4-Manifolds
Prof. R.Stern
(A)---Cohomology and Actions of Finite Groups
Prof. A.Adem
(G)---The Horocycle Flow and Ergodic Theory
Prof. E.Ghys

6 JAN.
10:00 - Opening Ceremony
10:30 - Recent Developments in the Theory of Chaotic Dynamical Systems
Prof. J.Palis
11:30 - Geometric Rigidity for Lattice Actions
Prof. S.Hurder
14:00 - The Topological Uniqueness of Heegaard and Minimal Surfaces in R^3
Prof. W.H.Meeks
15:00 - Inauguration of the IBM 9121 Computer
16:30 - Reception

7 JAN.
8:00 - (Sa) I
9:00 - (St) I
10:30 - A String Theory for 3-Manifolds
Prof. S.Lins
11:30 - DeRham Theorems for Singular Varieties - A Survey
Prof. J.P.Brasselet
15:00 - Invariants of 3-Manifolds and Surface Singularities
Prof. J.Seade
16:00 - The Lie Affine Foliations on 4-Manifolds
Prof. S.Matsumoto

8 JAN.
8:00 - (Sa) II
9:00 - (St) II
10:30 - Foliated Cohomology and Characteristic Classes
Prof. N.M.dos Santos
11:30 - Surgery and Foliations of Knot Complements
Prof. L.Conlon
15:00 - Amenability of Foliations and Characteristic Classes
Prof. Y.Mitsumatsu
16:00 - Topological Bundles with Fiber R^4
Prof. D.Randall

10 JAN.
8:00 - (A) I
9:00 - (St) III
10:30 - Mean Curvature in the Theory of Foliations
Prof. P.Walczak
11:30 - Foliations with Compact Leaves and Bounded Cohomology
Prof. M.Boileau
15:00 - (St) IV

16:00 - Panel Discussion : The Teaching of Topology
Panelists : Prof. R.Stern, Prof. S.Hurder, Prof. J.P.Brasselet, Prof. T.Tsuboi, Prof. E.Ghys, Prof. J.M.Montesinos, Prof. R.Langevin

11 JAN.
8:00 - (Sa) III
9:00 - Some Irreducible Components of the Space of Holomorphic Foliations
Prof. J.O.Calvo
10:30 - Foliating $\mathbb{R}^n$ in Codimension Two by Tori
Prof. E.Vogt
11:30 - Rationality of Certain Foliations
Prof. T.Tsuboi

13 JAN.
8:00 - (Sa) IV
9:00 - (G) I
10:30 - Geometry and Classification of Singularities of Surfaces in 3-Space
Profa. M.A.S.Ruas
11:30 - Index of Holomorphic Vector Fields on Sigular Surfaces
Prof. X.G.Mont
14:00 - (A) II
15:00 - Foliation Reduction and the Twistor Correspondence
Prof. F.Kamber
16:00 - Problem Session

14 JAN.
8:00 - (A) III
9:00 - (G) II
10:30 - Contractibility of the Space of Foliations of $S^2 \times I$
Prof. P.Schweitzer
11:30 - Topological Properties of Bitangent Surfaces Associated to Generic Families of Curves in General Positions
Profa. M.del C.R.Fuster
15:00 - Realizing Usual Diagrams of Algebraic Topology in Differential Geometry
Prof. D.Lehmann
16:00 - Session of Contributed Talks

15 JAN.
8:00 - (Sa) V
9:00 - On the De Rham Complex of Singular Spaces
Prof. A.G.Aleksandrov
10:30 - Linearization of Codimension one $\mathbb{R}^2$-Actions near a Compact Orbit
Prof. M.Craizer
11:30 - Arithmetic 2-Bridge Knot Orbifolds
Prof. J.M.Montesinos
15:00 - The Geometry of Hypersurfaces of Constant Curvature
Prof. H.Rosenberg
16:00 - Problem Session

16 JAN.
8:00 - (A) IV
9:00 - (G) III
10:30 - Stability of Compact Actions of $\mathbb{R}^n$
Prof. N.Saldanha
11:30 - Irrational Foliations on Tori
Prof. S.Blank
15:00 - A Splitting Theorem for the K Theory of a Discrete Group
Prof. A.Adem
16:00 - Session of Contributed Talks

17 JAN.

8:00 - (Sa) VI

9:00 - (G) IV

10:30 - Immersions of Projective Stiefel Manifolds
Profa. N.Barufatti

11:30 - How to Generalize Entropy of Maps to Foliations, Relations and Operators
Prof. R.Langevin

14:00 - Non Locally Flat Embeddings of Circles in Spheres
Prof. R.Cruz

15:00 - O Problema de Heinz para Superficies de Weingarten
Prof. F.Brito

Workshop on Topology に出席して

土屋信雄（桐蔭大）
橋口徳一（東大）

Workshop on Topology は　1/16－17　の　2週間、Rio de Janeiro の　PUC キャンパスで開かれました。

参加者は日本からの5人を含め約100名、スペイン－ポルトガル語圏の人が約半数だったようです。

プログラムのように、毎日5－6コマの講演があり、その他に、1/9 木 に、クルージング、1/10 金 に、ディナー、1/12 日 に、ハイキング、1/16 木 に パーティーと、盛りだくさんの内容でした。

生活習慣の違いもあり、眼がまわるような2週間でした。私は、H氏と、外国に慣れていない者どうしで行動して、「ピクウィック旅行」をくりひろげました。行きの飛行機で荷物が行方不明になったり、帰りは乗継ぎ便に遅れてカナダで一泊したり、今になって思い出してみると楽しかったですが、H氏やM氏など周囲の人には迷惑をかけたのではないかと虞れます。

飛行機の都合で、リオには1月6日の朝8時に着いてそのままモーローとして会場にいきました。モーロー感は結局、解消する時間がなく、だんだんとリオ人ペース（？）になってきて、「生きているとは、おいしい食事をしたりきれいな景色を見たりすること」という気分になってきました。道路を渡る時は、左右を見てから疾走するのが自然になったりしました。開高健さんが釣りの本で、「ブラジルにいくと腰痛が解消する」と書いていたのが分かるような気がしました。

物価は日本に比べると安く、日本は「豊か」になったんだなと実感しました。ブラジルの経済は悪いらしく、IMPAも財政的にピンチだそうで、シュヴァイツァーさんの呼びかけで、大統領への手紙に、みんなで署名したりしました。

R. Stern Sternは、ecologyの研究者である奥さんとともにRioへ来ていました。本当にかっこ良いアメリカ人でした。たまたまホテルが同じだったため、タクシーに同乗する機会がありましたが、その無軌道な運転に"The driving is wild."と言っていました。気さくな感じの人です。

Sternの講演はMini-Courseで4回行われました。全体を通じて中心となった問題は

How to change smooth structure on M^4

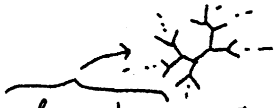
で、毎回黒板にGOALとして書かれました。そのための道具としてDonaldson不変量を用います。初回は、有向4次元閉多様体の交点形式についてのWhitehead, Freedmann, Donaldsonの結果を並べて問題提起をし、小平先生のK3曲面を改変して得られる4次元多様体K_p (p : odd $\Rightarrow$ K_pはK3と同相)の解説をしました。2回目からは、Donaldson不変量を定義するためにGauge理論を準備し、最終回に、初回に構成した小平先生の例についてDonaldson不変量を計算して、K_p (p : odd)のdiffeo. typeは$|p|$で決まることを示します(Gompf-Mrowkaの結果)。

講演は良く準備されていて、大変わかりやすいものでした。(僕のヒアリングの力では十分に講演の価値を生かせませんが。)時間の都合で、用意されたprinted noteの内容全てを講演の中で聴くことができなかったのは残念でした。

A. Adem Ademは、体格の良いメキシコ人ですが、割と静かな感じで、バスに乗る時に、先に乗るようゆずってくれるなど、とても親切な人でした。

Mini-Courseは4回(他にLectureが1回ありました)あったのですが、僕は2回目と4回目の2回だけ聴きました。printed noteを見る限り、初回は群の分類空間やコホモロジーについての準備だったようです。2回目は、有限群がdisk又は球面に作用している時にその固定点集合がどうなっているかについての話でした。Smith, Milnorの結果を述べた後、equivariant Farrell-Tate cohomologyを定義し、そのEuler数についてのK. Brownの仕事を紹介していました。4回目は、sporadic simple groupという有限群がトポロジーにおいてどういう役割を果たせるかについて

の話でした。特に the Mathieu group M_{12}（この群の位数は 95040）について詳しく（例えば $H^*(M_{12};\mathbb{F}_2)$ 等々を）解説していて、中々おもしろかったです。



定理　$\exists\,\Gamma$: cubic tree の automorphism のなす群
s.t. (i) $\exists$ extension $1 \to F^{496} \to \Gamma \xrightarrow{\pi} M_{12} \to 1$

$\uparrow$
496個の生成元をもつ自由群

(ii) $\pi^* : H^*(M_{12};\mathbb{F}_2) \to H^*(\Gamma;\mathbb{F}_2)$ 同型

という定理は雄大な感じがしました。

$H^*(M_{12};\mathbb{F}_2)$ の Poincaré Series は次のようになります。

$$P_{M_{12}}(t) = \frac{1 + t^2 + 3t^3 + t^4 + 3t^5 + 4t^6 + 2t^7 + 4t^8 + 3t^9 + t^{10} + 3t^{11} + t^{12} + t^{14}}{(1-t^4)(1-t^6)(1-t^7)}$$

最後に問題として M_{12} を基本群としてもつような 14次元 Poincaré duality complex で mod 2 cohomology の Poincaré Series が $P_{M_{12}}(t)$ の分子に等しくなるものがあるか？　を挙げていました。

$\boxed{\text{E. Ghys}}$ この講演は、4回行われましたが、Seminaire BOURBAKI に昨年掲載された "DYNAMIQUE DES FLOTS UNIPOTENTS SUR LES ESPACES HOMOGÈNES" の解説でした。この論文は、仏語で書かれていますが、講演は英語で行われ非常にわかりやすかったです。

まず、hyperbolic metric を与えた閉曲面 Σ の単位接ベクトル束 $T_1\Sigma$ 上の geodesic flow, horocycle flow が $PSL(2,\mathbb{R})$ 内での行列を使って表示できることから、各 flow が $PSL(2,\mathbb{R})$ の Haar measure について ergodic であることを示しました。更に、horocycle flow が minimal であるという Hedlund の結果、horocycle flow が uniquely ergodic であることを導きました。horocycle flow についてのエルゴード理論を展開する訳ですが、図を多く用いた解説はとてもわかりやすかったように思います。

horocycle flow には次の rigidity が成立します。

定理 (Ratner) $\Gamma_1, \Gamma_2 \subset SL(2,\mathbb{R})$ lattice

$\exists$ $\Gamma_1 \backslash SL(2,\mathbb{R}) \longrightarrow \Gamma_2 \backslash SL(2,\mathbb{R})$ measurable

s.t. horocycle flow と可換

$\Rightarrow$ Γ_1 と Γ_2 は $SL(2,\mathbb{R})$ で共役.

もっと一般に次が成り立ちます。

定理 G : Lie群 $\Gamma \subset G$ lattice

$H \subset G$ unipotent な元で生成されている部分群

H は G に右から作用している

$\Rightarrow$ $\forall x \in \Gamma \backslash G$ に対して $\exists$ L Gの閉部分群

s.t. $\overline{x \cdot H} = x \cdot L$

この定理の系として compact hyperbolic mfd には leaf の次元が1より大きい totally geodesic foliation が存在しないことが示せるようです。

$\boxed{\text{S. Hurder}}$ Anosov写像（もっと一般に hyperbolic 写像）の rigidity は良く知られていますが、有限生成群の作用が Anosov (hyperbolic) である時の rigidity を考えます。考える状況は以下のものです。

Γ : 有限生成群.

$\varphi : \Gamma \times M \longrightarrow M$ C^r $(r = 1, \infty, \omega)$ 作用

$\gamma_n \in \Gamma$ について $\varphi(\gamma_n)$ が Anosov (hyperbolic)

定義 φ が Cartan 作用とは

$\forall A = \langle f_1, \dots, f_k \rangle \subset \Gamma$ abelian subgroup

に対して $\varphi(f_i)$ は Anosov

Main theorem は次のとおりです。

定理 $\varphi : \Gamma \times M \longrightarrow M$

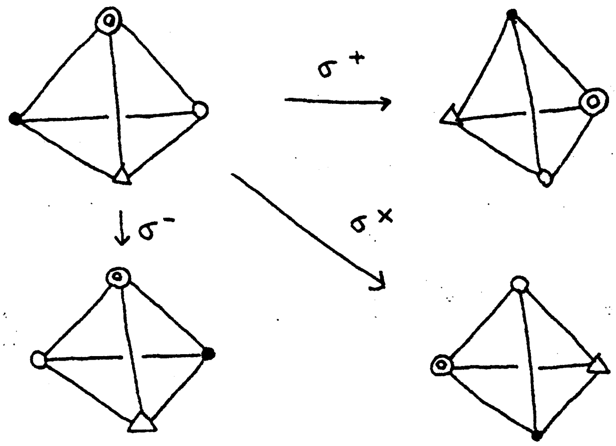
0) Γ higher rank lattice

1) M compact nil manifold

2) $\varphi(\Gamma)$ Mの volume form を保つ
3) $\varphi(\gamma_k)$ Anosov
4) $\varphi_*(\Gamma) \to H_*(M)$ Cartan 作用
$\Rightarrow$ φ は standard action に位相共役
　　(実は C^r 共役でも可能)

と僕のノートには書いてありますが、どうも良くわかりません。

S. Lins 標題にある string theory は超弦理論とは関係ありません。
講演の内容は、ほとんど理解できませんでした。話し始めた時には既に黒板に次の絵が書いてありました。



J. Brasselet compact smooth manifold では $H^*_{DR}(M) \to H^*(M;\mathbb{R})$ なる同型は form の積分で得られます。同様の対応を singularity のある多様体 X 上に構成することがこの講演の目的です。
X を三角形分割しておいて、ひとつの単体 Δ^n をとり、それを重心細分してできた k次元単体 σ に対して n-k 'form' $\omega(\sigma)$ を

$\int_c \omega(\sigma)$ = n-k chain c の Δ^n 内における σ についての "影" の体積

によって定義します。(Goresky - Macdhernon による)

講演では、この構成に時間を割き、その応用まで聴くことができなかったのは残念です。

$\boxed{\text{J. Seade}}$ (V, p) : complex analytic space
p は isolated singularity

つまり $\exists f : (\mathbb{C}^3, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ $\quad V = f^{-1}(0) \subset \mathbb{C}^3$
更に $M = V \cap S^5 \subset \mathbb{C}^3$ とおきます。M は smooth な3次元manifold です。又、$\tilde{V}$ を V の特異点を解消した smooth manifold とします。

$\tilde{V}$ の Index と characteristic divisor W によって定義される topological invariant $\mathcal{R}(V, W)$ についての講演です。$\mathcal{R}(V,W)$ は W のとり方に依らないので $\mathcal{R}(V)$ と書きます。次が成立します。

<u>定理</u> もし M が homology sphere でありかつ Seifert manifold ならば

$$\mathcal{R}(V) = 8 \underset{\substack{\uparrow \\ M\text{ の Casson 不変量}}}{\lambda}(M)$$

ここまで書いて、$\mathcal{R}(V,W)$ の定義を書かないとおしかりを受けそうですが $\mathcal{R}(V,W) = \sigma(\tilde{V}) - W^2 - 8\chi(W)$ と書いても、これを解説する力がありません。

$\boxed{\text{N.M. dos Santos}}$ M n次元manifold $\mathcal{F}$ codim g foliation
$p = n - g$ とします。

$I(\mathcal{F}) = \mathcal{F}$ で消える form から生成される ideal $\subset \Lambda(M)$
とすると $\quad d(I(\mathcal{F})) \subset I(\mathcal{F})$
従って $\Lambda(\mathcal{F}) = \Lambda(M)/I(\mathcal{F})$ が次の条件を満たします。

$$\begin{array}{ccc} \Lambda(M) & \xrightarrow{d} & \Lambda(M) \\ \downarrow & \circlearrowleft & \downarrow \\ \Lambda(\mathcal{F}) & \xrightarrow[d_{\mathcal{F}}]{} & \Lambda(\mathcal{F}) \end{array}$$

$(\Lambda(\mathcal{F}), d_{\mathcal{F}})$ の cohomology を $H^*(M, \mathcal{F})$ と書き、$(M, \mathcal{F})$ の cohomology と呼びます。

又、leaf に tangent な form のみを考えて得られる cohomology を $H^*(\mathcal{F})$ と書きます。この $H^*(M,\mathcal{F})$, $H^*(\mathcal{F})$ について知りたい訳ですが、計算するのも中々容易ではないようです。そこで次の characteristic map を考えます。

$$\chi : H^*(\mathcal{F}) \times D^*(M,\mathcal{F}) \longrightarrow H^*(M)$$
$$(\xi\ ,\ \theta) \longmapsto [\xi\wedge\theta]$$

ここで $D^*(M,\mathcal{F}) = \{\ \lambda\in A(M);\ d\lambda \in I(\mathcal{F})\}$

$= d_{\mathcal{F}}$-closed form 全体.

つまり $\chi : H^*(\mathcal{F}) \longrightarrow \mathrm{Hom}\,(D^*(M,\mathcal{F})\ ,H^*(M))$ を考えます。このとき次が成立します。

<u>定理</u> $\varphi : \Gamma \longrightarrow \mathrm{Diff}\,(F)$ 準同型（Fはq次元 manifold）に対してその suspension として得られる foliated bundle

$$F \longrightarrow (M,\mathcal{F}) \longrightarrow B = G/\Gamma$$

を考えます。もし φ が E-action（例えば uniquely ergodic な作用）であれば、characteristic map

$$\chi : H^*(\mathcal{F}) \longrightarrow \mathrm{Hom}\,(D^*(M,\mathcal{F})\ ,\ H^*(M))$$

は 0-map である。

$\boxed{\text{Y. Mitsumatsu}}$ M m次元 manifold $\mathcal{F}$ codim q foliation $p = m - q$, $\mathcal{F}$には不変測度 μ が存在するとします。
不変測度 と foliation cycle (= closed p-current tangent to leaves) の間には対応がありますから、μに対応する foliation cycle を C_μ とおきます。$\nu\mathcal{F}$ (= $\mathcal{F}$ の normal bundle) の Euler class を $e(\nu\mathcal{F})$ と書くと、

$$\mathcal{E}(\nu\mathcal{F},\mu) = e(\nu\mathcal{F}) \wedge [C_\mu] \in H_{p-q}(M;\mathbb{R})$$

が定義されます。これについて次のことが知られています。
もし C_μ が ある compact leaf で代表されれば

$$[C_\mu]\underset{\substack{\uparrow\\ \text{intersection}}}{\cdot}[C_\mu] = \mathcal{E}(\nu\mathcal{F},\mu) \quad (\in H_{p-q}(M;\mathbb{R}))$$

特に μが atomic $\Rightarrow$ 上の等式が成立 する訳です。

更に、

定理　μが non-atomic $\Rightarrow [c_\mu]\cdot[c_\mu]=0$.

そこで、μ : non-atomic ならば $\varepsilon(\nu\mathcal{F},\mu)=0$ となるかどうかが問題になります。この講演では、$\varepsilon(\nu\mathcal{F},\mu)=0$ となるための十分条件がいくつか示されました。例えば：

定理　μが、ある p次元 closed submanifold の管状近傍に support されていれば、$\varepsilon(\nu\mathcal{F},\mu)=0$。

もっと一般化された measurable transverse Euler class $E(\nu\mathcal{F},\mu)$ を定義して、それが消えるための条件として、群の amenability の概念を foliation へ拡張した foliation の amenability が用意されます。

定理　$\mathcal{F}$が ある amenability を満たせば $E(\nu\mathcal{F},\mu)=0$.

D. Randall　4次元 topological manifoldの分類の観点から、4次元 manifold 上の topological $\mathbb{R}^4$ bundle の分類を目的とした講演でした。特に S^4 上の $\mathbb{R}^4$ bundle の分類について話していました。

P. Walczak　$(M,g,\mathcal{F})$ を closed Riemannian manifold 上の codim q smooth oriented foliation.
$H(x)$ を x を通る leaf の xにおける平均曲率ベクトルとします。すると H はM上のベクトル場となります。$q=1$ の時 $\mathcal{F}$の長さ1の法ベクトル Nを使って、M上の関数 $h(x)=\langle H,N\rangle_x$ が定義されます。これが平均曲率関数です。この講演では、M上の関数が適当な Riemann metric の平均曲率関数として実現されるための条件と、平均曲率ベクトルで生成される flow $\{\varphi_t\}$ で不変な foliation の性質についての２つのテーマが話されました。
最初の平均曲率関数については次の主定理が示されました。

定理 次の2つは同値
(1) $\mathcal{F}$ の Novikov component は M のみ。
(2) 平均曲率関数全体 $= \{ f \in C^\infty(M) ; {}^\exists x, y \in M \text{ s.t. } f(x) \cdot f(y) < 0 \} \cup \{0\}$

問題 としては「任意の余次元1 foliation で smooth 関数が平均曲率関数として実現されるための条件を求めよ」というのを出されましたが、これは押切氏によって解かれました。
2番目のテーマの $\{\varphi_t\}$ で不変な foliation (mean curvature invariant foliation = MCI foliation) の例としては、

定負曲率多様体の horocycle foliation や
S^3 の Reeb foliation

があります。(実際は、S^3 では MCI foliation は standard な Reeb foliation に diffeomorphic です。)

定理 MCI foliation で
(1) 任意の codim で closed leaf の ω-limit set は minimal leaf を含む。
(2) codim 1 の場合には、closed leaf の α-limit set も minimal leaf を含む。

$\boxed{\text{M. Boileau}}$ まず考えるのは「n次元 manifold M が compact foliation を持つための obstruction は何か?」という問題です。ここで compact foliation とは、全ての leaf が compact な foliation のことです。
例えば体積有限の hyperbolic mfd は circle foliation を持つことはできません。それは、矢野氏によって、M が non-trivial な S^1-action を持てば その Gromov invariant $\|M\| = 0$ となることが知られていて、一方 体積有限な hyperbolic manifold では $\|M\| = \dfrac{Vol(M)}{v_n}$ (v_n は定数) という関係が成り立つからです。従ってこの場合は、Gromov invariant が obstruction となり得る訳です。

もっと一般的に次の定理が成り立ちます。

<u>定理</u> codim 2 の compact foliation が次を満たしているとする
(i) leaf の基本群は abelian
(amenable)
(ii) Bad set (= infinite holonomy をもつ leaf 全体の集合) が M の部分多様体である。
このとき $\|M\| = 0$

<u>系</u> M with boundaries = $\cup$ Torus
M が nice Vogt foliation を持てば M は Graph manifold.

$\boxed{\text{J.O. Calvo}}$ Fol(M, L) の irreducible component についての講演でした。内容は良くわからなかったので、ノートに書いてあることを書きます。

<u>定理</u> $\pi_1(M) = 1$ とする。このとき $Fol(M, L^2)$ には meromorphic first integral をもつ foliation によって parametrize される irreducible components が存在する。

という結果の拡張として、

<u>定理</u> $\dim M \geq 3$, $H^1(M; \mathbb{C}) = 0$ とする。このとき
$Fol(M, L_1 \otimes \cdots \otimes L_k)$ (各 L_i は ample) には、logarithmic form で parametrize される irreducible components が存在する。

$\boxed{\text{T. Tsuboi}}$ $S^3 \times S^3$ の codim 1 foliation $\mathcal{F}$ についての講演です。
$H^3(S^3 \times S^3) = \mathbb{R} \oplus \mathbb{R}$ ですから $\mathcal{F}$ の Godbillon-Vey class は $GV(\mathcal{F}) = (a, b)$ $(a, b \in \mathbb{R})$ と書けます。そこで「$\forall (a, b)$ に対して $GV(\mathcal{F}) = (a, b)$ なる $\mathcal{F}$ が存在するか?」が問題

となります。

既に Gelfand − Feigin − Fuchs によって

もし $a/b \in \mathbb{Q} \cup \{\infty\}$ ならば $GV(\mathcal{F}) = (a, b)$ なる $\mathcal{F}$ が存在する。

が証明されていますが、また a/b が irrational なものに対しては、そのような foliation の例は見つかっていません。

$S^3 \times S^3$ の codim 1 foliation で transverse に区分的に線型なものを考えます。この時 Ghys-Sergiescu-Godbillon-Vey class $GSGV(\mathcal{F}) \in H^3(S^3 \times S^3)$ が定義されますが、これについて、GV class と同様のことを考えます。この場合には、irrational GSGV を持つ foliation が存在しないことが、Greenberg によって明らかにされた PL foliation の分類空間を用いて証明されます。

<u>定理</u> $\mathcal{F}$: transversely P.L. codim 1 foliation on $S^3 \times S^3$

このとき $GSGV(\mathcal{F}) = (a, b) \in H^3(S^3 \times S^3) = \mathbb{R} \oplus \mathbb{R}$ とすると $a/b \in \mathbb{Q} \cup \{\infty\}$.

$\boxed{\text{X. Gomez-Mont}}$ $X = (X_1, \cdots, X_n)$ を $\mathbb{C}^n$ 上の holomorphic vector 場とすると、X が $0 \in \mathbb{C}^n$ に isolated singularity をもつとき、

$$(*) \quad \mathrm{Ind}(X, 0) = \dim_{\mathbb{C}} \frac{\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n, 0}}{(X_1, \cdots, X_n)}$$

と Milnor 数によって index が定義されます。この index を singular space 上の isolated singularity をもつ holomorphic vector 場についても定義しようというのがこの講演の目的です。

$$\begin{array}{ll} V & \text{complex analytic space with isolated singularity } 0 \in \mathbb{C}^n \\ \cap & \\ B & \text{ball} \\ \cap & \\ \mathbb{C}^n & \end{array}$$

X: B 上の holomorphic vector 場で $X|_{V-\{0\}}$ は V に tangent

この時 X は V 上の holomorphic vector 場になりますが

- index を定義せよ.

・その index を計算するための (☆)のような algebraic formula を求めよ．

ということを考えます。

結局 $(W, \partial V)$ という境界付の smooth な manifold を $(V, \partial V)$ に対して選び，$X|\partial V$ を W 上の vector 場 X' へ拡張して，

$$\mathrm{Ind}(X, 0) = \sum_{X'(p)=0} \mathrm{Ind}(X'; p)$$

と定義します。

更に $\mu_f(X) = \dim_{\mathbb{C}} \dfrac{\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n,0}}{(f, X_1, \cdots, X_n)}$ を用いて，この index の algebraic formula を求めているのですが，以下よく理解できませんでした。

$\boxed{\text{M. Craizer}}$ $\Phi : \mathbb{R}^2 \times M^3 \longrightarrow M^3$ を locally free smooth action で compact orbit T を持つとします。

T の近傍 $N = T^2 \times (-\varepsilon, \varepsilon)$ を $T^2 \times \{0\} = T$，$T^2 \times (0, \varepsilon)$ に含まれる orbit は全て open である ものとします。そして，N において上の action Φ を 線型化することを考えます。

linear action とは，$\mathbb{R}^2$ action は 2つの可換な vector 場があれば決まるので，その2つの vector 場が

$$(*) \begin{cases} F_1 = \dfrac{\partial}{\partial x} + \alpha \dfrac{\partial}{\partial y} \\ F_2 = a(z)\dfrac{\partial}{\partial x} + b(z)\dfrac{\partial}{\partial y} + c(z)\dfrac{\partial}{\partial z} \end{cases}$$

(x, y, z) は N の座標

と書ける action のことです。

Φ は常に線型化できます。

<u>定理</u> Φ : as above

$\exists\, H \in C^1(T^2 \times [0, \varepsilon)) \cap C^\infty(T^2 \times (0, \varepsilon))$

s.t. $H_* \Phi$ の $T^2 \times [0, \varepsilon)$ への作用は $(*)$ の形で定義される。

Marcos Craizer は映画にでも出て来そうないい男で，今回の Workshop では 1月10日の dinner の幹事をしたりと大忙しで，大変お世話になりました。

H. Rosenberg M^m を $\mathbb{R}^{m+1}$, $\mathbb{H}^{m+1}$, S^{m+1} 内の hypersurface として. $k_1, \cdots k_m$ をその主曲率とします。 $1 \le r \le m$ に対して

$$H_r = \frac{1}{\binom{m}{r}} \sum_{i_1 < \cdots < i_r} k_{i_1} \cdots k_{i_r}$$

とおくと. H_1 が mean curvature, H_2 が scalar curvature $\cdots$ H_m が Gauß-Kronecker curvature となります。これらの曲率が定数である時 M はいろいろな幾何的な性質を持っています。例えば.

$M^m \hookrightarrow \mathbb{R}^{m+1}$ or $\mathbb{H}^{m+1}$ で H_1 が定数 $\Rightarrow$ M は round sphere

(Alexandrof)

等の結果があります。

今 $\Gamma \subset \mathbb{R}^3$ を Jordan curve とします。平面上の Jordan curve については 4頂点定理が成り立ちます。次の問題を考えます。

$^\exists M \hookrightarrow \mathbb{R}^3$ s.t. $\partial M = \Gamma$, $K(M) =$ 定数 のとき

Γ は 4頂点をもつか?

以下まだ講演は続きましたが理解できませんでした。

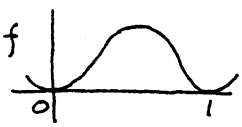
N. Saldanha $\mathbb{R}^n$ の M^{n+m} への locally free smooth な compact action (=全ての orbit が compact な action) を摂動させることを考えます。例えば T^3 への作用を T^3 の座標を (x, y, z) として

$$A \begin{cases} X = \cos(2\pi z) \frac{\partial}{\partial x} + \sin(2\pi z) \frac{\partial}{\partial y} \\ Y = -\sin(2\pi z) \frac{\partial}{\partial x} + \cos(2\pi z) \frac{\partial}{\partial y} \end{cases}$$

という 2つの可換な vector 場で定義すると、これは compact action です。

また、

$$B \begin{cases} X = \cos(f(z)) \frac{\partial}{\partial x} + \sin(f(z)) \frac{\partial}{\partial y} \\ Y = -\sin(f(z)) \frac{\partial}{\partial x} + \cos(f(z)) \frac{\partial}{\partial y} \end{cases}$$



も compact な作用を定めます。

これらのように. vector場が transverse な座標のみに依存している時を homogeneous action と呼びます。$m = 1$ の時. trivial holonomy をもつ orbit の十分小さな近傍は座標をとりかえることによって. homogeneous action となります。compact action の C^r-perturbation が再び compact になるかどうかを考えます。例えば. Aの作用は $r = 0$ のとき No. $r \geq$ ならば YES, Bの作用は $r \leq 1$ では No. $r \geq 2$ ではまだわかっていません。そこで次の 2つの安定性を定義します。

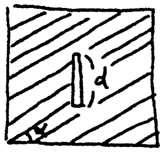
1) compact action の orbit L が totally stable とは.

$\forall$ neighborhood U of L に対して $\exists\varepsilon>0$ s.t. 最初の作用から d しか離れていない作用 $(d<\varepsilon)$ を U に制限すると compact orbit のみを持つ。

2) L が locally homogeneous stable とは
$\exists$ neighborhood U of L and $\exists\varepsilon>0$ s.t. $M-U$ で最初の作用と異なっていて、d しか離れていない作用 $(d<\varepsilon)$ は compact.

定理 $r=1, m=1$ のとき、compact action の任意の orbit L について以下の条件は同値。
(a) L は totally unstable
(b) L は locally homogeneous unstable

S. Blank T^2 の irrational flow から transverse disk を取り除いた時、全ての orbit は線分となりますが、最長の orbit の長さはどのくらいか？
という問題についての話でした。



A. Adem 講演の内容は、前半と後半に分れていて、後半は全く分りませんでした。(ノートは取りましたが、K^*_G がたくさん出てきて僕には読解不能です)
前半では、有限群 G で、$\forall\gamma\in G$ に対して $C(\gamma)$ を γ の中心化群とすると

$$(*)\quad 1-\frac{1}{|G|}=\sum_{\gamma\neq 1}\frac{1}{|C(\gamma)|}$$

という等式が成り立ちますが、数論的部分群 Γ に対しても同様の等式を導こうという話です。まず $\forall\gamma\in\Gamma\ (\gamma\neq 1)$ について $C(\gamma)$ が有限群だと仮定します。結果を述べるために次の定義をします。

$$1\longrightarrow\Gamma'\longrightarrow\Gamma\longrightarrow \underset{\uparrow\,\text{有限群}}{G}\longrightarrow 1$$

なる完全系列が存在しますが、

$$\tilde{\chi}(\Gamma)=\sum_{i=0}(-1)^i\dim_{\mathbb{Q}}H^i(B\Gamma';\mathbb{Q})$$

$$\chi(\Gamma)=\tilde{\chi}(\Gamma')/[\Gamma:\Gamma']$$

定理　$\tilde{\chi}(\Gamma) - \chi(\Gamma) = \sum_{\substack{\gamma \neq 1 \\ \text{finite order}}} \chi(C(\gamma))$

これが(*)を数論的群に拡張した公式です。

後半では、この公式を用いて　もっとトポロジーと深く結びついたことが話されました。

$\boxed{\text{F. Brito}}$ Rosenbergのところでも書きましたが、$\mathbb{R}^3$内の定曲率閉曲面については、多くのことが知られています。

Mが境界をもち、∂Mが round circle（つまり半径1の円周）であるとき次が成り立ちます。

定理　$M \hookrightarrow \mathbb{R}^3$ immersed　$\partial M = S^1$ round circle
　　M は constant mean curvature をもつ
$\Rightarrow$ M は half sphere

定理　$M \subset \mathbb{R}^3$　$\partial M = S^1$ round
　　M は constant mean curvature をもち それは < 1.
　　Mが S^1 に沿ってある平面に transverse
$\Rightarrow$ M は 球帽

最後に、disk と同相な special Weingarten surface が $\mathbb{R}^3$にはめ込まれている時に半球になるための条件について話していました。

講演

⟨Matsumoto⟩ 「Th : M^4 上の Lie Affine foliation は homogeneous なものに限る」 (プレプリント有り)

⟨Conlon⟩ ・Cantwell 氏と共同で, knot complement の foliation をこの数年研究中。"Gabai の foliation は, すばらしいが "目に見えない""!

「Th : あるクラスの knot $\subset S^3$ の complement の depth 1 taut foliation は分類される」 (プレプリント有り)

「予想 : Simple knot の depth ≤ 1」

・Foliation の構成が, 自然で「目に見える」のがとても気持ちよい。

⟨Vogt⟩ 「Th : For each integer $0 \leq q \leq n$.
There exists a compact foliation of $\mathbb{R}^n$ of codim. q
$\Leftrightarrow$ $q \geq 2$ 」

"compact foliation をやる人が少いのが不満"

⟨Schweitzer⟩ $Fol(S^2 \times I)$ = $S^2 \times I$ の C^∞ codim 1 foliation, tang to ∂
C^∞ topology.

「Th : $Fol(S^2 \times I)$ は contractible」

・証明は Smale conjecture = Hatcher's Th. に帰着させる。
"10 数年この問題を考えていた"

⟨Lehman⟩ "Residue $I^*(G) \to H^*(M)$ とは何か?" ということの証明。Čech-de Rham 型 complex が必然的に出てくる。

⟨Montesinos⟩ Arithmetic subgroup $< PSL_2\mathbb{C}$ についての幾何的な証明から入って, $1/q$ 型 2 bridge knot complement が hyperbolic structure をもつための条件を述べた。Tesselation の本と思わせるわかりやすい証明がとても面白かった。

⟨Langevin⟩ Ghys-Langevin-Walczak の foliation の entropy を, Relation 等に対して, 拡張しようとしているらしい。

Problem Session $1/13/92$ & $1/15/92$

$\boxed{\text{Ghys}}$

Q1 ・ M^4 上の foliated S^3 bundle に対して, Milnor-Wood 不等式の類似 $|eu| \leq C(M^4)$ が成りたつか?

・特殊な case として $\pi_1 M^4$ が可換のとき $eu = 0$ か?

Q2 $eu \in H^2(\mathrm{Homeo}^+(S^1))$ を考える。

森田により, $\forall k \geq 0$ に対して $eu^k \neq 0 \in H^{2k}(\mathrm{Diff}_+^\infty(S^1))$.

問 $eu^k \neq 0 \in H^{2k}(\mathrm{Diff}_+^\omega(S^1))$?

$\boxed{\text{Tsuboi}}$

1. $H_1(\mathrm{Diff}^{1+\text{Zygmund}}(S^1)) = 0$?
2. Is there a smooth irrational foliation of $S^3 \times S^3$?
3. Study actions with a wandering set

e.g. ① Is there $\mathbb{Z}^N \to \mathrm{Diff}_c^{1+\alpha}(\mathbb{R})$ with a wandering set, when $\alpha > \frac{1}{N} - 1$?

(NO, for $\alpha \geq 1$, by Kopell's Lemma)

② Is there $\mathbb{Z} * \mathbb{Z} \to \mathrm{Diff}_c^\infty(\mathbb{R})$ with a wandering set?

$\boxed{\text{Nathan dos Santos}}$

$(T^2; \mathcal{F})$ minimal, $\dim H^1(\mathcal{F}) = $?

$\boxed{\text{Conlon}}$

x : Thurston norm on $H_2(M^3, \partial M^3; \mathbb{R})$

$\mathcal{F}$: taut, codim 1 foliation of M, tangent to ∂M, depth 1, $\mathcal{F}|\mathring{M}$ fibers over S^1

Problem ・ Interpret $x(L)$ $(L \in \mathcal{F}|\mathring{M})$

・ In what sense, is L of "minimal genus in the homology class"?

$\boxed{\text{Walczak}}$

・ Prescribe the mean curvature of $\mathcal{F}$.

★ codim $\mathcal{F} = 1$ $\Rightarrow$ m.c. $= k =$ a function $(n = \dim M)$

$x \in$ maximal Novikov comp. $\Rightarrow (-1)^{n+1} k(x) > 0$

$x \in$ minimal ——— $\Rightarrow$ ——— < 0

Q 上の性質をもつ function は mean curvature fn として実現されるか.

☆ codim > 1 $\Rightarrow$ m.c. $= H =$ a vector field ; ?

$\boxed{\text{Mitsumatsu}}$ $(M, \mathcal{F})$ codim q foliation

X : vector field preserving $\mathcal{F}$; Sing X = codim 1 submfd.

Prob. whether "1 sided residue class" can be defined?

$\boxed{\text{Matsumoto}}$

- M^3 上の 1 forms ω, η で、$d\omega = \omega \wedge \eta \neq 0$ なものは classical example (Anosov) に限るか?

$\boxed{\text{Hurder}}$

1) V compact, $\partial V = \phi$
Does there exist a C^0 foliation $\mathcal{F}$ of V so that there is exactly one non-compact leaf?

2) $\mathcal{F}$: C^2 foliation of V : compact.
μ : transverse invariant measure for $\mathcal{F}$
μ non atomic $\underset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $\mu(\delta_L) = 0$ for $^\forall L$ cpt leaf.

Q must $\chi(\nu\mathcal{F}) \wedge [C_\mu] \neq 0 \in H_{p-q}(V; \mathbb{R})$
(p = leaf dim, q = codim.)

3) Let $(V_1, \mathcal{F}_1), (V_2, \mathcal{F}_2)$ codim. q C^2 foliations ; V_1, V_2 compact
Assume there is a homeo $H : V_1 \to V_2$ s.t. $H(\mathcal{F}_1) = \mathcal{F}_2$.
Show that $H^* \circ \Delta_2 = \Delta_1$ $\quad (\Delta_i : H^*(WO_q) \to H^*(V_i; \mathbb{R}))$

4) $\mathcal{F}$ codim q fol. on V compact. $h_{GLW}(\mathcal{F}) = 0$.
Does this imply the map $\Delta : H^*(WO_q) \to H^*(V) = 0$?

5) V closed, $\mathcal{F}$: C^1 or C^2 foliation of V with all compact leaves.
B = bad set = set of leaves with ∞ holonomy.

Q Study the geometry of B.
B_{nice} = set of leaves with non trivial linear holonomy.
Is B_{nice} a manifold ?

$\boxed{\text{Vogt}}$ SO_q carries a nice codim. q Haefliger str. (with trivial normal bundle)

Q Is this Haefliger structure concordant to a trivial one ? (framed)

$\boxed{\text{Schweitzer}}$ Godbillon's last paper (Ann. Inst. Fourier 1991)
(F_q, d) : universal cochain complex for codim q fol (framed)
$$C^*(\mathfrak{a}_q) \xrightarrow{\Phi} F_q \xrightarrow{d_{\mathcal{F}}} A^*(M)$$

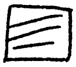
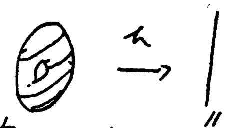
Q $H(\Phi)$ surjective ? injective ?
? Godbillon : Yes if $q = 1$ or 2.

$\boxed{\text{Tischler}}$ $M \ni x_0$. $\quad \mathrm{Diff}(M) \ni \varphi \mapsto \varphi(x_0) \in M$

Q When this is a principal bundle ?

Langevin Thom : Morse theory for foliations.

ex.

 (T^2: irrational fol) = 

Q Does there exist a Feigenbaum type phenomena ?

Vogt

Q Does there exist a locally free topological $\mathbb{R}^k$ action on $\mathbb{R}^{k+k}$ with all compact leaves ?

Q Compact foliation of $\mathbb{R}^5$ by 3-manifolds.

1. Can a hyperbolic manifold occur as a leaf ?
2. ______ as a leaf of the bad set ?

Conlon $(\mathcal{F}, M)$ C^2 codim. 1 fol. , $X \subset M$ exceptional minimal set.

old questions.

① (Dippolito) $x \in L$ semi proper leaf $\subset X$

$$H_x(L, X) = \mathbb{Z} \ ?$$

② (Hector: 1976 Rio)

$M \setminus X$ finite components ?

③ (?) $|X| = 0$?

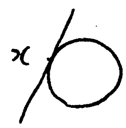
Q Can X always be nicely approximated by Markov ones in such a way that $|X| = 0$?

Arraut Characterize the foliated manifold $(M^n, \mathcal{F}^p)$ s.t. $\mathcal{H}^1(M, \mathcal{F})$ has elements $[\xi_1], \cdots, [\xi_q]$ with representatives $\xi_1, \cdots, \xi_q$ linearly independent at each point.

Schweitzer

Does every C^2 (C^ω) codim 1 foliation of S^5 or $S^1 \times S^3$ has a compact leaf ?

Tsuboi

$S^m \subset \mathbb{R}^n$, $\forall x \in S^m$, $T_x S^m \cap S^m = \{x\}$ 

Q
- Is S^m unknotted ?
- $m = 2$, $n = 4$?

3.

COMPLEX ANALYTIC METHODS IN DYNAMICAL SYSTEMS

SCHEDULE OF CONFERENCES

WEDNESDAY - 22

TIME	LECTURER	TITLE
11:00 to 12:00	GHYS, Etienne (E.N.S. LYON)	*HOLOMORPHIC ANOSOV DIFFEOMORPHISMS*
14:00 to 15:00	PEREZ-MARCO, Ricardo (Univ. Paris-Sud - Orsay)	*GERMS OF DIFFEOMORPHISMS OF $(\mathbb{C},0)$ VERSUS ANALYTIC DIFFEOMORPHISMS OF THE CIRCLE*
	COFFEE	BREAK
15:30 to 16:30	MOUSSU, Robert (Univ. Bourgogne)	*COHOMOLOGIE RELATIVE POUR LES FEUILLETAGES D'APRES BERTHIER - CERVEAU*

THURSDAY - 23

TIME	LECTURER	TITLE
09:30 to 10:30	LANGEVIN, Remi (Univ. Bourgogne)	*STRATEGY TO CATCH THE LINEAR HOLONOMY OF AN HOLOMORPHIC FOLIATION*
11:00 to 12:00	LEHMANN, Daniel (Univ. Montpellier)	*RESIDUES OF MANIFOLDS INVARIANTS BY AN HOLOMORPHIC VECTOR FIELD*
14:00 to 15:00	FRANKEL, Sidney (Univ. Nantes and Columbia University)	*ON THE EXISTENCE QUESTION FOR HOLOMORPHIC LAMINATIONS IN $\mathbb{C}P^2$*
	COFFEE	BREAK
15:30 to 16:30	ECALLE, Jean (Univ. Paris-Sud Orsay)	*HOW MUCH OF RESONNANCE THEORY CARRIES OVER TO THE QUASIRESONNANT CASE*
18:00	COCKTAIL	

COMPLEX ANALYTIC METHODS IN DYNAMICAL SYSTEMS

SCHEDULE OF CONFERENCES

FRIDAY - 24

09:30 to 10:30	KOSTOV, Vladimir (Univ. Utrecht)	*FUCHSIAN LINEAR SYSTEMS ON RIEMANN'S SPHERE AND THE RIEMANN-HILBERT PROBLEM*
11:00 to 12:00	ROCHE, Claude (Univ.Bourgogne)	*ENSEMBLES PFAFFIENS*
14:00 to 15:00	RAMIS, Jean Pierre (Univ. Louis Pasteur)	*GEVREY ESTIMATES FOR SOLUTIONS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS. APPLICATIONS TO SOME SINGULAR PERTURBATIONS PROBLEMS*
	COFFEE	BREAK
15:30 to 16:30	GOMEZ-MONT, Xavier (C I M A T)	*THE INDEX OF HOLOMORPHIC FLOWS ON SINGULAR SURFACES*

MONDAY - 27

09:30 to 10:30	SALUDES, Jordi (U N A M)	*TEICHMULLER SPACES FOR TRANSVERSELY HOLOMORPHIC FOLIATIONS*
11:00 to 12:00	ROSENBERG, Harold (Univ.Paris VII)	*THE GEOMETRY AND CONFORMAL TYPE OF PROPERLY EMBEDDED MINIMAL SURFACES IN* R^3
14:00 to 15:00	ROUSSARIE, Robert (Univ.Bourgogne)	*UNFOLDINGS OF ANALYTIC HYPERBOLIC POLYCYCLES*
	COFFEE	BREAK
15:30 to 16:30	IL'YASHENKO, Ju (Moscow St.Univ)	*NORMAL FORMS FOR LOCAL FAMILIES AND NONLOCAL BIFURCATIONS*

COMPLEX ANALYTIC METHODS IN DYNAMICAL SYSTEMS

SCHEDULE OF CONFERENCES

TUESDAY - 28

09:30 to 10:30	TISCHLER, David (Queens College)	*PERTURBATIONS OF A CRITICAL FIXED POINT FOR AN ANALYTIC MAP*
11:00 to 12:00	NICOLAU, Marcel (Univ.Aut.Barcelona)	*COMPLEX STRUCTURES ON PRODUCTS OF SPHERES*
14:00 to 15:00	AROCA, J.M. (Univ.Valladolid)	*ABOUT THE GEVREY SERIES IN SEVERAL VARIABLES*
	COFFEE	BREAK
15:30 to 16:30	MATTEI, Jean François (Univ.Toulouse)	*REALISATIONS GLOBALES DES TYPES ANALYTIQUES LOCAUX D'UN DEPLOIEMENT D'UN FEUILLETAGE HOLOMORPHE DE* $\mathbb{C}^2$

WEDNESDAY - 29

09:30 to 10:30	CANO, José (Univ.Valladolid)	*ABOUT GEVREY CHARACTER OF SOLUTIONS OF FORMAL DIFFERENTIAL EQUATIONS OF GEVREY TYPE*
11:00 to 12:00	SEADE, José (Inst.Tec.Aut.Mex.)	*THE INDEX OF A VECTOR FIELD ON A SINGULAR SPACE*
14:00 to 15:00	SIBONY, Nessim (Univ.Paris-Sud)	*HOLOMORPHIC DYNAMICS IN* $\mathbb{P}^2$
	COFFEE	BREAK
15:30 to 16:30	YOCCOZ, J.C. (Univ.Paris-Sud)	*HOLONOMY OF GERMS OF HOLOMORPHIC FOLIATIONS IN* $\mathbb{C}^2$

COMPLEX ANALYTIC METHODS IN DYNAMICAL SYSTEMS

SCHEDULE OF CONFERENCES

THURSDAY, 30

11:00 to 12:00	NAKAI, Isao (Hokkaido Univ.)	*ORBITS OF GROUPS OF DIFFEOMORPHISMS ACTING ON ($\mathbb{C}$,O) AND ($\mathbb{R}$,O)*
14:00 TO 15:00	VERJOVSKY, Alberto (I C T P)	*RIGIDITY OF LOCALLY FREE ACTIONS OF THE COMPLEX AFFINE GROUP*
	COFFEE	BREAK
15:30 to 16:30	CANO, Felipe (Univ. Valladolid)	*REDUCTION OF THE SINGULARITIES OF HOLOMORPHIC FOLIATIONS*

09:30 to 10:30	SHISHIKURA, M.	The boundary of the mandelbrot set has Hausdorff dimension two

COMPLEX ANALYTIC METHODS IN DYNAMICAL SYSTEMS
IMPA, January 22 - 30, 1992

おわせのおっちゃん リオをいく

龍谷大学 伊藤敏和

1992年1月22日〜30日にリオデジャネイロのIMPAでC. Camachoが「Complex analytic methods in dynamical systems」のシンポジウムを開くことを知り，この分野の勉強をしたいのと，C. Camacho先生に会いたいのと，メキシコのグアナハトのCIMATで会った人々に会いたい の3つの思いで，おっちゃん奥様に飛行機代30万弱を家計の中から工面してほしいとおがみたおして，リオに出かけた。

おっちゃん成田空港のAmerican Airlineのゲートの待ち合い室で，一生懸命ポルトガル語の数のかぞえかたを練習していたら，宍倉さんがやってきてポルトガル語はもうペラペーラよというので，おっちゃん安心して練習をやめてしまった。この宍倉さんのペラペーラぶりはマイアミからリオの機内でポルトガル語しか話せない彼のとなりの女性とスチュワーデス（ポルトガル語がわからん）との通訳をする形ですぐにあらわれた。

リオの空港に着いたら，出口ですぐにタクシーの運ちゃんの客引きと，両替の客引きにこえかけられ，ことわりながら三波さんがいないかさがした。5分ぐらいしたら三波さんと中居さんがかけつけてくれた。バスで彼らのアパートに行く。
三波さんは3ヶ月弱，中居，宍倉さんは1ヶ月のIMPA滞在なのでアパートをかりて現地の生活スタイルです。おっちゃんはツアー客の1人としてIMPAの手配したホテルに泊まることになっている。現地の服装にきがえた3人はポルトガル語ペラペーラで日本人でなくなってしまった。おっちゃん1人が日本人の特徴を地で行くからめだってしょうがない（これはドロボーにねらわれることを意味する。あとで現実となる）。
3人の「現地人」に護衛してもらってRio Flat Hotelに着いたおっちゃんは フロント

で手続きをすませたら，すでに同室の相棒が部屋に居るとのこと。1日50ドル強の部屋を2人で使って（1人25ドル強）生活することをおっちゃんは選んだのだ。そして相手の人はだれでもよいと返事しておいたその答は，ドアをあけてもらってItoですといったら，相手の人はテーブルの上でガンガンに勉強している真最中でEcalleといいますと言いながらあくしゅした。「現地人」3人もアッ！とおどろくためごろう，あのEcalle。天才Ecalle，Ecalleの話はわからん，ICM京都の時に延長して話して司会者のとめるのをさらにおしきったただ1人，Alien derivativeを考えたやつ，Ecalle cylinder，・・・・・・・とどんだけでも出てくる，あのEcalle。荷物をおいて彼の勉強の邪魔をしないようにいそいでおっちゃんたちは昼食をたべに出かけ，その後三波さんの案内でIMPAを見物に行った。こんなわけで，今回はEcalleとくらした10日間の一部分を話してみようと思うわけです。

21日の夜は，おっちゃん28時間の旅でくたびれているから，どちらのベッドで寝るかを決めてねた。このときEcalleは自分は考えながらソファーでねむってしまったりするから，ドアの近くのベッドがよいと。おっちゃんは奥のベッド。2つのベッドは20 cmもはなれていない夫婦のベッドのようなもの。ねぞうの悪いおっちゃんEcalleをけとばしてはいかんと思い，キンチョウしてねる。次の朝おっちゃんが7時頃目をさましたら，Ecalleはもう部屋にいない。おっちゃんシャワーをあびて元気をとりもどしたところへEcalleが帰ってきた。朝食の場所と食事はなかなかよいと教えてくれた。そうなんだ，彼はリオに来たのははじめてだというのだが，1日おっちゃんよりはやくついたせいで，リオの生活をおっちゃんにいろいろ教えてくれるのだ。中国のお茶をのむかね，フランスからもってきたほしぶどうとアーモンドを食べるかね。冷蔵庫にあるヨーグルト，くだものは食べてよいよ，・・・・・・。彼は21日，22日，23日と3日間ガンガンの計算をしていた（その計算している紙が計算機の紙の裏側なんだ，フランスからその紙をもってきたの？なんてよう質問しなかった）。彼が講演する前の夜と当日の朝はOHPの作製に時間をついやしていた。おっちゃんは彼の講演を聞いたがチンプンカンプンでさっぱりわからんかった。とにかくホテルに帰ったら勉強。

おっちゃんかって気合いを入れて勉強するわけね。 そんなわけで，ホテルの部屋にテレビがあるなんて全く知らなかった。日曜日（26日）の夜にEcalleがテレビのニュースをみようと言ったときにはじめてテレビがあることに気づいた。大きいテーブルをむきあって勉強していたのだが，テレビは彼のうしろにあった。

24日（金曜日）の夜はCamacho先生の家によばれて夕食をごちそうになった。奥様の料理（特に野菜のあじつけ等）がおいしいので，料理がうまいとほめたら，J.M. Arocaの奥様もそうだそうだと同意し，レストランの料理はまずいという。三波さんがいうには野菜の質はよいから，きちんと料理したら，Camachoの奥様のような味になると。レストランはまじめに料理を作っていないからと。これでレストランがつぶれないのはリオだからか。「現地人」3人はこの夜にIMPAの近くにあるサンバ学校（IMPAの職員の人が校長をしている）に夜の11時頃に出かけるつもりでいたが夕食会の終りが12時をすぎてしまったのでサンバ学校に行かずにタクシーで帰った。リオ・フラット組はタクシーをまっているあいだに，サンバスクールに行く話がまとまり，12時半すぎからタクシーでフランス・スペインのグループ10人程が行った。 Ecalleがいっしょに行こうとおっちゃんをさそったが，おっちゃん酒のんで，おいしい料理をいっぱいたべて，ねむくってしょうがないから，J.C. YoccozとD. Lehmannさんに送ってもらってホテルに帰った。 おっちゃん遊びでもまけとるがな。次の朝Ecalleに何時までやっていたのと聞いたら，朝の4時までやっとったとの答がかえってきた。

22日〜24日まで雨が降っていたが，25日（土曜日）は快晴。Ecalleは11時頃に「今日雨だったら，討論をするんだったが，天気がよいから山登りに行く（Corcovado）」といって出かけた。 12時頃に「現地人」3人がおっちゃんをむかえに来てくれ，三波さんの案内でリオ見物をはじめる。昼食にフェイジョアーダを食べ，スイス製の登山電車でCorcovadoに登る。途中で山道をEcalleが歩いて降りているのを電車の中から発見。 この日夜の9時頃におっちゃんがホテルに帰ったらEcalleはまだ帰っていない。いつも彼は勉強していたから部屋にいたが今日は遊び

に撤っているようだ。 9時半頃にIl'yashenkoさんからTel.があり，Ecalleはいないかと，おれへん今どこにいるかもわからん というと，かなしそうな声で，何か伝言はないかと聞く。ひょっとして，今日Ecalleと討論するんだったの？といったら，そうだと。かわいそうにIl'yashenkoさん1日中まちぼうけをくったのかいな。彼からTel.番号を聞いて，Ecalleにメモを作る。10時頃に帰ってきたEcalleは電話器にとびつき，ロシア語の猛スピードで話す話す。

26日（日曜日）の朝7時半頃に起きたおっちゃん，昨日朝にEcalleがいっていた今日の遊びのツアーに参加しよう（ブラジル人が企画した）と思いきや，もうEcalleは部屋にいない。こない朝はように出かけるなんて!! 10時頃にホテルのロビーにいったら，フランスのグループがこれから泳に行くといって待ち合わせていた。（これぐらいがノーマルな時間だよ，魚つりとちがうんだから）しようがなくなったおっちゃんは「現地人」のアパートまで20分程歩いて行く。途中に日曜日の青空市場が公園に出ているのをみつけた。中居，宍倉さんをさそったおっちゃんはこの市場で家族へのおみやげを買う。ここでも宍倉さんのポルトガル語でねぎってもろったわけです。ただし，どの店も10%〜12%ぐらいしかまけなかった。おっちゃんはおみやげを買ってほっとする。なんしろ，1991年2月にメキシコへ行った時のおみやげが京都駅のキヨスクで買った赤福だったために家族からおっちゃんふくろだたきにあった。 今回は家族から，赤福はやめろや，ブラジルのおみやげやでとうちゃんと圧力をかけられていたから。昼食を4人でコパカバーナの海岸に面した道で食事をしていたら，A.Douadyがいつものように鼻歌をうたいながら歩いてくる，アドレアンと大声で我々のところへよぶ。彼は今朝リオに着いたとのこと。彼はすぐに宍倉さんと数学の議論をはじめる。 このあと，おっちゃんは三波さんの案内で宍倉さんと3人でポン・ジ・アスーカに行くために，バスに乗る。バスはドアを閉めずに猛スピードで走るから，おっちゃんステップのところにふりおとされないようにしがみつく。料金を払うところに6〜7人の男女がせがえているために。 このうちの1人がおっちゃんにあぶないから中に入っておいでと合図

をするので彼らの中に入る。おっちゃんはじめの5分程は情況がわからんから、これは親切にと思っておったが、料金を払って彼らは前にいかない。宍倉さんはサンドイッチのようにはさまれている。私のうしろの女の人2人は私のリュックにさわったりする。彼らの仲間がたおれても（たおれたふりをして，宍倉さんとおっちゃんをとうさないように演技をしている）たすけない。ここにきて，さすがのおっちゃんもこれは雰囲気がおかしい，ドロボーの真只中に居ることに気ずく。このとき，三波さんが荷物をわたせといってくれ，宍倉さんとおっちゃんはリュックをわたす。あとはポケットのお金を防備するだけ。このあと5分ぐらいかけて料金を払うところを通る。私のうしろの女がシャポネがとうってしまうと大声をあげる。ドロボウのほうがいばってる。三波さんのおかげで何もとられずにすんだのですが，私のリュックは半開きになっていたと三波さんから聞き，点検するが何もとられていなかった。これが松元さんがおっちゃんに注意した，バスの中はいたるところスリだらけや という実態か。三波さんによるとこれが典型例とのこと。日本のようにスリの技術をもっていない。そんな高級な技術をもっていたら，きちんとした職についているのだろう。　　ポン・ジ・アスーカからリオの町を海側からながめる。きれいな町だ，昨日の山から見おろしたリオのながめよりも，おっちゃんには気にいった。　　ホテルに帰ると真赤に日焼けして，ひりひりするといっているEcalleがいた。朝7時に出かけ，車で2時間程のきれいな，人が多くいない海岸に行ったそうだ（なまえを言ったのだが，おっちゃんにはすぐにはおぼえられなかった）。

土，日をめいっぱい遊んだEcalleは27日～30日まで計算をやめ，ソファーにすわって考えごとをしていた。Ecalleは3食まじめにたべると量が多すぎるので夕食はパン，ヨーグルト，くだもの等で軽くすましていると言っていた。それにひきかえ，おっちゃんは三波，坪井さんの案内であっちこっちのレストランへ行って毎夜食べ歩きをし，食べきれないほどでてくる料理をたべて，おなかいっぱいになり，しんどい思いをしながらねることをくりかえす。

三波さんは，おっちゃんが今年の9月から3ヶ月リオでひとりぐらしができるようにといろいろとおっちゃんを教育してくれているのです。　そうそう，坪井俊さんは1月のはじめのWorkshop on Topologyのときから，1ヶ月近い滞在でこれまたアパートぐらしで，ポルトガル語ぺらぺーらの「現地人」です。英語，フランス語，ポルトガル語をぺらぺーらと話す4人とオワセ弁をしゃべっているおっちゃんの計5人の日本人です。

Ecalleの研究していることは，おっちゃんにはさっぱりわからんから聞かずに，おっちゃん自分の考えているテーマをEcalleに話す。おっちゃんの話を聞いて，Ecalleはひとことfine！，基本的な問題だから，それが解けることを期待するよ，おもしろい話を聞かせてくれてありがとうと。

最終日30日の夜は　日本から5人，フランスから1人，イタリアから1人，メキシコから1人の団体で小さなバーにのみに行く。途中からメキシコからの5人が加わる。みんなで大声を出して歌いまくる。おっちゃんはSantiago López de Medranoさんと歌ともだちになる．A. Verjovskyさんは歌もうまい。

31日の朝，ともに荷づくりをして11時頃にわかれるときに，お互いにアパートの住所を書き京都に来た時は，パリに来た時は泊めたるよとなる。おっちゃんこれでパリにただやどができたとよろこぶ。Ecalleもおっちゃんも飛行機は夜の24時頃なので，午後はEcalleはIl'yashenkoさんのアパート（Il'yashenkoさんは1ヶ月程のIMPA滞在）に出かけ討論をすると。一方，おっちゃんは三波さんの案内でリオのセントロの見物に出かけた。三波さんのアドバイスで7時頃に飛行場に着くように三波・宍倉さんに護衛してもらって行く．カウンターの一番前にならんで，三波・宍倉さんにお礼をいってわかれる。機内は空席なし，三波さんのオーバーブッキングの予想はあたっていた。　出発の案内がありおっちゃん搭乗ゲートに歩いていたら，Ecalleに声をかけられた。彼も同じゲートで出発時間がちがうとのこと。再び別れのあいさつをし，また会うことを願って，手をフリフリおっちゃん機内へ消えていった。　全くEcalleにはじまり，Ecalleに終ったリオ滞在でした。Hotelの2人部屋を相棒だれでもよいと申し込むのもいいもんだね。

5.

Preprint (足立正久)

0. J. Fornaess-N. Sibony, Critically finite rational maps on P^2.
1. R. Gompf-T. Mrowka, Irreducible four manifolds need not be complex, 1991.
2. P. Kronheimer-T. Mrowka, Gauge theory for embedded surfaces, I 1991.
3. J. Milnor, Dynamics in one complex variable : Introductory Lectures, 1990
4. M. Ue, A remark on the simple invariants for elliptic surfaces and their exotic structures not coming from complex surfaces, 1991, Kyoto University.
5. M. Tsujii, Small random perturbations of one dimensional dynamical systems and Margulis-Pesin entropy formula, 1991, Kyoto University.
6. M. Tsujii, Positive Lyapunov exponent and weak regularity condition for critical values of one dimensional mappings I, 1991, Kyoto University.
7. T. Hiroshima, Convergence of manifolds of Harmonic curvature, 1991, Kyoto University.
8. S. Nakamura, Some chain complexes for instanton homology groups of connected sums, 1991, Kyoto University.
9. S. Fujiwara, On the topology of some gauge groups, 1992, Kyoto University.

Seminar Notes on Differential Topology, No.11, 1992

T. Ito, Transversality of holomorphic vector fields on C^n.

6. 編集後記

(1) 土屋・橋口さんがWorkshop on Topologyの研究会の雰囲気を十分に伝えてくれる，くわしい報告をしていただきありがとうございます。ノートをもとに報告文を書くのは大変な作業だったと思います。私自身 Complex analytic methods in dynamical systems の報告を3月はじめに京大の微分トポロジーセミナーでするためにノートを読みかえして，いかに自分のノートがメチャクチャであるかを知りました。私の報告は今回は載せずに，リオでの生活記をかきました。

(2) 私が参加した Complex analytic methods in dynamical systems は家族的な雰囲気がしました。私が感じたこれからの方向性のようなものは次のとおりです。

(i) 「原点をisolated特異点にもつ $\mathbb{C}^n$, $(n \geq 3)$, の 0 の近傍上の正則ベクトル場は，separatrix をもつか？」

(ii) 特異点，(又は fixed points, periodic points) での normal form が非線型になる場合 (これはパラメーター付きもこめて) の研究

(iii) 正則写像 $\mathbb{C}^2 \xrightarrow{f} \mathbb{C}^2$, $\mathbb{C}P^2 \xrightarrow{f} \mathbb{C}P^2$, complex torus $\mathbb{C}^2/\Lambda \xrightarrow{f} \mathbb{C}^2/\Lambda$ の Iteration の研究ははじまったばかりで方向性もないからやるなら今だ！　一変数のIterationを今から新規にやろうなんて考は一番おろか！

(iv) 特異点をもった holomorphic foliation の定性的研究。