微分トポロジー便り No.6　1992年3月

編集　伊藤敏和（龍谷大学経済学部）

もくじ

1. フランスのモンペリエでの研究会の案内
（1992年9月21日～25日）

2. Workshop on Topology の報告
（1992年1月6日～17日，ブラジルのリオデジャネイロ）
土屋信雄，橋口徳一

3. Complex Analytic Methods in Dynamical Systems のプログラム
（1992年1月22日～30日，ブラジルのリオデジャネイロ）

4. リオ滞在記　伊藤敏和

5. プレプリント

6. 編集後記

ATELIER SYSTEMES HAMILTONIENS INTEGRABLES ET ALGEBRES DE LIE

Montpellier 21-25 septembre 1992

Le but de cet atelier est de donner un aperçu des résultats récents concernant les systèmes intégrables.

L'atelier sera particulièrement consacré aux Systèmes Intégrables de dimension finie et à leurs rapports avec les algèbres de Lie.

Nous prévoyons deux mini-cours de 5 heures faits par **A. REYMAN** et **T. RATIU.**

Comité d'organisation : J.P. DUFOUR, A. MEDINA, P. MOLINO
et le **GETODIM (URA 1407)**

Courrier électronique : **MEDINA at FRMOP 11 Bitnet.**
Téléphone : **67.14.39.94**

FICHE DE PRE-INSCRIPTION

NOM:.. **Prénom :**.....................................

Adresse :...
....

Tel. :

Courrier électronique :

Je souhaite (*)

participer

participer et donner un exposé - éventuellement titre :

Renvoyer à : A. MEDINA, Département de Mathématiques (case courrier 051)
Université Montpellier II, Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER CEDEX 5

(*) Barrer la mention inutile

2.

WORKSHOP ON TOPOLOGY
6-17 JANUARY, 1992, PUC-Rio DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

PROGRAM

MINI COURSES

(Sa)---Geometric Structures of 2 and 3-Manifolds
Prof. N.Saldanha

(St)---Recent Developments in Smooth 4-Manifolds
Prof. R.Stern

(A)---Cohomology and Actions of Finite Groups
Prof. A.Adem

(G)---The Horocycle Flow and Ergodic Theory
Prof. E.Ghys

6 JAN.

10:00 - Opening Ceremony
10:30 - Recent Developments in the Theory of Chaotic Dynamical Systems
Prof. J.Palis
11:30 - Geometric Rigidity for Lattice Actions
Prof. S.Hurder
14:00 - The Topological Uniqueness of Heegaard and Minimal Surfaces in $\mathbb{R}^3$
Prof. W.H.Meeks
15:00 - Inauguration of the IBM 9121 Computer
16:30 - Reception

7 JAN.

8:00 - (Sa) I
9:00 - (St) I
10:30 - A String Theory for 3-Manifolds
Prof. S.Lins
11:30 - DeRham Theorems for Singular Varieties - A Survey
Prof. J.P.Brasselet
15:00 - Invariants of 3-Manifolds and Surface Singularities
Prof. J.Seade
16:00 - The Lie Affine Foliations on 4-Manifolds
Prof. S.Matsumoto

8 JAN.

8:00 - (Sa) II
9:00 - (St) II
10:30 - Foliated Cohomology and Characteristic Classes
Prof. N.M.dos Santos
11:30 - Surgery and Foliations of Knot Complements
Prof. L.Conlon
15:00 - Amenability of Foliations and Characteristic Classes
Prof. Y.Mitsumatsu
16:00 - Topological Bundles with Fiber $\mathbb{R}^4$
Prof. D.Randall

10 JAN.

8:00 - (A) I
9:00 - (St) III
10:30 - Mean Curvature in the Theory of Foliations
Prof. P.Walczak
11:30 - Foliations with Compact Leaves and Bounded Cohomology
Prof. M.Boileau
15:00 - (St) IV

16:00 - Panel Discussion : The Teaching of Topology
Panelists : Prof. R.Stern, Prof. S.Hurder, Prof. J.P.Brasselet,
Prof. T.Tsuboi, Prof. E.Ghys, Prof. J.M.Montesinos,
Prof. R.Langevin

11 JAN.
8:00 - (Sa) III
9:00 - Some Irreducible Components of the Space of Holomorphic Foliations
Prof. J.O.Calvo
10:30 - Foliating R^n in Codimension Two by Tori
Prof. E.Vogt
11:30 - Rationality of Certain Foliations
Prof. T.Tsuboi

13 JAN.
8:00 - (Sa) IV
9:00 - (G) I
10:30 - Geometry and Classification of Singularities of Surfaces in 3-Space
Profa. M.A.S.Ruas
11:30 - Index of Holomorphic Vector Fields on Sigular Surfaces
Prof. X.G.Mont
14:00 - (A) II
15:00 - Foliation Reduction and the Twistor Correspondence
Prof. F.Kamber
16:00 - Problem Session

14 JAN.
8:00 - (A) III
9:00 - (G) II
10:30 - Contractibility of the Space of Foliations of $S^2 \times I$
Prof. P.Schweitzer
11:30 - Topological Properties of Bitangent Surfaces Associated to Generic Families of Curves in General Positions
Profa. M.del C.R.Fuster
15:00 - Realizing Usual Diagrams of Algebraic Topology in Differential Geometry
Prof. D.Lehmann
16:00 - Session of Contributed Talks

15 JAN.
8:00 - (Sa) V
9:00 - On the De Rham Complex of Singular Spaces
Prof. A.G.Aleksandrov
10:30 - Linearization of Codimension one R^2-Actions near a Compact Orbit
Prof. M.Craizer
11:30 - Arithmetic 2-Bridge Knot Orbifolds
Prof. J.M.Montesinos
15:00 - The Geometry of Hypersurfaces of Constant Curvature
Prof. H.Rosenberg
16:00 - Problem Session

16 JAN.
8:00 - (A) IV
9:00 - (G) III
10:30 - Stability of Compact Actions of R^n
Prof. N.Saldanha
11:30 - Irrational Foliations on Tori
Prof. S.Blank
15:00 - A Splitting Theorem for the K Theory of a Discrete Group
Prof. A.Adem
16:00 - Session of Contributed Talks

17 JAN.

8:00 - (Sa) VI

9:00 - (G) IV

10:30 - Immersions of Projective Stiefel Manifolds
Profa. N.Barufatti

11:30 - How to Generalize Entropy of Maps to Foliations, Relations and Operators
Prof. R.Langevin

14:00 - Non Locally Flat Embeddings of Circles in Spheres
Prof. R.Cruz

15:00 - O Problema de Heinz para Superficies de Weingarten
Prof. F.Brito

Workshop on Topology に出席して,

土屋信雄（桐蔭大）
橋口徳一（東大）

Workshop on Topology は 1/16－17 の 2週間、Rio de Janeiro の ＰＵＣ キャンパスで開かれました。

参加者は日本からの５人を含め約１００名、スペインーポルトガル語圏の人が約半数だったようです。

プログラムのように、毎日５－６コマの講演があり、その他に、1/9 木 に、クルージング、1/10 金 に、ディナー、1/12 日 に、ハイキング、1/16 木 に パーティーと、盛りだくさんの内容でした。

生活習慣の違いもあり、眼がまわるような２週間でした。私は、H氏と、外国に慣れていない者どうしで行動して、「ピクウィック旅行」をくりひろげました。行きの飛行機で荷物が行方不明になったり、帰りは乗継ぎ便に遅れてカナダで一泊したり、今になって思い出してみると楽しかったですが、H氏やM氏など周囲の人には迷惑をかけたのではないかと虞れます。

飛行機の都合で、リオには１月６日の朝８時に着いてそのままモーローとして会場にいきました。モーロー感は結局、解消する時間がなく、だんだんとリオ人ペース（？）になってきて、「生きているとは、おいしい食事をしたりきれいな景色を見たりすること」という気分になってきました。道路を渡る時は、左右を見てから疾走するのが自然になったりしました。開高健さんが釣りの本で、「ブラジルにいくと腰痛が解消する」と書いていたのが分かるような気がしました。

物価は日本に比べると安く、日本は「豊か」になったんだなと実感しました。ブラジルの経済は悪いらしく、ＩＭＰＡも財政的にピンチだそうで、シュヴァイツアーさんの呼びかけで、大統領への手紙に、みんなで署名したりしました。

R. Stern Stern は ecologyの研究者である奥さんとともにRioへ来ていました。本当にかっこ良いアメリカ人でした。たまたまホテルが同じだったため、タクシーに同乗する機会がありましたが、その無軌道な運転に"The driving is wild."と言っていました。気さくな感じの人です。

Sternの講演はMini-Courseで4回行われました。全体を通じて中心となった問題は

How to change smooth structure on M^4

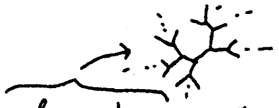
で、毎回黒板に GOAL として書かれました。そのための道具としてDonaldson不変量を用います。初回は、有向4次元閉多様体の交点形式についてのWhitehead, Freedmann, Donaldsonの結果を並べて問題提起をし、小平先生のK3曲面を改変して得られる4次元多様体 K_p (p: odd $\Rightarrow$ K_p は K3 と同相) の解説をしました。2回目からは、Donaldson不変量を定義するためにGauge理論を準備し、最終回に、初回に構成した小平先生の例についてDonaldson不変量を計算して、K_p (p: odd) の diffeo. type は $|p|$ で決まることを示します (Gompf-Mrowkaの結果)。

講演は良く準備されていて、大変わかりやすいものでした。(僕のヒアリングの力では十分に講演の価値を生かせませんが。) 時間の都合で用意されたprinted noteの内容全てを講演の中で聴くことができなかったのは残念でした。

A. Adem Ademは体格の良いメキシコ人ですが、割と静かな感じで、バスに乗る時に、先に乗るようゆずってくれるなど、とても親切な人でした。

Mini-Courseは4回 (他にLectureが1回ありました) あったのですが、僕は2回目と4回目の2回だけ聴きました。printed noteを見る限り、初回は群の分類空間やコホモロジーについての準備だったようです。2回目は、有限群がdisk又は球面に作用している時にその固定点集合がどうなっているかについての話でした。Smith, Milnorの結果を述べた後、equivariant Farrell-Tate cohomologyを定義し、そのEuler数についてのK. Brownの仕事を紹介していました。4回目は、sporadic simple groupという有限群がトポロジーにおいてどういう役割を果たせるかについて

の話でした。特に the Mathieu group M_{12}（この群の位数は 95040）について詳しく（例えば $H^*(M_{12};\mathbb{F}_2)$ 等々を）解説していて、中々おもしろかったです。



定理 $\exists\,\Gamma$: cubic tree の automorphism のなす群
s.t. (i) $\exists$ extension $1 \longrightarrow F^{496} \longrightarrow \Gamma \xrightarrow{\pi} M_{12} \longrightarrow 1$

496個の生成元をもつ自由群

(ii) $\pi^* : H^*(M_{12};\mathbb{F}_2) \longrightarrow H^*(\Gamma;\mathbb{F}_2)$ 同型

という定理は雄大な感じがしました。

$H^*(M_{12};\mathbb{F}_2)$ の Poincaré Series は次のようになります。

$$P_{M_{12}}(t) = \frac{1+t^2+3t^3+t^4+3t^5+4t^6+2t^7+4t^8+3t^9+t^{10}+3t^{11}+t^{12}+t^{14}}{(1-t^4)(1-t^6)(1-t^7)}$$

最後に問題として M_{12} を基本群としてもつような14次元 Poincaré duality complex で mod 2 cohomology の Poincaré Series が $P_{M_{12}}(t)$ の分子に等しくなるものがあるか？を挙げていました。

$\boxed{\text{E. Ghys}}$ この講演は、4回行われましたが、Seminaire BOURBAKI に昨年掲載された "DYNAMIQUE DES FLOTS UNIPOTENTS SUR LES ESPACES HOMOGÈNES" の解説でした。この論文は、仏語で書かれていますが、講演は英語で行われ非常にわかりやすかったです。

まず、hyperbolic metric を与えた閉曲面 Σ の単位接ベクトル束 $T_1\Sigma$ 上の geodesic flow, horocycle flow が $PSL(2,\mathbb{R})$ 内での行列を使って表示できることから、各 flow が $PSL(2,\mathbb{R})$ の Haar measure について ergodic であることを示しました。更に、horocycle flow が minimal であるという Hedlund の結果、horocycle flow が uniquely ergodic であることを導きました。horocycle flow についてのエルゴード理論を展開する訳ですが、図を多く用いた解説はとてもわかりやすかったように思います。

horocycle flow には次の rigidity が成立します。

定理 (Ratner) $\Gamma_1, \Gamma_2 \subset SL(2,\mathbb{R})$ lattice
$\exists$ $\Gamma_1 \backslash SL(2,\mathbb{R}) \longrightarrow \Gamma_2 \backslash SL(2,\mathbb{R})$ measurable
s.t. horocycle flow と可換
$\Rightarrow$ Γ_1 と Γ_2 は $SL(2,\mathbb{R})$ で共役.

もっと一般に次が成り立ちます。

定理 G : Lie 群 $\Gamma \subset G$ lattice
$H \subset G$ unipotent な元で生成されている部分群
H は G に右から作用している
$\Rightarrow$ $\forall x \in \Gamma \backslash G$ に対して $\exists L$ G の閉部分群
s.t. $\overline{x \cdot H} = x \cdot L$

この定理の系として compact hyperbolic mfd には leaf の次元が1より大きい totally geodesic foliation が存在しないことが示せるようです。

$\boxed{\text{S. Hurder}}$ Anosov 写像（もっと一般に hyperbolic 写像）の rigidity は良く知られていますが、有限生成群の作用が Anosov (hyperbolic) である時の rigidity を考えます。考える状況は以下のものです。
Γ : 有限生成群.
$\varphi : \Gamma \times M \longrightarrow M$ C^r $(r = 1, \infty, \omega)$ 作用
$\gamma_n \in \Gamma$ について $\varphi(\gamma_n)$ が Anosov (hyperbolic)

定義 φ が Cartan 作用とは
$\forall A = \langle f_1, \cdots, f_k \rangle \subset \Gamma$ abelian subgroup
に対して $\varphi(f_i)$ は Anosov

Main theorem は次のとうりです。

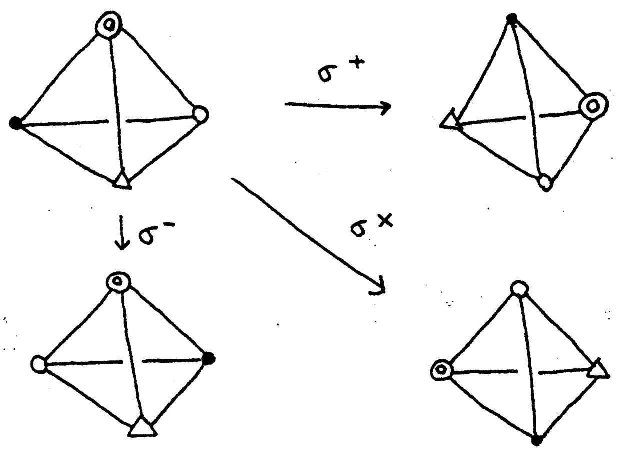
定理 $\varphi : \Gamma \times M \longrightarrow M$
0) Γ higher rank lattice
1) M compact nil manifold

2) $\varphi(\Gamma)$ Mの volume form を保つ
3) $\varphi(\gamma_k)$ Anosov
4) $\varphi_*(\Gamma) \to H_*(M)$ Cartan 作用
$\Rightarrow$ φ は standard action に位相共役
(実は C^r 共役でも可能)

と僕のノートには書いてありますが、どうも良くわかりません。

S. Lins 標題にある string theory は 超弦理論とは関係ありません。

講演の内容は、ほとんど理解できませんでした。話し始めた時には既に黒板に次の絵が書いてありました。

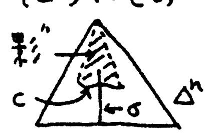


J. Brasselet compact smooth manifold では $H^*_{DR}(M) \to H^*(M;\mathbb{R})$ なる同型は form の積分で得られます。同様の対応を singularity のある多様体 X 上に構成することがこの講演の目的です。

X を三角形分割しておいて、ひとつの単体 Δ^n をとり、それを重心細分してできた k次元単体 σ に対して n−k 'form' $\omega(\sigma)$ を

$\int_c \omega(\sigma)$ = n−k chain c の Δ^n 内における σ についての "影" の体積

によって定義します。(Goresky - Macdhernon による)



講演では、この構成に時間を割き、その応用まで聴くことができなかったのは残念です。

$\boxed{\text{J. Seade}}$ $(\mathcal{V}, p)$: complex analytic space
p は isolated singularity

つまり $\exists f : (\mathbb{C}^3, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ $\quad \mathcal{V} = f^{-1}(0) \subset \mathbb{C}^3$
更に $M = \mathcal{V} \cap S^5 \subset \mathbb{C}^3$ とおきます。M は smooth な3次元manifoldです。又、$\tilde{\mathcal{V}}$ を $\mathcal{V}$ の特異点を解消した smooth manifold とします。

$\tilde{\mathcal{V}}$ の Index と characteristic divisor W によって定義される topological invariant $\mathcal{R}(\mathcal{V}, W)$ についての講演です。$\mathcal{R}(\mathcal{V}, W)$ は W のとり方に依らないので $\mathcal{R}(\mathcal{V})$ と書きます。次が成立します。

__定理__ もし M が homology sphere でありかつ Seifert manifold ならば

$$\mathcal{R}(\mathcal{V}) = 8\underset{\substack{\uparrow \\ M\text{の Casson 不変量}}}{\lambda}(M)$$

ここまで書いて、$\mathcal{R}(\mathcal{V}, W)$ の定義を書かないとおしかりを受けそうですが $\mathcal{R}(\mathcal{V}, W) = \sigma(\tilde{\mathcal{V}}) - W^2 - 8\hbar(W)$ と書いても、これを解説する力がありません。

$\boxed{\text{N.M. dos Santos}}$ M n次元manifold $\mathcal{F}$ codim q foliation
$p = n - q$ とします。

$I(\mathcal{F}) = \mathcal{F}$ で消える form から生成される ideal $\subset \Lambda(M)$
とすると $\quad d(I(\mathcal{F})) \subset I(\mathcal{F})$
従って $\Lambda(\mathcal{F}) = \Lambda(M)/I(\mathcal{F})$ が次の条件を満たします。

$$\begin{array}{ccc} \Lambda(M) & \xrightarrow{d} & \Lambda(M) \\ \downarrow & \circlearrowleft & \downarrow \\ \Lambda(\mathcal{F}) & \xrightarrow[d_{\mathcal{F}}]{} & \Lambda(\mathcal{F}) \end{array}$$

$(\Lambda(\mathcal{F}), d_{\mathcal{F}})$ の cohomology を $H^*(M, \mathcal{F})$ と書き、$(M, \mathcal{F})$ の cohomology と呼びます。

又 leaf に tangent な form のみを考えて得られる cohomology を $H^*(\mathcal{F})$ と書きます。この $H^*(M,\mathcal{F})$, $H^*(\mathcal{F})$ について知りたい訳ですが、計算するのも中々容易ではないようです。そこで次の characteristic map を考えます。

$$\begin{array}{rccc} \chi : & H^*(\mathcal{F}) \times D^*(M,\mathcal{F}) & \longrightarrow & H^*(M) \\ & (\xi \;,\; \theta) & \longmapsto & [\xi\wedge\theta] \end{array}$$

ここで $D^*(M,\mathcal{F}) = \{ \lambda \in A(M) \,;\, d\lambda \in I(\mathcal{F}) \}$

$= d_{\mathcal{F}}$-closed form 全体.

つまり $\chi : H^*(\mathcal{F}) \longrightarrow \mathrm{Hom}(D^*(M,\mathcal{F}), H^*(M))$ を考えます。
このとき次が成立します。

<u>定理</u> $\varphi : \Gamma \longrightarrow \mathrm{Diff}(F)$ 準同型（F は q 次元 manifold）に対してその suspension として得られる foliated bundle

$$F \longrightarrow (M,\mathcal{F}) \longrightarrow B = G/\Gamma$$

を考えます。もし φ が E-action（例えば uniquely ergodic な作用）であれば、characteristic map

$$\chi : H^*(\mathcal{F}) \longrightarrow \mathrm{Hom}(D^*(M,\mathcal{F}), H^*(M))$$

は 0-map である。

Y. Mitsumatsu M m 次元 manifold $\mathcal{F}$ codim q foliation $p = m-q$，$\mathcal{F}$ には不変測度 μ が存在するとします。不変測度と foliation cycle（= closed p-current tangent to leaves）の間には対応がありますから，μ に対応する foliation cycle を C_μ とおきます。$\nu\mathcal{F}$（= $\mathcal{F}$ の normal bundle）の Euler class を $e(\nu\mathcal{F})$ と書くと.

$$\mathcal{E}(\nu\mathcal{F},\mu) = e(\nu\mathcal{F}) \frown [C_\mu] \in H_{p-q}(M;\mathbb{R})$$

が定義されます。これについて次のことが知られています。
もし C_μ がある compact leaf で代表されれば

$$[C_\mu] \underset{\substack{\uparrow \\ \text{intersection}}}{\cdot} [C_\mu] = \mathcal{E}(\nu\mathcal{F},\mu) \quad (\in H_{p-q}(M;\mathbb{R}))$$

特に μ が atomic $\Rightarrow$ 上の等式が成立する訳です。

更に.

定理　μ が non-atomic $\Rightarrow$ $[c_\mu]\cdot[c_\mu]=0$.

そこで、μ : non-atomic ならば $\varepsilon(\nu\mathcal{F},\mu)=0$ となるかどうかが問題になります。この講演では、$\varepsilon(\nu\mathcal{F},\mu)=0$ となるための十分条件がいくつか示されました。例えば：

定理　μが、ある p次元 closed submanifold の管状近傍に support されていれば、$\varepsilon(\nu\mathcal{F},\mu)=0$。

もっと一般化された measurable transverse Euler class $E(\nu\mathcal{F},\mu)$ を定義して、それが消えるための条件として、群の amenability の概念を foliation へ拡張した foliation の amenability が用意されます。

定理　$\mathcal{F}$ がある amenability を満たせば $E(\nu\mathcal{F},\mu)=0$.

D. Randall　4次元 topological manifold の分類の観点から、4次元 manifold 上の topological $\mathbb{R}^4$ bundle の分類を目的とした講演でした。特に S^4 上の $\mathbb{R}^4$ bundle の分類について話していました。

P. Walczak　$(M, g, \mathcal{F})$ を closed Riemannian manifold 上の codim g smooth oriented foliation.
$H(x)$ を x を通る leaf の x における平均曲率ベクトルとします。すると H は M 上のベクトル場となります。$g=1$ の時 $\mathcal{F}$ の長さ1の法ベクトル N を使って、M 上の関数 $h(x)=\langle H, N\rangle_x$ が定義されます。これが平均曲率関数です。この講演では、M 上の関数が適当な Riemann metric の平均曲率関数として実現されるための条件と、平均曲率ベクトルで生成される flow $\{\varphi_t\}$ で不変な foliation の性質についての2つのテーマが話されました。
　最初の平均曲率関数については次の主定理が示されました。

定理　次の2つは同値
(1) $\mathcal{F}$ の Novikov component は M のみ。
(2) 平均曲率関数全体 $= \{ f \in C^\infty(M) \,;\, {}^\exists x, y \in M \text{ s.t. } f(x) \cdot f(y) < 0 \} \cup \{0\}$

問題としては「任意の余次元1 foliation で smooth 関数が平均曲率関数として実現されるための条件を求めよ」というのを出されましたが、これは押切氏によって解かれました。
2番目のテーマの $\{\varphi_t\}$ で不変な foliation (mean curvature invariant foliation = MCI foliation) の例としては、
　定負曲率多様体の horocycle foliation や
　S^3 の Reeb foliation
があります。(実際は、S^3 では MCI foliation は standard な Reeb foliation に diffeomorphic です。)

定理　MCI foliation で
(1) 任意の codim で closed leaf の ω-limit set は minimal leaf を含む。
(2) codim 1 の場合には、closed leaf の α-limit set も minimal leaf を含む。

$\boxed{\text{M. Boileau}}$ まず考えるのは「n次元 manifold M が compact foliation を持つための obstruction は何か？」という問題です。ここで compact foliation とは、全ての leaf が compact な foliation のことです。
　例えば体積有限の hyperbolic mfd は circle foliation を持つことはできません。それは、矢野氏によって、M が non-trivial な S^1-action を持てば その Gromov invariant $\|M\| = 0$ となることが知られていて、一方 体積有限な hyperbolic manifold では $\|M\| = \dfrac{Vol(M)}{v_n}$ (v_n は定数) という関係が成り立つからです。従ってこの場合は、Gromov invariant が obstruction となり得る訳です。

もっと一般的に次の定理が成り立ちます。

定理　codim 2 の compact foliation が次を満たしているとする

(i) leaf の基本群は abelian (amenable)

(ii) Bad set (= infinite holonomy をもつ leaf 全体の集合) が M の部分多様体である.

このとき $\|M\| = 0$

系　M with boundaries $= \cup$ Torus
M が nice Vogt foliation を持てば $\bar{M}$ は Graph manifold.

$\boxed{\text{J.O. Calvo}}$ $Fol(M, L)$ の irreducible component についての講演でした。内容は良くわからなかったので、ノートに書いてあることを書きます。

定理　$\pi_1(M) = 1$ とする。このとき $Fol(M, L^2)$ には meromorphic first integral をもつ foliation によって parametrize される irreducible components が存在する。

という結果の拡張として.

定理　$\dim M \geq 3$, $H^1(M; \mathbb{C}) = 0$ とする。このとき $Fol(M, L_1 \otimes \cdots \otimes L_k)$ (各 L_i は ample) には、logarithmic form で parametrize される irreducible components が存在する。

$\boxed{\text{T. Tsuboi}}$ $S^3 \times S^3$ の codim 1 foliation $\mathcal{F}$ についての講演です。$H^3(S^3 \times S^3) = \mathbb{R} \oplus \mathbb{R}$ ですから $\mathcal{F}$ の Godbillon-Vey class は $GV(\mathcal{F}) = (a, b)$ $(a, b \in \mathbb{R})$ と書けます。そこで「$\forall (a, b)$ に対して $GV(\mathcal{F}) = (a, b)$ なる $\mathcal{F}$ が存在するか?」が問題

となります。

既に Gelfand - Feigin - Fuchs によって
もし $a/b \in \mathbb{Q} \cup \{\infty\}$ ならば $GV(\mathcal{F}) = (a, b)$ なる $\mathcal{F}$ が存在する。
が証明されていますが、まだ a/b が irrational なものに対しては、そのような foliation の例は見つかっていません。

$S^3 \times S^3$ の codim 1 foliation で transverse に区分的に線型なものを考えます。この時 Ghys-Sergiescu-Godbillon-Vey class $GSGV(\mathcal{F}) \in H^3(S^3 \times S^3)$ が定義されますが、これについて、GV class と同様のことを考えます。この場合には、irrational GSGV を持つ foliation が存在しないことが、Greenberg によって明らかにされた PL foliation の分類空間を用いて証明されます。

<u>定理</u> $\mathcal{F}$: transversely P.L. codim 1 foliation on $S^3 \times S^3$
このとき $GSGV(\mathcal{F}) = (a, b) \in H^3(S^3 \times S^3) = \mathbb{R} \oplus \mathbb{R}$ とすると
$a/b \in \mathbb{Q} \cup \{\infty\}$.

$\boxed{\text{X. Gomez-Mont}}$ $X = (X_1, \cdots, X_n)$ を $\mathbb{C}^n$ 上の holomorphic vector 場とすると、X が $0 \in \mathbb{C}^n$ に isolated singularity をもつとき、

$$(※) \quad \mathrm{Ind}(X, 0) = \dim_{\mathbb{C}} \frac{\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n, 0}}{(X_1, \cdots, X_n)}$$

と Milnor 数によって index が定義されます。この index を singular space 上の isolated singularity をもつ holomorphic vector 場についても定義しようというのがこの講演の目的です。

V complex analytic space with isolated singularity $0 \in \mathbb{C}^n$
$\cap$
B ball
$\cap$
$\mathbb{C}^n$

X: B 上の holomorphic vector 場で $X|_{V - \{0\}}$ は V に tangent
この時 X は V 上の holomorphic vector 場になりますが
・index を定義せよ.