

微分トポロジー便り

第1号

1989年7月

1986年から1988年の3年間に「Topology of symplectic manifold」の研究集会(科研費総合Aトポロジーによる)を開催しました。この間、いろいろな方々からこの分野の研究の大切さを示唆されましたが、研究者間の連絡等がまだうまくいっていないように思えます。それで、情報伝達のひとつにこのようなものを作ることにしました。みなさまの協力をお願いします。微分トポロジー関係のプリント等をもっている方はそのリストをお知らせ下さい。随想、独断・偏見等もめいおしとおもっておりますのでお知らせ下さい。

シンポジウムの予告

「古典力学・量子力学とトポロジー」研究集会
(分担責任者 佐藤肇)

日時; 11月はじめから12月はじめまでの都合のよいとき
場所; 名古屋近辺

この会に参加を希望する人、講演者の自薦・他薦等々は佐藤肇氏(名大・教養部)に連絡して下さい。

ポッドプリント

以下は バーグラーの MSRI に滞在中の小沢哲也氏 (名大・理) より送られてきたものです。

Y. Eliashberg : Existence and non-existence of a Stein complex structure on differentiable manifolds.

————— : On symplectic manifolds which are bounded by standard contact spheres and exotic contact structures on spheres of dimension > 3

C. Viterbo : A new obstruction to embedding Lagrangian Torii.

A. Weinstein : Blowing up realizations of Heisenberg-Poisson manifolds.

J. Huebschmann : Poisson cohomology and quantization.

H.W. Hofer and E. Zehnder : A new capacity for symplectic manifolds.

C. Viterbo : Capacités symplectiques et applications

小沢哲也氏 (名大・理, 1989年7月1日 バークレーより
帰国) からバークレーでのセミナーの様子を書いたものがと
どきました。 (1989年2月~6月の様子)

Eliashberg (2月6日) : symplectic manifold 上の Stein 構造
の存在と contact type の boundary をもつ symplectic manifold
についての話。 symplectic manifold X 上の almost complex
structure J に関して, X 上の proper な関数で, J -pluri
subharmonic なものの level surface の性質 (pseudo convexity
等) を使ひ、両者を同時進行的に扱う。 2つの Stein
構造が1つ同値になるか。 Stein symplectic manifold 内の
subset Ω が pseudo convex boundary をもつとき Ω は
strongly contact type か。 等を論じた。

Sikorav (2月17日) : 次を示した。 (\approx は symplectomorphic)

定理 $U, V \subset \mathbb{R}^n$ に対し

$$T^n \times U \approx T^n \times V \iff \exists A \in GL(n, \mathbb{Z}), b \in \mathbb{R}^n \\ \text{s.t. } V = AU + b$$

(symplectic structures はすべて standard)。

Conj. $B^n \times U \approx B^n \times V \stackrel{?}{\iff} \exists A \in O(n), b \in \mathbb{R}^n$
($B^n \subset \mathbb{R}^n$ は ball) s.t. $V = AU + b$

Question. $\exists?$ ∞ -dimensional family $\{U \subset \mathbb{R}^n\}$
s.t. all U 's are not \approx .

Conj. Σ : Riemann surface genus > 1 ,

g : metric on Σ with $K_g < 0$

$U(g)$: open unit disc bundle

$$U(g) \approx U(g') \iff g \simeq g' \text{ isom.}$$

Givental (4月24日): classical な Maslov index は有限次元の Lagrange Grassmanian の 1st cohomology に関連していたが "non-linear" Maslov index を定義するため, $\mathbb{C}P^n$ 内で real section $\mathbb{R}P^n$ と Hamiltonian conjugate な Lagrange submanifolds 全体の空間を考へ, その 1st cohomology の 1 つの generator を幾何的に構成した。

Arnold (5月1日): \mathbb{R} 上の μ 次多項式全体から $A_{\mathbb{R}}$ 以上の singularity をもつものを除いた空間を $X(\mu, \mathbb{R})$ とするとき $X(\mu, \mathbb{R})$ の Poincaré polynomial $\xrightarrow{\mu \rightarrow \infty} \frac{1}{1-t^{\mathbb{R}-1}}$ 。

その他, wild な singularity をもつ関数のなす空間の topology についての話。

Marle (5月19日): Kirillov と Lichnerowicz により別々に導入された "Jacobi manifold" (関数空間上に Lie bracket が diff. operator で定義されている, 必ずしも derivation になっていないもの) についての解説。更に Jacobi bundle (bundle の section 全体上の bracket structure) と homogeneous Poisson manifold との関係, 更に特別な場合として Weinstein の Heisenberg Poisson manifold の blowing up が扱えることを述べた。

Tuynman (with Gotay) (5月26日): $(\mathbb{R}^{2n}, \omega_0)$ (ω_0 は standard symplectic form) は, reduction を通して, 次の意味で "universal" であることを示した。 $(\mathbb{R}^{2n}, \omega_0)$ の submanifold X で, $\omega_0|_X$ の characteristic foliation が constant rank なら, X char. fol. $(\omega_0|_X)$ は symplectic manifold になるが, ほとんどすべての symplectic

manifold (X, ω) はこのおきにして得られる。ここで、“ほとんど”の意味は $[\omega] \in H_{\text{loc}}^2(X)$ が $H^2(X; \mathbb{Z})$ の有限個の元の線形結合で書けることを要求している。

Patissier (6月2日): symplectic vector bundle に対して定義される Maslov class $\in H_{\text{Cock}}^2$ の復習と geometric quantization への応用に関する Maslov の仕事の紹介。(Russian Math. Survey vol. 39 (1984) no. 6)

Fathi (6月7日): Teichmüller space 上の symplectic geometry についての Wolpert の仕事の紹介。
6月9日にも Riemann 面上の measured foliation に関する Thurston の仕事の紹介をした。

Fomenko (6月15日): 4次元 symplectic manifold 上の integrable な Hamiltonian 系の topology に関する仕事 (Hamiltonian の level surface の topology) の紹介。(Funct. Anal. '88, Uspech Nauch '89).

バークレーにおけるシュド・ロダニアン・セミナーと
ハミルトン系幾何学研究集会に出席して

北大・理学部 鈴木 治 夫

表題の2つの研究集会はバークレーMSRI(数理学研究所)1988-89、シンプレクティック幾何学研究計画の行事として行なわれたものである。双方互いに関連する問題が少なくなかったが、前者はシンプレクティック構造、後者はハミルトン系を主題としており、参加者にも相異があったので別々にその様子を述べる。

シュド・ロダニアン・セミナーは主としてフランスの幾何学者によって構成されるセミナーで毎年定期的に行なわれている伝統的な研究集会であるが、本年はMSRIと共同で5月2日から6月2日までの間バークレーで開催された。参加者は約75名であった。主な内容として(1)ポアソン多様体の積分、(2)ハイゼンバーグ歪群による量子論から古典極限への移行過程の構成、(3)特異葉をもつ葉層のホロノミー歪群と C^* -環、(4)完全可積分系の幾何学、(5)シンプレクティック多様体のマスロフ量子化、(6)ラグランジュはめ込み写像に対する特性類等があげられる。私は(3)の部分を担当した。なんらかの理由で歪群に関する講演が半数近くを占めた。講演者は正規シュド・ロダニアン研究者とMSRI所属研究者から成り、それにハミルトン系の研究者も加わっていた。

1日に3つか4つの講演があり、講演の合間はコーヒーを飲みながら討論したり、時には論文作成のためワープロ室に入って仕事をした。S.S.Chern先生は研究所創設者として永久研究室を持っておられ休憩時間にお話することができた。5月31日、私と小沢氏はマンダリン・ガーデンという中華レストランでChern先生から書食のおもてなしを受けた。このとき幾何学とは何かという話が出た。そういう論説を書いておられるとのことである。なおComplex manifolds without potential theoryの改定版がでる予定でAppendixにはゲージ理論、弦理論等最近の話題が追加されるそうである。ほかに外微分形式についての600頁程の大著の原稿が出来上がったということである。

私のホテルには殆どのシュド・ロダニアン研究者が宿泊していて、2週間朝食時毎回誰かと顔を合わせていたので終わりの頃はだいぶん親しくなった。一方研究所の同室者はハミルトン系幾何学に来ていた数理物理学者で、講演の内容の物理学に関する部分についての知識を得るのに有益であった。日本からの参加者は私の他上記小沢哲也氏(名古屋大学)、竹井義次氏(京都大学)であった。

参考までに講演者名と、題目のリストを添えておく。

Séminaire Sud Rhodanien de Géométrie à Berkeley
Mathematical Sciences Research Institute
May 22-June 2, 1989

List of Speakers

• C. Albert (Montpellier): *Symplectic groupoids*

- M. Boucetta and P. Molino (Montpellier): *Geometry of completely integrable systems*
- M. Boyom (Montpellier): *Invariant affine structures on Lie groups and symplectic geometry*
- A. Coste and D. Sondaz (Lyon): *Lie algebroids and affine Poisson structures on groups*
- P. Dazord (Lyon): *Obstructions to the integration of Poisson manifolds*
- N. Desolnux-Moulis (Lyon): *Lagrangian foliations*
- Y. Eliashberg (MSRI, Stanford): *Towards a definition of symplectic boundary*
- Z. Ge (MSRI, Beijing): *Symplectic groupoids and Hamilton-Jacobi theory*
- M. Gotay (MSRI, USNA) and G. Tuynman (MSRI, Marseille): \mathbf{R}^{2n} is a universal symplectic manifold for reduction
- G. Hector (Lyon): *Symplectic realizations*
- R. Lashof (Berkeley): *Equivariant prequantization*
- J.H. Lu (Berkeley): *Symplectic double groupoids and Poisson Lie groups*
- A. Medina (Montpellier): *Poisson structures on Lie groups*
- R. Montgomery (MSRI, Berkeley): *Optimization with fixed holonomy*
- J.M. Morvan (Lyon) and L. Niglio (Avignon): *Characteristic classes of a lagrangian immersion*
- Y.G. Oh (MSRI, NYU): *Stability of minimal lagrangian submanifolds*
- G. Patissier (Lyon): *Quantization of a symplectic manifold according to Malsou*
- T. Ratiu (MSRI, Santa Cruz): *The compact Toda lattice*
- A. Sheu (MSRI, Kansas): *The C^* algebra of a singular foliation*
- H. Suzuki (MSRI, Hokkaido): *Holonomy groupoids of generalized foliations*
- A. Weinstein (MSRI, Berkeley): *Heisenberg groupoids*
- P. Xu (Berkeley): *Morita equivalence of Poisson manifolds*
- Y. Kerbrat (Lyon): *Berry's Phase*

ハミルトン系幾何学研究集会はMSRIシンプレクテイク幾何学研究計画の最終行事とみられる集会で、シュド・ロダニアン・セミナーに引続き、6月5日から6月16日までの間開催された。参加者は116名で内容は幾何学的なものの他にハミルトン系方程式の解の挙動、近似に関するもの、コンピューターによる図示等があり、さらに日によっては予定プログラム終了後、セミナー形式による30～40分講演が2～3件追加された。私の関心を引いた講演として1) ドレッシング変換、2) ハミルトン系エネルギー曲面の幾何学、3) 剛体対の力学と幾何学、4) ニュートン系における非衝突特異点、5) タイヒミュラー空間のシンプレクテイク構造等をあげておく。他にも力学系の優れた講演があり、正規講演者数は22であった。

1) は従来のドレッシング変換について、その存在が必ずしも言えないので、2重垂群の方法により理論の構成をはかるもの (Prof.Weinstein)。2) はコンパクト4次元多様体上のハミルトン系に対応するエネルギー曲面をグラフ理論によって完全に分類したもので、その対応は、化学分子式表示の類似を想定している (Prof.Fomenko)。3) はベリ接続の理論に基づいて剛体対の力学を幾何学的に構成するもので、この理論が、量子化問題だけでなく、古典力学でも威力を発揮することを力説したものである (Prof.Marsden)。

日本からの参加者は私の他、吉田春男氏 (東京天文台) 伊藤秀一氏 (東北大学) 中村佳正氏 (岐阜大学) 小沢哲也氏 (名古屋大学) 武井義次氏 (京都大学) であった。私のホテルには

Prof.Fomenko が宿泊していて、研究所の往復途中一緒になることがあり、講演内容などについて質問する機会にめぐまれた。

手許にある最近の PREPRINTS

鈴木 治夫

- L. A. Cordero, M. Fernández and A. Gray, *The Frölicher spectral sequence for compact nilmanifolds.*
- L. A. Cordero, M. Fernández and A. Gray, *Compact symplectic manifolds not admitting positive definite Kähler metrics.*
- J. Eckeland and H. Hopfer, *Symplectic topology and Hamiltonian dynamics.*
- J. Hanad and S. Shnider, *Supersymmetric Yang-Mills theory in ten dimensions and the super twistor correspondence.*
- N. Salinas, A. Shue and H. Upmeyer, *Toeplitz operators on pseudo-convex domains and foliation C^* -algebras.*
- J. Stasheff, *Homological reduction of constrained Poisson algebras.*
- A. Weinstein, *Cohomology of symplectomorphism groups and critical values of Hamiltonians.*

A. Floer の論文リスト [小野薫 (東北大・理)]

- Proof of the Arnold conjecture for surfaces and generalizations to certain Kähler manifolds,
Duke Math. J. 53 1~32 (1986)
- (with E. Zehnder) Fixed point results for symplectic maps related to the Arnold conjecture,
Lect. Notes in Math. 1125 Dynamical systems and Bifurcations, Proceedings, Göttingen 1984, Ed. by Braaksma, Broer, Takens, 47-63
- A refinement of the Conley index and an application to the stability of hyperbolic invariant sets,
Ergodic Theory and Dynamical Systems, 7, 93-103 (1987)
- (with E. Zehnder) The equivariant Conley index and bifurcations of periodic solutions of Hamiltonian systems,
Ergodic Theory and Dynamical Systems, 8
(C. Conley memorial volume) 87-97 (1988)
- A relative Morse index for the symplectic action
Comm. Pure and Appl. Math. XL1 393-407 (1988)
- The Unregularized gradient flow of the symplectic action
Comm. Pure and Appl. Math. XL1 775-813 (1988)
- Morse theory for Lagrangian intersections,
J. D. G. 28 513-547 (1988)

- An instanton-invariant for 3-manifolds,
Comm. Math. Phys. 118 215-240 (1988)
- Symplectic fixed points and holomorphic spheres,
Comm. Math. Phys. 120 575-611 (1989)
- $\mathbb{C}P^2$ preprint 2-7.
- Cup-length estimates for Lagrangian intersections
- Witten's complex for arbitrary coefficients and an application to Lagrangian intersections
- Construction of monopoles on asymptotically flat manifolds
- Self dual conformal structures on $2\mathbb{C}P^2$
- The configuration space of Yang-Mills-Higgs theory on asymptotically flat manifolds
- (with H. Hofer, C. Viterbo) The Weinstein conjecture in $P \times \mathbb{C}P^2$, (MSRI preprint 00824-89)
- Monopoles on asymptotically Euclidean 3-manifolds, Bull. AMS. 16 (1987) 125-127
- Morse theory for fixed points of symplectic diffeomorphisms, Bull. AMS. 16 (1987) 279-281

Holomorphic vector fields に関する文献 [伊藤敏和 (龍大・経)]

この部門は教祖 C. Camacho の一族 A. L. Neto, P. Sad (ブラジルの IMPA) とフランスの J. F. Mattei (Toulouse 大学), R. Moussu, D. Cerveau, R. Roussarie (Dijon 大学), A. Haefliger (Genève 大学), さら、idea, 馬力ともはすくれているメキシコ大学の X. Gómez-Mont の小さな集団のようです。日本でこの部門を研究する人がでてきてほしいと願う、文献表を作りました。

(ブラジルのグループ)

- ① C. Camacho, N.H. Kuiper and J. Palis : The topology of holomorphic flows with singularity, *Publ. Math. I.H.E.S.*, 48(1978)5-38.
- ② C. Camacho and P. Sad : Invariant varieties through singularities of holomorphic vector fields, *Ann. of Math.* 115 (1982) 579-595.
- ③ C. Camacho, A. L. Neto and P. Sad : Topological invariants and equidesingularization for holomorphic vector fields, *J. Diff. Geometry* 20(1984) 143-174.
- ④ A. L. Neto : Construction of singular holomorphic vector fields and foliations in dimension two, *J. Diff. Geometry* 24(1987) 1-31.

(フランスのグループ)

- ⑤ J. F. Mattei and R. Moussu : Holonomie et intégrales premières, *Ann. Sci. École Norm. Sup.* 13(1980) 469-523.
- ⑥ A. Haefliger : Deformations of transversely holomorphic flows on spheres and deformations of Hopf manifolds, *Compositio Math.* 55(1985). 241-251.

(メキシコ)

- ⑦ X. Gómez-Mont : Transverse deformations of holomorphic foliations, Contem. Math. 58 (1985) 127-139.
- ⑧ _____ : The transverse dynamics of a holomorphic flows, Ann. of Math. 127 (1988) 49-92.
- ⑨ _____ : Holomorphic foliations in ruled surfaces, Transactions A.M.S. 312 (1989) 179-202.
- ⑩ Mexico で 1986 年の夏にあつた国際的な研究集会の報告集 (X. Gómez-Mont が編集者になっている) が Springer の Lecture Notes No. 1345 「Holomorphic Dynamics」に出ている。

編集後記

足立先生主催の“微分トポロジーセミナー”のメンバーが中心になり、このようなものを作りました。多数の方々の協力と助言のもと、第1号ができました。この便りへの御意見・御批判等 がいただけるとありがたいです。

フレプリント、研究集会等の情報がありましたら御連絡ください。

第1号の編集責任は伊藤敏和です。

連絡先：606 京都市左京区北白川追分町
京都大学理学部数学教室
足立正久

612 京都市伏見区深草塚本町67
龍谷大学経済学部
伊藤敏和

Hassler Whitney

Hassler Whitney, Professor Emeritus at the Institute for Advanced Study in Princeton at the time of his death, died in Princeton on Wednesday, May 10 at the age of 82 of a massive stroke suffered two weeks earlier.

Hassler Whitney was a leading world figure in mathematics of this century, and the influence of his ideas has been pervasive and profound. In over 75 mathematical papers and 2 graduate-level texts, he made major contributions to graph theory, differential topology, vector bundles and characteristic classes, cohomology, analytic varieties, geometric measure theory, and singularity theory. For the past 20 years, Whitney has intensively pursued an interest in mathematics education, and he became widely known as a prophet on educational issues, and was President of the International Commission on Mathematics Education from 1979 to 1982.

Throughout his life, Whitney was avidly involved in music and in climbing. Whitney earned two Baccalaureate degrees from Yale in physics in 1928, and in music in 1929. He earned a Ph.D. in mathematics from Harvard in 1932, where he taught until 1952, when he was appointed Professor at the Institute for Advanced Study in Princeton. He played the violin, viola, and piano; he was concert master of the Princeton Community Orchestra, and played regularly with the Princeton Society of Musical Amateurs. Hassler Whitney went on many mountaineering trips until the end of his life, and he was especially fond of climbing the high peaks in the Swiss Alps. He was a member of the Swiss Alpine Club and the American Alpine Club. With his cousin, Bradley Gilman, he established the Whitney-Gilman Route on Cannon Mountain in New Hampshire. He was an active man until the end, running between six and twelve miles every other day.

Whitney was a pioneer in topology, an important field of modern mathematics. Topology is the theory of geometric figures in any number of dimensions, and the analysis of continuous deformations of them and continuous maps between them.

The four-color map conjecture is an example of a question in topology which is easy to visualize. Given a map of the earth, divided arbitrarily into countries, is it possible to color the countries with only four colors so that any two countries which share a border have different colors? This question is topological because it does not depend on the exact shape of the countries, but only on their arrangement. It was finally solved in 1977, by W. Haken and K. Appel using massive computer assistance, after about 100 years of attention from many mathematicians. Some of Whitney's earliest work, in graph theory around 1931-33, was inspired by this question. Among other things, Whitney showed that, with very mild assumptions, it is possible to design a tour of the earth which visits each country once and only once (a