日　本　数　学　会

１　９　９　６年度秋季総合分科会

函数論分科会
講演アブストラクト

１　９　９　６年9月

於　東京都立大学

函数論分科会委員会規則

1. 函数論分科会委員会（以下，委員会と略）の目的
   函数論研究者の研究活動を活発にし，研究討論及び研究連絡を円滑に行うことを目的とする.

2. 委員会の任務
   (1) 函数論分科会評議員候補者を選出する.
   (2) 数学会より依頼された分科会選出の各種委員 (たとえば，受賞候補推薦委員等) 候補者の推薦.
   申請の連絡
   (3) 科研費基盤研究（審査区分（1））の代表者の推薦および計画調書提出の依頼.
   (4) 科研費運用に関して代表者または分担者から相談された時はこれに応ずる.
   (5) 学会特別講演およびシンポジウム講演の講演候補者を順位を付して決定する.
   (6) 分科会の行事 (たとえば，シンポジウムの開催等) について決定する.
   (7) 次期委員会委員候補者の推薦.
   (8) その他評議員の要請する案件および分科会に関する一切の問題を協議決定する.

3. 委員会の構成及び委員の選出·任期
   (1) 委員の定数は特に定めないが 10 名程度をもって構成する．必要に応じ追加，削減できる.
   (2) 委員の任期は春季学会から２年間とする．再任は妨げないが，原則として再々任は認めない.
   (3) 委員の選出は秋季学会において投票によって行う.
      (i) 委員会推薦の新任候補者について信任投票を行い，その結果，投票総数の過半数を得た候補者に委員を委嘱する．その際，函数論の研究分野のバランス，更に地区的にも偏しないよう候補者の推薦を配慮する.
      (ii) 投票の結果，委員会推薦候補者以外に分科会会員の１０名以上から推薦された者があるときには得票数上位２名に委員を委嘱する.

4. 委員会の開催及び議決
   (1) 委員会は評議員が召集する.
   (2) 委員会は委員総数の過半数の出席で成立する.
   (3) 年3回 (春季，シンポジウム，秋季) 定期委員会を開催する．必要に応じ臨時委員会を開催する事ができる.
   (4) 案件の議決は投票によってはならない．決定できない時は懸案事項として次回に繰越す．緊急事項については評議員に処置を一任する.

5. 函数論分科会委員会における評議員の任務
   (1) 委員会の司会をする.
   (2) 数学会評議員会の決定事項を委員会に報告する.
   (3) 委員会で決定した事項 (シンポジウム，学会特別講演等) を施行する.
   (4) 委員会の了承を得て，決定事項を分科会会員に公表する.

付 則　この規則は，1974 年 10 月 12 日より施行する.
付 則　この規則の改正は，1996 年 8 月 1 日より施行する.

函 数 論 分 科 会

9月14日（土） 第 VI 会場

10:30 ～ 12:00

1	西本　勝之（デカルト出版） J. A. Guerra (Univ. del Zulia) M. S. de Guerra (Univ. del Zulia, Venezuela)	* N-fractional calculus operator N^{ν} method to an expanded Gauss type nonhomogeneous ordinary differential equation (I)	15
2	西本　勝之（デカルト出版）	* Operator N^{ν} method to the homogeneous Gauss equation	15
3	尾和　重義（近畿大理工）	On certain integral operators	15
4	崔　　宰豪（福岡大理） 西郷　恵　（福岡大理）	* Distortion properties of some univalent and convex functions involving a generalized fractional derivative operator	15
5	戸田　暢茂（名工大）	On the second fundamental theorem for holomorphic curves, II	15

14:15 ～ 15:40

6	正岡　弘照（京都産大理） 瀬川　重男（大同工大）	非有界被覆面の Martin 境界	15
7	中井　三留（名工大工）	位相球上の調和測度	15
8	黒川　隆英（鹿児島大教養）	Riesz ポテンシャル空間の特徴付けの改良とその応用について.........	15
9	二宮　信幸	ポテンシャル論における最小変分の方法	15
10	大津賀　信	Integral representation of precise functions in potentials of general order	15

16:00 ～ 17:00　特別講演

谷川　晴美（名大多元数理）　* 面上の射影構造, 調和写像及び双曲幾何について ....　16:00 ～ 17:00

9月15日（日） 第 VI 会場

9:30 ～ 12:00

11	田辺　正晴（東工大理）	コンパクトリーマン面間の正則写像について......................	15
12	中村　豪　（名大人間情報）	* The existence of symmetric Riemann surfaces determined by cyclic groups	10
13	中西　敏浩（静岡大理）	* 一分岐点付トーラスのモジュライ空間の Weil-Petersson 面積	15
14	D. Partyka (Maria Curie Univ.) 佐官　謙一（阪市大理）	Harmonic and quasiconformal mappings which agree on the boundary .	15
15	D. Partyka (Maria Curie Univ.) 佐官　謙一（阪市大理）	A note on non-quasiconformal harmonic extensions	10
16	志賀　啓成（東工大理）	* On families of rational maps	15

17	木坂　正史（阪府大総合科）		超越整関数のジュリア集合の局所連結性について	15
18	須川　敏幸（京大理）		On modulated Riemann surfaces	15
19	角　大輝（京大人間環境）	*	On topological properties of dynamics of hyperbolic rational semigroups and extension of Ljubich measure	15

9月16日（月）　第 VI 会場

9:00 ～ 12:00

20	笹山　浩良（笹山研）		On some generalizations of Cauchy integral theorem in hypercomplex n-tuple spaces	10
21	金　大圭（九大数理）	*	強擬凸領域に於ける Hankel 作用素について	15
22	李　琳　（九大数理）	*	無限次元のラインハルト領域の核関数の接続について	15
23	周　棟国（九大数理） 李　辰基（九大数理）	*	両正則被とその両正則凸性について	15
24	森　正気（山形大理）		Resolution of defects of holomorphic curve into $P^n(\mathbb{C})$	10
25	山口　博史（滋賀大教育）		多様体上の領域の変動に関する２階変分公式	15
26	足立　幸信		A condition that entire functions of two variables are polynomials	10
27	足立　幸信		Examples of hyperbolic manifolds	10
28	足立　幸信		Self mappings of $\mathbb{P}^2$ which preserve four curves	10
29	高山　茂晴（鳴門教育大）		Global projective embedding of pseudoconvex manifolds	10
30	高山　茂晴（鳴門教育大）		Strong-convexity of certain pseudoconvex manifolds with a negative canonical bundle	10

14:15 ～ 15:40

31	奥間　智弘（筑波大数学）	A criterion for a normal surface singularity to be a simple elliptic or a cusp singularity by the pluri-genera	10
32	清水　悟　（東北大理）	$(\mathbb{C}^*)^n$ 内のある種の非有界ラインハルト領域の同値性とトーラス作用の共役性	15
33	清水　悟　（東北大理）	２次元ラインハルト領域の分類	10
34	加藤　満生（琉球大教育）	有限既約なモノドロミー群をもつ Appell F_4	15
35	太田　友明（九大数理）	The structure of algebraic embeddings of $\mathbb{C}^2$ to $\mathbb{C}^3$ (the cubic case)	15

1 N-fractional calculus operator N^{ν} method to an expanded Gauss type nonhomogeneous ordinary differential equation (I)

Katsuyuki Nishimoto — Descartes Press Co.

J. A. Guerra and M. S. de Guerra — Universidad del Zulia, Maracaibo Venezuela

Abstract

In this article, expanded nonhomogeneous and homogeneous Gauss type ordinary differential equations are discussed by N-fractional calculus operator N^{ν} method.

Theorem 1. *Let* $\varphi \in \wp^{\circ} = \left\{ \varphi \middle| 0 \neq |\varphi_{\mu}| < \infty, \mu \in R \right\}$ *and* $f \in \wp^{\circ} = \left\{ f \middle| 0 \neq | f_{\mu} | < \infty, \mu \in R \right\}$, *then the nonhomogeneous expanded Gauss type equations*

$$L[\varphi, \zeta; a, b, c, r] = \varphi_2 \cdot (\zeta^2 - \zeta) + \varphi_1 \cdot (a\zeta^2 + b\zeta + c) + \varphi \cdot \left(\frac{a^2}{4}\zeta^2 + \frac{a^2 + 2ab}{4}\zeta + r \right) = f \qquad (\zeta \neq 0, 1) \tag{1}$$

have particular solutions of the form

$$\varphi = e^{-a\zeta/2}\left(\left((f \cdot e^{a\zeta/2})_p \cdot (\zeta - 1)^{a+b+c+p-1} \cdot \zeta^{p-c-1} \right)_{-1} (\zeta - 1)^{-(a+b+c+p)} \cdot \zeta^{c-p} \right)_{-(1+p)}$$

$$= \varphi^{I}, \qquad (Denote) \tag{2}$$

and $\varphi = [(2)$ *which has* q *instead of* $p] = \varphi^{II}$ (3)

for $b \neq 1 - a \pm \sqrt{4r - 2ac} \quad (B \neq 0)$,

$$\varphi = [(2) \text{ which has } A \text{ instead of } p] = \varphi^{III} \tag{4}$$

for $b = 1 - a \pm \sqrt{4r - 2ac} \quad (B = 0)$, *and*

$$\varphi = [(2) \text{ which has } p = 0] = \varphi^{IV}, \tag{5}$$

and $\varphi = [(2)$ *which has* $-(a + b - 1)$ *instead of* $p] = \varphi^{V}$, (6)

for $r = ac/2$,

where
$$\left\{ \begin{array}{ll} p = A + B, & q = A - B \\ A = -(a + b - 1)/2, & B = \sqrt{(a + b - 1)^2 - 4r + 2ac}\,/\,2 \end{array} \right\} \tag{7}$$

$\varphi_k = d^k\varphi / d\zeta^k \ (k = 0, 1, 2)$, $\varphi_0 = \varphi = \varphi(\zeta)$, $f = f(\zeta)$ *is a given function, and* a, b, c *and* r *are given constants.*

Theorem 2. *Let* $\varphi \in \wp^{\circ}$, *then the homogeneous expanded Gauss type equations*

$$L[\varphi, \zeta; a, b, c, r] = 0 \qquad (\zeta \neq 0, 1) \tag{1}$$

have solutions of the forms

$$\varphi = Ke^{-a\zeta/2}\left((\zeta - 1)^{-(a+b+c+p)} \cdot \zeta^{c-p} \right)_{-(1+p)} = \varphi^{(I)}, \quad (Denote) \tag{2}$$

$$\varphi = [(2) \text{ which has } q \text{ instead of } p\,] = \varphi^{(II)} \tag{3}$$

for $b \neq 1 - a \pm \sqrt{4r - 2ac} \quad (B \neq 0)$,

$$\varphi = [(2) \text{ which has } A \text{ instead of } p\,] = \varphi^{(III)} \tag{4}$$

for $b \neq 1 - a \pm \sqrt{4r - 2ac}$ $(B \neq 0)$,

$$\varphi = [(2) \text{ which has } A \text{ instead of } p] = \varphi^{(III)} \tag{4}$$

for $b = 1 - a \pm \sqrt{4r - 2ac}$ $(B = 0)$,

and
$$\varphi = [(2) \text{ which has } p = 0] = \varphi^{(IV)}, \tag{5}$$

$$\varphi = [(2) \text{ which has } -(a + b - 1) \text{ instead of } p] = \varphi^{(V)} \tag{6}$$

for $r = ac/2$,

where p, q, A *and* B *are the ones shown by* §1. (7), *and* a, b, c *and* r *are given constants.*

References

[1] K. Nishimoto; Solutions of Gauss equation in fractional calculus, J. Frac. Calc. Vol.3, May (1993), 29-37.

[2] K. Nishimoto; On Nishimoto's fractional calculus operator N^ν (On an action group), J. Frac. Calc. Vol. 4, Nov. (1993), 1-11.

[3] K. Nishimoto; Solutions of homogeneous Gauss equation, which have a logarithmic function, in fractional calculus, J. Frac. Calc. Vol. 5, May (1994), 11-25.

[4] K. Nishimoto; Unification of the integrals and derivatives (A serendipity in fractional calculus), J. Frac. Calc. Vol. 6, Nov. (1994), 1-14.

[5] K. Nishimoto; Operator N^ν method to nonhomogeneous Gauss and Bessel equations, J. Frac. Calc. Vol. 9, May (1996), 1-15.

[6] K. Nishimoto & Susana S. de Romero; N-fractional calculus operator N^ν method to nonhomogeneous and homogeneous Whittaker equations (I), J. Frac. Calc. Vol. 9, May (1996), 17-22.

[7] K. Nishimoto, Judith A. de Durán & Leda Galué; N-fractional calculus operator N^ν method to nonhomogeneous Fukuhara equations (I), J. Frac. Calc. Vol. 9, May (1996), 23-31.

[8] K. Nishimoto; Fractional Calculus, Vol. 1 (1984), Vol. 2 (1987), Vol. 3 (1989), Vol. 4 (1991), Descartes Press, Koriyama, Japan.

[9] K. Nishimoto; An Essence of Nishimoto's Fractional Calculus (Calculus of the 21st Century); Integrals and Differentiations of Arbitrary Order (1991), Descartes Press, Koriyama, Japan.

[10] K. Nishimoto; Kummer's twenty-four functions in N-fractional calculus, J. Frac. Calc. Vol. 10, Nov. (1996), 1-18.

[11] K. B. Oldham & J. Spanier; The Fractional Calculus (1974), Academic Press.

[12] A. C. McBride; Fractional calculus and integral transforms of generalized functions, Research Notes, Vol. 31 (1979), Pitman.

[13] B. Ross; Methods of Summation (1987), Descartes Press, Koriyama, Japan.

[14] S. G. Samko, A.A. Kilbas & O. I. Marichev; Fractional Integrals and Derivatives, and Some of Their Applications (1987), Nauka, USSR.

[15] K. S. Miller & B. Ross; An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations (1993), John Wiley & Sons. Inc.

[16] V. Kiryakova; Generalized Fractional Calculus and Applications, Research Notes, Vol. 301, (1993) Pitman-Longman (co-publ. John Wiley & Sons, New York).

2 Operator N^ν method to the homogeneous Gauss equation

Katsuyuki Nishimoto Descartes Press Co.

Abstract

In this paper, solutions to the homogeneous Gauss equation are discussed by N-fractional calculus operator N^ν method.

By our fractional calculus operator N^ν method we obtain the following solutions which contain the N-fractional calculus.

Theorem 1. *Let $\varphi \in \wp^\circ = \{\varphi \mid 0 \neq |\varphi_\nu| < \infty,\ \nu \in \boldsymbol{R}\}$, then the homogeneous Gauss equation*

$$L[\varphi, z; \alpha, \beta, \gamma]$$
$$= \varphi_2 \cdot (z^2 - z) + \varphi_1 \cdot \{z(\alpha + \beta + 1) - \gamma\} + \varphi \cdot \alpha\beta = 0 \qquad (z \neq 0, 1) \tag{0}$$

has solutions of the form

(Group I);

$$\varphi = K\left(z^{\alpha-\gamma} \cdot (z-1)^{\gamma-\beta-1}\right)_{\alpha-1} \equiv \varphi_{(1)}, \quad (denote) \tag{1}$$
$$\varphi = K\left(z^{\beta-\gamma} \cdot (z-1)^{\gamma-\alpha-1}\right)_{\beta-1} \equiv \varphi_{(2)}, \tag{2}$$
$$\varphi = K\left((z-1)^{\gamma-\beta-1} \cdot z^{\alpha-\gamma}\right)_{\alpha-1} \equiv \varphi_{(3)}, \tag{3}$$
$$\varphi = K\left((z-1)^{\gamma-\alpha-1} \cdot z^{\beta-\gamma}\right)_{\beta-1} \equiv \varphi_{(4)}, \tag{4}$$

(Group II);

$$\varphi = Kz^{1-\gamma}\left(z^{\alpha-1} \cdot (z-1)^{-\beta}\right)_{\alpha-\gamma} \equiv \varphi_{(5)}, \tag{5}$$
$$\varphi = Kz^{1-\gamma}\left(z^{\beta-1} \cdot (z-1)^{-\alpha}\right)_{\beta-\gamma} \equiv \varphi_{(6)}, \tag{6}$$
$$\varphi = Kz^{1-\gamma}\left((z-1)^{-\beta} \cdot z^{\alpha-1}\right)_{\alpha-\gamma} \equiv \varphi_{(7)}, \tag{7}$$
$$\varphi = Kz^{1-\gamma}\left((z-1)^{-\alpha} \cdot z^{\beta-1}\right)_{\beta-\gamma} \equiv \varphi_{(8)}, \tag{8}$$

(Group III);

$$\varphi = K(z-1)^{\gamma-\alpha-\beta}\left(z^{-\alpha} \cdot (z-1)^{\beta-1}\right)_{\gamma-\alpha-1} \equiv \varphi_{(9)}, \tag{9}$$
$$\varphi = K(z-1)^{\gamma-\alpha-\beta}\left(z^{-\beta} \cdot (z-1)^{\alpha-1}\right)_{\gamma-\beta-1} \equiv \varphi_{(10)}, \tag{10}$$
$$\varphi = K(z-1)^{\gamma-\alpha-\beta}\left((z-1)^{\beta-1} \cdot z^{-\alpha}\right)_{\gamma-\alpha-1} \equiv \varphi_{(11)}, \tag{11}$$
$$\varphi = K(z-1)^{\gamma-\alpha-\beta}\left((z-1)^{\alpha-1} \cdot z^{-\beta}\right)_{\gamma-\beta-1} \equiv \varphi_{(12)}, \tag{12}$$

where $\varphi_k = d^k\varphi/dz^k$ $(k = 0, 1, 2)$, $\varphi_0 = \varphi = \varphi(z)$, $z \in \boldsymbol{C}$, and K is an arbitrary constant, α, β and γ are given constants.

3 ON CERTAIN INTEGRAL OPERATORS

SHIGEYOSHI OWA (KINKI UNIVERSITY)

Let $\mathcal{A}_p$ be the class of functions of the form

$$f(z) = z^p + \sum_{k=p+1}^{\infty} a_k z^k \qquad (p \in \mathbb{N} = \{1,2,3,\ldots\})$$

which are analytic in the open unit disk $\mathbb{U}$.

For f(z) in $\mathcal{A}_p$, we define

$$I_0(f(z)) = \left(\frac{f(z)}{z^p}\right)^{\mu} \qquad (\mu > 0)$$

and

$$I_n^a(f(z)) = \frac{a+1}{z^{a+1}} \int_0^z t^a (I_{n-1}^a(f(z)))dt \qquad (a > -1),$$

where $n \in \mathbb{N}$ and $I_0^a(f(z)) = I_0(f(z))$.

In the present talk, we introduce the subclass $\mathcal{H}_p(A,B,\mu,\lambda)$ of $\mathcal{A}_p$ consisting of functions f(z) which satisfy

$$(1-\lambda)\left(\frac{f(z)}{z^p}\right)^{\mu} + \lambda \frac{f'(z)f(z)^{\mu-1}}{pz^{p\mu-1}} \prec \frac{1+Az}{1+Bz} .$$

THEOREM. If $f(z) \in \mathcal{H}_p(A,B,\mu,\lambda)$ with $\lambda > 0$, then

$$\mathrm{Re}(I_n^a(f(z))) \geqq \rho_n(r) > \rho_n(1) \qquad (|z| = r < 1),$$

where $n \in \mathbb{N}_0 = \{0,1,2,\ldots\}$, $I_0^a(f(z)) = I_0(f(z))$, and

$$\begin{aligned} 0 < \rho_n(r) \\ &= 1 + (B-A)p\mu(a+1)^n \sum_{k=1}^{n} \frac{B^{k-1}r^k}{(p\mu+k\lambda)(k+a+1)^n} \\ &< 1. \end{aligned}$$

The estimate is sharp.

4

Distortion Properties of Some Univalent and Convex Functions Involving a Generalized Fractional Derivative Operator

崔 宰豪　　福岡大・理

西郷 恵　　福岡大・理

Let $\mathcal{A}$ denote the class of functions of the form :

$$f(z) = z + \sum_{k=2}^{\infty} a_k z^k$$

being analytic in the open unit disk $\mathcal{U}$. Let $\mathcal{S}$ denote the class of all functions in $\mathcal{U}$ which are univalent in $\mathcal{U}$. A function $f(z)$ belonging to $\mathcal{S}$ is said to be convex in $\mathcal{U}$ if and only if

$$\mathrm{Re}\left(1 + \frac{zf''(z)}{f'(z)}\right) > 0 \qquad (z \in \mathcal{U}).$$

We denote by $\mathcal{K}$ the subclass of $\mathcal{S}$ consisting of functions which are convex in $\mathcal{U}$.

Wright's generalized hypergeometric function is defined by

$${}_p\Psi_q \left[\begin{array}{l} (a_i, A_i)_{1,p} \ ; \\ (b_i, B_i)_{1,q} \ ; \end{array} z \right] = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \prod_{i=1}^{p} \Gamma(a_i + A_i n) \right\} \left\{ \prod_{i=1}^{q} \Gamma(b_i + B_i n) \right\}^{-1} \frac{z^n}{n!},$$

where $A_i \in \mathbb{R}_+ (i = 1, \cdots, p)$ and $B_i \in \mathbb{R}_+ (i = 1, \cdots, q)$ such that $1 + \sum_{i=1}^{q} B_i - \sum_{i=1}^{p} A_i \geqq 0$ $(p, q \in \mathbb{N}_0)$.

Theorem 1. *Let $f(z) \in \mathcal{K}$ and let $0 \leqq \alpha < 1$, $m \in \mathbb{R}_+$, $n \in \mathbb{N}_0$, $\beta, \eta \in \mathbb{R}$, and $1/m > \max\{\beta - \eta - 1, \beta/n + 1, \alpha - \eta - 2\}$. Then for $0 < |z| < 1$ we have*

$$\left|\mathcal{D}_{0,z;m}^{n+\alpha,\beta,\eta} f(z)\right| \leqq M_n^m(\alpha, \beta, \eta; |z|)$$

$$+|z|^{n-m(\beta+n+1)} \, {}_3\Psi_2 \left[\begin{array}{c} \left(1 + \frac{n}{m}, \frac{1}{m}\right), \left(1 - \beta + \eta + \frac{n}{m}, \frac{1}{m}\right), (1, 1) \ ; \\ \left(\frac{n}{m} - \beta - n, \frac{1}{m}\right), \left(2 - \alpha + \eta + \frac{n}{m}, \frac{1}{m}\right) \ ; \end{array} |z| \right],$$

where $\mathcal{D}_{0,z;m}^{n+\alpha,\beta,\eta}$ is the generalized fractional derivative operator,

$$M_n^m(\alpha, \beta, \eta; |z|) = \sum_{k=1}^{n-1} \left| \frac{\Gamma(1 + \frac{k}{m})\Gamma(1 - \beta + \eta + \frac{k}{m})}{\Gamma(\frac{k}{m} - \beta - n)\Gamma(2 - \alpha + \eta + \frac{k}{m})} \right| |z|^{k-m(\beta+n+1)}$$

the sum being nil for $n = 0$ and $n = 1$. Moreover,

$$\left|\mathcal{D}_{0,z;m}^{n+\alpha,\beta,\eta} f(z)\right| \leqq M_n^m(\alpha,\beta,\eta;|z|) + |z|^{n-m(\beta+n+1)}$$

$$\left\{ {}_2\Psi_1\left[\begin{matrix}(1+\frac{n}{m},\frac{1}{m}),(1,1);\\ (\frac{n}{m}-\beta-n,\frac{1}{m});\end{matrix}\ |z|\right] * {}_2\Psi_1\left[\begin{matrix}(1-\beta+\eta+\frac{n}{m},\frac{1}{m}),(1,1);\\ (2-\alpha+\eta+\frac{n}{m},\frac{1}{m});\end{matrix}\ |z|\right]\right\},$$

where $*$ means the Hadamard product.

Theorem 2. *Let $f(z) \in \mathcal{S}$ and let $0 \leqq \alpha < 1$, $m \in \mathbb{R}_+$, $n \in \mathbb{N}_0$, $\beta, \eta \in \mathbb{R}$, and $1/m > \max\{\beta-\eta-1, \beta/n+1, \alpha-\eta-2\}$. Then for $0 < |z| < 1$ we have*

$$\left|\mathcal{D}_{0,z;m}^{n+\alpha,\beta,\eta} f(z)\right| \leqq N_n^m(\alpha,\beta,\eta;|z|) + |z|^{n-m(\beta+n+1)}$$

$${}_4\Psi_3\left[\begin{matrix}(1+\frac{n}{m},\frac{1}{m})\ ,(1-\beta+\eta+\frac{n}{m},\frac{1}{m})\ ,(n+1,1)\ ,(1,1)\ ;\\ (\frac{n}{m}-\beta-n,\frac{1}{m})\ ,(2-\alpha+\eta+\frac{n}{m},\frac{1}{m})\ ,(n,1)\ ;\end{matrix}\ |z|\right],$$

where

$$N_n^m(\alpha,\beta,\eta;|z|) = \sum_{k=1}^{n-1}\left|\frac{\Gamma(1+\frac{k}{m})\Gamma(1-\beta+\eta+\frac{k}{m})}{\Gamma(\frac{k}{m}-\beta-n)\Gamma(2-\alpha+\eta+\frac{k}{m})}\right| k\ |z|^{k-m(\beta+n+1)}$$

the sum being nil for $n = 0$ and $n = 1$. Moreover,

$$\left|\mathcal{D}_{0,z;m}^{n+\alpha,\beta,\eta} f(z)\right| \leqq N_n^m(\alpha,\beta,\eta;|z|) + n|z|^{n-m(\beta+n+1)}$$

$$\left\{ {}_2\Psi_1\left[\begin{matrix}(1+\frac{n}{m},\frac{1}{m})\ ,(1,1)\ ;\\ (\frac{n}{m}-\beta-n,\frac{1}{m})\ ;\end{matrix}\ |z|\right]\right.$$

$$\left. * {}_2\Psi_1\left[\begin{matrix}(1-\beta+\eta+\frac{n}{m},\frac{1}{m})\ ,(1,1)\ ;\\ (2-\alpha+\eta+\frac{n}{m},\frac{1}{m})\ ;\end{matrix}\ |z|\right] * \frac{1}{(1-|z|)^2}\left(1-\frac{n-1}{n}|z|\right)\right\}.$$

[1] M.-P. Chen, H.M. Srivastava and C.-S. Yu, A note on a conjecture involving fractional derivatives of convex functions, *J. Fractional Calculus* 5(1994) , 81-85.

[2] N.E. Cho, S. Owa and H.M. Srivastava, Some remarks on a conjectured upper bound for the fractional derivative of univalent functions, *Internat. J. Math. Statist. Sci.* **2**(1993), 117-126.

[3] L. de Branges, A proof of the Bieberbach conjecture, *Acta Math.* **154**(1985), 137-152.

[4] S. Owa and H.M. Srivastava, A distortion theorem and a related conjecture involving fractional derivatives of convex functions, *Univalent Functions, Fractional Calculus, and Their Applications*, 219-228, Halsted Press, New York *et alibi*, 1989.

5 On the second fundamental theorem for holomorphic curves, II

TODA Nobushige   Nagoya Institute of Technology

1. Let $f:\mathbf{C} \to P^n(\mathbf{C})$ be a non-degenerate, transcendental holomorphic curve, $(f_1,\cdots,f_{n+1})$ a reduced representation of f, N an integer satisfying $N\geq n$, X a subset of $\mathbf{C}^{n+1}$ in N-subgeneral position and

$$X(0)=\{a=(a_1,\cdots,a_{n+1})\in X:a_{n+1}=0\}.$$

$\#X(0)\leq N$. The following theorem is well-known:

Theorem of Nochka. For any $q(>2N-n+1)$ elements a_j $(j=1,\cdots,q)$ of X,

$$(q-2N+n-1)T(r,f)\leq \sum_{j=1}^{q} N_n(r,a_j,f)+S(r,f) \qquad \text{(see [2])}.$$

2. Let $a_1,\cdots,a_q$ be any elements of X and $X(0)\cap\{a_1,\cdots a_q\}=\{a_1,\cdots,a_p\}$, where $2N-n+1<q<\infty$. Let ω be a Nochka weight function for $\{a_j:j\in\{1,\cdots,q\}\}$. Put $\sum_{j=1}^{p}\omega(j)=d$. Then, it is known that

$$d\leq \deg(\{a_1,\cdots,a_p\})(\equiv s).$$

$f_1,\dots,f_n$ common factor?

For $u(z)=\max_{1\leq j\leq n}|f_j(z)|$, we put

$$t(r,f)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\{\log u(re^{i\theta})-\log u(e^{i\theta})\}d\theta$$

and $\Omega=\limsup_{r\to\infty} t(r,f)/T(r,f)$.

Then, $t(r,f)\leq T(r,f)+O(1)$, $N(r,a,f)\leq t(r,f)+O(1)$ $(a\in X(0))$ and $0\leq\Omega\leq 1$.

As an improvement of Theorem of Nochka, we gave the following

Theorem A. $\sum_{j=1}^{q} \omega(j)m(r,a_j,f) \le (s+1)T(r,f)-N(r,1/w) + (n-s)t(r,f)+S(r,f)$,

where $W=W(f_1,\cdots,f_{n+1})$ ([3]).

The purpose of this talk is to give a refinement of Theorem A. We use the same notation as in [1].

3. Theorem. $\sum_{j=1}^{q} \omega(j)m(r,a_j,f) \le (1+d)T(r,f)-N(r,1/W) + (n-d)t(r,f)+S(r,f)$.

Corollary. For any elements $a_1,\cdots,a_q$ of X $(2N-n+1<q<\infty)$

(i) $\sum_{j=1}^{q} \omega(j)\delta_n(a_j,f) \le 1+d+(n-\Omega)$; $(n-d)\Omega$

(ii) $\sum_{j=1}^{q} \delta_n(a_j,f) \le 2N-n+1)-(N+1)(n-d)(1-\Omega)/(n+1)$,

where $d=\sum_{a_j \in X(0)} \omega(j)$.

4. References

[1] H. Cartan: Sur les zéros des combinaisons linéaires de p fonctions holomorphes données. Mathematica 7 (1933), 5-31.

[2] H. Fujimoto: Value distribution theory of the Gauss map of minimal surfaces in R^m. Vieweg 1993.

[3] N. Toda: On the second fundamental theorem for degenerate holomorphic curves. NIT Sem. Rep. on Math., 121(1994), pp.16.

6　非有界被覆面のMartin境界

正岡　弘照　　　京都産大・理

瀬川　重男　　　大同工大

$\tilde{R}$を開Riemann面Rのm葉非有界被覆面$(1 < m < \infty)$, πを$\tilde{R}$からRへの射影, R^* (resp. $\tilde{R}^*$)をR (resp. $\tilde{R}$)のMartin compact化とする．R (resp. $\tilde{R}$)のMartin境界$R^* - R$ (resp. $\tilde{R}^* - \tilde{R}$)をΔ (resp. $\tilde{\Delta}$), さらにminimal Martin境界をΔ_1 (resp. $\tilde{\Delta}_1$)で表す．このとき, πの$\tilde{R}^*$への連続拡張π^*が存在し, $\pi^*(\tilde{\Delta}) = \Delta$である．各$p \in \Delta$に対して, $\tilde{\Delta}_1(p) = \pi^{*-1}(p) \cap \tilde{\Delta}_1$とおく．

命題 1. $p \in \Delta - \Delta_1$**のとき,** $\tilde{\Delta}_1(p) = \emptyset$.

k_p (resp. $\tilde{k}_{\tilde{p}}$)をp (resp. $\tilde{p}$)に極をもつR (resp. $\tilde{R}$)上のMartin核とする．ただし, RがO_Gに属する場合にはRの閉円板Bをとり, k_p (resp. $\tilde{k}_{\tilde{p}}$)を$R - B$ (resp. $\tilde{R} - \pi^{-1}(B)$)上のMartin核とする．また, 集合Aの濃度を$\#A$で表すことにする．

命題 2. $p \in \Delta_1$**のとき,** $1 \leq \#\tilde{\Delta}_1(p) \leq m$. **さらに,** $\tilde{\Delta}_1(p) = \{\tilde{p}_1, \cdots, \tilde{p}_n\}$ **とおくとき, 正定数**$c_1, \cdots, c_n$**が存在して**

$$k_p \circ \pi = c_1 \tilde{k}_{\tilde{p}_1} + \cdots + c_n \tilde{k}_{\tilde{p}_n}.$$

各$p \in \Delta_1$に対して, Rの連結開集合Mで$M \cup \{p\}$がpのminimal細近傍となる(i.e. $R - M$がpでminimally thinである)もののclassを$\mathcal{M}_p$で表す．さらに, 各$M \in \mathcal{M}_p$に対し, $\pi^{-1}(M)$の成分の個数を$n_p(M)$で表す．このとき, $\#\tilde{\Delta}_1(p)$は次のように決定される．

定理 3. **任意の** $p \in \Delta_1$ **に対して,** $\#\tilde{\Delta}_1(p) = \max_{M \in \mathcal{M}_p} n_p(M)$.

定理の証明には次の事実が本質的に使われる.

命題 4. $p \in \Delta_1$, $E \subset \tilde{R}$ **とする. このとき,** E **が** $\tilde{\Delta}_1(p)$ **の各点で minimally thin であるための必要十分条件は,** $\pi(E)$ **が** p **で minimally thin であることである.**

References

[HE] M. HEINS, *Riemann surfaces of infinite genus*, Ann. of Math., **55**(1952), 296-317.

[M] H. MASAOKA, *Criterion of Wiener type for minimal thinness on covering surfaces*, preprint.

[M-S] H. MASAOKA AND S. SEGAWA, *Harmonic dimension of covering surfaces and minimal fine neighborhood*, preprint.

7　位相球上の調和測度

中 井 三 留　名古屋工業大学

Mがd次元ユークリッド空間$\mathbb{R}^d$ $(d \geqq 2)$内の**位相球**であるとは，Mが$\mathbb{R}^d$内の有界領域であって，更に$\overline{M} = M \cup \partial M$から閉球$\overline{B}^d = B^d \cup S^{d-1}$（但し，$B^d$は単位開球，$S^{d-1} = \partial B^d$は単位球面）の上への位相写像$h$で$h(M) = B^d$, $h(\partial M) = S^{d-1}$となるものが存在することとする．任意の$E \subset \partial M$のM上の**調和測度**$\omega(\cdot; E, M)$とは，∂M上のEの特性関数χ_Eを境界値とする調和上方解$\overline{H}^M_{\chi_E}$のこととする．どの様に$E \subset \partial M$をとろうとも

$$(1) \qquad 0 < \int_M |\nabla \omega(x; E, M)|^2 dx < \infty$$

とはならぬとき，$M \in O_{HmD}$と記すことにする．$d = 3$で物理的に言うと，$M \in O_{HmD}$とは，どの様に∂MをEと$\partial M \setminus E$に分割しようとも，電極$\partial M \setminus E$を接地し，電極Eを総エネルギー有限の電荷で帯電しても，直ちに電荷は隣接する電極$\partial M \setminus E$を通って地面へ逃げてしまい，Eと$\partial M \setminus E$の両電極間に電位差1が生じるコンデンサーが形成されない事を意味する．この様な直感に基づくと，一般に位相球$M \in O_{HmD}$ではあるまいかと思われる．事実，$d = 2$の位相球Mはすべて$M \in O_{HmD}$であるし，一般に$d \geqq 2$でも，1996年春の年会で発表したように，∂Mが局所的にデカルト座標または極座標での陽関数のグラフと表される様な相当に一般な位相球M（例：$M = B^d$, ∂MがC^1級の位相球M, リプシッツ領域である様な位相球M等）でも$M \in O_{HmD}$である．この様な次第で少なくとも自分にとっては意外であった次の結果を得たので報告する．

主定理．すべての$d \geqq 3$に対して，$\mathbb{R}^d$の位相球Mであって，$M \notin O_{HmD}$となるものが存在する．

$d=3$で言えば，二電極がぴったりと隣接して球に近い形をしていてもちゃんと機能するコンデンサーが作れることを意味する．実は，上の定理の証明だけになら不必要であるが，更に詳しい性質を持つ次の様なMの例が存在する．

例．すべての$d \geqq 3$に対して，次の4性質を持つ$\mathbb{R}^d$の位相球Mと∂Mのコンパクト部分集合Eを構成できる：

(a) **∂Mの各点はディリクレ問題の正則点である；**

(b) **∂Mの面積$|\partial M|$は有限である；**

(c) **Eの面積$|E|$も$\partial M \setminus E$の面積$|\partial M \setminus E|$も共に真に正である；**

(d) **M上Eの調和測度$\omega(\cdot; E, M)$は(1)をみたす．**

参考文献

[1] A. Herron and P. Koskela: *Continuity of Sobolev functions and Dirichlet finite harmonic measures*, Potential Analysis (to appear).

[2] M. Nakai: *Riemannian manifolds with connected Royden harmonic boundaries*, Duke Math. J., **67**(1992), 589-625.

[3] M. Nakai: *Existence of Dirichlet finite harmonic measures on Euclidean balls*, Nagoya Math. J., **133**(1994), 85-125.

[4] M. Nakai: *Boundary continuity of Dirichlet finite harmonic measures on compact bordered Riemannian manifolds*, Hiroshima Math. J. (to appear).

8　Riesz ポテンシャル空間の特徴付けの改良とその応用について

黒川隆英　　　鹿児島大学教養部

R^n 上の Riesz 核 $\kappa_\alpha(x)$ $(\alpha > 0)$ と修正 Riesz 核 $\kappa_{\alpha,k}(x,y)$ $(\alpha > 0, Z \ni k < \alpha)$ を次のように定義する。

$$\kappa_\alpha(x) = \begin{cases} |x|^{\alpha-n}, & \alpha < n \quad \text{or } \alpha \geq n, \alpha - n \notin 2N \\ (\delta_{\alpha,n} - \log|x|)|x|^{\alpha-n}, & \alpha \geq n, \alpha - n \in 2N, \end{cases}$$

$$\kappa_{\alpha,k}(x,y) = \begin{cases} \kappa_\alpha(x-y) - \sum_{|\gamma|\leq k}(D^\gamma \kappa_\alpha(-y)/\gamma!)x^\gamma, & 0 \leq k < \alpha \\ \kappa_\alpha(x-y), & k \leq -1. \end{cases}$$

L^p−関数　f　$(1 < p < \infty)$ に対し　そのα次 Riesz ポテンシャル U^f_α を次のように定義する。$k = [\alpha - (n/p)]$ と定め

$$U^f_\alpha(x) = \begin{cases} \int \kappa_{\alpha,k}(x,y)f(y)dy, & \alpha - (n/p) \notin N \\ \int \kappa_{\alpha,k-1}(x,y)f_1(y)dy + \int \kappa_{\alpha,k}(x,y)f_2(y)dy, & \alpha - (n/p) \in N \end{cases}$$

ここで $f_1 = f|_{\{|x|<1\}}, f_2 = f - f_1$である。これらの積分は存在し U^f_αが定義される。そして

$$R^p_\alpha = \{U^f_\alpha; f \in L^p\}$$

とおく。R^p_αの特徴付けについては、以前に sigular difference integrals を用いて次の特徴付けを報告した。

命題.　$[(\ell+1)/2] > \alpha, \alpha \neq$ 奇数,$k = [\alpha - (n/p)]$ とする。このとき $u \in R^p_\alpha + \mathcal{P}_k$　であるための必要十分条件は

$$\text{(i)} \quad u \in \begin{cases} L^{p,-\alpha}, & \alpha - (n/p) \in N \\ L^{p,-\alpha,\log}, & \alpha - (n/p) \notin N, \end{cases}$$

$$\text{(ii)} \quad \lim_{\epsilon\to 0}\int_{|t|\geq\epsilon} \frac{\Delta^\ell_t u(x)}{|t|^{n+\alpha}}dt \quad \text{exists in} \quad L^p,$$

ここで

$$L^{p,-\alpha} = \{u; \int |u(x)|^p(1+|x|)^{-\alpha p}dx < \infty\},$$

$$L^{p,\alpha,\log} = \{u; \int |u(x)|(1+|x|)^{-\alpha p}(\log(e+|x|))^{-p}dx < \infty,$$

$$\Delta_t^{\ell} u(x) = \sum_{j=0}^{\ell} (-1)^j C_j^{\ell} u(x + (\ell - j)t),$$

そして　$\mathcal{P}_k$ は k 次多項式全体である。

ここではこの特徴付けにおいて、ℓ の範囲が改良できることとその応用について報告する。

9　ポテンシャル論における最小変分の方法

二宮信幸

局所コムパクトなハウスドルフ空間 Ω において，$K(P, Q)$ は

(1)　二点 P と Q について下半連続，$P=Q$ では ∞ であってもよいが，$P \neq Q$ では必ず有限，

(2)　P と Q が互に素なコムパクト集合の中にあるときには，$K(P, Q)$ は上に有界，

であるような関数とする．Ω の測度 μ と ν に対して，ポテンシャル $K(P, \mu)$ と $K(\mu, P)$，相互エネルギー積分 $K(\mu, \nu)$，エネルギー積分 $K(\mu, \mu)$ を考える．これらの量がポテンシャル論において有効であるためには，例えば Ω のどんな開集合もその上にエネルギー積分が有限であるような正の測度がある，というような条件が必要である．

ボレル集合 E の上の負でない測度の全体を $\mathfrak{M}(E)$，

その中で全質量が1であるものゝ全体を $\mathfrak{M}_1(E)$，$\mathfrak{M}(E)$ の測度の中でエネルギー積分が有限であるものの全体を $\mathcal{E}(E)$，その中で全質量が1であるものゝ全体を $\mathcal{E}_1(E)$ で表わす。$\mathfrak{M}(E)$ に属する二つの測度で全質量が等しいものゝ組の全体を $(\mathfrak{M}\times\mathfrak{M})(E)$ で表わす。

Fをコンパクト集合，$\mathcal{E}_1(F)\neq\phi$，$f(P)\,(\geq 0)$ をFの上の上半連続関数，t_1 と t_2 を任意の正数，(μ_1,μ_2) を $(\mathfrak{M}\times\mathfrak{M})(F)$ に属するものとする．前回の講演で

$$\max\begin{pmatrix} K(\mu_1,\ t_1\mu_1+t_2\mu_2)-2(t_1+t_2)\int f\,d\mu_1 \\ K(\mu_2,\ t_1\mu_1+t_2\mu_2)-2(t_1+t_2)\int f\,d\mu_2 \end{pmatrix}$$

なる量を考え，その inf について調べたが，この形ではなく

$$\max\left(\frac{K(t_1\mu_1+t_2\mu_2,\ \mu_1)}{\left\{\int f\,d(t_1\mu_1+t_2\mu_2)\right\}^2},\quad \frac{K(t_1\mu_1+t_2\mu_2,\ \mu_2)}{\left\{\quad \text{〃} \quad\right\}^2}\right)$$

なる量を考えてもよいことを主張したい。

10 Integral representation of precise functions in potentials of general order

大津賀 信

For simplicity we shall treat only the case $d \geq 3$. Let $1 < p < \infty$, a weight $\omega \in A_p$, and f be a (p, ω)-precise function in $\mathbb{R}^d$. Then we say that f is represented as a Riesz potential of order $a, 0 < a < d$, if there exists a function g such that

$$f(x) = \text{const.} \int_{R^d} |x-y|^{a-d} g(y)dy + \text{const.}$$

(p, ω)-a.e. Some years ago in case $a = 1$ we gave a necessary and sufficient condition in order that such a representation is possible.

Our first result is

Theorem 1. Assume that f is represented as a Riesz potential of order 1. Then f is represented as a Riesz potential of order a for any $a, 0 < a < 1$, and such a representation is not always possible if $a > 1$.

Next we are concerned with a different integral representation of f. We say that f has a canonical representation of order $a, 0 < a < d$, if there exists a vector valued function g such that

$$f(x) = \text{const.} \int_{R^d} \text{grad}_x |x-y|^{a-d} \cdot g(y)dy + \text{const.}$$

(p, ω)-a.e. Some years ago in case $a = 2$ we gave a necessary and sufficient condition in order that such a representation is possible.

Theorem 2. Assume that $\int_{R^d} (1+|x|)^{1-d} |\,\text{grad}\, f| dx < \infty$. Then f has a canonical representation of order $a, 1 < a < 2$, and such a representation is not always possible if $a > 2$.

The case when $0 < a < 1$ will be also discussed.

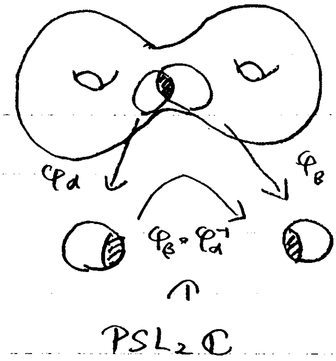
特別講演

Analytical and Geometrical aspects of $\mathbb{C}P^1$-manifolds

名古屋大学多元数理　谷川晴美

§1. 序.

Mを向きづけられた面とする。このとき、M上の$\mathbb{C}P^1$-structure（又は、projective structure）とは、張り合わせがMöbius変換であるような構造のことである。



従来、面上の$\mathbb{C}P^1$-structuresは、解析的な立場からの研究が主であったが、1980年代中頃、Thurstonは、$\mathbb{C}P^1$-structuresの幾何学的解釈を与えた。以来、Goldman, Kamishima-Tan 等による、この立場からの研究が発表されている。

さて、Möbius変換は正則写像であるから、$\mathbb{C}P^1$-structureは、複素構造をさだめる。それをunderlying complex structureとよぶ。

$\mathbb{C}P^1$-structuresの解析的立場からの研究の利点のひとつは、このunderlying complex str.を見失なわない、ということである。

幾何学立場からの研究の利点は、文字どおり、$\mathbb{C}P^1$-structuresを幾何的にとらえられることである。

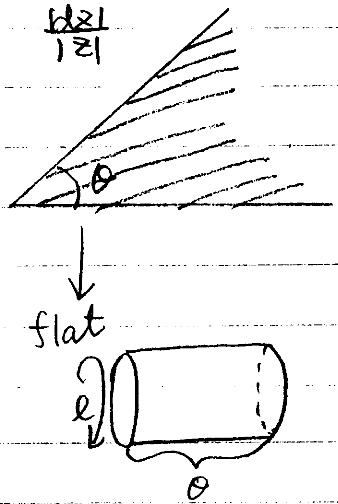
が underlying complex str. についての情報は乏しい。

ここでは $\mathbb{CP}^1$-structures の中で、特に holonomy が $PSL_2\mathbb{C}$ の discrete subgroup であるようなものを幾何学的に考察しつつ、その underlying cpx str. を追跡する。

§2. 例

例1 (flat cylinder)

$\theta > 0$, $\ell > 0$ とする。



$S_\theta = \{re^{i\varphi} ; r > 0, 0 < \varphi < \theta\}$

とおくと、S_θ には自然な $\mathbb{CP}^1$-structure が入る。

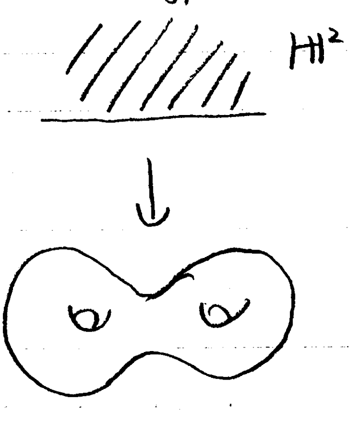
$T_\ell(z) = e^\ell z$

は Möbius 変換として S_θ に作用するので、

$A_\theta^\ell = S_\theta / \langle T_\ell \rangle$ には

S_θ の $\mathbb{CP}^1$-str. をうけつぐ自然な $\mathbb{CP}^1$-str. が入る。

例2 (hyperbolic structure)



$\forall X \in T_g$,

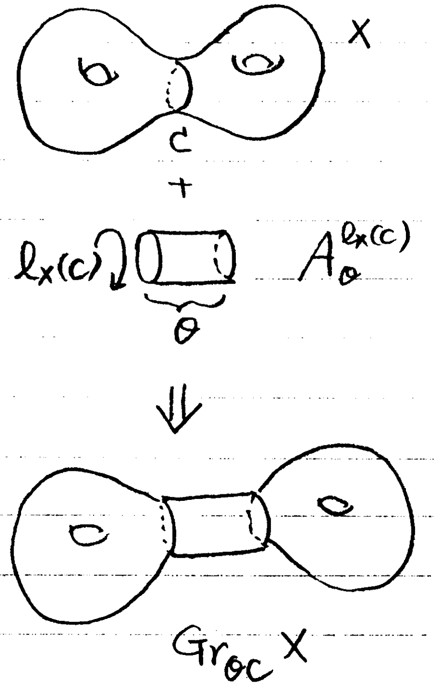
$\exists \Gamma_X \curvearrowright \mathbb{H}^2$ Fuchs. gr.

$X \underset{holo}{\cong} \mathbb{H}^2/\Gamma_X$

一方、$\mathbb{H}^2 \hookrightarrow \mathbb{CP}^1$ より、

$X = \mathbb{H}^2/\Gamma_X$ に自然な $\mathbb{CP}^1$-str. が入る。

例3.（Grafted str.）



X; hyperbolic structure
c; X上の単純閉測地線
$l_X(c)$; cのX上での長さ.
$\theta>0$.
$Gr_{\theta c}X$; Xをcに沿って切りとり、$A_\theta^{l_X(c)}$を
ねじれなくつぎ木する。
すると、この切り貼りは
projective categoly
で行われ、新しい
$\mathbb{C}P^1$-str. $Gr_{\theta c}X$
が得られる。

§3. parametrization

重みつき単純閉曲線$\{\theta C\}$の空間は measured lamination の空間の稠密な部分空間である。
Thurston は上の surgery "Grafting" が一般の measured lamination の空間に拡張されることを示し、次のことを証明した。

P_gをΣ_g ($g\geq 2$) 上の$\mathbb{C}P^1$-str. 全体の空間とする。

Thm (Thurston)

$$\begin{array}{ccccc} T_g & \times & \mathcal{ML} & \longrightarrow & P_g \\ \Psi & & \Psi & & \Psi \\ (X & , & \lambda) & \longmapsto & Gr_\lambda X \end{array}$$

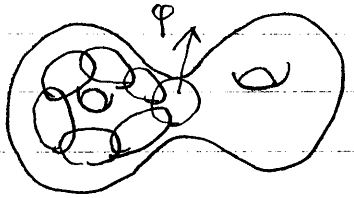
は、上への homeomorphism である。

一方、

$\boxed{\begin{array}{l}\text{Thm（古典的）}\\ P_g \cong Q_g \quad \text{但し、}\\ \pi : Q_g \to T_g \ : \ \text{リーマン面上の正則2次微分のなすベクトル束}\end{array}}$

説明.

$M \in P_g$ とする。Mのひとつの座標関数 φ をとり、φ を解析接続していくことにより、M上の多価函数 f を得る。f の分枝は、φ の接続経路によって異なり、



各々、Möbius変換の合成だけ異る。したがって、自然な準同型 $\pi_1(M) \to PSL_2\mathbb{C}$ を得る。これを、holonomy表現という。

また、Mの holomorphic universal cover $\mathbb{H}^2$ に f をもちあげると、f は、一価有理型函数となる。これをdeveloping mapという。

f の Schwarz微分 $S(f) = (f''/f')' - (f''/f')^2$ は、M の underlying complex structure について正則な2次微分となる。逆に、リーマン面上の正則2次微分を与えると、その上の $\mathbb{C}P^1$-str で、developing map の Schwarz微分が、与えられた正則2次微分であるようなものが存在する。したがって、$P_g \cong Q_g$ である。

§4 既知の事実（の一部）

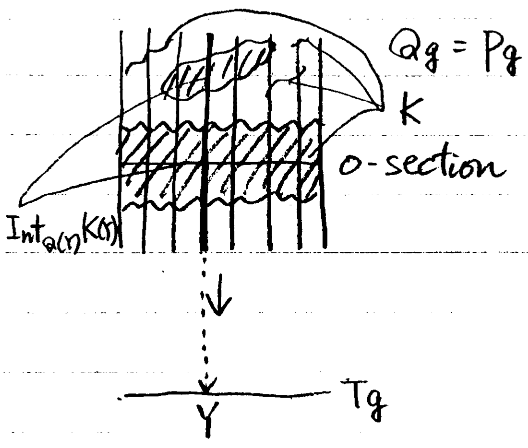
$K = \{\gamma \in P_g \mid$ holonomy 表現が discrete $\}$.

とおく。さらに underlying complex str. を明示するため、

$Q_g(Y) = P_g(Y) = \{\gamma \in P_g \mid$ underlying complex structure は $Y\ (\in T_g)\}$

$K(Y) = K \cap P_g(Y) = \{\gamma \in P_g \mid$ holonomy が discrete かつ underlying complex str. は $Y\}$

$\mathrm{Int}_{Q(Y)} K(Y) = K(Y)$ の $Q_g(Y)$ における内点集合



Fact

$\forall Y$, $\mathrm{Int}_{Q(Y)} K(Y)$ の 0 を含む成分は T_g と正則同値である。これを $T(Y)$ とかき、$T_g = T(Y) \hookrightarrow Q(Y)$ を Bers embedding とよぶ。

○ Maskit, Hejhal, Goldman

$\exists Y$, $\mathrm{Int}_{Q(Y)} K(Y) - T(Y) \neq \phi$.

○ Kra

$\mathscr{S} \in K$ の developing map f は covering である
$\Leftrightarrow$ $f(\mathbb{H}^2) \subsetneq \mathbb{CP}^1$
さらに $f(\mathbb{H}^2) \subsetneq \mathbb{CP}^1$ なら，holonomy 表現は $f(\mathbb{H}^2)$ を不変にする discrete group

○ Kra - Maskit

$K(Y) \cap \{\mathscr{S}$; developing mapping は covering$\}$ は $Q_g(Y)$ の中で bounded

○ Shiga

$\forall \mathscr{S} \in \mathrm{Int}_{Q(Y)} K(Y) - T(Y)$，$\mathscr{S}$ の developing map は covering ではない

このような developing map の挙動の複雑さが $\mathrm{Int}_{Q(Y)} K(Y) - T(Y)$ の考察を難しくする。

○ Goldman

$\mathscr{S} \in P_g$ が Thurston 座標で $\mathscr{S} = Gr_\lambda X$ と表示されるとき，$\mathscr{S}$ の holonomy が Fuchs 群であるための必要十分条件は，$\lambda = \sum_{i=1}^{m} 2n_i\pi C_i$，$n_i \in \mathbb{N}$，$C_1, \cdots, C_m$ は互いに交わらない単純閉曲線となることである。(このような measured lamination を integral point という)

ここで、Xに対して、$\lambda = \sum 2n_i \pi C_i$ならば、hyperbolic structure X と grafted structure $Gr_\lambda X$ とは同じホロノミーを持つが、$Gr_\lambda X$ の underlying complex str. は X の complex structure からは計算できない。

§5. 問題提起と答え

問

1) どのような $Y \in T_g$ に対して、$\mathrm{Int}_{Q(Y)} K(Y) - T(Y) \neq \emptyset$ となるか?
2) $\mathrm{Int}_{Q(Y)} K(Y) - T(Y)$ にあらわれるホロノミーは、どのような Klein 群か?
3) $\mathrm{Int}_{Q(Y)} K(Y) - T(Y)$ の各成分は、どのような性質をもつ領域か?

得られた結果

1) $\forall Y \in T_g$, $\mathrm{Int}_{Q(Y)} K(Y)$ は ∞ コの成分をもつ
(T－)
2) $\forall q \in \mathrm{Int}_{Q(Y)} K(Y)$ の holonomy は quasi-Fuchs 群である。 (Shiga, T－).
3) $\mathrm{Int}_{Q(Y)} K(Y)$ の各成分は、$T_g \times T_g$ の cpt submfd と双正則同値である。
(Shiga, T－).

§6. Fuchs群をホロノミーとする$\mathbb{C}P^1$-structure

ここでは、前節問1について考察する。

Klein群の中でも、Fuchs群をホロノミーとする$\mathbb{C}P^1$-structuresを考察する。

定理6.1.

$Gr_\lambda X$ の underlying complex structure を $gr_\lambda X$ とかくことにすると任意の integral pt λ に対して、

$$\begin{array}{cccc} gr_\lambda(\cdot): & T_g & \to & T_g \\ & \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} \\ & X & \longmapsto & gr_\lambda X \end{array}$$

は real analytic homeomorphism

系6.2

任意の complex $Y \in T_g$ 上に、$\mathrm{Int}_{\partial(Y)} K(Y) - T(Y)$ は無限個の成分をもつ。

定理6.1を証明するためには Faltings の定理と次の定理を使う。

定理 6.3

$X \in T_g$, $\lambda \in \mathcal{ML}$ とする。$Y = gr_\lambda X$ とおくことにし、$h : Y \to X$ を harmonic map, $f : Y \to X$ を grafting の逆操作、つまり、Collapsing - grafted - part - map とする。$\mathcal{E}(\cdot)$ で、写像の総エネルギーをあらわすとき、

$$\frac{1}{2} l_X(\lambda) \leq \frac{1}{2} \frac{l_X(\lambda)^2}{E_Y(\lambda)} \leq \mathcal{E}(h) \leq \mathcal{E}(f) = \frac{1}{2} l_X(\lambda) + 4\pi(g-1)$$

但し、ここで $l_X(\lambda)$ は、λ の X における hyperbolic length, $E_Y(\lambda)$ は Y における λ の extremal length.

REFERENCES

[B] L. Bers, *Holomorphic families of isomorphisms of Möbius groups*, J. Math. Kyoto Univ. **26** (1986), 73-76.

[EKK] C. Earle, I. Kra and S. Krushkal, *Holomorphic Motions and Techmüller spaces*, Trans. Amer. Math. Soc. ?? (1994), ??.

[EM] C. Earle and C. McMullen, *Quasiconformal isotopes*, Holomorphic Functions and Moduli II, Springer-Verlag, New york, Berlin, Heidelberg, London, Paris and Tokyo, 1987, pp. 143-154.

[F] G. Faltings, *Real projective structures on Riemann surfaces*, Compositio Math. **48** (1983), 223-269.

[EM] D. B. A. Epstein and A. Marden, *Convex hulls in hyperbolic space, a theorem of Sullivan and measured pleated surfaces*, London Mathematical Society Lecture Notes, vol. 111, Cambridge University Press, 1897, pp. 114-253.

[GGP] D. Gallo, W. Goldman and R. Porter, *Projective structures with monodromy in PSL(2,R)*, (preprint).

[G] W.M. Goldman, *Projective structures with Fuchsian holonomy*, J. Diff. Geom **25** (1987), 297-326.

[H] D. Hejhal, *Monodromy groups and linearly polymorphic functions*, Acta math. **135** (1975), 1-55.

[KT] Y. Kamishima and S. P. Tan, *Deformation spaces on geometric structures*, Aspects of Low Dimensional Manifolds, Advanced Studies in Pure Mathematics 20, Kinokuniya Co., 1992, pp. 263-299.

[Ka] M. Kapovich, *On monodromy of complex projective structures*, Invent. math. **119** (1995), 243-265.

[Ke] S. Kerckhoff, *The asymptotic geometry of Teichmüller space*, Topology **19** (1980), 23-41.

[Ko] S. Kobayashi, *Hyperbolic Manifolds and Holomorphic mappings*, Marcel Dekker Inc., New York, 1970.

[Kr1] I. Kra, *A generalization of a theorem of Poincaré*, Proc. Amer. Math. Soc. **27** (1971), 299- 302.

[Kr2] ______, *Deformations of Fuchsian groups*, Duke Math. J. **36** (1969), 537-546.

[Kr3] ______, *Deformations of Fuchsian groups II*, Duke Math. J. **38** (1971).

[La] F. Labourie, *Surfaces cinvexes dans l'espace hyperbolique et* CP^1*-structures*, J. London Math.soc. ?? (1992), 549-565.

[L] O. Lehto, *Univalent functions and Teichmüller spaces*, Springer-Verlag, New york, Berlin, Heidelberg, London, Paris and Tokyo, 1985.

[Kr] Kra, *??*.

[M] B. Maskit, *On a class of Kleinian groups*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A **442** (1969), 1-8.

[Mi 1] ______, *Harmonic maps, length, and energy in Teichmüller space*, J. Diff. Geom. **35** (1992), 151-217.

[Mi 2] Y. Minsky, *Harmonic maps into hyperbolic 3-manifolds*, Trans. Amer. Math. Soc. **332** (1992), 605-632.

[Sh] H. Shiga, *Projective sructures on Riemann surfaces and Kleinian groups*, J. Math. Kyoto Univ. **27** (1987), 433-438.

[Su] D. Sullivan, *On the ergodic theory at infinity of an arbitrary discrete group of hyperbolic motions*, Riemann Surfaces and Related Topics: Proceedings of the 1978 Stony Brook Conference, Annals of Math.Studies 97, Princeton, 1981.

[ST] H. Shiga and H. Tanigawa, *Projective structures with discontinuous holonomy representations*, (preprint).

[T1] H. Tanigawa, *Grafting, harmonic maps and* CP^1*-structures on surfaces*, (preprint).

[T2] H. Tanigawa, *divergence of projective structures and lengths of measured laminations*, (in preparation).

[Th1] W. Thurston, *Geometry and Topology of 3-manifolds*, Princeton University lecture notes.

[Th2] W. Thurston, *Minimal stretch maps between hyperbolic surfaces*, (preprint).

[Tsp] S.P. Tan, *Complex Fenchel-Nielsen coordinates for quasi-fuchsian structures*, International. J. Math. **5** (1994), 234-251.

[W] M. Wolf, *The Teichmüller theory of harmonic maps*, Trans. J. Diff. Geom. **29** (1989), 449-479.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

※印は本会で記入

※番号 11

題 コンパクトリーマン面間の正則写像について

氏名 田辺正晴　所属 東工大.理

$\tilde{X}$, X_1, X_2；種数2以上のコンパクトリーマン面。$H_1(\tilde{X})$；$\tilde{X}$上のホモロジー群（$\mathbb{Z}$-係数）。$H^1(\tilde{X})$；$\tilde{X}$上のドラームコホモロジー群。（X_1, X_2についても同様に定義する。）リーマン面間の正則写像の剛性定理として、次のMartensの定理は良く知られている。

定理(Martens)：$h_i : \tilde{X} \to X_i$ $(i=1,2)$；正則写像。$h_{i*} : H_1(\tilde{X}) \to H_1(X_i)$；$h_i$よりinduceされる準同型。もし、$f_* \circ h_{1*} = h_{2*}$なる$f_* : H_1(X_1) \to H_2(X_2)$が存在するならば、$f \circ h_1 = h_2$なる正則写像$f : X_1 \to X_2$が存在する。（$\tilde{X}$, X_1, X_2の種数は1でもよい。）

この定理に関連して、ここでは、まず、コホモロジーの言葉での剛性定理を与える。

定理：a, $b \in H^1(X_1)$, α, $\beta \in H^1(X_2)$，任意の$\gamma \in H_1(X_1)$に対して$\int_\gamma a$, $\int_\gamma b \in \mathbb{Z}$かつ$\iint_{X_1} a \wedge b = 1$, $\int_{\gamma'} \alpha$, $\int_{\gamma'} \beta \in \mathbb{Z}$ for $\forall \gamma' \in H_1(X_2)$, $\iint_{X_2} \alpha \wedge \beta = 1$をみたす。正則写像$h_i : \tilde{X} \to X_i$ $(i=1,2)$が、もし、$h_{1*} a = h_{2*} \alpha$かつ

日本数学会　　$25 \times 16 = 400$

$h_{1*}\alpha = h_{2*}\beta$ をみたすならば、等角写像 $f: X_1 \to X_2$ で $f\circ h_1 = h_2$ なるものが存在する。

さて、$\{\tilde{x}_1, \cdots, \tilde{x}_{2g}\}$, $\{x_1, \cdots, x_{2g}\}$, $\{x'_1, \cdots, x'_{2g}\}$ は $H_1(\tilde{X})$, $H_1(X_1)$, $H_1(X_2)$ の canonical homology basis とする。（交点行列 $(x_i \cdot x_j) = \begin{pmatrix} 0 & E \\ -E & 0 \end{pmatrix}$。）

$h_1(\tilde{x}_j) = \sum_k m_{kj} x_k$ のとき、$M_1 = (m_{kj}) \in M(2g, 2g; \mathbb{Z})$ を h_1 の行列表現と言う。h_2 についても同様に定義する。

ここで定理から次の系を得る。

系：h_1 の行列表現 M_1 の第 i 行を $\mathbf{m}_i$, h_2 の行列表現 M_2 の第 i 行を $\mathbf{m}'_i$ と書く。もし、$\mathbf{m}_i = \mathbf{m}'_k$ かつ $\mathbf{m}_{i+g} = \mathbf{m}'_{k+g}$ なる $i \in \{1, \cdots, g\}$, $k \in \{1, \cdots, g\}$ が存在するならば、$f\circ h_1 = h_2$ なる等角写像 $f: X_1 \to X_2$ が存在する。

参考文献

H. Martens, Observations on morphisms of closed Riemann surfaces, Bull. London Math. Soc. 10 (1978), 209–212

12 The existence of symmetric Riemann surfaces determined by cyclic groups

中村 豪 名古屋大学大学院 人間情報学研究科

Let n, m, g be positive integers and γ an integer. The purpose of this talk is to determine the relation among n, m, g and γ so as to exist symmetric Riemann surfaces of type (n, m) with genus g and species γ. In the case that n is an odd prime p, it is known the explicit relations among p, m, g and γ for the existence of symmetric Riemann surfaces of type (p, m) with genus g and species γ. We have a direct generalization of it in the case of an odd number n.

Theorem. Let $n > 1$ be an odd integer and $m \geq 1$, $g \geq 3$, γ integers. Denote the factorization of n in prime numbers by $n = p_1^{n_1} \cdots p_s^{n_s}$ and all divisors $(\neq 1)$ of n by $d_1, d_2, \cdots, d_N$. Then there exists a symmetric Riemann surface S of type(n, m) with $g(S) = g$, $\mathrm{sp}(S) = \gamma$, $E(S) \cong \mathbf{Z}_{2n}$ and with the orientable quotient $S/E(S)$ if and only if :

(1) If $m = 1, 2$, then $g > n + m - 1$, and otherwise there are no restrictions.

(2) There exist non-negative integers $r_1, \cdots, r_N, t_1, \cdots, t_N$ and $k \geq 1$ such that :

(a) $\displaystyle\sum_{i=1}^{N} \left(1 - \frac{1}{d_i}\right) r_i - \frac{g-1}{n} + m - 1 = 0.$

(b) $m + 1 - k$ is even and non-negative.

(c) $\displaystyle 0 \leq \sum_{i=1}^{N} t_i \leq k.$

(d) $\displaystyle \gamma = n \left(k - \sum_{i=1}^{N} \left(1 - \frac{1}{d_i}\right) t_i\right).$

(e) For every $1 \leq a_i \leq n_i$ and $1 \leq i \leq s$, we put

$$N_i(a_i) = \left\{1 \leq l \leq N \; ; \; p_i^{a_i} | d_l, \; p_i^{a_i+1} \nmid d_l\right\},$$
$$Q_i(a_i) = \{l \in N_i(a_i) \; ; \; r_l + t_l \neq 0\}$$

and

$$\alpha_i = \max\{1 \leq a_i \leq n_i \; ; \; Q_i(a_i) \neq \emptyset\}$$

provided that there exists a_i satisfying $Q_i(a_i) \neq \emptyset$. If $\displaystyle\bigcup_{a_i=1}^{n_i} Q_i(a_i) \neq \emptyset$, then

$$\sum_{l \in Q_i(\alpha_i)} (r_l + t_l) \geq 2.$$

(f) If $k = m + 1$, then for any $1 \leq i \leq s$, $Q_i(n_i) \neq \emptyset$.

13 一分岐点付きトーラスのモジュライ空間の Weil-Petersson 面積

静岡大学理学部・中西敏浩

ここでは Fuchs 群は上半平面 $\mathbb{H} = \{x + iy : y > 0\}$ 上の双曲計量 $\dfrac{dx^2 + dy^2}{y^2}$ に関する等長変換群 $\mathbf{PSL}(2, \mathbb{R})$ の離散部分群であるとする。

$\mathbf{T}(1, \nu)$ ($\nu \geq 2$ は整数) を signature $(1, \nu)$ をもつ Fuchs 群の Teichmüller 空間とする。ここで Fuchs 群 Γ が signature $(1, \nu)$ をもつとは $\mathbb{H}/\Gamma$ がトーラスで、被覆写像 $\mathbb{H} \to \mathbb{H}/\Gamma$ が一つの点の上でのみ分岐しており、その order が ν であることを意味する。$\mathbf{T}(1, \nu)$ 上の Fenchel-Nielsen 座標 (l, s) (l は pants 分解の境界曲線の長さ関数、s は捩じれ係数) から定まる 2-form $dl \wedge ds$ は mapping class group $MC_{1,1}$ の作用に関して不変であり、したがって moduli 空間 $M(1, \nu) = \mathbf{T}(1, \nu)/MC_{1,1}$ 上の area form ω_{WP} に射影される。これを $M(1, \nu)$ 上の Weil-Petersson (area) form と呼ぶことにする。

Weil-Petersson form ω_{WP} に関する $M(1, \nu)$ の面積 $v_{1,\nu}$ を計算すると

$$v_{1,\nu} = \frac{\pi^2}{6}\left(1 - \frac{1}{\nu^2}\right) \tag{1}$$

となった。(1) において $\nu \to \infty$ とすると Wolpert によって既に得られている punctured torus の moduli 空間の Weil-Petersson 面積 $\pi^2/6$ と一致する。

(1) の計算を遂行するためには、mapping class group $MC_{1,1}$ の作用に関する基本領域が具体的に求まるような $\mathbf{T}(1, \nu)$ の座標系を導入する必要がある。そのために punctured surface の Teichmüller 空間に対して Bowditch - Epstein, Penner 等によって考案された座標系の類似、すなわち分岐点を基点にもつ測地的三角形分割の辺の長さで書き表わされる関数系をもちいた。

14 Harmonic and quasiconformal mappings which agree on the boundary

D. Partyka　Maria Curie Univ.
佐官 謙一　阪市大理

Δを単位円板, Tを単位円周とし $K \geq 1$ とする. ΔのK-擬等角自己同型写像φの境界値関数$\gamma (= \varphi|_T)$のPoisson積分$P[\gamma](\zeta)$は, Radó-Kneser-Choquet の定理によりΔからΔの上への位相写像である. ここでは, $P[\gamma](\zeta)$と$\varphi(\zeta)$ $(\zeta \in \Delta)$の双曲的距離 $\rho(P[\gamma](\zeta), \varphi(\zeta))$ が, Hersch-Pfluger 歪曲関数Φ_Kを用いて評価できることを示す.

補題1. 任意の$\zeta \in \Delta$に対し

$$|P[\gamma](\zeta) - \varphi(\zeta)| \leq r(K) := 2\sin\left(\frac{\pi}{2}M(K)\right),$$

但し, $M(K) := 2\Phi^2_{\sqrt{K}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 1$.

補題2. 各$\zeta \in \Delta$に対し $|P[\gamma](\zeta)| \leq R(K, |\varphi(\zeta)|)$,

但し, $0 \leq t < 1$ に対し
$$R(K,t) := \cos\left(2\frac{1-t}{1+t}\arccos\Phi_K\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) \leq 1 - 2\left(\frac{1-t}{1+t}\right)^2 \Phi^2_{\frac{1}{K}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

補題1, 2より次の定理を得る.

定理. 各$\zeta\in\Delta$に対し

$$\rho(P[\gamma](\zeta),\varphi(\zeta))\leq\log\frac{\sqrt{(1-|\varphi(\zeta)|^2)(1-R^2(K,|\varphi(\zeta)|))+r^2(K)}+r(K)}{\sqrt{(1-|\varphi(\zeta)|^2)(1-R^2(K,|\varphi(\zeta)|))}}.$$

特に $|\varphi(\zeta)|+r(K)\leq R(K,|\varphi(\zeta)|)$ ならば

$$\rho(P[\gamma](\zeta),\varphi(\zeta))\leq\rho(|\varphi(\zeta)|+r(K),0)-\rho(|\varphi(\zeta)|,0),$$

$|\varphi(\zeta)|+R(K,|\varphi(\zeta)|)\leq r(K)$ ならば

$$\rho(P[\gamma](\zeta),\varphi(\zeta))\leq\rho(|\varphi(\zeta)|,0)+\rho(R(K,|\varphi(\zeta)|),0).$$

Φ_Kの近似定理([1])を適用することにより,次の系を得る.

系. $\varphi(0)=0$とする。このとき各$\zeta\in\Delta$に対し

$$\rho(P[\gamma](\zeta),\varphi(\zeta))\leq\log\left(1+2^{3(K-1)}C(K)e^{3K\rho(\zeta,0)}\right),$$

但し, $C(K)$は定数で $C(K)\leq\pi4^{K-1}2^{\frac{K}{2}}(32^{1-\frac{1}{\sqrt{K}}}-1)2^{\frac{1}{2K}}$ をみたす.

参考文献

[1] D. Partyka, Approximation of the Hersch-Pfluger distortion function, Ann. Acad. Sci. Fenn. 18(1993), 343-354.

[2] D. Partyka and K. Sakan, Harmonic and quasiconformal mappings which agree on the boundary, Univ. Maria Curie-Skłodowska, 49 (1995), 159-171.

[3] H. Shiga, On the quasiconformal deformation of open Riemann surfaces and variations of some conformal invariants, J. Math. Kyoto Univ. 22-3(1982), 463-480.

15　A note on non-quasiconformal harmonic extensions

D. Partyka　　Maria Curie Univ.

佐官　謙一　　阪市大理

Δを単位円板，Tを単位円周，γをTからTの上への向きを保つ位相写像，$P[\gamma](z)$をγのPoisson積分とする．

$z \in \Delta \cup (\mathbb{C} \setminus \overline{\Delta})$に対し　$C_\gamma(z) := \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_T \frac{d\gamma(u)}{u-z}$　とおく．

定理．
$$\sup_{z\in\Delta}\left|\frac{P[\gamma]_{\bar z}(z)}{P[\gamma]_z(z)}\right| = \operatorname*{ess\,sup}_{z\in T}\left|\frac{C_\gamma^-(z)}{C_\gamma^+(z)}\right| ,$$

但し，ほとんどすべての$z \in T$に対し，$C_\gamma^+(z)$，$C_\gamma^-(z)$はそれぞれ$C_\gamma|_\Delta$，$C_\gamma|_{\mathbb{C}\setminus\overline{\Delta}}$の$z$における非接線方向の極限を表す．

応用として，次の例に言及する．

例．$\lambda \in (-\pi, \pi)$，$\lambda \neq 0$とし，$h_\lambda : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$を$h_\lambda(x+2\pi) = 2\pi + h_\lambda(x)$ $(x \in \mathbb{R})$，
$$h_\lambda(x) := \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{\pi}+1\right)x + \lambda & (-\pi \le x \le 0) \\ \left(1-\frac{\lambda}{\pi}\right)x + \lambda & (0 \le x \le \pi) \end{cases}$$
で定義し，$\gamma_\lambda : T \to T$を　$\gamma_\lambda(e^{ix}) := e^{ih_\lambda(x)}$ $(x \in \mathbb{R})$

で定義する．$K_\lambda := \min\left\{\left(\frac{\pi+|\lambda|}{\pi-|\lambda|}\right)^{\frac{3}{2}}, 2\left(\frac{\pi+|\lambda|}{\pi-|\lambda|}\right)-1\right\}$

とおくと，γ_λはΔ上のK_λ-擬等角写像に拡張することが出来るが，$P[\gamma_\lambda]$は擬等角写像ではない．

16　ON FAMILIES OF RATIONAL MAPS

志賀　啓成

東京工業大学　理学部

本講演では有理関数の holomorphic family に関する二つの結果を述べる．ただし有理関数の次数はつねに 2 以上としておく．

1. attractive な family の境界としての Siegel disk の性質について．

Caeleson-Gamelin の text に次のような結果が載っている(Complex Dynamics, Springer-Verlag, 1993, p. 86, Theorem 1.4).

Theorem A. *$P_\lambda(z) = \lambda(z - z^2/2), \lambda = e^{i\theta}$ を考える．このとき，ほとんど至るところの θ に対して P_λ は Siegel disk を持ち，かつその境界上に critical point $z = 1$ がある．*

この定理は示唆に富んだ結果である．上の P_λ は単位円 $\Delta = \{|\lambda| < 1\}$ をパラメーター空間とする有理関数の family の境界にあると考えられる．しかも，任意の $\lambda \in \Delta$ に対して P_λ は $z = 0$ を attracting fixed point に持ち，その multiplier が λ になっている．よく知られているように attracive basin には critical point が含まれているから，上の定理は attracive basin の極限としての Siegel disk が critical point に関しても極限的な状態にあることを意味している．

一般に Siegel disk の境界に critical point が存在するかというのは問題であるが，Herman がこれに対して反例を構成しているようである．一方，最近 Rogers (preprint) によって，多項式の場合 neutral periodic point の mulitiplier が Diophantine number より定まる場合は（Siegel disk を持ち），その Siegel disk の境界に critical point が存在することが示されている．Rogers の結果を認めると Theorem A は次のように拡張される．

Corollary. *W を平面領域として，$\{P_\lambda\}_{\lambda\in\overline{W}}$ を $\overline{W}$ をパラメーター空間とする多項式の連続な family で W で stable かつ holomorphic なものとする．このとき，もしある $\lambda_0 \in W$ で P_{λ_0} が attracting cycle を含んでいるならば，ほとんど至るところの点 $\lambda \in \partial W$ に対して P_λ はやはり対応する attracting cycle を持っているか，またはその境界上に critical point を含むような Siegel disk を持つ．*

ここで family が stable とは，任意の $\lambda, \lambda' \in W$ に対して P_λ と $P_{\lambda'}$ が Julia 集合上で qc-conjugate であるときをいう．本講演では，これに対して次の結果を報告する．

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

Theorem 1. $\{R_\lambda\}_{\lambda\in\overline{W}}$ を $\overline{W}$ をパラメーター空間とする有理関数の連続な *family* で，W で *stable* かつ *holomorphic* なものとする．このとき，もしある $\lambda_0 \in W$ で R_{λ_0} がその *periodic component* に *critical point* を一つしか含まないような *attracting cycle* をもっているならば，ほとんど至るところの点 $\lambda \in \partial W$ に対して *Corollary* と同じ主張が成り立つ．

2. Riemann surface 上の有理関数の **holomorphic family** について．

次にパラメーター空間が有限型 Riemann 面 S の場合，次数 $d > 1$ の有理関数の non-trivial holomorphic family の有限性を考える．これは有理関数の family に制限をつけなければ無限個存在する．一方，McMullen の結果 (Ann. of Math. **135**, 1987) によれば，S をパラメーター空間とする stable holomorphic family は trivilal または affine rational maps のfamily となり有限性の問題は容易に解決される．ここで affine rational map とは，(complex) multiplication から induce される torus の holomorphic endmorphism で torus の hyperelliptic involution と euivariant なものの projection であるときをいう．

本講演では "stable" よりも弱い条件を考え，このもとで family の有限性を導く．

Theorem 2. S を (g, n) 型の *Riemann* 面，$d > 1$ を整数とする．このとき S をパラメーター空間とする次数 d の有理関数の *separative* な *families* は高々有限個でその個数は g, n, d で（S の等角構造に依らずに）上から評価される．

ここで family が separative とはある種の分離条件を満たすような periodic cycle の存在で定義する．stable ならば，この separative 条件を満たすが，stable でない separative family は存在する．

17　超越整関数のジュリア集合の局所連結性について

木坂正史 (大阪府立大学総合科学部)

$f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ を超越整関数、J_f を f のジュリア集合、$F_f=\mathbb{C}\setminus J_f$ をファトゥ集合とする。F_f の連結成分をファトゥ成分と呼ぶが、ここで f が非有界な不変ファトゥ成分 U を持つと仮定する。すると∂U に関して次が成立する。

Theorem 1　U が非有界な attractive basin, parabolic basin, Siegel disk または Baker domain で $f|U$ が d 対 1 $(2\le d<\infty)$ の写像となるものとすると、$\partial U\cup\{\infty\}\subset\hat{\mathbb{C}}$ は局所連結でない。また$\partial U\subset\mathbb{C}$ も局所連結でない。

Remark　Baker domain U で $f|U$ が単葉になるもののなかには$\partial U\cup\{\infty\}\subset\hat{\mathbb{C}}$ が Jordan curve になる (即ち、$\partial U\subset\mathbb{C}$ が Jordan arc になる) ものがある。特にこの場合、∂U は局所連結になる。(例：$f(z):=2-\log 2+2z-e^z$ ([**Ber**, Theorem 2]))。また、∂U が Jordan arc になるときは $f|U$ は単葉になることが知られている ([**BaW**, Theorem 4])。

J_f の局所連結性に関しては次が成立する。

Theorem 2 f が非有界な attractive basin, parabolic basin, Siegel disk または Baker domain で $f|U$ が d 対 1 $(1\le d<\infty)$ の写像となるものとすると、$J_f\cup\{\infty\}\subset\hat{\mathbb{C}}$ は局所連結でない。また $J_f\subset\mathbb{C}$ も局所連結でない。

証明は U が非有界な attractive basin, parabolic basin, Siegel disk の場合はBaker と Weinreich の結果 ([**BaW**, Theorem 1]) からほぼ自明である。よって、自明でないのは Baker domain の場合である。

参考文献

[**Ber**] W. Bergweiler, Invariant domains and singularities, *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.* **117** (1995), 525–532.

[**BaW**] I. N. Baker and J. Weinreich, Boundaries which arise in the dynamics of entire functions, *Revue Roumaine de Math. Pures et Appliqués,* **36** (1991), 413–420.

18 ON MODULATED RIEMANN SURFACES

須川 敏幸　　(京都大学大学院・理学研究科)

この講演では modulated Riemann surface を特徴づける種々の定数についての関連について述べることにしたい。ここでリーマン面 Rが modulated であるとは、次の定数

$$M_R := \sup_{A \in \mathcal{A}_R} m(A)$$

が有限であることを言う。ただし、ここに $\mathcal{A}_R$は Rの中に essential に埋め込まれた円環領域全体のなす集合とし、$m(A)$ は円環領域の modulus とする。つまり、A が $\{z; 1 < |z| < r\}$ に等角同値であるときに、$m(A) = \log r$と定めることにする。

特にリーマン面 Rが双曲的であるとき、この量がその面の単射半径と密接な関係があることは以前に報告したが、今回はさらに良い評価が得られたのでそれを報告したい。すなわち、I_Rを定曲率-4 の双曲計量に関する Rの単射半径とするとき、次の不等式が成り立つ。

$$2I_R \le \frac{\pi^2}{M_R} \le \min\{2I_R e^{2I_R}, 2{I_R}^2 \coth^2 I_R\}.$$

このことから、modulated Riemann surface は単射半径が正であるようなリーマン面と思うこともできる。

この結果は実は定数 M_Rおよび I_Rをそれぞれ単純閉曲線 (の自由ホモトピー類) の極値的長さ、及び双曲的長さで書き表すことにより、極値的長さと双曲的長さの比較定理から導かれる。近年極値的長さを用いたリーマン面及び Teichmüller 空間の研究も盛んになってきており、この比較定理自体も重要性があると思われる。

閉曲線αの自由ホモトピー類 $[\alpha]$ の極値的長さ $E[\alpha]$ は

$$E[\alpha] = \sup_{\tau} \frac{\left(\inf_{\alpha' \in [\alpha]} \int_{\alpha'} \tau(z)|dz|\right)^2}{\iint_R \tau(z)^2 dxdy}$$

によって定義される。ただし、ここに sup は R上の Borel 可測な等角計量τ全体にわたって取るものとする。また、αに対応する閉測地線の長さを $\ell[\alpha]$ で表す。(puncture に対応する時はもちろん 0 と定める。)

この時次の比較定理が成り立つ。

$$\frac{2}{\pi}\ell[\alpha] \leq E[\alpha] \leq \frac{2}{\pi}\ell[\alpha]e^{\ell[\alpha]}$$

これは collar lemma から直接従う結果であり、その collar lemma 自体は最良の結果であるにもかかわらず、実は次の形の評価も得られる。

$$E[\alpha] \leq \frac{1}{\pi}\coth^2 I_R \cdot \ell[\alpha]^2.$$

これは R上の正則２次微分の空間を考察することによって得られるもので、もともとは松崎氏のアイデアによる。

証明の方針や、その他関連する定数の評価などについては講演中に述べたいが、筆者のプレプリント "Various domain constants related to the uniform perfectness" に詳細を書いておいたので、興味のある方はそちらを参照して頂きたい。これについては本人に直接請求するか、postscript file が京都大学数学教室のホームページ

http://neptune.kusm.kyoto-u.ac.jp:8080/preprint/

に置いてあるのでそちらからダウンロードすることも可能である。

19　On Topological Properties of Dynamics of Hyperbolic Rational Semigroups and Extension of Ljubich Measure

角　大輝　　京都大学大学院　人間環境学研究科

1996年　9月

リーマン面Sに対し、$End(S)$ で$S \mapsto S$ の正則写像全体を表すこととする。$End(\overline{\mathbb{C}})$, $End(\mathbb{C})$ のsubsemigroup を、それぞれrational semigroup, entire semigroupとよぶ。ただし定数写像は含まないとする。従来の複素力学系の拡張として、Fatou集合、Julia集合が定義される。Gをrational semigroupとするとき、Gの元のcritical value 全体の閉包を、$P(G)$ とかく。$P(G)$がJulia集合と交わらないとき、hyperbolic と呼ぶことにする。Gがhyperbolic rational semigroupのとき、Fatou集合の遊走領域がないことがわかる。また、さらにGが有限生成で全ての元が二次以上なら、Fatou集合上の極限関数が$P(G)$に値をとる定数のみであること、生成元の摂動に対し、hyperbolicityは保たれ、Julia集合が連続に動くことがわかる。

また、Gがhyperbolic, finitely generated のとき、Julia集合上にLjubich measure を構成することができる。その際、各生成元ごとに重みを付けることとする。重みの空間から測度の空間への対応が連続であることが示され、点測度がないことがわかる。ゆえにほとんど開集合が満たされれば、重みの空間から測度の空間への対応は、埋めこみとなることがわかる。　なお、Gがfinitely generated のとき、Julia集合は後方自己相似性をもち、構成したLyubich measureは自己相似集合上の自己相似測度の拡張ともいえる。

20 On some generalizations of Cauchy integral theorem in hypercomplex n-tuple spaces

笹山浩良 Sasayama Institute

Hiroyoshi SASAYAMA

$E'(\mathfrak{S})$を field K'上のノルム空間Bに associateされた field K 上のn次元非可換な algebra $\mathfrak{S}$ 上の hypercomplex n-tuple space とする。 Cを$X=X(t), a\leqq t\leqq b$で与へられた $E(\mathfrak{S})$中の rectifiable curveとする。ここに $X(t)$ は $[a,b]$に於て連続且つ有界変動な函数とする。函数$F(X)\equiv\sum_{i=1}^{n}u_i e_i$の $E(\mathfrak{S})$ における C に沿っての線積分を次のように定義する:

$$\int_C F(X)dX \equiv \lim_{\substack{m\to\infty\\ \max\|\Delta_k X\|\to 0}} \sum_{k=1}^{m} F(\zeta_k)\Delta_k X =$$

$$\sum_{i,j,\ell=1}^{n} e_\ell \gamma_{ij}^{\ell} \int_C u_i(x_1(t),\dots,x_n(t))x_j(t)$$

但しu_iは C上強連続, u_i, x_j はどちらか一方がノルム空間値で他方は K 値とし右辺の積分は Riemann-Stieltjes積分である。すると

THEOREM I. $F(X)$が $E(\mathfrak{S})$の開部分集合 Dより$\mathfrak{S}$中への,又は$\mathfrak{S}$の開部分集合より $E'(\mathfrak{S})$中への Polygenic function で $X(z)$が z-planeの単一閉曲線 Cで囲まれた領域とCを含む或領域からB^n中への holomorphic mapping とし $F(X)$が Fréchet 可微分ならば

$$\int_C F(X)dX = 0.$$

THEOREM II. $\mathfrak{S}$は可換，$x_i \in K$ $(i=1,\ldots,n)$とする C を complete boundaryとする diaphragm 曲面領域 S が存在して、ここで F(X)が monogenic とする。即ち B の決定多様体に属する任意の有界線型汎函数 ℓ に対し

$$\ell\ (F(X)) \equiv \Sigma_{i=1}^{n} e_i \ell(u_i(X))$$

が P.W.Kechum の意味で nonogenicならば $\int_C F(X)dX = 0.$

THEOREM III. $\mathfrak{S}$は非可換とする。 R^nの空ならざる開部分集合 Ωから $E'(\mathfrak{S})$中への C^1級函数 F(W)に対し Ω中に含まれる n 次元可微分有向多様体 $\mathfrak{M}$ 上の m-chain C_n上で

$$\int_{\partial C_n} F d\sigma = \int_{C_n} DF\ dx_1 \wedge \cdots \wedge dx_n$$

$$D \equiv \sum_{i=1}^{n} e_i \frac{\partial}{\partial x_i}\ ,\quad d\sigma \equiv \sum_{i=1}^{n} (-1)^i e_i\ dx_1 \wedge \cdots \wedge dx_{i-1} \wedge dx_{i+1} \wedge \cdots \wedge dx_n$$

COROLLARY 前定理と同一仮定でもし F がC_nで left monogenicならば

$$\Sigma_{i=1}^{n}\ (-1)^i e_i \int_{\partial C_n} F dx_1 \wedge \cdots \wedge dx_{i-1} \wedge dx_{i+1} \wedge \cdots \wedge dx_n$$

$$= 0.$$

21　強擬凸領域に於ける Hankel 作用素について

金　大圭
九州大学大学院数理学研究科博士課程三年生
日本学術振興会 DC 特別研究生
大韓民国全北大学校自然科学大学数学科元講師

fを $\mathbf{C}^n$ の C^∞境界を持つ強擬凸領域Ω上の自乗可積分可測関数，即ち $f \in L^2(\Omega)$ とする。Hankel 作用素は，Ω上有界正則関数 gと自乗可積分可測関数類の為す空間 $H^2(\Omega)$ の上への Bergman 射影 $P : L^2(\Omega) \to H^2(\Omega)$ を用いて $H_f g = fg - P(fg)$ で定義される。本報告では fがΩ上 bounded mean oscillation を持つ為の必要充分条件は作用素 H_f及び $H_{\bar{f}} : L^2(\Omega) \to H^2(\Omega)$ が有界である事を示し，更に fが境界$\partial\Omega$上 bounded mean oscillation を持つ為の必要充分条件は作用素 H_f及び $H_{\bar{f}} : L^2(\Omega) \to H^2(\Omega)$ が compact である事を示す。

References

[1] J, Arazy, S. Fisher, S. Janson and J. Peetre, *Membership of Hankel Operators on the ball in Unitary ideals,* J. London Math. Soc. **43(2)**(1991), 485-508.

[2] N. Aronszaijn, *Theory of reproducing kernels,* Trans. Amer. Math. Soc. **68**(1950), 337-404.

[3] D. Bekolle, C. A. Berger, L. A. Coburn and K. H. Zhu, *BMO in the Bergman Metric on Bounded Symmetric Domains,* J. Funct. Anal. **93** (1990), 310-350.

[4] S. R. Bell, *Proper holomorphic mappings and the Bergman projection,* Duke Math. J. **48**(1981), 167-175.

[5] C. A. Berger, L. A. Coburn and K. H. Zhu, *BMO on the Bergman Spaces of the classical Domains,* Bull. Amer. Math. Soc. **17**(1987), 133-136.

[6] S. Bergman, Sur les fonctions orthogonales de plusieurs variables complexes, avec les application à la théorie des fonctions analytiques, Mém. Sci. Math. **106**(1947), Gauthies-Villars (Paris).

[7] S. Bergman, Sur la fonction-noyaus d'un domaine et ses applications dans la théorie des transformations pseudo-conformes, Mém. Sci. Math. **108**(1948), Gauthies-Villars (Paris).

[8] L. Gross, Harmonic analysis on Hilbert spaces, Mem. Amer. Math. Soc. **46**(1963).

[9] L. Gross, *Potential theory on Hilbert space,* J. Functional Anal. **1**(1967), 123-181.

[10] L. Gross, *Abstract Wiener measure and infinite dimensional potential theory,* Lectures in Modern Analysis and Applications II, Lecture Notes in Math. **140**(1970), 84-116.

[11] C. J. Henrich, *The $\bar{\partial}$-equation with polynomial growth on a Hilbert space,* Duke Math. J. 40-2(1973), 279-306.

[12] T. Honda, J, Kajiwara, J.-J. Kim, L. Li, M.Nishihara, S. Ohgai and N. Sugawara, *Kernel functions for domains of dimension finite,* Math. Rep. Kyushu University **18-2**(1992), 51-64.

[13] J. Kajiwara, *Opérateur d" dans les espaces de Hilbert avec croissance polynomiale,* Sém. Lelong, Lecture Note in Math. **474**(1973/74), 91-108.

[14] J. Kajiwara and L. Li, *Reproducing Kernels for infinite dimensional domains*, Proceedings of the Fifth International Colloquium on Differential Equations, VSP(Utrecht), (1994), 153-162.

[15] D. K. Kim, *On Hankel Operator*, Third International Research Institute of the Mathematical Society of Japan on Geometric Complex Analysis, Hayama (1995 19-29 March), 331-336.

[16] D. K. Kim, *Orthogonal projection to the subspace of holomorphic functions*, Proceedings of the Third International Colloquium on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis, Seoul (1995 July 31-August 2), 305-315.

[17] D. K. Kim and J.-J. Kim, *On Henkel Operator with Symbol in L^∞*, Bull. Honam Math. Soc. **11**(1994), 153-161.

[18] D. K. Kim, K.-B. Kim and D. G. Zhou, *Hankel Kernel for Infinite Dimensional Domains,* Proceedings of the Korean-Japanese Colloquium on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis 2(1994), 117-120.

[19] S. G. Krantz, Function Theory of Several Complex Variable 2/ed, Wadsworth publishing Belmont, 1992.

[20] H. L. Li, *Characterizations of certain classes of Hankel operators on the Bergman spaces of the unit disk*, J. Funct. Anal. **110**(1992), 247-271.

[21] H. L. Li and D. H. Luecking, *BMO on strongly pseudoconvex domains: Hankel operators, duality and $\bar\partial$-estimates*, Trans. Amer. Math. Soc. **346**-2(1994), 661-691.

[22] L. Li, *On kernel functions for infinte dimensional polydiscs*, Proc. 2nd Korean-Japanese Colloq. Finte or Infinite Dim. Compl. Anal.(1994), 131–134.

[23] L. Li, *Incomplete Gamma Functions and Kernel Functions*, Proc. 3rd International Colloquium on Finte or Infinite Dimensional Complex Analysis(1995), 357-368.

[24] J. Mercer, *Functions of positive and negative type and their connection with the theory of integral equations*, Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A **209**, 415–446.

[25] M. Nishihara, *On the monomial expansion in infinite dimensional spaces*, Proc. 3rd International Colloquium on Finte or Infinite Dimensional Complex Analysis(1995), 241-260. P. Raboin, *Résolution de l'équation $\bar\partial f = F$ sur un espace de Hilbert,* Bull. Soc. Math. France, **107**(1979), 225-240.

[26] W. Rudin, Function Theory in the Unit Ball of $\mathbf{C}^n$, springer, 1980.

[27] A. V. Skorovod, Integration in Hilbert spaces, Erg. der Math. **79**, Springer Verlag(1974).

[28] K. Stroethoff, *Compact hankel operators on the Bergman spaces of the unit ball and polydisk in $\mathbf{C}^n$*, J. Operator theory **23**(1990), 153–170.

[29] R. M. Timoney, *Bloch functions in several complex variables I,* Bull. London Math. Soc. **12**(1980), 241–267.

[30] K. Yoshida, Functional Analysis, Springer Verlag(1974).

[31] K. H. Zhu, *VMO, ESV, and Toeplitz Operators on the Bergman Space,* Trans. Amer. Math Soc. **302**(1987), 617–646.

[32] K. H. Zhu, *Positive Toeplitz Operators on Weighted Bergman Spaces of Bounded Symmetric Domains*, J. Operator Theory **20**(1988), 329–359.

[33] K. H. Zhu, *Möbius Invariant Hilbert Spaces of Holomorphic Functions in the Open Unit Ball of $\mathbf{C}^n$*, Trans. Amer. Math Soc. **323**(1991), 823–842.

22　無限次元のラインハルト領域の核関数の接続について

李　琳
九州大学大学院数理学研究科博士課程三年生
中華人民共和国山東省済南電視大学講師

昨秋の [12],[14] にて，勿論無限次元の 可分な Hilbert 空間 Hの領域Ωに対する核関数 $K(z,\zeta)$ を導入し，更に昨秋講演した様に [16],[17] にて，具体的な多重円板や超楕円体の核関数を論じた。ここでは，原点を含む完全 Reinhardt 領域の核関数の収束域がその対数凸被である事を示し，Sommer-Mehring[22] の結果を無限次元化する。証明には最近の Nishihara[19] の単項式級数展開論を用いる。

References

[1] N. Aronszaijn, *Theory of reproducing kernels*, Trans. Amer. Math. Soc. **68**(1950), 337–404.

[2] H. Bateman, Higher transendental functions Vol **II**, MacGraw Hill Book Inc.(1953).

[3] S. Bergman, Sur les fonctions orthogonales de plusieurs variables complexes, avec les application à la théorie des fonctions analytiques, Mém. Sci. Math. **106**(1947), Gauthies-Villars (Paris).

[4] S. Bergman, Sur la fonction-noyaus d'un domaine et ses applications dans la théorie des transformations pseudo-conformes, Mém. Sci. Math. **108**(1948), Gauthies-Villars (Paris).

[5] J. Colombeau and B. Perri, *The $\bar\partial$-equation in D.F.N. spaces,* J. Math. Anal. Appl. **78**-2(1980), 466-87.

[6] J. Colombeau and B. Perri, *L'équation $\bar\partial$ dans les ouverts pseudo-convexes des espaces D.F.N.*, Bull. Soc. Math. France. **110**(1982), 15-26.

[7] T. Honda, J, Kajiwara, J.-J. Kim, L. Li, M.Nishihara, S. Ohgai and N. Sugawara, *Kernel functions for domains of dimension finite,* Math. Rep. Kyushu University **18**-2(1992), 9–19.

[8] L. Gross, Harmonic analysis on Hilbert spaces, Mem. Amer. Math. Soc. **46**(1963).

[9] L. Gross, *Potential theory on Hilbert space,* J. Functional Anal. **1**(1967), 123–181.

[10] L. Gross, *Abstract Wiener measure and infinite dimensional potential theory*, Lectures in Modern Analysis and Applications II, Lecture Notes in Math. **140**(1970), 84–116.

[11] C. J. Henrich, *The $\bar\partial$-equation with polynomial growth on a Hilbert space*, Duke Math. J. **40**-2(1973), 279–306.

[12] T. Honda, J.Kajiwara, J. J. Kim, L. Li, M. Nishihara, S. Ohgai and N. Sugawara, *Kernel functions for domains of dimension infinite* Math. Rep. Kyusyu Univ. **18** -2(1992), 51–64.

[13] J. Kajiwara, *Opérateur d" dans les espaces de Hilbert avec croissance polynomiale*, Sém. Lelong, Lecture Note in Math. **474**(1973/74), 91–108.

[14] J. Kajiwara and L. Li, *Reproducing Kernels for infinite dimensional domains*, Proceedings of the Fifth International Colloquium on Differential Equations, VSP(Utrecht), (1994), 153–162.

[15] D. K. Kim, K.-B. Kim and D. K. Zhou, *Hankel Kernel for Infinte Dimensional Domains*, Proc. 2nd Korean-Japanese Colloq. Finte or Infinite Dim. Compl. Anal.(1994), 117–120.

[16] L. Li, *On kernel functions for infinte dimensional polydiscs*, Proc. 2nd Korean-Japanese Colloq. Finte or Infinite Dim. Compl. Anal.(1994), 131–134.

[17] L. Li, *Incomplete Gamma Functions and Kernel Functions*, Proc. 3rd International Colloquium on Finte or Infinite Dimensional Complex Analysis(1995), 357-368.

[18] J. Mercer, *Functions of positive and negative type and their connection with the theory of integral equations*, Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A **209**, 415–446.

[19] M. Nishihara, *On the monomial expansion in infinite dimensional spaces*, Proc. 3rd International Colloquium on Finte or Infinite Dimensional Complex Analysis(1995), 241-260. P. Raboin, *Résolution de l'équation $\overline{\partial} f = F$ sur un espace de Hilbert,* Bull. Soc. Math. France, **107**(1979), 225-240.

[20] W. Rudin, Function Theory in the Unit Ball of $\mathbf{C}^n$, springer, 1980.

[21] A. V. Skorovod, Integration in Hilbert spaces, Erg. der Math. **79**, Springer Verlag(1974).

[22] F. Sommer und J. Mehring, *Kernfunktion und Hüllenbildung in der Funktionentheorie mehrerer Veränderlichen*, Math. Ann. **131**(1956), 1-16.

[23] R. L. Soraggi, *The $\overline{\partial}$-problem for a (0,2)-form in a D.F.N. space,* J. Func. Anal. **98**(1991), 380-402.

[24] R. L. Soraggi, *The symmetric anti-linear components of the canonical solution for the $\overline{\partial}$-oerator,* Proc. Roy. Irish Acad. Sect. A **93**-1(1993), 111-122.

[25] K. Yoshida, Functional Analysis, Springer Verlag(1974).

23　両超正則被とその両正則凸性について

周　棟国
九州大学大学院数理学研究科博士課程二年生
中華人民共和国大連鉄路衛生学校講師

李　辰基
九州大学大学院数理学研究科短期交換留学生
大韓民国釜山大学校自然科学大学大学院博士後期課程学生

昨秋の講演にて周は，$\mathbf{C}^2 \times \mathbf{C}^2$ の上の Riemann 領域 Dの超正則被 $\tilde{D}$ を導入し，更にその超擬凸性を論じ濃野聖晴 [17]-[18]-[19]-[20] の結果を一般化した。一方 F. Rrackx-W. Pincket[6] は正規直交基底 $(e_0, e_1, \cdots, e_n)$ を持つ $\mathbf{R}^n$ 上に構成される universal Clifford algebra$\mathcal{A}_n$に属する，二変数 $x \in \mathbf{R}^{m+1}$ 及び $y \in \mathbf{R}^{k+1}$ $(1 < m, k \leq n)$ の universal Clifford algebra$\mathcal{A}_n$-値両正則関数論を展開した。今回は級数及び積分表示に関する彼らの結果 [5] を用いて，$\mathbf{R}^{m+1} \times \mathbf{R}^{n+1}$上の不分岐被拡領域 (Ω, φ) とΩの上の両正則関数の族 $\mathcal{F}$に対して両正則被 $(\tilde{\Omega}_{\mathcal{F}}, \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}})$ を導入し，その両正則凸性を示し，彼らの結果を一般化する。

昨秋と今秋の access の違い方は，濃野聖晴 [22] にて明快である。

References

[1] F. Brackx, *On (k)-monogenic functions of a quaternion variable*, Research Notes in Math. **8**(1976), 22-44.

[2] F. Brackx, *Non (k)-monogenic points of functions of a quaternion variable*, Lecture Notes in Math. **561**(1976), 138-149.

[3] F. Brackx, *A Bochner-Martinelli Formula for the biregular functions of Clifford Analysis*, Complex Variables 4-1(1984), 39-48.

[4] F. Brackx and W. Pincket, *Two Hartogs theorems for nullsolutions of overdetermined systems in Euclidean space*, Complex Variables **4**(1985), 205-222.

[5] F. Brackx and W. Pincket, *A Bochner-Martinelli formula for the biregular functions of Clifford analysis*, Complex Variables **4**(1984), 39-48.

[6] F. Brackx and W. Pincket, *Domains of biregularity in Clifford analysis*, Rend. Circ. Mat. Palermo (2) suppl. **9**(1985), 21-35(1986).

[7] C. A. Deavours, *The quaternion calculus*, Amer. Math. Monthly **80**(1973), 995-1008.

[8] R. Delanghe, F. Brackx and F. Sommen, *Clifford analysis*, Research Notes in Math. **76**, Pitma Books, London, 1982.

[9] F. Gürsey and H. C. Tze, *Complex and Quaternionic Analyticity in Chiral and Gauge Theories-I*, Ann. of Physics **128**(1980), 29-130.

[10] R. Fueter, *Die Funktionentheorie der Differentialgleichungen $\Delta u = 0$ und $\Delta\Delta u = 0$ mit vier reellen Variablen*, Comment. Math. Helv. **7**(1934), 307-330.

[11] R. Fueter, *Über die Analysche Darstellung der regulären Funktionen einer Quaternionenvariablen*, ibid. **8**(1935), 371-378.

[12] R. C. Gunning and H. Rossi, *Analytic functions of several complex variables*, Prentice-Hall N.J.(1965).

[13] J. Kajiwara, Y. Matsuda and D. G. Zhou, *Envelope of hyperholomorphy and hyperholomorphic convexity*, Preprint.

[14] B. Malgrange, *Lectures on the theory of functions of several complex variables*, Tata Inst. Fund. Res. Bombay(1958).

[15] M. S. Marinov, *Regeneration of regular quaternion functions*, 20th Summer School "Applications of Mathematics in Engeneering" Varna(1994), 85-101.

[16] M. Naser, *Hyperholomorphic functions*, Siberian Math. J. **12**(1971), 959-968.

[17] K. Nôno, *Hyperholomorphic Functions of a Quaternionic Variable*, Bull. Fukuoka Univ. of Educ. **32**(1983), 21-37.

[18] K. Nôno, *Characterization of domains of holomorphy by the existence of hyper-conjugate harmonic functions*, Revue Roumaine de math. pures et appl. **31**-2(1986), 159-161.

[19] K. Nôno, *Runge's Theorem for complex valued harmonic and quaternion valued hyperholomorphic functions*, ibid. **32**-2(1987), 155-158.

[20] K. Nôno, *Domains of Hyperholomorphy in* $\mathbf{C}^2 \times \mathbf{C}^2$, Bull. Fukuoka Univ. of Educ. **36**(1987), 1-9.

[21] K. Nôno, *Regularity of functions with values in Clifford algebra based on a generalized axially symmetric potential theory operator*, Proc. on clifford algebra and their applications in Mathematical Physics(1993), 159-166.

[22] K. Nôno, *On two approaches to regular function theory in complex Clifford Analysis*, Bull. Fukuoka Univ. of Educ. **44**-3(1995), 1-13.

[23] J. Ryan, *Complexified Clifford analysis*, Complex Variables **1**(1982), 119-149.

[24] J. Ryan, *Special functions and relations within complex Clifford analysis I*, Complex Variables **2**(1983), 177-198.

[25] J. Ryan, *Properties of isolated singularities of some functions taking values in real Clifford algebras*, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. **95**(1984), 277-298.

[26] F. Sommen, *Some connections between Clifford analysis and complex analysis*, Complex Variables **1**(1982), 97-118.

[27] F. Sommen, *An extension of Radon transform to Clifford analysis*, Complex Variables **8**(1987), 243-266.

[28] V. Souček, *Complex quaternionic analysis applied to spin-$\frac{1}{2}$ massless fields*, Complex Variables **1**(1983), 327-346.

[29] A. Sudbery, *Quaternionic analysis*, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. **85**(1979), 199-225.

※印は本会で記入

※番号	題	
24		Resolution of defects of a holomorphic curve into $P^n(\mathbb{C})$

氏名	森　正　気	所属	山形大・理

正則曲線　$f : \mathbb{C} \longrightarrow P^n(\mathbb{C})$　に対し、ネバンリナの除外指数やバリロンの除外指数が正となる $P^n(\mathbb{C})$の超平面（除外超平面）は少ないことはよく知られている。そこで、 f を少し変形してネバンリナの除外超平面を持たないように出来ないだろうか？　この問題に対し、次のような結果を得たので報告します。

定理　$f : \mathbb{C} \longrightarrow P^n(\mathbb{C})$ を与えられた正則曲線とするとき、ある正則行列

$$L = (\alpha_{kj})_{0 \leqq k, j \leqq n}, \quad \alpha_{kj} = \beta_{kj} \cdot z^{k-1} + \gamma_{jk}$$

$(\beta_{kj}\ \gamma_{kj} \in \mathbb{C} : 0 \leqq k, j \leqq n)$ で

$\tilde{f} = L \circ f : \mathbb{C} \longrightarrow P^n(\mathbb{C})$ が $P^n(\mathbb{C})$ のすべての超平面に対しネバンリナ除外超平面を持たないようなものが存在する。

注：このとき、

$$| T_f(r) - T_{\tilde{f}}(r) | \leqq O(\log r), \quad (r \to \infty).$$

が成立する。

25　多様体上の領域の変動に関する２階変分公式

山口博史（滋賀大学　教育学部）

1　変分公式

以前, N.Levenberg 氏と共著 (Mem. AMS. No 448 (1991)) で次の変分公式を得た：$\mathbb{C}^n$ での滑らかな境界を持つ領域 $D(t)$ が複素変数 $t \in B$ と共に滑らかに動き且つ 各 $D(t)$ は定点 O を含むとする。このとき $D(t)$ の 点 O に関するロバン定数 $\lambda(t)$ は次の変分公式を満たす：

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \lambda}{\partial t \partial \bar{t}}(t) &= \frac{-1}{(n-1)\omega_{2n}} \int_{\partial D(t)} k_2(t,z) \|\mathrm{Grad}_{(z)} g\|^2 \, dS_z \\ &- \frac{4}{(n-1)\omega_{2n}} \int\!\!\int_{D(t)} \sum_{\alpha=1}^{n} \left| \frac{\partial^2 g}{\partial t \partial \bar{z}_\alpha} \right|^2 dV_z.\end{aligned}$$

ここに $g(t,z)$ は領域 $D(t)$ の点 O に極を有する Green 関数を表し、ω_{2n} は $\mathbb{R}^{2n}$ での $2n-1$ 次元の単位球の面積を表し、$z \in \partial D(t)$ について $k_2(t,z)$ は次で定義される曲面 $\bigcup_{t\in B}(t, \partial D(t))$ の $B \times \mathbb{C}^n$ での曲率を表す：

$$\begin{aligned} k_2(t,z) &= \frac{L_{(t,z)}\Psi}{\|\mathrm{Grad}_{(z)}\Psi(t,z)\|^3} \\ L_{(t,z)}\Psi &= \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t \partial \bar{t}} \|\mathrm{Grad}_{(z)}\Psi\|^2 - 2\Re \left\{ \frac{\partial \Psi}{\partial t} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{z}_i} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \bar{t} \partial z_i} \right\} + \frac{\partial \Psi}{\partial t} (\Delta_{(z)} \Psi). \end{aligned}$$

ここに $\Psi(t,z)$ は 領域 $\bigcup_{t\in B}(t, D(t))$ の $B \times \mathbb{C}$ に於ける定義関数である。

今回はこれを複素多様体 M 上の領域 $D(t)$ の変動に拡張する：$c(z) \geq 0$ および $ds^2 = \sum_{i,j=1}^{n} g_{i\bar{j}} dz_i \otimes d\bar{z}_j$ を M 上の C^∞ 関数 および Hermite 計量とする。定点 O の近傍で 方程式 $\Delta u - cu = 0$ に関する基本解 $G_0(z)$ を固定する。各領域 $D(t)$ の点 O に極を有する c-Green 関数を $g(t,z)$, および ロバン定数を $\lambda(t)$ （$G_0(z)$ に関する）とおく。この時 次の２階変分公式が成立する：

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2\lambda}{\partial t\partial\bar{t}}(t) &= \frac{-1}{(n-1)\omega_{2n}}\int_{\partial D(t)} k_2(t,z)\left(\sum_{\alpha,\beta=1}^{n} g^{\bar{\alpha}\beta}\frac{\partial g}{\partial\bar{z}_\alpha}\frac{\partial g}{\partial z_\beta}\right)dS_z \\
&+ \frac{-4}{(n-1)\omega_{2n}}\left\{\left\|\frac{\partial g}{\partial\bar{t}}\right\|^2_{D(t)} + \frac{1}{2}\left\|\sqrt{c}\,\frac{\partial g}{\partial t}\right\|^2_{D(t)}\right. \\
&\qquad\left. + \int_{D(t)}\left[\Re\left\{\frac{\partial g}{\partial\bar{t}}\wedge\frac{\partial\partial * \omega}{\sqrt{-1}}\right\} + \frac{1}{2}\left|\frac{\partial g}{\partial t}\right|^2\frac{\bar{\partial}\partial * \omega}{\sqrt{-1}}\right]\right\}
\end{aligned}
$$

ここに $\omega = \sqrt{-1}\sum_{i,j=1}^{n} g_{i\bar{j}}dz_i\wedge d\bar{z}_j$ であり、$z\in\partial D(t)$ に対して $k_2(t,z)$ は曲面 $\bigcup_{t\in B}(t,\partial D(t))$ の $|dt|^2\times ds^2$ に関する一種の曲率である．

$$
\begin{aligned}
k_2(t,z) &= L\Psi(t,z)/\left(\sum_{\alpha,\beta=1}^{n} g^{\bar{\alpha}\beta}\frac{\partial\Psi}{\partial\bar{z}_\alpha}\frac{\partial\Psi}{\partial z_\beta}\right) \\
L\Psi(t,z) &= \frac{\partial^2\Psi}{\partial t\partial\bar{t}}\left(\sum_{\alpha,\beta=1}^{n} g^{\bar{\alpha}\beta}\frac{\partial\Psi}{\partial\bar{z}_\alpha}\frac{\partial\Psi}{\partial z_\beta}\right) - 2\Re\left\{\left(\sum_{\alpha,\beta=1}^{n} g^{\bar{\alpha}\beta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial z_\beta\partial\bar{t}}\frac{\partial\Psi}{\partial\bar{z}_\alpha}\right)\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right\} \\
&+ \left|\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right|^2\left(\sum_{\alpha,\beta=1}^{n} g^{\bar{\alpha}\beta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial z_\beta\partial\bar{z}_\alpha}\right)
\end{aligned}
$$

2 応用

前半の式を使って $\mathbb{C}^n$ の滑らかな境界を持つ擬凸状領域 D 上のロバン関数 $\Lambda(z)$ は D 上の C^ω 近似強多重劣調和関数であることが分かった。後半の公式を使って次が分かる。 M を複素 Lie 変換群 G を持つ複素等質 n 次元多様体とする。次の条件をおく：

1. G は $\frac{1}{\sqrt{-1}}\bar{\partial}\partial\omega \geq \|\,\partial\omega\,\|^2(z)$ を満たす Hermite 計量 ds^2 をもつ。
2. 次を満たす M の開稠密集合 M' が存在する：M' の任意の相異なる 3 点 z_1, z_2, z_3 を与えるとき $g(z_1) = z_1$，$g(z_2) = z_3$ を満たす $g\in G$ がある。

このとき M の滑らかな境界を持つ擬凸状領域 D 上で定義される c-ロバン関数 $\Lambda_c(z)$ は C^∞ 近似強多重劣調和関数である。

$\mathbf{P}^n$ およびグラスマン多様体などは上の条件を満たす。

26 A condition that entire functions of two variables are polynomials

足立幸信

1935年にThullenは多変数有理型関数の真性特異面に対する定数面の接続を調べPicardの大定理の一般化を得ている。その系として整関数の2つの値に対する定数面が代数的であれば、その関数は多項式であることを示した。

ここではそれに関係する次の定理を示す。

[定理] or (ロ) genus 0 の curve で H_∞ と異なる2点で交わる

$f(z_1, z_2)$ は整関数で $f(z_1, z_2) = a_1$ は(イ)代数曲線で genus $\geqq 1$ の既約成分を含むとし、$f(z_1, z_2) = a_2$ $(a_2 \neq a_1)$ は $\mathbb{C}^2$ の既約な曲線で、その normalization はコンパクトリーマン面から有限個の点を除いたものに正則同値であるとする。するとfは多項式である //

この定理は次のKizukaの定理[1981, Tohoku Math. J.]の系として得られる命題を

例えば, $f(z_1, z_2)=a_2$ が 結局 代数曲線
にならざるを得ないことがわかり, Thullenの定理
から ただちに導かれる。

〔命題〕

Aは$\mathbb{P}^2$の曲線, φはΔ^*から$\mathbb{P}^2\setminus A$への
正則写像で, 0を真性特異点とし,
$\varphi(0:\mathbb{P}^2)\subset A$ であるとする。するとAが可約
なら, Aの既約成分のgenusはすべて0である。//

$\varphi:\Delta^*\xrightarrow{hol}\mathbb{P}^2$ に対し
ここで $\varphi(0:\mathbb{P}^2)$とはφの0における集積値
集合で, $\varphi(0:\mathbb{P}^2)=\bigcap_{\rho>0}\overline{\varphi(\Delta^*(\rho))}$ と
定義される。ただし $\Delta^*(\rho)=\{z\in\mathbb{C};\ 0<|z|<\rho\le 1\}$.
$\varphi(0:\mathbb{P}^2)$は定義から1点か連続体であり,
Riemannの除去可能定理より, $\varphi:\Delta^*\xrightarrow{hol}\mathbb{P}^2$
が $\Delta\xrightarrow{hol}\mathbb{P}^2$ に拡張される必十条件は
$\varphi(0:\mathbb{P}^2)$が1点からなることである, という
ことがわかる。従って $\varphi:\Delta^*\xrightarrow{hol}\mathbb{P}^2$ が0を
真性特異点とするとは, $\varphi(0:\mathbb{P}^2)$が2点
以上を含むときであると定義する。

27 Examples of hyperbolic manifolds

足立幸信

Xを複素多様体, Mを相対コンパクトなXの領域とする。p, $q\in M$に対し、$d_M(p,q)$を小林擬距離とする。
p, $q\in\overline{M}$に対し、

$$\overline{d}_M(p,q)=\varliminf_{p'\to p,\ q'\to q} d_M(p',q'),\quad p',q'\in M$$

と定義する。　$0\leqq\overline{d}_M(p,q)\leqq\infty$であり、$\overline{d}_M$は三角不等式もみたさない。(従って、$\overline{d}_M$は擬距離として拡張されるわけではないが、$d_M$の退化集合を調べるのに都合のよいものである。)

$p\in\overline{M}$が$\overline{d}_M$の退化点であるとは、$\exists q\in\overline{M}\setminus\{p\}$ s.t. $\overline{d}_M(p,q)=0$　なるときをいう。$S_M(X)$を$\overline{M}$の点で、$\overline{d}_M$の退化点であるもの全体とする。すると、MがXの解析的集合SをmodとしてXに双曲的に埋め込まれていれば、$S_M(X)\subset S$であり、$S_M(X)$がXの解析的集合なら、Mは$S_M(X)$をmodとしてXに双曲的に埋め込まれることが容易にわかる。

さて、$\dim X\geqq 2$のとき、Mが解析的集合Sを

mod として X に双曲的に埋め込まれる、という例は余り知られていない。その例をあげる。

例1.

$\mathbb{P}^n = [z_0 : z_1 : \cdots : z_n]$, $n \geq 2$

$A_i = \{z_i = 0\}$ $(i = 0, \ldots, n)$

$A_{n+1} = \{z_0^d + \cdots + z_n^d = 0\}$, d は自然数

$M = \mathbb{P}^n \setminus (A_0 \cup \cdots \cup A_n \cup A_{n+1})$, $X = \mathbb{P}^n$

とすると、$S_M(X) = \bigcup_{I \in \mathcal{I}} \{z_{i_1}^d + \cdots + z_{i_s}^d = 0\}$

$I = \{i_1, \cdots, i_s\} \in \mathcal{I}$, $\mathcal{I}$ は $\{0, \cdots, n\}$ の subsets, $2 \leqq s \leqq n$.

例2.

$\mathbb{P}^n = [z_0 : z_1 : \cdots : z_n]$, $n \geq 3$

$X = \{z_0^d + \cdots + z_n^d = 0\}$, d は自然数

$M = X \setminus \{z_0 = 0\} \cup \cdots \cup \{z_n = 0\}$.

とすると、$S_M(X) = \bigcup_{I \in \mathcal{I}} \{z_{i_1}^d + \cdots + z_{i_s}^d = 0,$
$z_{i_{s+1}}^d + \cdots + z_{i_{n+1}}^d = 0\}$, $I = \{i_1, \cdots, i_s\}$
$\in \mathcal{I}$, $\mathcal{I}$ は $\{0, \cdots, n\}$ の subsets, $2 \leqq s \leqq n-1$
$I \cup \{i_{s+1}, \cdots, i_{n+1}\} = \{0, \cdots, n\}$.

など。

28 Self mappings of $\mathbb{P}^2$ which preserve four curves

足立幸信

$\mathbb{P}^1\setminus\{0,1,\infty\}$ の退化しない self map 全体は $\{0,1,\infty\}$ をそれ自身にうつす、6個の一次変換となることはよく知られている。その種のことを $\mathbb{P}^2$ で考える。

A を $\mathbb{P}^2$ の曲線, A_1 を A の既約成分としたとき、A_1 が A に関して双曲的とは、A_1' を A の A_1 以外の既約成分全体 $(\neq\phi)$ としたとき、$A_1\setminus A_1'$ の normalization が $\mathbb{C}$ 又は $\mathbb{C}^*$ に正則同値でないときをいう。

[定理] A_i $(i=1,\cdots,4)$ は $\mathbb{P}^2$ の既約な曲線で、A_1, A_2 は $A\ (=\bigcup A_i)$ に関して双曲的であるとする。f を $\mathbb{P}^2$ から $\mathbb{P}^2$ への正則写像で $f(A_i)=A_i$ $(i=1,\cdots,4)$ かつ $f(\mathbb{P}^2\setminus A)\subset\mathbb{P}^2\setminus A$ とする。するとそういう f 全体は $\mathrm{Aut}(\mathbb{P}^2)$ の有限な部分群である。//

この定理は, A_i が上の条件をみたすとき、$M=\mathbb{P}^2\setminus A$, $X=\mathbb{P}^2$ とおくと $S_M(X)$ は曲線か ϕ であり, そのとき M は $S_M(X)$ を mod として taut に X に埋め込まれること、そういう M に対し、Picard の大定理が

成りたつこと，そして野口氏によって得られている拡張収束定理の特別な場合に対する一般化であるところの次の命題を使っていえる。

[命題]

X：コンパクト複素多様体，

M：Xの相対コンパクトな領域

$f_j : \Delta \xrightarrow{hol} X$，$f_j|\Delta^* : \Delta^* \longrightarrow M$

$f : \Delta^* \xrightarrow{hol} X$

$f_j \longrightarrow f$ in $Hol(\Delta^*, X)$

$f_j(z_j) \longrightarrow p \notin S_M(X)$ for $\Delta^* \ni {}^{\exists} z_j \to 0$

$\Longrightarrow$

fは$\Delta \xrightarrow{hol} X$に拡張でき，$f(0) = p$で

$f_j \longrightarrow f$ in $Hol(\Delta, X)$. //

ここに $\Delta = \{z \in \mathbb{C}\ ;\ |z| < 1\}$，$\Delta^* = \Delta \setminus \{z = 0\}$

$Hol(\mathcal{D}, X)$は$\mathcal{D}$からXへの正則写像全体のなす空間にコンパクト－オープン トポロジーをいれたもの。

29 Global Projective Embedding of Pseudoconvex Manifolds

Shigeharu TAKAYAMA Naruto Univ. of Edu.

Around 1980, Nakano and Ohsawa [Sûgaku (in Japanese), 32, pp.161–187, 1980] posed the following:

Problem 1 *Let X be a weakly 1-complete manifold with a positive line bundle L. Then can one embed X into a projective space ?*

Here a complex manifold X is said to be *weakly 1-complete*, or *pseudoconvex* if there exists a smooth function $\Phi : X \longrightarrow \mathbf{R}$ which is plurisubharmonic and exhaustive. At that time they have already noticed that the positivity of L does not necessarily imply the ampleness [Ohsawa: Proc. Japan Acad., 55, pp.193–195], and suggested the problem "Does there exist an ample line bundle L' on X ?" Here we mean that a holomorphic line bundle L on a complex manifold X is *very ample*, if there exists a holomorphic embedding $f : X \longrightarrow \mathbf{P}^N$ such that $f^*\mathcal{O}(1) \cong L$, where $\mathcal{O}(1)$ is the hyperplane section line bundle; L is *ample*, if there exists a positive integer m_0 such that $L^{\otimes m_0}$ is very ample. In 1995, at a symposium of several complex variables at Nagoya University, Ohsawa revisited the above problem and mentioned that how about an adjoint bundle $K_X \otimes L^{\otimes m}$ as L', related to the remarkable recent developments of the theory of adjoint bundles, especially analytic methods [Angehrn-Siu: Invent. math., 122, pp.291–308], [Tsuji: preprint]. In this talk we give a complete affirmative answer to the problem in the following effective form:

Theorem 1 *Let X be an n-dimensional weakly 1-complete manifold with a positive line bundle L. Then $K_X \otimes L^{\otimes m}$ is ample for every $m > n(n+3)/2$. In fact, X is then holomorphically embeddable into $\mathbf{P}^{2n+1}$ by a linear subsystem of $|(K_X \otimes L^{\otimes m})^{\otimes(n+2)}|$ for $m > n(n+3)/2$.*

There are two principal advantage of exploiting the theory of adjoint bundles in overcoming certain difficulties on the linear series $|L^{\otimes m}|$. The difficulties are caused by the non-compactness of X and the degeneration of the Levi form of Φ. By the standard L^2-methods, we can see that, for every $c \in \mathbf{R}$, there exists a positive integer m_c such that $L|_{X_c}^{\otimes m_c}$ is very ample on $X_c := \{x \in X; \Phi(x) < c\}$. Then there are two basic questions:

(a) Can one choose $\{m_c\}_{c\in\mathbf{R}}$ so that $\sup_{c\in\mathbf{R}} m_c < \infty$?

(b) Do the properties of $H^0(X_c, L^{\otimes m_c})$ carry over to $H^0(X, L^{\otimes m_c})$?

The adjunction theory provides, although not literally honest, answers to these questions in the following form:

(A) Effective base point freeness theorem: there exists an effective bound depending only on the dimension of X such that $K_X \otimes L^{\otimes m(\dim X)}$ is generated by global sections on every sublevel set X_c.

(B) Approximation theorem: the natural restriction map

$$H^0(X, K_X \otimes L^{\otimes m}) \longrightarrow H^0(X_c, K_X \otimes L^{\otimes m}) \quad \text{has dense image.}$$

The approximation theorem is established by Nakano, Kazama and Ohsawa, and is one of most important conclusion of the cohomology theory on weakly 1-complete manifolds. The most advanced version of the effective base point freeness due to Angehrn-Siu and Tsuji is proved on compact manifolds by using Riemann-Roch theorem, Nadel's vanishing theorem and Ohsawa-Takegoshi's L^2-extension theorem. We prove it by using Demailly's holomorphic Morse inequality instead of the Riemann-Roch theorem. It has many applications as in the next page.

Since the theory of weakly 1-complete manifolds contains the local theory of proper holomorphic mappings, as a corollary of Theorem 1, we have the following relative very ampleness:

Corollary 1 *Let $f : X \longrightarrow Y$ be a proper surjective holomorphic map from an n-dimensional complex manifold X to a Stein space Y, and let L be a positive line bundle on X. Then there exists a proper holomorphic embedding $g : X \longrightarrow \mathbf{P}^{2n+1} \times Y$ such that $f = q \circ g$ and that $g^*(p^*\mathcal{O}(1)) \cong (K_X \otimes L^{\otimes(n(n+3)/2+1)})^{\otimes(n+2)}$, where $p : \mathbf{P}^{2n+1} \times Y \longrightarrow \mathbf{P}^{2n+1}$ and $q : \mathbf{P}^{2n+1} \times Y \longrightarrow Y$ are the projections.*

References

[1] Takayama S.: On relative base point freeness of adjoint bundle, Nagoya Math. J., to appear.

[2] Takayama S.: Adjoint Linear Series on Weakly 1-Complete Manifolds, (1996), prepeint.

Depart. of Math., Naruto Univ. of Edu.
Naruto-shi Naruto-cho Takashima, 772

30 Strong-convexity of certain Pseudoconvex Manifolds with a Negative Canonical Bundle

Shigeharu TAKAYAMA Naruto Univ. of Edu.

In this talk we consider several applications of the following effective points separation theorem on weakly 1-complete manifolds: Theorem 1. Let X be a complex manifold and let L be a holomorphic line bundle on X. We say that the global sections of L separate r-distinct points $x_1, \cdots, x_r$ if the restriction map $H^0(X, L) \longrightarrow \bigoplus_{i=1}^r \mathcal{O}_X/\mathcal{M}_{X,x_i}$ is surjective. For every point $x \in X$, we set

$$d(x) := \max\{\dim V;\ V \text{ is a compact subvariety of } X \text{ passing through } x\}.$$

With these notations, we have

Theorem 1 *Let L be a positive line bundle on an n-dimensional weakly 1-complete manifold X. Let $x_1, \cdots, x_r$ be r-distinct points on X. Then for every positive integer*

$$m > \frac{1}{2}d_x(d_x + 2r - 1), \quad \textit{here} \quad d_x := \max\{d(x_i)\ ;\ i = 1, \cdots, r\},$$

the global sections $H^0(X, K_X \otimes L^{\otimes m})$ separate $\{x_i\}_{i=1}^r$.

Theorem 1 follows from the existence of certain singular Hermitian metric of $L|_{X_c}^{\otimes m}$ on a sublevel set X_c. The construction of the singular Hermitian metric is done by localizing the argument by Angehrn-Siu, Tsuji: Riemann-Roch theorem, Nadel's vanishing theorem and Ohsawa-Takegoshi's L^2-extension theorem. For that we use Demailly's holomorphic Morse inequality instead of Riemann-Roch theorem. The absence of compact subvarieties of positive dimension gives better lower bounds. This is an interesting new phenomenon for non-compact cases. If X is non-compact, Demailly's holomorphic Morse inequality implies

$$\liminf_{m \longrightarrow \infty} \frac{\dim H^0(X_c, L^{\otimes m})}{m^n} = +\infty.$$

Thus we can regard the formal degree of X with respect to L as infinity.

We have the following applications of Theorem 1:

(1) Global embedding problem of weakly 1-complete manifolds;

(2) Relative very ampleness;

(3) Lefschtz type theorem on quasi-Abelian varieties;

(4) Construction of holomorphic functions.

Especially we are interested in the case of which the canonical bundle is trivial (3) or negative (4). We considered the cases (1) and (2) in the previous talk. As a simple corollary of Theorem 1, we have

Corollary 1 *Assume that there is a point x on X that is not contained in any compact subvariety of positive dimension. Then the adjoint linear system $|K_X \otimes L|$ is free from base point at x.*

For the negative canonical bundle cases, we have the following existence theorem for holomorphic functions:

Theorem 2 *Let X be a weakly 1-complete manifold whose anti-canonical bundle $K_X^{\otimes(-1)}$ is positive.*

(1) *Assume that there are points x and y on X that are not both contained in any compact subvariety of positive dimension. Then there exists a non-constant holomorphic function which separates x and y.*

(2) *X is Stein if and only if X has no compact complex subspaces of positive dimension.*

There are some results for this direction as in a survey of Green and Wu [Analysis on noncompact Kähler manifolds, Proc. Sympos. Pure Math., 30, pp.69–100, 1977]. They need strong curvature conditions on Kähler metrics which always imply the Steinness. If a weakly 1-complete manifold is not strongly pseudoconvex, then it is very difficult to find a condition for the existence of non-constant holomorphic functions. On the other hand, Ohsawa [Weakly 1-complete manifold and Levi problem, Publ. RIMS, 17, pp.153–164, supplement 17, pp.981–982, 1981] finds a natural condition in 2-dimensional cases and proves: *Every 2-dimensional weakly 1-complete manifold with a negative canonical bundle is holomorphically convex.*

Depart. of Math., Naruto Univ. of Edu.
Naruto-shi Naruto-cho Takashima, 772

31 A criterion for a normal surface singularity to be a simple elliptic or a cusp singularity by the pluri-genera

奥間智弘　　筑波大学数学研究科

(X, x) を normal surface singularity over $\mathbf{C}$, $f : (M, A) \to (X, x)$ を (X, x) の good resolution とする. このとき、$m \in \mathbf{N}$ に 対し $\delta_m(X, x)$ は

$$\delta_m(X, x) = \dim_{\mathbf{C}} H^0(\mathcal{O}_{M-A}(mK_M))/H^0(\mathcal{O}_M(mK_M + (m-1)A))$$

と定義される. これは good resolution の取り方にとらない. $\delta_1(X, x)$ は geometric genus $p_g(X, x)$ と等しい.

次の結果が知られている.

定理 1 (石井志保子). (X, x) が simple elliptic または cusp singularity となるための必要十分条件は, すべての $m \in \mathbf{N}$ に対して $\delta_m(X, x) = 1$ となることである.

今回、次の結果を得た.

定理 2. (X, x) が simple elliptic または cusp singularity となるための必要十分条件は

$$\delta_1(X, x) = \delta_4(X, x) = \delta_6(X, x) = 1$$

となることである.

32 $(\mathbf{C}^*)^n$ 内のある種の非有界ラインハルト領域の同値性とトーラス作用の共役性

清水　悟

東北大学大学院理学研究科

1. ラインハルト領域に関する正則同値問題. $U(1)$ により絶対値 1 の複素数のなす乗法群を表し, $T=(U(1))^n$ とおく. このとき n 次元コンパクトトーラス T は $\mathbf{C}^n$ 上に次の規則により正則変換群として作用する:$\alpha=(\alpha_1,\cdots,\alpha_n)\in T$, $z=(z_1,\cdots,z_n)\in\mathbf{C}^n$に対して, $\alpha\cdot z=(\alpha_1 z_1,\cdots,\alpha_n z_n)$.

さて $\mathbf{C}^n$ 内の領域 D は, すべての$\alpha\in T$ に対して$\alpha\cdot D\subset D$ が成り立つとき, ラインハルト領域と呼ばれる. このとき T は D 上に正則変換群として作用する. T の作用から誘導される D の正則自己同型群 $\mathrm{Aut}(D)$ の部分群を $T(D)$ で表す.

ラインハルト領域に関する正則同値問題を論ずるためには, $(\mathbf{C}^*)^n$ の代数的自己同型の概念が必要である. $(\mathbf{C}^*)^n$ の正則自己同型φ は

$$\varphi:(\mathbf{C}^*)^n\ni(z_1,\cdots,z_n)\longmapsto(w_1,\cdots,w_n)\in(\mathbf{C}^*)^n,$$
$$w_i=\alpha_i z_1^{a_{1i}}\cdots z_n^{a_{ni}},\quad i=1,\cdots,n,$$

の形をもつとき, $(\mathbf{C}^*)^n$ の代数的自己同型と呼ばれる. ここで $(a_{ij})\in GL(n,\mathbf{Z})$, $(\alpha_i)\in(\mathbf{C}^*)^n$ である. $\mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}((\mathbf{C}^*)^n)$ により $(\mathbf{C}^*)^n$ の代数的自己同型全体のなす $\mathrm{Aut}((\mathbf{C}^*)^n)$ の部分群を表す. 次の命題は, ラインハルト領域の間の T-作用に関する同変双正則写像が $(\mathbf{C}^*)^n$ の代数的自己同型により与えられることを示す.

命題 ([3]) $\varphi:D\to D'$ を $\mathbf{C}^n$ 内の 2 つのラインハルト領域 D, D' の間の双正則写像とする. このとき$\varphi T(D)\varphi^{-1}=T(D')$ となるための必要十分条件はφ が $\mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}((\mathbf{C}^*)^n)$ のある元の制限として与えられることである.

ラインハルト領域の間の T-作用に関する同変双正則写像はラインハルト領域のカテゴリーにおける自然な射と考えられるので, 次の定義と問題が導かれる.

定義　$\mathbf{C}^n$ 内の 2 つのラインハルト領域は, それらの間に $\mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}((\mathbf{C}^*)^n)$ のある元の制限として与えられる双正則写像が存在するとき, 代数的に同値であると呼ばれる.

問題 I (ラインハルト領域に関する正則同値問題)　$\mathbf{C}^n$ 内の 2 つのラインハルト領域 D と D' が双正則同値ならば, それらは代数的に同値になるか?

D, D' が有界なとき, この問題には肯定的な解答が与えられている ([2]). 問題 I に密接に関連する問題として次の問題がある.

問題 II　$T=(U(1))^n$ が $\mathbf{C}^n$ 内のラインハルト領域 D 上に (必ずしも通常の作用とは限らずに) 正則変換群として効果的に作用していると仮定する. T の作用から誘導される

Aut(D) の部分群を再び T で表すとき，Aut(D) のある元φ が存在して，$\varphi T\varphi^{-1} = T(D)$ となるか？

D が $\mathbf{C}^n$，あるいは $(\mathbf{C}^*)^n$ と一致するとき，問題 II は正しいことが知られている（[1] 参照）．他方 D が有界なときは，問題 II はリー群論における極大トーラスの共役性定理の帰結である．

2. $(\mathbf{C}^*)^n$ 内の非有界ラインハルト領域 D_c^*． $c = (c_1, \cdots, c_n)$ を $\mathbf{R}^n - \{0\}$ の元とする．$\mathbf{C}^n$ 上の非負値実数値関数ρ_c を

$$\rho_c(z) = |\,z_1\,|^{c_1} \cdots |\,z_n\,|^{c_n}, \quad z = (z_1, \cdots, z_n) \in \mathbf{C}^n,$$

により定義し，$(\mathbf{C}^*)^n$ 内の非有界ラインハルト領域 D_c^* を

$$D_c^* = \{z \in (\mathbf{C}^*)^n \,|\, \rho_c(z) < 1\}$$

により定義する．この講演では次の２つの結果を報告する．

定理 I　c と c' を $\mathbf{R}^n - \{0\}$ の元とする．もし $(\mathbf{C}^*)^n$ 内の２つの非有界ラインハルト領域 D_c^* と $D_{c'}^*$ が双正則同値ならば，それらは代数的に同値になる．

定理 II　$T = (U(1))^n$ が $(\mathbf{C}^*)^n$ 内の非有界ラインハルト領域 D_c^* 上に正則変換群として効果的に作用していると仮定する．T の作用から誘導される Aut(D_c^*) の部分群を再び T で表すとき，Aut(D_c^*) のある元φ が存在して，$\varphi T\varphi^{-1} = T(D)$ となる．

定理 I は，$n = 2$ のときについては [4]，[5] において示された．

参考文献

1. D. Barrett, E. Bedford, and J. Dadok, *T^n-actions on holomorphically separable complex manifolds*, Math. Z. **202** (1989), 65–82.
2. S. Shimizu, *Automorphisms and equivalence of bounded Reinhardt domains not containing the origin*, Tohoku Math. J. **40** (1988), 119–152.
3. S. Shimizu, *Automorphisms of bounded Reinhardt domains*, Japan. J. Math. **15** (1989), 385–414.
4. S. Shimizu, *Holomorphic equivalence problem for a certain class of unbounded Reinhardt domains in* $\mathbf{C}^2$, Osaka J. Math. **28** (1991), 609–621.
5. S. Shimizu, *Holomorphic equivalence problem for a certain class of unbounded Reinhardt domains in* $\mathbf{C}^2$,II, Kodai Math. J. **15** (1992), 430–444.

33　2次元ラインハルト領域の分類

清水　悟

東北大学大学院理学研究科

D を $\mathbf{C}^n$ 内のラインハルト領域とする．このとき $(\mathbf{C}^*)^n$ 内のラインハルト領域 D^* を $D^* = D \cap (\mathbf{C}^*)^n$ により定義し，D^* の対数像 $\mathrm{ord}(D^*)$ を

$$\mathrm{ord}(D^*) = \left\{ \left(-\frac{1}{2\pi} \log|z_1|, \cdots, -\frac{1}{2\pi}\log|z_n| \right) \in \mathbf{R}^n \,\middle|\, (z_1, \cdots, z_n) \in D^* \right\}$$

により定義する．D が擬凸なとき $\mathrm{ord}(D^*)$ は $\mathbf{R}^n$ 内の凸領域になることに注意する．また D の正則自己同型で $\mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}((\mathbf{C}^*)^n)$ のある元の D への制限として与えられるもの全体のなす $\mathrm{Aut}(D)$ の部分群を $\mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}(D)$ により表す．

この講演では $\mathbf{C}^2$ 内の擬凸ラインハルト領域 D の分類について報告する．D が有界ラインハルト領域に代数的に同値な場合の分類はすでになされている（[1], [4] 参照）．D が非有界で有界ラインハルト領域に代数的に同値でない場合を $\mathrm{ord}(D^*)$ が直線を含むか含まないかに従って考えよう．

(A) $\mathrm{ord}(D^*)$ が直線を含む場合　もし $\mathrm{ord}(D^*) = \mathbf{R}^2$ ならば D は $\mathbf{C}^2, \mathbf{C}\times\mathbf{C}^*, (\mathbf{C}^*)^2$ のいずれかに代数的に同値になる．他方，$\mathrm{ord}(D^*) \neq \mathbf{R}^2$ ならば

$$\mathrm{ord}(D^*) = \{(\xi_1, \xi_2) \in \mathbf{R}^2 \mid A < c_1\xi_1 + c_2\xi_2 < B\}$$

となる．ここで$-\infty \le A < B \le +\infty$ で，$A \neq -\infty$ または $B \neq +\infty$ である．また $(c_1, c_2) \in \mathbf{R}^2 - \{0\}$ であり，

(a) $\dim_{\mathbf{Q}}\{c_1, c_2\}_{\mathbf{Q}} = 1$
(b) $\dim_{\mathbf{Q}}\{c_1, c_2\}_{\mathbf{Q}} = 2$

の２つの場合が生ずる．

$D = D^*$ のとき (a), (b) の場合に従って次が成り立つ．

(a) D はラインハルト領域 $\{r < |z_1| < R\} \times \mathbf{C}^*$ に代数的に同値になる．ここで $0 \le r < R \le +\infty$ で，$r \neq 0$ または $R \neq +\infty$ である．
(b) $\mathrm{Aut}(D) = \mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}(D)$, $BO(D) = \mathbf{C}$ が成り立つ．ここで $BO(D)$ は D 上の有界正則関数全体のなす集合を表す．

$D \neq D^*$ のとき (a), (b) の場合に従って次が成り立つ．

(a) $\mathrm{Aut}(D) \neq \mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}(D)$, $BO(D) \neq \mathbf{C}$ が成り立ち，D は互いに双正則同値でない次の３種類のラインハルト領域 (i)-(iii) のいずれかに代数的に同値になる．$a_1, a_2 \in \mathbf{Z}$ とするとき

(i) $\{|z_1|^{a_1}|z_2|^{a_2} < 1\}$ $(a_1 > 0,\ a_2 > 0)$
(ii) $\{|z_1|^{a_1}|z_2|^{a_2} < 1\}$ $(a_1 < 0,\ a_2 > 0$ で $a_2 \neq 1)$
(iii) $\Delta \times \mathbf{C}$, $\Delta \times \mathbf{C}^*$, $\Delta^* \times \mathbf{C}$, $\{r < |z_1| < 1\} \times \mathbf{C}$ $(0 < r < 1)$. ここで　$\Delta = \{|z_1| < 1\}$ である.

この分類は次の命題と [2] において導入されたリュービル葉層構造の様子を観察することから得られる.

命題　ラインハルト領域$\Omega = \{|z_1|^{a_1}|z_2|^{a_2} < 1\}$ $(a_1 < 0,\ a_2 > 0)$ を考える. もし $a_2 \neq 1$ ならば, 任意の$\varphi \in \mathrm{Aut}(\Omega)$ に対して, $\varphi(\Omega \cap \{z_2 = 0\}) = (\Omega \cap \{z_2 = 0\})$ が成り立つ.

(b) $\mathrm{Aut}(D) = \mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}(D)$, $BO(D) = \mathbf{C}$ が成り立つ.
この事実は [3] において導入された多重劣調和リュービル葉層構造の様子を観察することから得られる.
(B) $\mathrm{ord}(D^*)$ が直線を含まない場合　このとき $D \neq D^*$ であり, もし $\mathrm{Aut}(D) \neq \mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}(D)$ ならば, D はラインハルト領域 $\{|z_2| < e^{-|z_1|^2}\}$ に代数的に同値になる.
以上の分類結果の応用として次の定理を得る.

定理　$\mathbf{C}^2$ 内の 2 つの擬凸ラインハルト領域が双正則同値ならば, それらは代数的に同値である.

参考文献

1. S. Shimizu, *Automorphisms and equivalence of bounded Reinhardt domains not containing the origin*, Tohoku Math. J. **40** (1988), 119–152.
2. S. Shimizu, *Holomorphic equivalence problem for a certain class of unbounded Reinhardt domains in* $\mathbf{C}^2$, Osaka J. Math. **28** (1991), 609–621.
3. S. Shimizu, *Holomorphic equivalence problem for a certain class of unbounded Reinhardt domains in* $\mathbf{C}^2$,II, Kodai Math. J. **15** (1992), 430–444.
4. T. Sunada, *Holomorphic equivalence problem for bounded Reinhardt domains*, Math. Ann. **235** (1978), 111–128.

34　有限既約なモノドロミー群をもつＡＰＰＥＬＬ F_4

加藤　満生　　　　　　　　琉球大学教育学部

ＡＰＰＥＬＬ F_4 型の微分方程式系は z を未知関数として

$$\begin{cases} X(1-X)z_{XX}-Y^2z_{YY}-2XYz_{XY}+cz_X-(a+b+1)(Xz_X+Yz_Y)-abz=0 \\ Y(1-Y)z_{YY}-X^2z_{XX}-2XYz_{XY}+c'z_Y-(a+b+1)(Xz_X+Yz_Y)-abz=0 \end{cases}$$

。

これを $E_4(a,b,c,c')$ で表しそのモノドロミー群を $M_4(a,b,c,c')$ で表す。これはＧａｕｓｓの微分方程式

$E(a,b,c)$: $x(1-x)z''+(c-(a+b+1)x)z'-abz=0$

の一つの拡張となっている。$E(a,b,c)$ のモノドロミー群を $M(a,b,c)$ で表す。

$E_4(a,b,c,c')$ を次の写像 ϕ、ϕ で引き戻してみる([S-Y])。

$\phi(x,y)=(X,Y)$, $X=xy$, $Y=(1-x)(1-y)$,

$\phi(x,y)=(X,Y)$, $X=(x/(2-x-y))^2$, $Y=(y/(2-x-y))^2$.

命題１。([S-Y]) $c+c'-a-b-1=0$ のとき

$Sol(\phi^*(E_4(a,b,c,c')))=Sol(E(a,b,c;x))\bullet Sol(E(a,b,c;y))$.

ここで $Sol(*)$ は $*$ の解空間を表す。

命題２。([S-Y]) $b-a=1/2$ のとき

$$\mathrm{Sol}(\phi^*(E_4(a,b,c,c')))$$
$$=(2-x-y)^{2a}\ \mathrm{Sol}(E_2(2a,c-1/2,c'-1/2,2c-1,2c'-1)).$$

ここで E_2 は Appell F_2 の微分方程式系を表す。

補題３。（完全可約性）

$$\mathrm{Sol}(E_2(a,b,0,2b,0))$$
$$=\mathrm{Sol}(E(a,b,2b;x))\oplus(1-y)^{-a}\ \mathrm{Sol}(E(a,b,2b;x/(1-y))).$$

補題４。(Quadratic transformation)

$$\mathrm{Sol}(E(2a,c-1/2,2c-1;x))$$
$$=(2-x)^{-2a}\ \mathrm{Sol}(E(a,a+1/2,c;(x/(2-x))^2)$$

以上より、 $c+c'-a-b-1=0$ または $b-a=c'=1/2$ のとき $M(a,b,c)$ が有限既約なら、$M_4(a,b,c,c')$もそうなることがわかるが、さらに Appell F_4 の対称性や特異点集合への制限等の考察より次の定理を得る。

定理５。$M_4(a,b,c,c')$が有限で既約となる必要十分条件は次の二つが成り立つこと。

１）Ｚを法として $c+c'-a-b-1/2$ が $1/2$ に合同、または $1-c, 1-c', b-a$ のうち少なくとも二つが $1/2$ に合同。

２）$M(a,b,c)$, $M(a,b,c')$ が有限既約。

Reference

[S-Y] T.Sasaki, M.Yoshida: Linear Differential Equations in Two Variables of Rank Four. I, Math. Ann. 282(1988) 69-93.

35

THE STRUCTURE OF ALGEBRAIC EMBEDDINGS OF $\mathbb{C}^2$ TO $\mathbb{C}^3$ (THE CUBIC CASE)

TOMOAKI OHTA
GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICS
KYUSHU UNIVERSITY

We call a holomorphic map $f = (f_1, \ldots, f_m) : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^m$ is *algebraic* if it is given by polynomials $f_i \in \mathbb{C}[z_1, \ldots, z_n]$. Let $Aut_{alg}(\mathbb{C}^n)$ be algebraic automorphisms of $\mathbb{C}^n$. Let $f : \mathbb{C}^n \hookrightarrow \mathbb{C}^{n+1}$ be an algebraic embedding. Put $X(f)$ the closure of $f(\mathbb{C}^n)$ in $\mathbb{P}^{n+1}$. Set $deg\ f := deg\ X(f)$. We call f is of normal type (resp.of non-normal type) if $X(f)$ is a normal hypersurface in $\mathbb{P}^{n+1}$ (resp.non-normal hypersurface). We consider the following problem:

Problem 1.1. *Are any algebraic embeddings $f : \mathbb{C}^n \hookrightarrow \mathbb{C}^{n+1}$ are equivalent to linear embeddings? That is, are there algebraic automorphisms $\alpha \in Aut_{alg}(\mathbb{C}^{n+1}), \beta \in Aut_{alg}(\mathbb{C}^n)$ such that $\alpha \circ f \circ \beta^{-1}$ is a linear embedding ?:*

$$\begin{tikzcd} \mathbb{C}^n \arrow[r, "f"] \arrow[d, "\beta\ \wr"'] & \mathbb{C}^{n+1} \arrow[d, "\wr\ \alpha"] \\ \mathbb{C}^n \arrow[r, "\alpha \circ f \circ \beta^{-1}"] & \mathbb{C}^{n+1} \end{tikzcd}$$

For $n = 1$, this problem was solved by Suzuki(1974), Abhyankar-Moh(1975). For $n \geq 2$, we don't have good results for the problem. For $n = 2$, in the case that $X(f)$ is a cubic normal hypersurface, we shall show that the problem is affirmative. We use the determination of the compactifications of $\mathbb{C}^2$ which are cubic normal hypersurfaces in $\mathbb{P}^3$.Our main result is the following:

Theorem 1.2. *Let $f : \mathbb{C}^2 \hookrightarrow \mathbb{C}^3$ be an algebraic embedding.*

Assume that $deg\ f = 3$ and f is of normal type. Then there exist $\alpha \in Aut_{alg}(\mathbb{C}^3)$ such that $\alpha \circ f$ is a linear embedding.

REFERENCES

1. M.Furushima, *On minimal compactifications of* $\mathbb{C}^2$, Math. Nachr. (1996), to appear.