1988
October

日本数学会

昭和63年度秋期総合分科会

講演アブストラクト

函　数　論

時……10月4日・5日・6日

所……金　沢　大　学

10月4日	9：00〜12：00	普通講演	1〜12
	13：30〜16：30	普通講演	13〜23
10月5日	9：00〜12：00	普通講演	24〜34
	13：30〜14：30	特別講演	
10月6日	9：30〜12：00	普通講演	35〜44
	13：30〜14：30	普通講演	45〜48
	15：00〜16：00	特別講演	

函 数 論 分 科 会

目　　次

10月4日（火）第Ⅴ会場

23. 柴　田　敬　一（岡山理大理）　面積汎函数の第1変分に関する注意 ……15

10月5日（水）第V会場

9：00～12：00

24. 米　谷　文　男（京都工繊大工芸）　流れ函数の有限被覆性 ……10
25. 正　岡　弘　照（京大理）　非負値細優調和関数のマルチン境界挙動 ……15
26. 田　中　　　博（上越教育大）　擬正則写像の一性質について ……10
27. 村　沢　忠　司（京都府大教養）　調和空間の共役空間の存在とその性質について ……15
28. 池　上　輝　男（阪市大理）　調和空間の duality ……15
29. 渡　辺　ヒサ子（お茶の水女大理）　可算劣線形汎関数に関する Fatou 型の定理 ……15
30. 大　津　賀　信（学習院大理）　曲線族の重さのついた極値的長さについて ……15
31. 水　田　義　弘（広島大総合科）　調和関数の境界値について ……15
32. 鈴　木　紀　明（広島大理）　A uniqueness theorem for superharmonic functions in Lipschitz domains ……15
33. 黒　川　隆　英（鹿児島大教養）　singular difference integrals と hypersingular integrals について ……15
34. 西　尾　昌　治（名大理）　α 次放物型作用素に対する正則点の特徴づけについて ……15

函数論特別講演

瀬　川　重　男（大同工大）　Denjoy 領域の Martin 境界と擬等角写像（13：30～14：30）

10月6日（木）第V会場

9：30～12：00

35. 泉　　　脩　藏（近畿大理工）　特異点上の曲線族と形式函数の収束 ……10
36. 米　村　　　崇（筑波大数学）　超曲面の単純 $K3$ 特異点について ……15
37. 泊　　　昌　孝（筑波大数学）　正規 Gorenstein d 次元純楕円 (0, d-1) 型特異点の canonical filtration について ……15
38. 渡　辺　公　夫（筑波大数学）　非退化な擬斉次多項式で定義される normal $K3$-surface の transcendental cycle について ……15
39. 児　玉　秋　雄（金沢大理）　A characterization of a complex ellipsoid $E(p)$ ……15
40. 阪　井　　　章（阪府大工）　擬凸性の一つの特徴づけ ……10
41. 藤　田　　　収（奈良女大理）　一般な擬凸状域の Hartogs 半径について ……15
42. 松　本　和　子（奈良女大人間文化）　区分的に滑らかな境界を持つ一般な擬凸状域について ……15
43. 赤　堀　隆　夫（琉球大理）　The versal family of deformations of complex structures over a strongly pseudoconvex domain with complex dimension 3 ……15
44. 宮　嶋　公　夫（鹿児島大教養）　非退化 Levi 形式を持つ有界領域の変形について ……15

13：30～14：03

45. 佐々木　　　武（熊本大理）　超幾何微分方程式のテンソル積と種々の関数等式 ……15
　　吉　田　正　章（九州大理）
46. 鈴　木　　　誠（東工大理）　複素 Monge-Ampère 作用素に対する特異 Dirichlet 問題 ……15
47. 城　崎　　　学（金沢大自然科）　Defect relations for moving hyperplanes ……15
48. 西　野　利　雄（九州大工）　ピーカル写像の代数的除外曲線について ……15

函数論特別講演

上　田　哲　生（京大教養）　一般位数の擬凹集合と解析的集合の真性特異点（15：00～16：00）

10月4日（火）

1.　尾和重義（近畿大理工）・**Wancang Ma**（Northwest Univ.）・**Liquan Liu**（Heilongjiang Univ.）**A property of certain analytic functions**

$\boldsymbol{A}$ を単位円板 $\boldsymbol{U}=\{z:|z|<1\}$ で正則な関数

$$f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_nz^n$$

の族とする.

$$\mathrm{Re}\{f'(z)\}>\alpha\ (0\leqq\alpha<1\,;\,z\in\boldsymbol{U})$$

を満たす関数 $f(z)$ からなる $\boldsymbol{A}$ の部分族を $\boldsymbol{P}(\alpha)$ で表して，次の結果が導かれる.

定理　$f(z)\in\boldsymbol{P}(\alpha)$ ならば

$$\frac{f(x)}{z}\prec 2\alpha-1-\frac{2(1-\alpha)}{z}\log(1-z)$$

が成立する．ただし，$\prec$ は subordination を表す.

2.　Milutin Obradović（Univ. of Belgrade）・**尾和重義**（近畿大理工）**On some classes of close-to-convex functions and its applications**

$\boldsymbol{A}$ を単位円板 $\boldsymbol{U}=\{z:|z|<1\}$ で正則な関数

$$f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_nz^n$$

の族とする．$\boldsymbol{G}(\alpha)$ を $0\leqq\alpha<1$ に対して

$$\mathrm{Re}\left\{\frac{zg'(z)}{g(z)}+(1-\alpha)\frac{1+z}{1-z}\right\}>0\ (z\in\boldsymbol{U})$$

かつ $g(z)\neq0(z\in\boldsymbol{U})$ を満たす正則関数

$$g(z)=1+b_1z+b_2z^2+\cdots$$

の族とする．$\boldsymbol{S}^*(\alpha)$, $\boldsymbol{K}(\alpha)$ をそれぞれ位数 α の星型関数，凸型関数からなる $\boldsymbol{A}$ の部分族として，これらの関数族 $\boldsymbol{S}^*(\alpha)$, $\boldsymbol{K}(\alpha)$, $\boldsymbol{G}(\alpha)$ に関する係数不等式についての若干の結果を導く.

3.　尾和重義（近畿大理工）・**Fuyao Ren**（Fudan Univ.）**On a class of p-valently α-convex functions**

$\boldsymbol{A}_p$ を単位円板 $\boldsymbol{U}=\{z:|z|<1\}$ で正則な関数

$$f(z)=z^p+\sum_{n=p+1}^{\infty}a_nz^n\ (p\in\boldsymbol{N}=\{1,2,\cdots\})$$

の族とする．$\boldsymbol{M}_p(\alpha)$ を $\alpha\geqq0$ に対して

$$\mathrm{Re}\left\{(1-\alpha)\frac{zf'(z)}{f(z)}+\alpha\left(1+\frac{zf''(z)}{f'(z)}\right)\right\}>0\,(z\in\boldsymbol{U})$$

を満たす $\boldsymbol{A}$ の部分族として，関数族 $\boldsymbol{M}_p(\alpha)$ についての若干の性質を導く.

定理　$f(z)\in\boldsymbol{M}_p(\alpha)$, $\alpha\geqq0$ ならば $f(z)\in\boldsymbol{S}_p^*(\beta(\alpha,p))$, ただし

$$\beta(\alpha,p)=\begin{cases}0 & (0\leqq\alpha<p)\\[2mm] \dfrac{p\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{p}{\alpha}\right)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(1+\frac{p}{\alpha}\right)} & (\alpha\geqq p)\end{cases}$$

である．また $\boldsymbol{S}_p^*(\beta)$ は位数 β の星型関数からなる $\boldsymbol{A}_p$ の部分族を表す.

4.　尾和重義（近畿大理工）**A note on a convolution theorem**

$\boldsymbol{A}$ を単位円板 $\boldsymbol{U}=\{z:|z|<1\}$ で正則な関数

$$f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_nz^n$$

の族とし，$\boldsymbol{S}$ を $\boldsymbol{U}$ で単葉な関数からなる $\boldsymbol{A}$ の部分族とする．$\boldsymbol{S}^*(\alpha)$, $\boldsymbol{K}(\alpha)$, $\boldsymbol{K}_\alpha$ をそれぞれ位数 α の星型関数，凸型関数，close-to-convex function からなる $\boldsymbol{S}$ の部分族とするとき次の結果が導かれる.

定理　$f(z)\in\boldsymbol{K}_\alpha$, $h(z)\in\boldsymbol{K}(\beta)$ ならば $(h*f)(z)\in\boldsymbol{K}_\alpha$ ただし $*$ は convolution を表す.

5.　斎藤　斉（群馬工業高専）・**布川　護**（群馬大教育）・**尾和重義**（近畿大理工）**A note on multivalent functions**

$\boldsymbol{U}$ を単位円板，$\boldsymbol{A}_p$ を $\boldsymbol{U}$ 内で analytic な関数

$$f(z)=\sum_{n=p}^{\infty}a_nz^n\ (a_p=1)$$

からなる関数族とする．（p は正の整数）

$\boldsymbol{A}_p$ に属する関数 $f(z)$ は次の条件を満たすとき，p-valently α-convex といわれる．（α は実数）

$$\mathrm{Re}\left\{(1-\alpha)\frac{zf^{(p)}(z)}{f^{(p-1)}(z)}+\alpha\left(1+\frac{zf^{(p+1)}(z)}{f^{(p)}(z)}\right)\right\}>0$$

$\boldsymbol{U}$ 内で p-valently α-convex である関数からなる $\boldsymbol{A}_p$ の部分族を $\boldsymbol{A}_p(\alpha)$ で表わす.

この関数族 $\boldsymbol{A}_p(\alpha)$ について次の結果を得た.

定理　$f(z)\in\boldsymbol{A}_p(\alpha)$, $\alpha\geqq1$ とするとき

$$\mathrm{Re}\left\{\frac{f^{(p-1)}(z)}{z}\right\}^k>\left\{\frac{1}{3-2\beta(\alpha)}\right\}^k\quad(z\in\boldsymbol{U})$$

が成り立つ．ここで $\beta(\alpha)=\dfrac{-\alpha+\sqrt{\alpha(\alpha+8)}}{4}$, $0<k\leqq1$.

6.　福井誠一（和歌山大教育）**On linear combinations of starlike functions of order α**

$f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_n z^n$ を単位円板 U 内で正則かつ単葉な関数とし，$1>\alpha\geqq 0$ に対し $\mathrm{Re}\{(zf'(z))/f(z)\}>\alpha$ $z\in U$ をみたせば，$f(z)$ を位数 α の星型関数という．この関数の集合を $S^*(\alpha)$ で表す．

今，$f_i(z)\in S^*(\alpha)$，$(i=1,\ 2)$ のとき，複素数 λ に対し $F(z)=\lambda f_1(z)+(1-\lambda)f_2(z)$ とおくとき，$F(z)$ が円板 $\{|z|<r\}(0<r<1)$ 内で位数 μ の星型関数となる条件が得られた．これを報告する．

また，$\mathrm{Re}\{1+(zf''(z)/f'(z))\}>\alpha$，$z\in U$ をみたす関数を位数 α の凸型関数というが，これについても類似の条件が得られる．

7.　谷口彰男（日大文理）・**布川　護**（群馬大教育）**Functions whose derivatives do not assume non-positive real values**

単位円板 U 内での正則関数族として

$$N=\{f:f(z)=1+\sum_{n=1}^{\infty}a_n z^n,\ |\arg f(z)|<\pi,\ z\in U\}$$

$$S^*=\left\{f:f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_n z^n,\ \mathrm{Re}\frac{zf'(z)}{f(z)}>0,\ z\in U\right\}$$

$$K=\left\{f:f(z)=z+\sum_{n=2}^{8}a_n z^n,\ \mathrm{Re}\left(1+\frac{zf''(z)}{f'(z)}\right)>0,\ z\in U\right\}$$

$$N_1=\{f:f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_n z^n,\ f'\in N\}$$

$$N_2=\left\{f:f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_n z^n,\ \exists g\in S^*\ \text{s.t.}\ \frac{f}{g}\in N\right\}$$

$$N_3=\left\{f:f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_n z^n,\ \exists g\in K\ \text{s.t.}\ \frac{f}{g}\in N\right\}$$

を考える．このとき，N_1 族に関する Distortion Theorem と N_2, N_3 族に関する radius of starlikeness を紹介する．

8.　谷口彰男（日大文理）・**布川　護**（群馬大教育）**On the generalization of Avhadiev and Aksent'ev's theorem**

関数 $f(z)$, $f_0(z)$ は単位円板 U 内で正則かつ $f(0)=f_0(0)$ とする．このとき $f(z)$ が $f_0(z)$ にsubordinate $(f(z)\prec f_0(z))$ するとは $f(U)\leqq f_0(U)$ であると定める．次の Littlewood (1925) の結果はよく知られている．

$$\left.\begin{array}{l} f(z)\prec f_0(z) \\ 0<r<1,\ 0<p \end{array}\right\} \Rightarrow \int_0^{2\pi}|f(re^{i\theta})|^p d\theta \leqq \int_0^{2\pi}|f_0(re^{i\theta})|^p d\theta.$$

Avhadiev, Aksent'ev (1973) は次の結果を示した．

$$\left.\begin{array}{l} f(z)\prec f_0(z) \\ 0<r<1 \end{array}\right\} \Rightarrow \int_0^{2\pi}|\mathrm{Re}\,f(re^{i\theta})|d\theta \leqq \int_0^{2\pi}|\mathrm{Re}\,f_0(re^{i\theta})|d\theta.$$

われわれはここで，次の結果を得たので報告する．

$$\left.\begin{array}{l} f(z)\prec f_0(z) \\ 0<r<1, 1\leqq p \end{array}\right\} \Rightarrow \int_0^{2\pi}|\mathrm{Re}\,f(re^{i\theta})|^p d\theta \leqq \int_0^{2\pi}|\mathrm{Re}\,f_0(re^{i\theta})|^p d\theta.$$

9.　（取消）

10.　谷口彰男（日大文理）**負の係数をもつある正則関数族のある表現について**

$B_k>0$, $0\leqq p_k\leqq 1$, $0\leqq\sum_{k=2}^{n}p_k\leqq 1$ なる数列 $\{B_k\}_2^{\infty}$, $\{p_k\}_2^n$ を定める．単位円板 U 内で正則な関数族として

$$A=\{f:f(z)=z-\textstyle\sum_{k=2}^{\infty}a_k z^k,\ a_k\geqq 0\}$$
$$A_1(B_k)=\{f\in A:\textstyle\sum_{k=2}^{\infty}B_k a_k=1\}$$
$$A_1(\{B_k\},\ \{p_k\}_2^n)=\left\{f\in A_1(B_k):\ f(z)=z-\textstyle\sum_{k=2}^{n}\frac{p_k}{B^k}z^k-\sum_{k=n+1}^{\infty}a_k z^k\right\}$$

等を考える．このとき $A_1(B_k)$ の各元が，ある条件の下で，$A_1(\{B_k\},\ \{p_k\}_2^2),\cdots,\ A_1(\{B_k\},\ \{P_k\}_2^n),\cdots$ の各元を用いて表現可能なことを示す．

11.　高橋世知子（奈良女大理）**Carathéodory-Schur の定理と Pick の定理の一般化**

単位円 D の内部の k 個の点 $z_1,\cdots,z_k$ と各 z_i での Taylor 展開の最初の n_i 個の係数 $c_{i\alpha}$ を与える．

$|f(z)|\leq 1$, $f^{(\alpha)}(z_i)=\alpha!\,c_{i\alpha}$ $(1\leq i\leq k,\ 0\leq\alpha\leq n_i)$ である様な D で正則な函数 f が存在する為に必要十分な条件は z_i, $c_{i\alpha}$ から定義されるエルミート行列 H が正定値であることである．この定理は標記の２つの定理を含む．

H の定義および定理の証明に，$c_{i\alpha}$ から成る Schur の三角行列と，２変数 z, ζ の正則函数 $F(z,\ \zeta)$ の Taylor 展開の係数を成分とする行列を用いた．

[1]　J.B. Garnett, Academic Press 1981.
[2]　D.E. Marshall, Michigan Math. J. 21 (1974)
[3]　A.M. Džrbašjan, Soviet Math. Dokl (1977)

12.　山下愼二（都立大理）　A norm for a mean Lipschitz space of holomorhic functions in the disk

周期 2π の複素数値 L^2 関数 $g(t)$ と $g(t+x)$（但，$x>0$）との差の $0\leqq t<2\pi$ での L^2 ノルムが $x\to 0$ のとき x^a（但 $0<a\leqq 1$）の位であるとき，g は（MaL）をみたすという．円板 $|z|<1$ での H^2 関数 f で境界値 $f(e^{it})$ が（MaL）をみたすものの全体を $L(2, a)$ とする．とくに $L(2, 2)$ は BMOA に含まれる．(1) $L(2, a)$ は f のテイラー係数で定まるあるノルム $\|f\|_a$ によりバナーハ空間になる．(2) $\|f\|_2$ はシマとピーターセンによるノルムと一致．いくつかの f について $\|f\|_2$ の上からの評価をのべる．

13.　長田彰夫（岐阜薬科大）　最小絶対値と零点分布についての一注意

単位円 D 内にあって原点を囲む Jordan 閉曲線の全体を S_0，D で非有界正則な関数を f として

$$J(f)=\sup_{c\in S_0}\min_{z\in c}|f(z)|$$

を上から評価する問題を考える．得られた結果は

定理. f の零点が半径 $[0,\ 1)$ 上にあり，マクローリン係数が全て実数ならば

$$J(f)\leq \mathrm{Exp}\{a_0+|a_1|\}$$

ただし，

$$f(z)=z^pF(z),\ \ F(0)\neq 0$$
$$\log F(z)=a_0+a_1z+\cdots.$$

14.　村井隆文（名大理）The power 3/2 appearing in the estimate of analytic capacity

Denjoy は有界閉集合 E が長さ有限の曲線上にありかつ $|E|>0$ ならば $\gamma(E)>0$ であることを示した．しかしながら彼の証明には欠陥があったのでしばらくは Denjoy 予想と呼ばれた．この予想は Davie, Carderón の研究を経て，結局，Marshall によって解かれた．直ちにわかる様に E は長さ 1 のグラフ上にあると思ってもよい．しからばこの問題は $\gamma(E)$ を $|\mathrm{pr}E|$ で下から評価することに帰着する，ここに $\mathrm{pr}E$ は E の実軸への射影である．Marshall の定理以後我々は $\gamma(E)$ と $|\mathrm{pr}E|$ の関係を調べている．

定理. E が長さ 1 のグラフ上にあれば，

$\gamma(E)\geq C_0|\mathrm{pr}E|^{3/2}$（$C_0$：絶対定数）かつこの幅 3/2 は最良である．(今回の新しい部分は 3/2 の最良性のみ.)

15.　酒井　良（都立大理）Finiteness of the family of simply connected quadrature domains

Let L be a functional defined by $L(f)=\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{n_j} b_{jk}\times f^{(k-1)}(w_j)$, where b_{jk} and w_j are complex numbers. Let D be a bounded domain in the w-plane. We say that D is a quadrature domain of L if w_j are all contained in D and $\int_D f(w)\,dudv=L(f)$ $(w=u+iv)$ for every analytic and integrable function f in D. We shall show that the number of simply connected quadrature domains of a given L is finite.

16.　戸田暢茂（名工大）　代数的微分方程式の代数型関数解について

a_{ij} を $|z|<\infty$ での有理形関数として，

$$Q_i(w)=\sum_{j=0}^{q_i}a_{ij}w^j\ \ (i=0,\ 1,\ \cdots,\ n),$$

$a_{0q_0}\neq 0$，$a_{nq_n}\neq 0$，$q_i=\deg Q_i$，とおく．

「$q_i+i<q_n+n$，$(i=0,\ 1,\ \cdots,\ n-1)$」をみたしているとき，微分方程式

$$Q_n(w)(w')^n+\cdots+Q_1(w)w'+Q_0(w)=0$$

の，$|z|<\infty$ での代数型関数解についての 2,3 の結果を報告する．

17.　奥村善英（金沢大自然科）On the number of the global real analytic coordinates for Teichmüller spaces II

G を単位円板 D に作用する $(g\,;n,\,\nu_1,\,\nu_2,\,\cdots,\,\nu_n\,;\,m)$ 型の marked Fuchs 群とする．但し，$\nu_1\leq\nu_2\leq\cdots\leq\nu_n\in\{2,\ 3,\ \cdots,\ \infty\}$ で，G が非初等的 Fuchs 群となるように，$2g+n+m\geq 3$ そして $m=0$ なら $2g-2+\sum_{i=1}^{n}(1-1/\nu_i)>0$ をみたしているとする．G からの Teichmüller 空間 $T(G)$ は，実 $6g-6+2n+3m$（$=l$ とおく）次元解析的多様体になっている．G の双曲元の trace の絶対値は Riemann 面 D/G 上のある閉測地線の長さに実解析的に対応している．前回の講演の拡張を今回は報告します．

定理. $T(G)$ の global な実解析的座標として，G の双曲元達の trace の絶対値達がとれる．また，この変数の個数は，$m\neq 0$ なら l 個に，$m=0$，$n\neq 0$ なら $l+1$ 個に，そして $m=n=0$ なら $l+2$ 個にできる．

この定理より，$(g\,;n\,;m)$，$m\neq 0$ 型なら変数の最小個数が $T(G)$ の実次元と一致することがわかる．

18.　谷川晴美（東工大理）・志賀啓成（東工大理）Teichmüller 空間の Maskit 座標による modular 変換の表現とその応用

S を (p, n) 型 Riemann 面 $(N=3p-3+n>0)$, $C_1 \cdots C_N$ を S 上の互いに交わらない Jordan curve の組で各 C_j は $C_i (i \neq j)$ または S 上の一点もしくは puncture にホモトピックでないものとする．Maskit-Kra は，このような curve の組を用いて S のTeichmüller 空間 $T(S)$ の大域的座標を与えた。これを用いた考察により次の定理を得る．

定理． C_j における Dehn twist から導かれる modular 変換を $\chi_j (j=1, \cdots, N)$ とおくとき，$\chi_1^{n_1} \circ \cdots \circ \chi_N^{n_N}$（各 n_j は整数）が Teichmüller disc を不変にすれば，$n_j \geqq 0$, $j=1, \cdots, N$ または，$n_j \leqq 0$, $j=1, \cdots, N$.

更に，この座標による $T(S)$ の形状とある種の modular 変換の表現について考察する．

19.　古沢治司（金沢女子短大）Poincaré 級数の収束指数について

この結果は，T.M.J. 32（赤座一古沢），T.M.J. 35（S.J. Patterson）の一般化である．

定理． $G_1, G_2 \subset \mathrm{Con}(n)$, H は G_i $(i=1, 2)$ の融合部分群，$G_i \neq H$ $(i=1, 2)$, $\delta(G_1) \geqq \delta(G_2)$ とし $\sum_{g \in G_1 - H} j^{\delta(G_1)}(g, \cdot) = +\infty$ ならば，$\delta(G_{1_H} * G_2) > \delta(G_1)$ である．

$H = id.$ のときは $G_1 * G_2$ は G_1 と G_2 の自由積である．$G_{1_H} * G_2$ は Maskit の Combination theorem の条件をみたし H を融合部分群にもつ離散群である．また $\delta(G)$ は離散級 G の Poincaré 級数の収束指数を示す．

20.　佐藤宏樹（静岡大理）ショットキイ群と古典的ショットキイ群

ショットキイ群は必ずしも古典的ショットキイ群とは限らない（Marden）．ではどのようなとき，ショットキイ群は古典的となるか，これについては Purzitsky（Math. Z. 127 (1972)）と Sato（Tôhoku Math. J. 40 (1988)）を使えば“フックス型のショットキイ群は古典的である”ということが出る．Purzitsky とは全く別の方法で，Purzitsky の結果に対応する定理を証明したので報告する．

$g=2$

定理． $A_1 = A_1(t_1 ; z) = z/t_1$ $(0<t_1<1)$, $A_2 = A_2(t_2, \rho ; z) = \{(\rho - t_2)z + \rho(t_2 - 1)\}/\{(1-t_2)z + (\rho t_2 - 1)\}$ $(0<t_2<1, \rho>0)$ とする．このとき群 $G \equiv G(t_1, t_2, \rho) = \langle A_1, A_2 \rangle$ が discrete, free, purely loxodromic となるための必要十分条件は，G が $G_0 \equiv G(t_{10}, t_{20}, \rho_0) = \langle A_{10}, A_{20} \rangle$ に Möbius 変換の conjugations および Nielsen 変換を有限回ほどこすことにより得られることである：$A_{10} = A_1(t_{10} ; z)$, $A_{20} = A_2(t_{20}, \rho_0 ; z)$, ここで $0<t_{20} \leqq t_{10}<1, 1<\rho_0^{1/2}<(1+t_{10}{}^{1/2} t_{20}{}^{1/2})/(t_{10}{}^{1/2}+t_{20}{}^{1/2})$.

21.　石田　久（京都産大理）HBD 関数と harmonic boundary の連結成分

開 Riemann 面 R 上で，次の HBD 関数の部分族を考える．$HBD_{c0}(R) = \{u \in HBD(R) ; du \in \Gamma_{c0}(R)\}$, $\widehat{HM}(R) = \{u \in HBD(R) ; u = BD - \lim u_n$, u_n は generalized harmonic measure の 1 次結合$\}$, $HM(R) = \{u \in HBD(R) ; du \in \Gamma_{hm}(R)\}$．この時，$HM(R) \subset \widehat{HM}(R) \subset HBD_{c0}(R)$．任意の $u \in \widehat{HM}(R)$ に対して，（必ずしも標準でない）近似列 $\{R_n\}$ と関数列 $\{u_n\}$ $(u_n \in HM(R_n))$ が存在して $\| du - du_n \| \to 0$.

また R 上 $\widehat{HM}$ 関数が定数値関数以外存在しないことと，R の Royden 調和境界 Δ が連結であることとは同値であり，$\dim HBD_{c0}(R) = n (<\infty)$ の時，Δ は丁度 n 個の連結成分からなり，$\widehat{HM}(R) = HBD_{c0}(R) = \{u \in HBD(R) ; u$ は Δ の各成分上定数$\}$ が示せる．このような R の例として，単位円板の限界のない n 葉分岐被覆面 R においては，$\dim HBD_{c0}(R) \leqq n$ である．

$\widehat{HM}(R)$の微分から生成される空間 $\Gamma_{\widehat{hm}}(R)$ の $\Gamma_h(R)$ における直交補空間の特徴づけについても報告する．

22.　柴　雅和（広島大理）・柴田敬一（岡山理大理）開 Riemann 面の span

種数 $g (1 \leqq g < \infty)$ のしるしつき開 Riemann 面の，同じ種数の閉じた接続全体を考える．これらの接続の周期行列の対角成分は $\boldsymbol{C}_g$ の有界部分集合 B をなす．B を含む最小の多重円板を $\Delta_1 \times \cdots \times \Delta_g$ とする．このとき，

$$\sigma(R) = (1/2\pi) \sum_{j=1}^{g} \operatorname{diam} \Delta_j$$

を，しるしつき開 Riemann 面 R の span とよぶことにする．$\sigma(R)$ を一般に見出すことは困難であるが，R がただ 1 つの境界成分をもつ種類 1 の開 Riemann 面で，さらにある種の対称性をもつときには，$\sigma(R)$ が楕円函数を利用して求められる．

23.　柴田敬一（岡山理大理）面積汎函数の第 1 変分に関する注意

γ を $\boldsymbol{R}^3$ 内の Jordan 曲線とし，γ を張る円板型の C^2

-級曲面 S を考える．このとき，もし S が分岐点をもたないならば，S の平均曲率が定数であるための必要十分条件は，体積を不変にする十分滑らかな変形に対して S の表面積が critical なることである．講演では，よく知られたこの定理に対する別証明の概略およびその応用について述べる．

10月5日（水）

24.　米谷文男（京都工繊大工芸）　**流れ函数の有限被覆性**

楠先生が，任意のリーマン面上に実部が標準ポテンシャルである有理型函数（柴氏に従って流れ函数と呼ぶ）を導入して Abel 積分論を確立された折，応用として種数有限，境界成分有限個の境界付きリーマン面が複素球面上有限葉の垂直截線領域に写されることを示し，一般の場合にも流れ函数は複素球面上にそのような被覆を実現するであろうと予想された．種数有限の場合については，森，水本，柴により確かめられてきた．種数無限の場合，境界成分が高々可算という条件付きで予想が成立することを昨春報告した．ここではこの条件を取り除いた次の主張を報告する．

定理．任意のリーマン面上，n 個の極を持ち実部が標準ポテンシャルである有理型函数は複素球面を殆んど至る所 n 葉に被覆する．この結果より，流れ函数は理想境界近傍で有界であること，また複素球面上の有限葉の被覆面として実現され得ないリーマン面上には流れ函数が存在しないこと等が分る．

25.　正岡弘照（京大理）　**非負値細優調和関数のマルチン境界挙動**

昭和61年年会では，非負値細調和関数が quasibounded 部分と singular 部分に分解されることを示した．本講演では，この事実を用いて，非負値細優調和関数のマルチン境界挙動を考察する．以下で R を双曲型リーマン面，Δ を R のマルチン境界，$\omega_z(z\in R)$ を Δ 上の調和測度とする．

定理．$U(\subset R)$ を細開集合とし，u を U 内の非負値細優調和関数とする．このとき，次がなりたつ．

(i)　$U-\{u(z)=\infty\}$ 上，u は細ポテンシャル部分 p, quasibounded 部分 f_1, singular 部分 f_2 に一意的に分解される．

(ii)　u と f_1 は ω_z−a.e. の $\Delta_1(U)$ の点で，共通の細極限を持つ．

ここで，$\Delta_1(U)=\{\zeta\in\Delta:\zeta$ は minimal 点で $R-U$ は ζ で thin である$\}$

26.　田中　博（上越教育大・学校教育）　**擬正則写像の一性質について**

n 次元リーマン多様体 M 上の微分可能な関数 u の gradient Du に対して，積分

$$I(u\,;G)=\int(GDu,\ Du)^{n/2}dx$$

を考える，ここに，G は正値対称行列である．$I(u\,;G)$ を最小にする u を G-調和といい，とくに G が単位行列のとき n-調和という．

G-調和な関数は Royden n-harmonic boundary 上で max, min をとることを示す．また，f が M から N への擬正則写像で，u が N 上の n-調和な関数ならば，$u\circ f$ は G-調和なので，上記の結果を擬正則写像の研究に利用できることを示す．

27.　村澤忠司（京都府大教養）　**調和空間の共役空間の存在とその性質について**

$(X,\ \mathfrak{H})$ は，Green 関数 $K(x,\ y)$ と X 上の各点 x に対して $p(x)>0$ となるポテンシャル p が存在する Bauer の公理の意味での調和空間を表す．定数関数 1 は優調和と仮定する．$\mathbf{V}=(V)_{\lambda>0}$ は $(X,\ \mathfrak{H})$ 上において $K(x,y)$ によって決まるリゾルベント，$\tilde{\mathbf{V}}=(\tilde{V}_\lambda)_{\lambda>0}$ は $\mathbf{V}$ と互いに共役なリゾルベントとする．$\tilde{E}$ は X 上のすべての $\tilde{\mathbf{V}}$-excessive 関数からなる族を示す．このとき，

- potential cone $\tilde{\mathfrak{P}}_c$ が存在し，$\tilde{E}$ の各元は $\tilde{\mathfrak{P}}_c$ の元の増加列の極限で表わされる．
- $(X,\ \tilde{E})$ は balayage space を構成する．
- X 上に，共役な hyperharmonic sheaf $\tilde{\mathfrak{H}}^*$ が存在し，$(X,\ \tilde{\mathfrak{H}}^*)$ は $\tilde{\mathfrak{P}}$-調和空間をなす，また，$\tilde{E}=\tilde{\mathfrak{H}}^*_+$ である．

の結果が得られる．

28.　池上輝男（阪市大理）　**調和空間の duality**

調和空間 X 上につぎの性質をもつ Green 関数が存在するとする．

1)　$(x,\ y)\to k(x,\ y)$ は $X\times X$ 上，非負，下半連続，$x\neq y$ のとき連続．

2)　$x\to k(x,\ y)$ は $\{y\}$ を support とするポテンシャル．

3) support が compact な X 上のポテンシャル p は唯1通りに $p(x)=\int k(x, y)d\mu(y)$ とかける.

このとき X 上に $y\to k(x, y)$ が $\{x\}$ を support とするポテンシャルになる様な調和構造が存在することを示し，その（dual 調和空間）性質を調べる.

29. 渡辺ヒサ子（お茶の子女大理） **可算劣線形汎関数に関する Fatou 型の定理**

位相空間 X の閉集合 F 上の拡張された実数値関数の全体 $J(F)$ から $\boldsymbol{R}^+\cup\{+\infty\}$ への写像 γ が次の性質を持つとき，可算劣加法的線形汎関数であるという：

(i). $\gamma(f)=\gamma(|f|)$, (ii). $\gamma(bf)=b\gamma(f)(b\in\boldsymbol{R}^+)$,

(iii). $f, f_n\geqq 0,\ f\leqq\sum_{n=1}^{\infty}f_n\Rightarrow\gamma(f)\leqq\sum_{n=1}^{\infty}\gamma(f_n)$.

X の開集合 U に対し，$J(\partial U)$ 上の可算劣加法的線形汎関数 γ を与え，∂U 上の関数 f の U への拡張 Φ_f を与え，∂U 上の各点 z に，内部 U からに z 近づく filter F_z を与えるとき，γ-polar 集合を除いた境界上の点 z に対し，

$$F_z-\lim\Phi_f(x)=f(z)$$

となるための十分条件を与える. さらに，γ-polar 集合が，Hauodorff 測度 0 又は，$C_{k.p}$-容量 0 の集合と一致するような γ を作り，調和関数の境界挙動へ応用する.

30. 大津賀　信（学習院大理） **曲線族の重さのついた極値的長さについて**

ユークリッド空間 $\boldsymbol{R}^d$, $d\geqq 2$, において，一点に終る（又は ∞ 点に至る）曲線全体のなす族の，位数 $p>1$ の極値的長さは，$p\leqq d$(又は $p\geqq d$) の時その時に限り ∞ に等しいことが知られている. 今回はこれを重さのついた極値的長さの場合に拡張する. $0<\alpha<d$ のとき，$X\subset\boldsymbol{R}^d$ と重さ w に対して，$f\geqq 0$, $\int|f|^p w\,dx<\infty$, $U_\alpha^f(x)=\int|x-y|^{\alpha-d}f(y)dy\not\equiv\infty$, X 上 $U_\alpha^f=\infty$ である f が存在するならば，X は (α, p, w)-極集合であるという. X が (α, p, w)-極集合であるための必要条件と十分条件を与える. つぎに w がいわゆる Muckenhoupt の A_p 条件をみたすならば，重さのついた極値的長さ $\lambda_p(\Lambda(X)\,;w)$ が ∞ の時その時に限り X は (l, p, w)-極集合であることが分る. ここに $\Lambda(X)$ は X に終るような曲線全体のなす族を表す. 最後に ∞ 点に至る曲線全体のなす族 Λ_∞ に対して，$\lambda_p(\Lambda_\infty\,;w)=\infty$ となるための条件を与える.

31. 水田義弘（広島大総合科） **調和関数の境界値について**

G は $\boldsymbol{R}^n$ 上の有界領域とする. 境界 ∂G に滑らかさを仮定して，条件

$$\int_G\Psi(|\operatorname{grad}u(x)|)\lambda(\rho(x))dx<\infty$$

を満足する G 上の調和関数 u の境界値の存在について論じる. ここに，$\Psi(r)=r^p\psi(r)$, $\psi(r)\geqq 0$, $\psi\nearrow$, $p>1$; $\lambda\geqq 0$, $\rho(x)=\operatorname{dist}(x, \partial G)$. さらに，$\psi$, λ に若干の条件をおいて，関数

$$\kappa(r)=\left(\int_r^1 s^{p'(1-n/p)}[\psi(s^{-1})\lambda(s)]^{-p'/p}s^{-1}ds\right)^{1/p'}$$

を考える. ただし，$1/p+1/p'=1$ とする. このとき，次の命題が成立する：

(1) $\kappa(0)=\infty$ ならば，$\kappa(\rho(x))^{-1}u(x)\to 0$ $(x\to\partial G)$

(2) $\kappa(0)<\infty$ ならば u は G 上有界.

32. 鈴木紀明（広島大理） **A uniqueness therem for superharmonic functions in Lipschitz domains**

D を $\boldsymbol{R}^n$ 内の有界領域とし，$\delta(x)$ で $x\in D$ から境界 ∂D までの距離を表わす. 可積分性の条件による(優)調和関数の一意性について考える.

定理. D 上の優調和関数 u が

$$(*)\qquad\int_D(|u(x)|/\delta(x)^m)dx<\infty$$

を満たしている時,

(1) $m=1$ で D が $C^{1,1}$-領域ならば，u はポテンシャルである.

(2) $m=2$ で D が Lipschitz 領域ならば，$u\equiv 0$ となる.

更に，u を非負値調和関数に限ると，∂D を記述する Lipschitz 関数のノルムに応じた $m(1\leqq m<2)$ に対して,(*)の条件から $u\equiv 0$ が得られる. 特に D が凸領域ならば $m=1$ とできる.

なお，D が C^1-級で $m<1$ ならば，すべての正値優調和関数について(*)が成り立つことを注意しておく.

33. 黒川隆英（鹿児島大教養） **Singular difference integrals と hypersingular integrals について**

$\boldsymbol{R}^n$ 上の関数 u と正整数 l に対し，l 次の階差 $\Delta_t^l u$, l 次の剰余 $R_t^l u$ を次のようにおく.

$$(\Delta_t^l u)(x)=\sum_{j=0}^{l}(-1)^j{}_lC_j\,u(x+(l-j)t),$$

$$(R_t^l u)(x)=u(x+t)-\sum_{|\beta|\leqq l-1}\frac{D^\beta u(x)}{\beta!}t^\beta$$

l, m を正整数とするとき，次の形の積分（singular

E.M. Stein 本 Sing. Int.
第5章 (関数空間の話)

difference integral)

$$D_\varepsilon^{m,l}u(x)=\int_{|t|\geqq\varepsilon}((\Delta_t^l u)(x)/|t|^{n+m})dt,\ \varepsilon>0$$

について次の評価が成り立つ. l が奇数のときは $0<m\leqq l$, l が偶数のときは $0<m\leqq l-1$ とすると

$$\|D_\varepsilon^{m,l}u\|_p\leqq C\sum_{|\alpha|=m}\|D^\alpha u\|_p.$$

ここで C は u, ε に無関係である.

m を正整数, $\alpha>0$ とするとき次の形の積分を hypersingular integral と呼ぶ.

$$H_\varepsilon^{m,l}u(x)=\int_{|t|\geqq\varepsilon}((R_t^m u)(x)/|t|^{n+\alpha})\ \varepsilon^{\alpha-m}\Omega(t)dt,$$

$$\varepsilon>0.$$

ここで $\Omega(t)$ は0次の同次関数であり, $\int_{|t|=1}\Omega(t)t^\beta d\sigma(t)=0$, $|\beta|=m$ をみたす. この積分についての同様の評価についても触れる.

34. 西尾昌治(名大理) α 次放物型作用素に対する正則点の特徴づけについて

$n+1$ 次元ユークリッド空間 R^{n+1} における α ($0<\alpha<1$) 次放物型作用素

$$L=\partial/\partial t+(-\Delta)^\alpha$$

を考える. 但し, R^{n+1} の点を $(x,\ t)(x\in R^n,\ t\in R)$ で表わし, Δ は x-空間のラプラシアンとする. L に関する容量を用いて, 与えられた領域のディリクレ問題に関する正則点について, ウィナー型の特徴づけを与える.

定理. R^{n+1} の領域 Ω の境界点 $(x_0,\ t_0)$ が正則点であるためには, 次の条件 (w) をみたすことが必要十分である.

$$(w)\qquad \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{k}\rho^{k-m}\,\mathrm{Cap}\,(A_{k,m}(x_0,\ t_0)\backslash\Omega)=\infty,$$

ここで, ρ は $\rho>1$ なる定数とし, $S_k=\rho^{-2\alpha k/n}$, $r_0=0$, $r_m=\rho^{m/(n+2\alpha)}(m\geqq 1)$ とおき,

$$A_{k,m}(x_0,\ t_0)=\{(x_0+x,\ t_0-t)\ ;\ S_{k+1}\leqq t\leqq S_k$$
$$r_m\leqq t^{-1/2\alpha}|x|\leqq r_{m+1}\}$$

とする. これよりポアンカレ型の正則点に関する十分条件は, ただちに得られる.

特　別　講　演

瀬川重男(大同工大) Denjoy 領域の Martin 境界と擬等角写像

§1. 平面領域の Martin 境界

球面 $\hat{C}$ 内の領域 D に対して, D の Martin compact 化, Martin 境界, minimal 境界をそれぞれ D^*, $\Delta=\Delta(D)$, $\Delta_1=\Delta_1(D)$ と表す. また $\bar{D}$ を $\hat{C}$ における D の閉包とする.

各 $\zeta\in\partial D=\bar{D}-D$ に対して, $\Delta(\zeta)=\Delta(\zeta,\ D)$ を次の条件をみたす $p(\in\Delta)$ 全体とする: $\bar{D}$ において $z_n\to\zeta$ かつ D^* において $z_n\to p$ となる D 内の点列 $\{z_n\}$ が存在する.

D^* が $\bar{D}$ の'上にある'ためには条件

(1) $\Delta(\zeta)\cap\Delta(\eta)=\phi$ ($^\forall\zeta$, $^\forall\eta\in\partial D$, $\zeta\neq\eta$)

が必要であるが, 実は十分でもある. 即ち, D が (1) をみたすとき, D^* から $\bar{D}$ への連続写像 φ で $\varphi|D=id.$, $\varphi(\Delta)=\partial D$, $\varphi^{-1}(\zeta)=\Delta(\zeta)(^\forall\zeta\in\partial D)$ をみたすものがある.

各 $\zeta\in\partial D$ に対して D 上の正値調和函数で ζ の任意の近傍の外で有界でかつ ζ 以外の正則境界点で境界値0をもつもの全体を HP_ζ と表す. k_p を $p(\in\Delta)$ において極をもつ Martin 函数とする.

Lemma 1. D が条件

(2) $\{k_p : p\in\Delta(\zeta)\}\subset HP_\zeta$ ($^\forall\zeta\in\partial D$)

をみたせば, (1) が成立する. 更に, 任意の $h(\in HP_\zeta)$ に対して, $h=\int k_p d\mu(p)$ となる $\Delta_1(\zeta)=\Delta_1\cap\Delta(\zeta)$ 上の正測度 μ が存在する. 特に, $\Delta_1(\zeta)\neq\phi(^\forall\zeta\in\partial D)$ である.

§2. Denjoy 領域の Martin 境界

以下, D を Denjoy 領域, 即ち $\hat{C}-D\subset R\cup\{\infty\}$, とする. このとき, D は条件 (2) をみたすことが示される. Ancona [1] と Benedicks [2] は, 独立に, 次のことを証明した.

定理A. 各 $\zeta\in\partial D$ に対して, $\Delta_1(\zeta)$ は高々2点から成る.

これと Lemma 1 より, 次を得る.

Lemma 2. 各 $\zeta\in\partial D$ に対して, 次の (i), (ii), (iii) のうちの1つが成立する:

(i) $\Delta(\zeta)=\Delta_1(\zeta)$ は唯1点から成る,

(ii) $\Delta(\zeta)=\Delta_1(\zeta)$ は2点から成る (このとき, ζ は ∂D 内の開区間に含まれる,

(iii) $\Delta(\zeta)$ は2つの minimal 点を端点とする'区間'に同相である.

$x(\in R-\{0\})$ と $\alpha(\in(0,\ 1))$ に対して, $Q=Q(x,\ \alpha)$ を中心が x で1辺の長さが $\alpha|x|$ である開正

方形とする．$\beta_x(\cdot)=\beta_x(\cdot\,;\partial D,\alpha)$ を $Q-\partial D$ 上の調和函数で ∂Q で 1 $\partial D\cap Q$ で 0 となる境界値をもつものとする．この β_x を使って，Benedicks [2] は次の判定条件を与えた：

定理B．∞を D の境界点とするとき，$\Delta_1(\infty)$ が 2 点から成るための必要十分条件は $\int_{|x|\geq 1}(\beta_x(x)/|x|)dx<\infty$である．

次の定理は米谷氏によって証明された([4]参照)．

定理C．∂D の（一次元）測度が正ならば $\Delta_1(\zeta)$ が 2 点から成るような $\zeta(\in\partial D)$ が存在する．

この定理の逆は成立しない（§3 参照）．また，定理Cは「殆んどすべての $\zeta\in\partial D$ に対して，$\Delta_1(\zeta)$ は 2 点から成る」と言い換えられる．

§3. 容量正の境界をもつ Denjoy 領域

E_0 を $[0,1]$ 内の容量正の閉集合とする．増加正整数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ に対して，$E_n=E_0+a_n\ (n>0)$，$E_n=E_0-b_{-n}(n<0)$ とおく．Denjoy 領域 $D=\hat{C}-\cup_{-\infty}^{\infty}E_n$ に対して，次の定理を得る．

定理 1．$\{a_n\}$，$\{b_n\}$ に対して，

(3) $a_{n+1}-a_n\leqq C,\ b_{n+1}-b_n\leqq C\ (n=1,2,\cdots)$

をみたす定数 C が存在すれば，$\Delta_1(\infty, D)$ は 2 点から成る．ここで条件 (3) は「$a_n\leqq Cn,\ b_n\leqq Cn\ (n=1, 2,\cdots)$」で置き換えられない．

証明には Benedicks の判定条件（定理B）が使われる．Cantor の 3 進集合 E_0 と $a_n=b_n=n$ となる $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ に対する上の Denjoy 領域 D を考える．定理1より，$\Delta_1(\infty)$ は 2 点から成る．∂D の（一次元）測度は 0 であるから，この D は定理Cの逆が成立しないことを示す．また，各 $\zeta\in\partial D-\{\infty\}$ に対して，$\Delta(\zeta)$ が唯 1 点から成ることが示される．これに領域の対称性と Lemma 2 を考え合わせることにより，Δ_1 の閉包が Δ に一致しないことが示される．（このことの別の例が Ancona [1] によって与えられている）．

§4. 擬等角不変な Denjoy 領域の Martin 境界

$I_t=[-t, t]$ とおく．Benedicks の判定条件を変形したものを使って，次のことが証明される．

定理 2．0 を境界点とする Denjoy 領域 D に対して

(4) $$\frac{|D\cap I_t|}{t}=O\left(\frac{1}{(\log(1/t))^{1/2}\ (\log\log(1/t))^{\mu}}\right)\quad(t\to 0)$$

をみたす $\mu>1/2$ が存在すれば，$\Delta_1(0)$ は 2 点から成る．ここで，(4) において $\mu=1/2$ とすると，$\Delta_1(0)$ が唯 1 点から成る例がある．

各 $\lambda>0$ に対して，開区間 $J_n(\lambda)$ と Denjoy 領域 $D(\lambda)$ を

$$J_n(\lambda)=((1-\overset{n}{\cancel{e}}{}^{-\lambda})e^{-n},\ (1+\overset{n}{\cancel{e}}{}^{-\lambda})e^{-n}),$$

$$D(\lambda)=H^+\cup H^-\cup(\cup_{n_0}^{\infty}J_n(\lambda))$$

と定義する，ここで $H^+=\{I_m z>0\}$，$H^-=\{I_m z<0\}$．定理2と Lemma 2 より，次を得る．

Lemma 3．$\lambda\leqq 1/2$ ならば $\Delta(0, D(\lambda))$ は唯 1 点から成り，$\lambda>1/2$ ならば $\Delta(0, D(\lambda))$ は 2 つの minimal 点を端点とする‘区間’に同相である．

これと Beurling-Ahlfors の定理[3]より，次の定理を得る．

定理 3．$0<\lambda_1\leqq 1/2<\lambda_2$ をみたす任意の λ_1，λ_2 に対して，$\boldsymbol{C}$ から $\boldsymbol{C}$ への擬等角写像 f で $f(D(\lambda_1))=f(D(\lambda_2))$ をみたしかつ f は $D(\lambda_1)^*$ から $D(\lambda_2)^*$ への同相写像に拡張されないものがある．

文　献

[1] A. Ancona : Ann. Inst. Fourier, **29** (1979), 71-90.

[2] M. Benedicks : Ark. Mat., 18 (1980), 53-71.

[3] A. Beurling and Ahlfors : Acta Math., 72 (1956), 125-142.

[4] S. Segawa : Proc. Amer. Math. Soc., 10~~2~~3, 177 (1988).

[5] S. Segawa : preprint.

10月6日（木）

35. 泉　脩藏（近畿大理工）　**特異点上の曲線族と形式函数の収束**

$(X, 0)$ を被約な複素特異点とし，$G=\{\Gamma_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ を X 上の曲線の族とする．それぞれの局所環を A，B_λ と表す．「G のすべての元に沿って収束する X 上の形式函数は始めから収束している」すなわち「$f\in\hat{A}$，$f|\Gamma_\lambda\in B_\lambda\ (\lambda\in\Lambda)\Rightarrow f\in A$」（$\hat{A}$ は完備化）という性質を (*) とする．（X が滑らかな時については，(*) に対する十分条件は良く調べられてきた．）

定理 1．Γ を X 上の，X の特異点に含まれてしまわない，0 を通る parametrized な曲線とする．Γ と p 次以上の接触を行うすべての parametrized な曲線からなる族 G は性質 (*) を持つ ($p\in\boldsymbol{N}$)．(Tougeron 予想)．

定理 2. $\Pi:(X,\ 0)\to(U,\ 0)$ を固有，有限な全射正則写像とする（U は $\boldsymbol{C}^n$ の開集合）．0 を通る U の直線の族 C が（U, 0）に対して（*）をみたせば，曲線族 $C'=\{\Pi^{-1}(L)\}_{L\in C}$ も（*）をみたす．

36. 米村　崇（筑波大数学）**超曲面の単純 K3 特異点について**

$f\in\boldsymbol{C}[x,\ y,\ z,\ w]$ を非退化な擬斉次多項式とし $X=\{f=0\}$ は原点に孤立特異点を持つとする．

（X, 0）を単純 $K3$ 特異点，すなわち $\pi:(\tilde{X},\ E)\to(X,\ 0)$ を minimal resolution とするとき E が正規 $K3$ 曲面となる，とする．f の weight を $\alpha=\left(\frac{p_1}{p},\ \frac{p_2}{p},\ \frac{p_3}{p},\ \frac{p_4}{p}\right)$ とすると x は weight α の blow-up で与えられ，E の特異点について次が成り立つ．

定理 (1) E の特異点は A 型で，種類と個数は α によって決まり，f のとり方によらない．

(2) E の特異点の rank を $r(\alpha)$ とするとき，

$$r(\alpha)+t(\alpha)-n(\alpha)=19$$

が成り立つ．ここで，

$$t(\alpha)=\#\{\nu\in\boldsymbol{Z}^4_{\geq 0}\mid\sum_{i=1}^4 p_i\nu_i=p\},$$

$$n(\alpha)=\sum_{i=1}^4\#\{\nu\in\boldsymbol{Z}^4_{\geq 0}\mid\sum_{j=1}^4 p_j\nu_j=p_i\}$$ とする．

37. 泊　昌孝（筑波大数学）**正規 Gorenstein $\boldsymbol{d}$ 次元純楕円（0, $\boldsymbol{d-1}$）型特異点の canonical filtration について**

定理　（V, p）を正規 d 次元孤立特異点とするとき，次の 2 条件は同値である．(1)（V, p）は Gorenstein 純楕円（0, $d-1$）型特異点であって canonical resolution を有する（石井の意味で有限生成型）．(2) 局所環 $O_{V,\,p}$ に filtration $F=\{F^k\}_{k\geq 0}$ があって，$F^k\supset F^{k+1}$, $\bigoplus_{k\geq 0}F^k$ は有限生成 $O_{V,\,p}$-代数，であり更に (2)-a $G=\bigoplus_{k\geq 0}F^k/F^{k+1}$ が正規 Gorenstein 環であって，後藤-渡辺(敬)の不変量について $a(G)=0$ (2)-b Proj (G) は有理特異点を持つのみである．：なる 2 条件が成立する．

上記の同値な (1) (2) が成立する時，F は，V の特異点解消 $\varphi:\tilde{V}\to V$ によって定まる cononical filtration $\varphi_*(O_{\tilde{V}}(kK_{\tilde{V}}))\subseteqq O_V$ と一致する事がわかる．F の存在性の判定法についても，講演で述べる．

参：石井 Math. Ann 270, Adv. Studies in Pure Math. 8. 渡辺公夫：Math. Ann 250. 泊：preprint.

38. 渡辺公夫（筑波大数学）**非退化な擬斉次多項式で定義される normal $\boldsymbol{K}$3-surface の transcendental cycle について**

f を単純 $K3$ 特異点を定義する非退化な 4 変数擬斉次多項式とすると，f は 3 次元 weighted projective space の中で normal $K3$-surface S を定義する．このとき，S の特異点を総て通る Weil divisor D で，$S-D$ が Stein 多様体となるものが存在する．H_2 ($S-D$) に 2 次形式を定義し，$S-D$ の negative cycle を M の negative cycle とみることができる．この方法で M の transcendental negative cycle のすべてを捉えることができる．一方，解析的 de Rham 理論により $S-D$ の cycle に正則 2 型式が対応している．この transcendental negative cycle に対応する正則 2 型式を用いると，$\boldsymbol{C}^4$ における単純 $K3$ 特異点の定義式とみた擬斉次多項式 f の weight を保った変形を表現することができる．例えば，f が $x^2+y^3+z^7+w^{42}$ のとき，結果は $x^2+y^3+z^7+w^{42}+t_1zw^{36}+t_2z^2w^{30}+t_3yw^{28}+t_4z^3w^{24}+t_5yzw^{22}+t_6z^4w^{18}+t_7yz^2w^{1}$ 6 $+t_8z^5w^{12}+t_9yz^3w^{10}+t_{10}yz^4w^4$ となる．

39. 児玉秋雄（金沢大理）**A characterization of a complex ellipsoid $\boldsymbol{E(p)}$**

$1\leqq p_1\leqq p_2\leqq\cdots\leqq p_n$ ($n\geqq 2$) である任意の整数の組 $p=(p_1,\cdots,p_n)$ に対して $E(p):|z_1|^{2p_1}+\cdots+|z_n|^{2p_n}<1$ とおくとき，次のことが成立する．

定理. $\boldsymbol{C}^n$ の有界領域 D が条件：(1) $^\exists z_0\in\partial D\cap\partial E(p)$ (2) $^\exists$n.b.d. U of z_0 ; $D\cap U=E(p)\cap U$ (3) $^\exists k_0\in D$, $^\exists\varphi_\nu\in\mathrm{Aut}(D)$; $\varphi_\nu(k_0)\to z_0$, をみたすとする．このとき，$^\exists k\geqq 1$; $p_1=\cdots=p_k=1<p_{k+1}$, かつ集合として $D=E(p)$ である．

系. 整数 $p_1,\cdots,p_n\geqq 2$ と $\boldsymbol{C}^n$ の有界領域 D に対して，条件：(1) $^\exists z_0\in\partial D\cap\partial E(p)$ (2) $\partial D=\partial E(p)$ near p, が成立すると仮定する．このとき，z_0 を集積点にもつ Aut (D) の軌道は存在しない．

この系は，Greene-Krantz (Sp. Lect. Notes 1276 (1987)) における，ある一つの予想に対する肯定的解答を与えている．

40. 阪井　章（阪府大工）**擬凸性の一つの特徴づけ**

定理. D は $\boldsymbol{C}^n$ の滑らかな境界をもつ領域とする．D が擬凸であるための必要十分条件は，D と境界のみを共有する任意の強擬凸領域 D' に対して，$\bar{D}\cap\bar{D}'$ が totally real set になることである．

必要性はすでに証明されている（Math. Ann. 260). 今回は十分性を報告する．この定理はつぎの定理の類似である．

定理． $\boldsymbol{R}^n$ の領域 D が凸であるための必要十分条件は，D と境界のみを共有する任意の強凸領域 D' に対して，$\bar{D}\cap\bar{D}'$ が1点から成ることである．

41. 藤田 収（奈良女大理） **一般な擬凸状域の Hartogs 半径について**

D を $\boldsymbol{C}^n$ の開集合とし，$x=(x_1,\cdots,x_n)\in D$ の x_n に関する Hartogs 半径を $R(x)$，x から D の境界までのユークリッド距離を $d(x)$ と表す．多重劣調和函数の概念の自然な拡張として，位数 λ の擬凸状函数（λ は $0\leqq\lambda\leqq p-1$ をみたす整数）を定義すると，

1. D が位数 λ の擬凸状域 $\Rightarrow$ $-\log R(x)$ が D における位数 λ の擬凸状函数．

2. D が位数 λ の擬凸状域 $\Leftrightarrow$ $-\log d(x)$ が D における位数 λ の擬凸状函数．

が成立する．位数 $n-1$ の場合は，擬凸状域は通常のもの，擬凸状函数は多重劣調和函数を意味し，良く知られた岡先生の結果である．

1 の証明には，上田哲生氏の春の学会講演に関連する結果を用いる．(位数 λ の擬凸状域については，田所 (J. Math. Soc. Japan, **17**)，または，藤田（同 **16**）参照．)

42. 松本和子（奈良女大人間文化） **区分的に滑らかな境界を持つ一般な擬凸状域について**

D を $\boldsymbol{C}^n$ の位数 $n-q(1\leqq q\leqq n)$ の擬凸状域とし，D の境界が次の条件を満たすものとする．

$\partial D\ni{}^{\forall}y$ に対し，y の近傍 U_y と，U_y の C^2 級の real submanifold $M_1,\cdots,M_t$ があって，$D\cap U_y$ は $U_y-\cup M_i$ のいくつかの連結成分より成り立つ（ここで M_i の次先は異なっていてもよく，個数 t は y によって異なっていてもよい）．

このとき D は，Diederich-Fornaess (1985, Invent. Math.) の意味の q-complete with corners（したがって $(n-[n/q]+1)$-complete）である．特に，位数 $n-q$ の擬凸状域 D の境界が C^2 級の real manifold (連結成分の次元が異なっていてもよい）になっているときには，D は q-complete である．

証明には，D が位数 $n-q$ の擬凸状域であれば，$-\log\operatorname{dist}(x,\partial D)$ が位数 $n-q$ の擬凸状函数になるという，藤田収氏の結果を用いる

43. 赤堀隆夫（琉球大理） **The versal family of deformations of complex structures over a strongly pseudo convex domain with complex dimension 3**

ABSTRACT. We construct the versal family of deformations of complex structures over neighborhoods of boundaries of strongly pseudo convex domains with complex dimension 3 with the assumption, i.e., the existence of a holomorphic vector field ζ over a neighborhood of the boundary. This is an improvement of the result, namely, if Ω is a strongly pseudo convex relative compact subdomain of N with complex dimension$\geqq$**4**, then the versal family of complex structures over $\bar{\Omega}$, *in a sense of Kuranishi*, exists.

References

(1) Akahori, T. : The new Neumann operator associated with deformations of strongly pseudo convex domains and its application to deformation theory, Invent math., 68 (1982), 317-352.

(2) Akahori, T. : A criterion for the Neumann type problem over a differential complex on a strongly pseudo convex domain, Math. Ann. 264 (1983), 525-535.

44. 宮嶋公夫（鹿児島大教養） **非退化 Levi 形式を持つ有界領域の変形について**

X を N 次元複素多様体，Ω を smooth な境界を持つ有界領域で，$\partial\Omega$ の Levi 形式は非退化とする．このとき，$T'X$-値 $\bar{\partial}$-複体に関する赤堀型の基本評価式（$\partial\Omega$ が強擬凸で $N\geqq4$，又は，$\partial\Omega$ の Levi 形式が非退化で少なくとも6組の異符号の固有値を持つときは成立することが示されている.）に基づいて，$\bar{\Omega}$ の近傍の変形に関する完備族が構成できることを示す．

45. 佐々木武（熊本大理）・**吉田正章**（九大理） **超幾何微分方程式のテンソル積と種々の関数等式**

線型パッフ型式が与えられるとそれの双対，対称積や外積が定義される．一般に有限個のパッフ型式のテンソル積が定義される．線型パッフ型式として超幾何微分方程式を採ると，種々の（非線型）関数等式が多数統一的に発見される．

46. 鈴木 誠（東工大理） 複素 Monge-Ampère 作用素に対する特異 Dirichlet 問題

M を n 次元 Stein 多様体，その上の体積要素を dV, Ω を M の相対コンパクトな強擬凸開集合とする．境界の滑らかさは仮定しない．即ち，$\bar{\Omega}$ の近傍 N 上に連続な強多重劣調和関数 ρ が存在して，$\Omega=\{z\in N;\ \rho(z)<0\}$ と表されている．Ω 上の多重劣調和関数の族を $P(\Omega)$ とする．Bedford-Taylor の方法に従って，$v\in P(\Omega)\cap L^{\infty}_{\mathrm{loc}}(\Omega)$ に対し $(dd^c v)^n$ を Ω 上の正の Radon 測度とみなす．

定理． $F\in L^{\infty}_{\mathrm{loc}}(\boldsymbol{R}\times\Omega)$, $F\geqq 0$, $t\in\boldsymbol{R}$ を固定すれば $F(t,\cdot)$ は Ω 上有界，$z\in\Omega$ を固定すれば，$t\to F(t,z)$ は連続かつ単調非減少とする．このとき，正定数 k に対し，$\boldsymbol{R}\times\Omega$ 上で $F(t,z)\geqq e^{kt}$ をみたすならば，

$$u(z):=\sup\{v(z)\,;\,v\in P(\Omega)\cap L^{\infty}_{\mathrm{loc}}(\Omega),\ (dd^c v)^n\geqq F(v,z)dV\}$$

は，次の特異 Dirichlet 問題の解である：

$$u\in P(\Omega)\cap L^{\infty}_{\mathrm{loc}}(\Omega)$$
$$\lim_{z\to\zeta}\sup u(z)\equiv+\infty \quad \zeta\in\partial\Omega$$
$$(dd^c u)^n=F(u,z)dV.$$

47. 城崎 学（金沢大自然科） Defect relations for moving hyperplanes

非退化な正則曲線 $f:\boldsymbol{C}\to\boldsymbol{P}^n(\boldsymbol{C})$ に対し，一般の位置にある hyperplanes の defects の和が，$n+1$ 以下であるという defect relation はよく知られている．W. Stoll は，moving hyperplanes の場合に，defect bounds $n(n+1)$ を与えた．

ここでは与えられた一般の位置にある moving hyperplanes $H_1,\cdots,H_q$ に対し，$\boldsymbol{P}^n(\boldsymbol{C})$ の p 次元射影部分空間 P で，$\{H_j\cap P:1\leqq j\leqq q\}$ が，P 内の一般の位置にある hyperplanes になるものが存在するという仮定の下で，defect bounds $n(n+1)/(p+1)$ を与える．ただし，$0\leqq p\leqq n-1$. これは，Stoll の結果の一般化である．

48. 西野利雄（九大工） ピカール写像の代数的除外曲線について

$(f):\boldsymbol{C}^2\to\boldsymbol{C}^2$ を，2つの2変数整函数による写像とし，$(R):\boldsymbol{C}^2\to\boldsymbol{C}^2$ を，2つの2変数多項式による写像とする．もしこれらが函数方程式

$$(f)(ax,by)=(R)(f)(x,y) \quad |a|>1,\ |b|>1$$

をみたすならば，(f) を (R) に関するピカール写像と云うことにする．ピカール写像 (f) の除外値集合 E に対して，次のことがいえる．

E が代数曲線ならば，それは $\boldsymbol{C}^2$ の代数的自己同型で

$$X=0,\ XY=0,\ X^nY+1=0$$

(n は正の整数) のどれかに帰着出来るものに限る．

特　別　講　演

上田哲生（京大教養） 一般位数の擬凹集合と解析的集合の真性特異点

1. X を解析空間，Y を解析的集合 $\subset X$, E を純 q 次元解析的集合 $\subset X-Y$ とする．E の真性特異点全体を S で表わす．$q\geqq\dim Y$ ならば，Thullen-Remmert-Stein の定理によって，S は Y のいくつかの q 次元既約成分の和となる．ここでは，$q<\dim Y$ の場合の S の性質を考えたい（定理4）．

2. q を整数 $\geqq 0$ として，n 次元複素多様体 X の q 位擬凹集合（その全体を $H(q,X)$ で表わす）の定義をする．([1],[6])．$E\in H(q,X)$ とは E が閉集合 $\subset X$ で，q 位の連続性定理をみたす――即ち，X の局所座標系に関する多重円板 $\Delta^q\times\Delta^{n-q}$ で $(\Delta^q\times\partial\Delta^{n-q})\cap E=\phi$ なるものについて，$(c\times\Delta^{n-q})\cap E$ がすべての $c\in\Delta^q$ について常に ϕ であるかまたは常に $\neq\phi$ である――ことをいう．$q=n-1$ の場合は通常の擬凹集合である．また，$H(0,X)=\{X$ の閉集合$\}$, $H(n,X)=\{X$ の開かつ閉集合$\}$, $q\geqq n+1$ のときは $H(q,X)=\{\phi\}$ と定める．q 位擬凹集合は「各既約成分が少くとも q 次元の解析的集合」を拡張したものと考えられる．

3. q を整数 $\geqq 0$, E を閉集合 $\subset X$ とする．点 $p\in E$ が第一種であるとは，p の近傍 V で，$E\cap V$ が V の純 q 次元解析的集合となるものがあることをいう．そうでない点を第二種であるという．E の第二種の点全体を E の（q 位の）導集合とよび $d(E)$ で表わす．

定理 0. $E\in H(q,X)$ ならば $d(E)\in H(q,X)$.
$q=n-1$ の場合は [4], [3]；一般の場合は [6] による．

4. X の開集合 U 上の C^2 級実数値関数 φ が q-擬凸とは U の各点で φ の Levi 形式が少くとも $n-q+1$ 個の正固有値を持つことをいう．このような φ 全体を $P(q,U)$ で表わす．$H(q,X)$ の集合を，関数族 $P(q,U)$, $U\subset X$ についての最大値原理で特徴づけることができる：

定理 1. 閉集合 E が $H(q,\ X)$ に属することと，次とは同値である：「任意の開集合 U, 及び任意の $\varphi\in P(q,\ U)$ について，$\varphi|_{E\cap U}$ は最大値をとらない.」ここで，「最大値」を「狭義最大値」でおきかえてもよい.

同様の結果は [5] にもある.

この定理を用いると容易に次が証明できる：

定理 2. Y は X の複素部分多様体，$E\subset Y$ とするとき，$E\in H(q,\ X)$ と $E\in H(q,\ Y)$ とは同値.

5. X が解析空間の場合，$E\subset X$ が q 位擬凹であるということを次のように定義する：X の開集合 V で，$D\subset \boldsymbol{C}^N$ の解析的集合 $\tilde{V}$ と同型対応 $\iota: V\rightleftarrows\tilde{V}$ があるものについて $\iota(E\cap V)\in H(q,\ D)$ が成立つ．この定義が多様体の場合の拡張であることは，定理 2 からわかる．（註：X が解析空間の場合，$n-1$ 位擬凹集合は，局所的にスタイン開集合の補集合とは限らない.）

6. 以下では，A は X の閉集合で，局所的に多重劣調和関数の極であるとする．定理 1 を用いて，q 位擬凹集合の接続定理が証明できる：

定理 3. $E\in H(q,\ X-A)$ ならば $\bar{E}\in H(q,\ X)$.

系. X の開集合 D が $\partial D-A$ の各点で擬凸ならば，$(D\cup A)^\circ$ は擬凸.

即ち，境界の充分小さい部分を除いて D が擬凸ならば，D を少し修正して，境界の各点で擬凸な領域にできる.

定理 4. (i) E を $X-A$ の純 q 次元解析集合とすると，E の真性特異点の集合 $S\in H(q,\ X)$. (ii) とくに A が X の解析的集合ならば，$S\in H(q,\ A)$.

$S=d(\bar{E})$ に注意すればこれは，定理 3 と定理 0 とから直ちに従う．[2] では，Thullen-Remmert-Stein の定理の別証明が，導集合の理論（定理 0）を用いて与えられている．定理 4 はこの方法の拡張といえる.

定理 5. D を $\boldsymbol{C}^q$ の領域で $0\in D$ とする．f は $D-\{0\}$ から X への正則写像で，0 を特異点とするものとする．f の 0 における集積値集合は，X の q 位擬凹集合である.

これは，写像のグラフに定理 4 を適用して証明できる．例えば，X が Hopf 多様体のときは，$q\geqq 2$ についてこのような状況がおこる.

引用文献

[1] O. Fujita, J. Math. Soc. Japan 16 (1964).

[2] K. Katô, J. Math. Soc. Japan 18 (1966).

[3] T. Nishino, J. Math. Kyoto Univ. 1 (1962).

[4] K. Oka, J. Sci. Hiroshima Univ. Ser A, 4 (1934).

[5] Z. Slodkowski, J. Math. Analy. and Appli. 115 (1986).

[6] M. Tadokoro, J. Math. Soc. Japan 17 (1965).