

1988
March-April

日 本 数 学 会
昭 和 63 年 年 会
講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函 数 論

時 …… 3月31日・4月1日・2日

所 …… 立教大学 (第V会場)

3月31日	9:30~12:00	普通講演	1~9
	13:30~15:45	普通講演	10~17
4月1日	9:00~12:00	普通講演	18~28
	13:30~14:30	特別講演	
4月2日	9:00~12:00	普通講演	29~40
	13:30~15:30	普通講演	41~47
	15:45~16:45	特別講演	

3月31日 (木)

9:30~12:00

1. 尾和 重義 (近畿大理工)
Z. Wu (Tongji Univ.) On Sakaguchi functions of order α 15
F. Ren (Fudan Univ.)
2. 尾和 重義 (近畿大理工) Some criteria for starlikeness and spirallikeness 15
M. Obradović (Univ. of Belgrade)
3. 尾和 重義 (近畿大理工) Certain subclass of analytic functions 15
C.Y. Shen (Simon Fraser Univ.)
4. 尾和 重義 (近畿大理工) Integral operators of certain p -valent functions 15
O.P. Ahuja (Univ. of Papua New Guinea)
5. 齋藤 齊 (群馬工高専) On certain class of analytic functions satisfying $\operatorname{Re}\{f(z)/z^p\} > 0$ 10
布川 護 (群馬大教育)
尾和 重義 (近畿大理工)
福井 誠一 (和歌山大教育)
6. 布川 護 (群馬大教育) A remark on certain multivalent functions 10
尾和 重義 (近畿大理工)
7. 福井 誠一 (和歌山大教育) An application of Jack's lemma 15
尾和 重義 (近畿大理工)
8. 谷口 彰男 (日大文理) 固定された有限個の係数をもつある正則関数族について 15
9. 関根 忠行 (日大理工) ある負係数を持った p -valent な関数の quasi-Hadamard product 10
谷口 彰男 (日大文理) について

13:30~15:45

10. 戸田 暢茂 (名工大) $(w')^n = P(z, w)/Q(z, w)$ の代数型関数解について 15
11. 石崎 克也 (千葉大理) ある微分多項式の値分布とその応用について 15
12. 橋本 有司 (愛知工大) Exceptionally ramified な有理型関数が存在する Picard 集合 15
松本 幾久二 (名大教養)
13. 瀬川 重男 (大同工大) 擬等角同値な Denjoy 領域の Martin 境界 10
14. 相川 弘明 (学習院大理) L^p 容量と Hausdorff 測度の比較 15
15. 水田 義弘 (広島大総合科) グリーンポテンシャルの境界値の存在について 15
16. 鈴木 紀明 (広島大理) On the Huygens property of non-negative parabolic functions 15
17. 伊藤 正之 (名大教養) Frostman-Kunugui 核, Dirichlet 核に関する一注意 10

4月1日 (金)

9:00~12:00

18. 中嶋 真澄 (立教大理) 巾級数の収束円上でのある挙動に対する一注意 5
19. 二宮 春樹 (大阪工大) Mizohata 型方程式の解の函数論的構造について 15
20. 加藤 芳文 (名大工) The determinants of matrices whose elements decrease geometrically 15
21. 齋藤 三郎 (群馬大工) Pick-Nevanlinna の補間問題について 15
22. 柴田 敬一 (岡山理大理) Dirichlet 内積の消滅 15
23. 谷口 雅彦 (京大理) 一般のリーマン面の pinching 変形と変分公式 15
24. 栗林 暲和 (中央大理工) フックス群とリーマン面の存在定理 15
木村 秀幸 (東工大)
25. 加藤 崇雄 (山口大理) Trigonal リーマン面からなる空間の部分空間について 15
26. 諸沢 俊介 (東北大) 無限生成 Fuchs 群の極限集合 15
27. 奥村 善英 (金沢大理) On the number of the global real analytic coordinates for Teichmüller spaces 15
28. 中西 敏浩 (静岡大) Teichmüller 空間の外半径について 15
山本 博夫 (防衛大)

特別講演

13:30~14:30

村井 隆文 (名大教養) 解析的容量について

4月2日(土)

9:00~12:00

29.	笹山 浩良 (笹山研)	On the generalized Cauchy-Riemann equations as necessary and sufficient sub-conditions for left (right) Fréchet-differentiability in certain special n -dimensional hyper-complex extensions of normed linear spaces	10
30.	佐野 公朗 (早大理工)	複素クリフォード解析におけるコーシーの積分公式	15
31.	神谷 茂保 (岡山理大工)	$U(1, n; \mathbf{C})$ の discrete subgroups の $\partial B^n \times \cdots \times \partial B^n$ の作用について	15
32.	阿部 幸隆 (富山大理)	Toroidal group 上の等質直線束	10
33.	郡 敏昭 (早大理工)	\mathbf{C}^n 内の有界領域の外部の閉 $(n, n-1)$ 形式のポホナー・マルチネリ表現	15
34.	郡 敏昭 (早大理工)	強擬凸領域の境界まで連続な正則関数のつくる空間の双対について	15
35.	上田 哲生 (京大教養)	一般位数の擬凹集合と Thullen-Remmert-Stein の定理の拡張	15
36.	大沢 健夫 (京大数理研)	An extension of Hodge theory to Kähler spaces with isolated singularities	10
37.	大沢 健夫 (京大数理研)	On the extension of L^2 holomorphic functions II	10
38.	大沢 健夫 (京大数理研)	On the rigidity of noncompact quotients of bounded symmetric domains	10
39.	風間 英明 (九大教養)	Elliptic curve 上の位相的自明な正則束の剛性について	10
40.	風間 英明 (九大教養) 孫 光鎬 (釜山工大)	Diophantine 近似による, $\text{Pic}^0(T^n)$ の点の分類と $\bar{\partial}$ -cohomology	15

13:30~15:30

41.	足立 幸信 鈴木 昌和 (九大工)	On the family of holomorphic mappings into projective spaces with lacunary hypersurfaces	15
42.	鈴木 昌和 (九大工)	有界領域を普遍被覆にもつ複素多様体への正則写像の除去可能特異点について	15
43.	鈴木 昌和 (九大工)	\mathbf{P}^1 上の巡回的分岐被覆リーマン面について	15
44.	泊 昌孝 (筑波大数学) 渡辺 敬一 (東海大理)	\mathbf{C}^* -action を持つ特異点の cyclic covering について	15
45.	田島 慎一 (新潟大教養)	Generic な CR 多様体上の CR-hyperfunctions の台の形状	15
46.	寺田 俊明 (滋賀医大)	超幾何微分方程式系 (F_1) の Wronskian について	10
47.	大貝 聖子 (明治学園高) 梶原 壤二 (九大理) 菅原 宣子 (福岡工大) 西原 賢 (福岡工大)	連続関数の正則関数による近似について	15

特別講演

15:45~16:45

榎 一郎 (阪大教養) 半正直線束の高次コホモロジー群と小平次元について

1. 尾和重義 (近畿大理工)・Zhworen Wu (Tongji Univ.)・Fuyao Ren (Fudan Univ.) On Sakaguchi functions of order α

U を単位円板, A を U 内の解析関数

$$f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$$

からなる関数族とする. $S_s(\alpha)$ を

$$\operatorname{Re}\{zf'(z)/(f(z)-f(-z))\} > \alpha \quad (0 \leq \alpha < 1/2; z \in U)$$

を満たす関数 $f(z)$ からなる A の部分族とする.

このとき, $S_s(\alpha)$ の関数 $f(z)$ は order α の Sakaguchi function とよばれる.

ここでは, order α の Sakaguchi function に関して得られた若干の結果を報告する.

2. 尾和重義 (近畿大理工)・M. Obradović (Univ. of Belgrade) Some criteria for starlikeness and spirallikeness

U を単位円板, A を $f(0)=0, f'(0) \neq 0$ を満たす U 内の解析関数の族とする. 関数 $f(z) \in A$ が

$$\operatorname{Re}\{zf'(z)/f(z)\} > \alpha \quad (0 \leq \alpha < 1; z \in U)$$

を満たすとき, $f(z)$ は order α の starlike であるといわれる. また, 関数 $f(z) \in A$ が

$$\operatorname{Re}\{e^{i\lambda}zf'(z)/f(z)\} > 0 \quad (\lambda \in \mathbf{R}, |\lambda| < \pi/2; z \in U)$$

を満たすとき, $f(z)$ は λ -spirallike であるといわれる.

ここでは, A の関数 $f(z)$ の starlikeness および spirallikeness に対する条件を与える.

3. 尾和重義 (近畿大理工)・C. Y. Shen (Simon Fraser Univ.) Certain subclass of analytic functions

U を単位円板, A を U 内の解析関数

$$f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$$

からなる関数族とする. $H(\alpha, \beta)$ を

$$\operatorname{Re}\{\sqrt{f(z)}/z + \alpha z(\sqrt{f(z)}/z)'\} > \beta \quad (\alpha \geq 0, 0 \leq \beta < 1)$$

を満たす関数 $f(z)$ からなる A の部分族とするとき,

O. Altintas は

$$f(z) \in H(\alpha, \beta) \Rightarrow \operatorname{Re}\sqrt{f(z)}/z > \beta \quad (z \in U)$$

を示した. ここでは,

$$f(z) \in H(\alpha, \beta)$$

$$\Rightarrow \operatorname{Re}\sqrt{f(z)}/z > (\alpha + 2\beta)/(\alpha + 2) \quad (z \in U)$$

を証明する. これは O. Altintas の結果よりも良い結果である.

4. 尾和重義 (近畿大理工)・O. P. Ahuja (Univ. of Papua New Guinea) Integral operators of certain p -valent functions

U を単位円板, $A(p)$ を U 内の解析関数

$$f(z) = \sum_{k=p}^{\infty} a_k z^k \quad (a_p = 1, p \in \mathbf{N})$$

からなる関数族とする. $A(p)$ の関数 $f(z)$ に対して,

$$D^{n+p-1}f(z) = z^p/(1-z)^{n+p} * f(z) \quad (n > -p)$$

と定義し,

$$\operatorname{Re}\{z(D^{n+p-1}f(z))'/D^{n+p-1}f(z)\} > \alpha \quad (0 \leq \alpha < p, n > -p)$$

を満たす関数 $f(z)$ からなる $A(p)$ の部分族を

$R_{n+p-1}(\alpha)$ とする.

$A(p)$ の関数 $f(z)$ に対して, 積分作用素

$$J(f) = \frac{p+\gamma}{z^{\gamma}} \int_0^z t^{\gamma-1} f(t) dt$$

を導入し, $J(f)$ についての若干の結果を報告する.

5. 斎藤 齊 (群馬工高専)・布川 護 (群馬大教育)・尾和重義 (近畿大理工)・福井誠一 (和歌山大教育) On certain class of analytic functions satisfying $\operatorname{Re}\{f(z)/z^p\} > 0$

単位円板 $U = \{z \mid |z| < 1\}$ で analytic かつ $\operatorname{Re}\{f(z)/z^p\} > 0$ である関数 $f(z) = z^p + \sum_{n=p+1}^{\infty} a_n z^n$ の集合を S_p とする (p は正の整数).

この集合 S_p について, 次の結果を得た.

定理 1. $f(z) \in S_p$ ならば $f(z)$ は $|z| < (\sqrt{1+p^2} - 1)/p$ で p -valently starlike である. この結果は sharp である.

定理 2. $f(z) \in S_p$ が $f(z) = z^p + 2bz^{p+1} + \sum_{n=p+2}^{\infty} a_n z^n$ で与えられるとき, $f(z)$ は $|z| < r_0$ で p -valently starlike である. ただし r_0 は次の方程式の最小正根である. この結果は sharp である. $p+2b(p-1)r - 4r^2 - 2b(p+1)r^3 - pr^4 = 0$.

6. 布川 護 (群馬大教育)・尾和重義 (近畿大理工) A remark on certain multivalent functions

$A(p)$ は単位円 $U = \{z \mid |z| < 1\}$ で analytic な関数

$$f(z) = z^p + \sum_{n=p+1}^{\infty} a_n z^n$$

の集合とする. $CA(p, \alpha, \beta)$ を $A(p)$ の部分集合で

$$\operatorname{Re}\{(1-\alpha)zf'(z)/f(z) + \alpha(1+zf'(z)/f'(z))\} < \beta$$

($z \in U$) をみたす関数の集合とする. ただし α, β は実数で $p < \beta$ とする. つぎに $B(p, \beta, \gamma)$ を $A(p)$ の部分集合で p -valently starlike な関数 $g(z)$ が存在して

$$\operatorname{Re}\{zf'(z)/f(z)^{1-\beta}g(z)^{\beta}\} > \gamma \quad (z \in U)$$

をみたす関数の集合とする. ただし $\beta > 0$ で $0 \leq \gamma < p$ とする.

定理. $f(z) \in \mathcal{CA}(p, \alpha, \beta)$, $\alpha \neq 0$, $p < \beta$ かつ $|\beta/\alpha| \leq 1/2$ ならば $f(z)$ は U で p -valent であり, もしも $0 \leq -2\beta/\alpha \leq 1$ ならば $f(z) \in \mathcal{B}(p, 1/\alpha, 2^{2/\alpha})$.

7. 福井誠一 (和歌山大教育)・尾和重義 (近畿大理工) An application of Jack's lemma

$f(z) = z + a_2 z^2 + \dots$ を単位円板内で正則な関数とし, $\alpha > -1$ に対し, $D^\alpha f(z)$ を $z(1-z)^{-\alpha-1}$ と $f(z)$ の Hadamard product とする. このとき Jack の補題によって, 次の結果が得られた. これを報告する. 実数 $\alpha (\alpha \geq 0)$ と $\beta (0 \leq \beta < 1)$ に対し, $|z^{-1} D^{\alpha+1} f(z) - 1| < 1 - \beta$, $|z| < 1$ が満たされているなら $\operatorname{Re}(e^{i\gamma} z^{-1} D^\alpha f(z)) > 0$ が成立する. ここに, $|\gamma| < \pi/2 - \sin^{-1}(1 - \beta)$ である.

8. 谷口彰男 (日大文理) 固定された有限個の係数をもつある正則関数族について

$a_k \geq 0, B_k > 0, 0 \leq p_k \leq 1, 0 \leq \sum_{k=2}^n p_k \leq 1$ なる $\{a_k\}, \{B_k\}, \{p_k\}$ に対し, 関数族

$$A = \{f: f(z) = z - \sum_{k=2}^n a_k z^k \text{ regular in } |z| < 1\},$$

$$A(B_k) = \{f \in A: \sum_{k=2}^n B_k a_k \leq 1\},$$

$$A(B_k, p_k; n) = \{f \in A(B_k):$$

$$f(z) = z - \sum_{k=2}^n (p_k/B_k) z^k - \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k z^k\}$$

を考える. 族 $A(B_k), A(B_k, p_k; n)$ における closure theorem, starlikeness, convexity などについての結果が得られたので報告する. これらは S. Owa and H. Srivastava (1987 年) の結果の拡張になる.

9. 関根忠行 (日大理工)・谷口彰男 (日大文理) ある負係数を持った p -valent な関数の quasi-Hadamard product について

$A_0(p)$ を単位円内において analytic, p -valent で次の様な関数の集合とする.

$$f(z) = a_p z^p - \sum_{n=1}^{\infty} a_{p+n} z^{p+n} \quad (a_p > 0, a_{p+n} \geq 0, p \in \mathbb{N}).$$

$$T_0^*(p, \alpha) = \{f \in A_0(p): \operatorname{Re}\{z f'(z)/f(z)\} > \alpha\},$$

$$C_0(p, \alpha) = \{f \in A_0(p): \operatorname{Re}\{1 + z f''(z)/f'(z)\} > \alpha\} \\ (0 \leq \alpha < p).$$

我々は V. Kumar が $p=1$ の場合に得た星型, 凸型単葉関数の quasi-Hadamard product についての結果を拡張する.

10. 戸田暢茂 (名工大) $(w')^n = P(z, w)/Q(z, w)$ の代数型関数解について

$a_0, \dots, a_p, b_0, \dots, b_q$ を共通零点のない整数とし

$P(z, w) = \sum_{j=0}^p a_j w^j, Q(z, w) = \sum_{k=0}^q b_k w^k$ ($a_p, b_q \neq 0$) とおく. そして $w = w(z)$ を, 有理形関数上既約な微分方程式 $(w')^n = P(z, w)/Q(z, w)$ の $|z| < \infty$ での n 価代数型関数解とする.

$$\text{定義. } T(r, a_j/b_q) = S(r, w) \quad (0 \leq j \leq p),$$

$$T(r, b_k/b_q) = S(r, w) \quad (0 \leq k \leq q-1)$$

をみたしているとき, w は admissible であるという.

定理. $q > 0, D(z) \neq 0$ のとき, w が admissible ならば $n < \dots$. ただし, $D(z)$ は $Q(z, w) = 0$ の判別式.

11. 石崎克也 (千葉大理) ある微分多項式の値分布とその応用について

f を $|z| < \infty$ で, 有理型な関数とし, f の多項式もしくは f の微分多項式の零点の値分布を調べることは, Doeringer (1982), Toda (1983), Weissenborn (1986) などの先生方によって行なわれている. ここでは, $P[f], Q[f]$ を f に対して small な関数を係数とする恒等的に零でない微分多項式で Q の重みは $n-2$ を越えないとすると, 微分多項式 $\Psi = f^n P[f] + Q[f]$ ($n \geq 2$) についての結果を述べることにする.

定理. P の次数を γ とすると

$$2T(r, f) \leq \bar{N}(r, f) + \bar{N}(r, 1/f) \\ + (1+\gamma)\bar{N}(r, 1/\Psi) + S(r, f).$$

この定理の応用として $P[w], Q[w]$ は有理型関数を係数とする微分多項式, $H(w^{(k)})$ は $w^{(k)}$ の多項式とする. γ を P の次数, Γ_P を P の重み, Γ_Q を Q の重みとする. $\max\{\Gamma_P + n, (\gamma+1)(\gamma+n)\} < h, \Gamma_Q \leq n-2$ ならば, D. E. $\{H(w^{(k)})\}^h = w^n P[w] + Q[w]$ ($k \geq 0, n \geq 2$) は $P \neq 0, Q \neq 0$ の仮定のもとで許容解をもたない.

12. 橋本有司 (愛知工大)・松本幾久二 (名大教養) Exceptionally ramified な有理型関数が存在する Picard 集合

E を複素球面 $\hat{\mathbb{C}}$ の totally disconnected な compact 集合とし, \mathcal{M}_E を E の近傍において定義され, E の各点を真性特異点とする有理型関数の族とする.

このとき, 次の性質をみたま E が存在する.

(1) $f \in \mathcal{M}_E$ で exceptionally ramified なものが存在する.

(2) 任意の $f \in \mathcal{M}_E$ の Picard 除外値の個数は高々 2 である.

すなわち, -1 と 1 において重複度 5 の分岐点をもつ $\hat{\mathbb{C}}$ の 5 葉の被覆面の, 4 枚に $\nu_{n+1} (> 1)$ と ∞ を結ぶ slits を入れ, 1 枚に ν_n と ∞ を結ぶ slit を入れた

(ただし, $n=0$ のときはこの slit は入れない) 被覆面を F_n , さらに各 F_n に 4 個の F_{n+1} を逐次 ($n=0, 1, 2, \dots$) はりあわせた被覆面を F として, $\lim_{n \rightarrow \infty} \nu_{n+1}/\nu_n = \infty$ をみたます F を \hat{C} に等角写像したときの像を $\hat{C}-E$ とすれば, E が上記性質をみたす集合である.

13. 瀬川重男 (大同工大) 擬等角同値な Denjoy 領域の Martin 境界

2 つの平面領域の間の擬等角写像が必ずしもそれらの Martin 完閉化の間の同相写像に拡張されないことは既に知られているが, このことのより簡単な例として次のことを報告する.

0 を境界点とする Denjoy 領域 D_1, D_2 と平面の擬等角写像 f で次の条件をみたすものがある:

- (i) 0 の上にある D_i の minimal 境界点は i 個 ($i=1, 2$),
- (ii) $f(D_1) = D_2, f(0) = 0$.

ここで, $C-D \subset \mathbb{R}$ となるとき, D は Denjoy 領域と呼ばれる.

14. 相川弘明 (学習院大理) L^p 容量と Hausdorff 測度の比較

k が $[0, \infty)$ 上の非負単調減少下半連続関数の時, $k * f = \int k(|x-y|) f(y) dy$ と書き, L^p 容量を

$$C_{k,p}(E) = \inf \{ \|f\|_p^p; k * f \geq 1 \text{ on } E, f \geq 0 \}$$

で定義する. H_h を測度関数を h とする通常の Hausdorff 測度とする. $C_{k,p}$ が劣加法的であることから, $h(r) = C_{k,p}(\{|x| < r\})$ の時 $H_h(E) = 0 \Leftrightarrow C_{k,p}(E) = 0$ となるのは明らかであるが, k が Bessel 核ならば $H_h(E) < \infty \Leftrightarrow C_{k,p}(E) = 0$ となることが知られている. ここでは最近の Kerman-Sawyer のノルム不等式を応用することにより, 一般の核 k に対しても $H_h(E) < \infty \Leftrightarrow C_{k,p}(E) = 0$ となることを示す. また逆に $C_{k,p}(E) = 0 \Leftrightarrow H_h(E) = 0$ となる h の条件も考える. これらが最良であることは秦野による Cantor 集合の Bessel 容量の評価を一般化することによって示される.

15. 水田義弘 (広島大総合科) グリーンポテンシャルの境界値の存在について

単位球 D のグリーン関数を $G(x, y)$ とし, D 上の関数 f のグリーンポテンシャルを $Gf(x)$ とする. すなわち,

$$Gf(x) = \int_D G(x, y) f(y) dy.$$

f が条件: $\int_D |f(y)|^p \omega(|f(y)|) (1-|y|^2)^\alpha dy < \infty$ を満足するとき, $Gf(x)$ はほとんど全ての境界点で angular limit をもつことを報告したい; ここで,

- (i) $n=2$ のとき, $p=1, \alpha \leq 1, \omega(r) = \log(2+r)$,
- (ii) $n \geq 3$ のとき, $p=n/2, \alpha \leq n-1, \omega$ は区間 $[0, \infty)$ 上の正値単調増加関数で

$$(w1) \quad \omega(2r) \leq \text{const.} \omega(r),$$

$$(w2) \quad \int_1^\infty \omega(r)^{-1/(p-1)} r^{-1} dr < \infty$$

を満足するものとする.

$n=2, p=1, \alpha=1$ の場合は, E. B. Tolsted の結果と一致する. また, $2p > n$ のときは K. O. Widman, J.-M. G. Wu 等により, 対応する結果はすでに証明されている.

16. 鈴木紀明 (広島大理) On the Huygens property of non-negative parabolic functions

領域 $D = \Omega \times (0, T)$ (Ω は \mathbb{R}^n の領域, $0 < T \leq \infty$) 上の熱方程式に関する Green 関数を $G(x, y, t-s)$ で表わす. D 上の非負 parabolic 関数 u は,

$$u(x, t) = \int_D G(x, y, t-s) u(y, s) dy$$

$$(T > \forall t > \forall s > t_u \geq 0)$$

が成り立つ時, Huygens property を持つと言う. ただし $t_u = \inf \{t; u(x, t) > 0 \exists x \in \Omega\}$.

定理. D 上の minimal な parabolic 関数は, Huygens property をもつ.

この応用として次の一意性定理がわかる.

系. Ω を Lipschitz cone とする. $D = \Omega \times (0, T)$ 上 parabolic で \bar{D} 上連続な $u \geq 0$ に対して, parabolic 境界 $\partial_p D$ 上で u が零ならば, u は恒等的に零である.

17. 伊藤正之 (名大教養) Frostman-Kunugui 核, Dirichlet 核に関する一注意

ユークリッド空間 \mathbb{R}^n ($n \geq 3$) において, 回転不変で, 無限遠点で 0, 原点の外で劣調和になる合成核を Frostman-Kunugui 核と言う. $N \neq 0$ を Frostman-Kunugui 核とし, JN が $r=|x| > 0$ に関して, 対数凸になるとき, N は Dirichlet 核と Newton 核との非負係数の線形和で表されることを示した (Ann. Inst. Fourier, 1977). 更に, N 自身が Dirichlet 核になると予想されて来た. 今回, この予想が肯定的に解決されたので報告する.

18. 中嶋真澄 (立教大理) 巾級数の収束円上でのある挙動に対する一注意

巾級数の収束円上での性質は一般に複雑だが、次の結果を得たので報告する。証明はコーシーの積分公式を用いて評価する。

定理. 巾級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ の収束半径を 1 とし、この収束円は自然境界でないとする。又この巾級数を解析接続したものを $f(z)$ とし、 $a_n \ll n^c, c \in \mathbf{R}$ とする。(記号: \ll は、Vinogradov の記号.) $z = e^{i\theta}$ を $f(z)$ の正則点とし、 $f(z)$ の部分和を $f_n(z) = \sum_{k=0}^n a_k z^k$ とするとき、次が成立する。

$f_n(e^{i\theta}) \ll n^c, c \geq 0$ (自明な評価では、 $\ll n^{c+1}$). $c < 0$ のときには、 $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(e^{i\theta}) = f(e^{i\theta})$. 又この評価は、次の例から、最良であることがわかる。

$$(-1)^k k! (1+z)^{-k-1} = \sum_{n=k}^{\infty} (-1)^n n(n-1) \cdots (n-k+1) z^{n-k}$$

の正則点 $z=1$ を考えれば良い。

19. 二宮春樹 (大阪工大) Mizohata 型方程式の解の函数論的構造について

次の定理がなりたつ:

定理. $a(x, y)$: 実数値実解析的関数, $b(x, y)$: 実解析的関数 (いずれも \mathbf{R}^2 の原点の近傍 Ω で). $a(x, y)$ が次の条件をみたすと仮定する: $\min \{k; \partial_x^k a(0, y) \neq 0\} = \text{const. in } \Omega = \text{even} \equiv m$. $f(x, y) \in C^0(\Omega)$ かつ $\partial_y f(x, y) \in C^0(\Omega)$ なる関数 $f(x, y)$ が与えられたとする。このとき、Mizohata 型方程式

$$\partial_x u(x, y) + ia(x, y) \partial_y u(x, y) = f(x, y)$$

を原点の近傍で満足する C^1 級の解 $u(x, y)$ は次の形で表現される: $\exists r$ (正の定数), $\exists \omega$ (原点の近傍), $\exists h(\varepsilon)$ (正則関数) s. t. $u(x, y) =$

$$\exp\{-U(x, y)\} \left\{ \int_0^{X(x, y)} f^*(t, Y(x, y)) dt + \frac{i}{2\pi} \iint_{D_r} \left[p^m \int_0^p \partial_q f^*(t, q) dt \times \left(\frac{p^{m+1} - X(x, y)^{m+1}}{m+1} + i(q - Y(x, y))^{-1} \right) \right] dpdq \right.$$

$\left. + h(X(x, y)^{m+1}/(m+1) + iY(x, y)) \text{ in } \omega \right.$
 $(D_r = \{|p^{m+1}/(m+1) + iq| < r\})$. $f^*, U(x, y), X(x, y), Y(x, y)$ は解によらない関数である。

20. 加藤芳文 (名工大) The determinants of matrices whose elements decrease geometrically

本講演で q -analogue において次の形の無限積表示が成立することを示す。

$$|A(a, q)| = \sum_{n=0}^{\infty} q^{n^2} a^n / (1-q)(1-q^2) \cdots (1-q^n) = [I] [\Pi]^\alpha (I, T, [B_1 B_2 \cdots B_{2k}]; q^k)_\infty$$

ここで、 $[\Pi]', [\Pi]^\alpha$ はそれぞれ $k \in \mathbf{N}, [B_1 \cdots B_{2k}] \in W_{2k}^0 / C_{2k}$ についての積を表し、 $A(a, q), B_i$ は次の形の無限行列

$$A(a, q) = \begin{pmatrix} 1 & aq & & & \\ -1 & 1 & aq^2 & & \\ & -1 & 1 & aq^3 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix},$$

$$B_i = \begin{pmatrix} 0 & & & & \\ -1 & 0 & & & \\ & -1 & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & \ddots \end{pmatrix} \text{ 又は } \begin{pmatrix} 0 & aq & & & \\ & 0 & aq^2 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & \ddots \end{pmatrix}.$$

21. 斎藤三郎 (群馬大工) Pick-Nevanlinna の補間問題について

F. Beatrous と J. Burbea の最近の論文「Reproducing kernels and interpolation of holomorphic functions」Complex Analysis and Approximation Theory, Elsevier Science Publishers 1986, 25-26 の論文において、定理 1.7 と 2.1 に誤りがある。そこで再生核の一般論の立場から、ある reasonable な定理が得られたので報告する。さらにその論文に open question が述べられているが、その問題について否定的な解を与える反例を示す: $K(x, y)$ を X 上の positive matrix で、 H_K を再生核 K をもつヒルベルト空間とする。 E は X の部分集合で E 上一致する H_K 関数はすべて X 上恒等的に一致するという性質をみたす集合とする。 g がある H_K 関数 \tilde{g} の E への制限であって、 $K(x, y)(1-g(x)\overline{\tilde{g}(y)})$ が E 上 positive matrix であるが、 $K(x, y)(1-\tilde{g}(x)\overline{\tilde{g}(y)})$ は X 上 positive matrix にならない場合が存在する。ここで、 H_K は定数 1 を含むとも仮定できる。

22. 柴田敬一 (岡山理大理) Dirichlet 内積の消滅

Dirichlet 積分のいろいろな第 1 変分を採ることにより、その停留点が表わす調和性について考察する。

23. 谷口雅彦 (京大理) 一般のリーマン面の pinching 変形と変分公式

61年秋の特別講演でも触れたが、直交分解の方法を

用いれば、一般のリーマン面の pinching 変形 (擬等角変形に有限個の独立な単純閉曲線族での退化変形を加えた変形) に対しても、擬等角変形の場合と同様の手法で種々の変分公式を導くことができる。

より具体的には、pinching 変形下である意味で連続的に変化する微分の族に対して基本的な変分公式が示せるが、かかる変分公式を直交関係を用いて解釈することにより、たとえば Schiffer-Spencer による Green 函数の変分公式や Fay-山田による compact 面の周期行列の変分公式等を、楠、米谷らによる擬等角変形下でのそれらの変分公式を含む形で、一般のリーマン面の pinching 変形の場合に拡張することができる。

24. 栗林暉和 (中央大理工)・木村秀幸 (東工大理)
フックス群とリーマン面の存在定理

Compact Riemann 面の自己同型群の分類は多くの数学者により行われた。われわれの研究の立場はこれらと異り、これからの研究の1つの prelude をなすものと思う。

重要な点の1つはフックス群に関連した存在定理である。古典的な存在定理は G を与えられた有限群とすると、compact Riemann 面 X と G に isomorph な、 X の自己同型群の部分群 AG の存在を主張するものである。新しい存在定理は G を $GL(g, \mathbb{C})$ の与えられた有限部分群とすると、種数 g の Riemann 面 X と、 X の1つの部分群 AG とが $R(X, AG)$ が G に $GL(g, \mathbb{C})$ 共役であるように存在することを主張する。ここに $R(X, AG)$ は $GL(g, \mathbb{C})$ の部分群である。精確に言えば、 AG の元はアーベル微分の g 次元加群に作用するから、 X の AG は $GL(g, \mathbb{C})$ の部分群として表される。われわれはその群を $R(X, AG)$ と表す。

25. 加藤崇雄 (山口大理) Trigonol リーマン面からなる空間の部分空間について

リーマン面 S が trigonal であるとは \mathbb{P}^1 の3葉の被覆 $x: S \rightarrow \mathbb{P}^1$ をもつことである。位数が $3n$ を超えない S 上の有理型函数がつねに x の有理式になるとき S は第 n 種であるという。また x の重複度が3および2の分岐点 (各々 total, ordinary という) は各々その Weierstrass gap 列によって2つの型 (I型, II型という) に分類される。 $M_{g, 3, n}(t_1, t_2, t_3, t_4)$ を genus g , 第 n 種で $t_1(t_2)$ 個の I (II)型の total 分岐点, $t_3(t_4)$ 個の I (II)型の ordinary 分岐点をもつ trigonal リーマン面のなす空間とする。このとき $3n-g+1-$

$t_2-t_4=0$ なら $M_{g, 3, n}(t_1, t_2, t_3, t_4)$ は $M_{g, 3, n}(t_1-1, t_2, t_3+2, t_4)$, $M_{g, 3, n+1}(t_1-1, t_2, t_3, t_4+2)$ etc. の境界に含まれる。

26. 諸沢俊介 (東北大理) 無限生成 Fuchs 群の極限集合

G を単位円板 D に作用する無限生成 Fuchs 群とする。単位円周 S を次の3つの集合にわけると、

$$L_1 = \{\zeta \in S \mid \limsup_{g \in G} |g'(\zeta)| = +\infty\},$$

$$L_2 = \{\zeta \in S \mid \limsup_{g \in G} |g'(\zeta)| = M, 0 < M < +\infty\},$$

$$L_3 = \{\zeta \in S \mid \limsup_{g \in G} |g'(\zeta)| = 0\}.$$

D から G の楕円的変換の固定点を除いた集合を D' とする。 $z \in D'$ に対して、 z を中心とする Dirichlet 基本領域を F_z とする。原点 $0 \in D'$ とする。

定理 1. $\zeta \in L_1$ の時、すべての $z \in D'$ に対して $\zeta \in \bar{F}_z$. $\zeta \in L_3$ の時、すべての $z \in D'$ に対して、ある $g \in G$ により、 $\zeta \in g(F_z)$.

定理 2. $\zeta \in L_2$ で $\zeta \in \bar{F}_0$ とする。 $B = \{g \in G \mid |g'(\zeta)| = 1\}$ とする。ある $\{g_n\} \subset B$ とある $\eta \in S$, $\eta \neq \zeta$ で $\lim_{n \rightarrow \infty} g_n(\zeta) = \eta$ かつすべての $g \in B$ に対して $g(\zeta) \neq \eta$ となるものが存在する時、ある $z \in D'$ が存在して、すべての $g \in G$ に対して $\zeta \in g(F_z)$.

27. 奥村善英 (金沢大理) On the number of the global real analytic coordinates for Teichmüller spaces

G を単位円板 D に作用する Fuchs 群とする。このとき、 G から得られる Riemann 面 D/G が種数 g の閉面から m 面の互いに素な円板を除いた面と等角同値になるとき、 G を $(g; m)$ 型という。以下、 $2g+m \geq 3$ とする。 G からの Teichmüller 空間 $T(G)$ は、実 $6g-6+3m$ 次元解析的多様体になっている。このとき、 $T(G)$ の global な実解析的座標として G の $9g-9+4m$ 個の元の traces の絶対値をとることが可能なことを、Keen が1971年に示した。しかし一般には、この数は最小数ではない。最近、Seppälä と Solvari が $(g; 0)$ 型なら $6g-4$ 個で可能なことを、そして Kra が $6g-6$ 個では local にも不可能であることを示した。この講演では、 $(g; m)$, $m \neq 0$ 型なら $6g-6+3m$ 個で可能、したがって、最小数は $T(G)$ の実次元と同じになることを述べる。

28. 中西敏浩 (静岡大理)・山本博夫 (防衛大) Teichmüller 空間の外半径について

複素平面内の単位円板 D に作用する Fuchs 群 Γ の

Teichmüller 空間 $T(\Gamma)$ は有界 2 次微分の空間 $B(\Gamma, \mathcal{A}^*)$ 内の領域として表わされる。ここで、 $\mathcal{A}^* = \mathbf{C} \cup \{\infty\} - \mathbf{C}I(\mathcal{A})$, また \mathcal{A}^* 上の正則関数 φ が $B(\Gamma, \mathcal{A}^*)$ の元であるとは, (i) $\varphi(z) = \varphi(\gamma(z))\gamma'(z)^2, z \in \mathcal{A}^*, \gamma \in \Gamma$, かつ (ii) 次に定義されるノルムが有限: $\|\varphi\| = \sup 4(|z|^2 - 1)^2 |\varphi(z)|, z \in \mathcal{A}^*$, の二条件を満たすときにいう。 $B(\Gamma, \mathcal{A}^*)$ の原点中心の ball で $T(\Gamma)$ を含むものの半径の下限を $T(\Gamma)$ の外半径と呼ぶ。外半径 $o(\Gamma)$ に対して常に $o(\Gamma) \leq 6$ であることが知られてい

るがその最大値 6 に一致する外半径をもつ Fuchs 群の特徴付けが得られた。

定理. Fuchs 群 Γ について, $o(\Gamma) = 6$ となるための必要十分条件は Γ が次のどちらかの条件を満たすことである。(a) Γ の D 上への作用に関する基本領域の中に任意の双曲の半径をもつ円板が含まれる。(b) 任意の正数に対し, Γ のある双曲の変換でその axis に関してそれを width とするような collar をもつものが存在する。

特別講演

村井隆文 (名大教養) 解析的容量について

1. 序

平面 \mathbf{C} 内の compact 集合 E に対して, $H^\infty(E^c)$ を $E^c = \mathbf{C} \cup \{\infty\} - E$ 上の有界解析関数のなす Banach 空間とする。その norm を $\|\cdot\|_\infty$ と書く。 E の解析的容量は

$$\gamma(E) = \sup \{ |f'(\infty)|; \|f\|_\infty \leq 1, f \in H^\infty(E^c) \}$$

で定義される。ここに $f'(\infty) = \lim_{z \rightarrow \infty} z(f(z) - f(\infty))$, すなわち, $f(z)$ の無限遠点近傍での Taylor 展開の $1/z$ の係数である。一般の集合 F に対しては

$$\gamma(F) = \sup \{ \gamma(E); E \text{ (compact)} \subset F \},$$

$$\gamma^*(F) = \inf \{ \gamma(O); F \subset O \text{ (開)} \}$$

と定義する。我々の目標は $\gamma(\cdot), \gamma^*(\cdot)$ の零集合の特徴付け, 可測性, 劣加法性等を調べることである。 Compact 集合 E に対して, $\gamma(E)$ を下から評価するには $|f'(\infty)|$ がなるべく大きくなる様に $f \in H^\infty(E^c), \|f\|_\infty \leq 1$, を構成すればよい。今 E は有限個の C^∞ Jordan 曲線によって囲まれて出来る集合とする。このとき

$$\gamma(E) = \inf \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{\partial E} |f(z)| |dz|; \right.$$

$$\left. f \text{ は } E^c \text{ で解析的, } f(\infty) = 1 \right\}.$$

従って $\gamma(E)$ を上から評価する場合も $(1/2\pi) \int_{\partial E} |f(z)| |dz|$ がなるべく小さくなる様に解析関数 $f, f(\infty) = 1$, を構成すればよい。結局, 解析関数の構成法が本質的に問題となる。

2. Cauchy-Hilbert 変換

Compact 集合 E に対して

$$\gamma_+(E) = \sup \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_E d\mu; \|\mathcal{C}\mu\|_\infty \leq 1, \mu \geq 0, \mathcal{C}\mu \in H^\infty(E^c) \right\}$$

$$\text{と置く, ここに } \mathcal{C}\mu(z) = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{1}{\zeta - z} d\mu(\zeta) \quad (z \in E^c).$$

Γ を互いに素な有限個の C^∞ 弧の和集合とする。

$$\rho_+(\Gamma) = \inf \gamma_+(E) / |E|, \rho(\Gamma) = \inf \gamma(E) / |E|$$

と置く, ここに下限は Γ 上の compact 集合 E 全体を取り, $|E|$ は E の 1 次元 Hausdorff 測度 (長さ) である。 $L^p(\Gamma)$ ($1 \leq p \leq \infty$) を Γ 上の $|dz|$ (長さ要素) に関する L^p 空間とし, $L_w^1(\Gamma)$ を弱 L^1 空間とする。 $f \in L^1(\Gamma)$ に対してその Cauchy-Hilbert 変換を

$$\mathcal{H}_\Gamma f(z) = \frac{1}{\pi} \text{p. v.} \int_\Gamma \frac{f(\zeta)}{\zeta - z} |d\zeta| \quad (z \in \Gamma)$$

で定義する。このとき

$$(1) \quad \begin{cases} (1/C) \rho_+(\Gamma) \leq 1 / \|\mathcal{H}_\Gamma\|_{L^1(\Gamma), L_w^1(\Gamma)} \leq C \rho_+(\Gamma), \\ \rho_+(\Gamma) \leq \rho(\Gamma) \leq C \rho_+(\Gamma)^{1/3}, \end{cases}$$

ここに C は絶対定数。

この関係から $\gamma(\cdot)$ の研究は \mathcal{H} の研究と密接に関連していることがわかる。 Graph $\Gamma = \{(x, A(x)); x \in \mathbf{R}\}$ が $A' \in L^\infty(\mathbf{R})$ を満たすとする。便宜上 $a = A'$ と書く。このとき

$$(2) \quad \|\mathcal{H}_\Gamma\|_{L^2(\Gamma), L^2(\Gamma)} \leq \text{Const} \{1 + \|a\|_{L^\infty(\mathbf{R})}^2\}.$$

\mathbf{C} 上の長さ有限な曲線 Γ が定数 M の chord-arc 曲線であるとは, 任意の $z, w \in \Gamma$ に対して $\ell_\Gamma(z, w) \leq M|z-w|$ となることである, ここに $\ell_\Gamma(z, w)$ は z と w の間の Γ の長さである。(2) の証明と同様の手法を用いて次の不等式を得る。もし Γ が定数 M の chord-arc 曲線であるならば

$$(3) \quad \|\mathcal{H}_\Gamma\|_{L^2(\Gamma), L^2(\Gamma)} \leq \text{Const} M^2.$$

不等式 (1)–(3) を用いて $\gamma(\cdot)$ を下から評価することが出来る。次節で具体的な応用を示す。

3. α -Crofton length

方程式 $x \cos \theta + y \sin \theta = r$ によって与えられる直線を $\mathcal{L}(r, \theta)$ と表わす ($r > 0, |\theta| \leq \pi$)。有限個の円の和集合 R に対して, $N_{\partial R}(r, \theta)$ を ∂R と $\mathcal{L}(r, \theta)$ の交

点の数とする。Compact 集合 E と $0 \leq \alpha \leq 1$ に対して

$$\text{Cr}_\alpha(E) = \inf \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} N_{\partial R}(r, \theta)^\alpha dr \right\} d\theta$$

と置く、ここに下限は (円による) E の有限被覆 R 全体を取る。このとき次の定理を得る。

定理. $0 < \alpha < 1/2$ に対して compact 集合 E が存在して、 $\gamma(E) = 1$, $\text{Cr}_\alpha(E) = 0$.

[証明の概略] x -軸に平行な線分 I と正整数 q に対して

$$I(q) = \left\{ \bigcup_{\substack{k < q \\ k \text{ odd}}} I_k \right\} \cup \left\{ \bigcup_{\substack{k < q \\ k \text{ even}}} \left[I_k + \frac{i}{q} |I| \right] \right\}$$

と置く、ここに $\{I_k\}_{k=1}^q$ は I を q 個に等分割して得る線分を左から右へ番号を付したものである。 $I_0 = [0, 1]$ を位数 0 の crank と呼ぶことにする。 x -軸に平行な有限個の線分の和集合 Γ_n ($n \geq 1$) が位数 n の crank であるとは、位数 $n-1$ の crank Γ_{n-1} が存在して

$$\Gamma_n = \bigcup_{k=1}^q I_k(q_k)$$

となることである、ここに $\{I_k\}_{k=1}^q$ は Γ_{n-1} の連結成分全体である。連結成分の数が急増する crank 列 $\{\Gamma_n\}_{n=0}^{\infty}$ を帰納的に定義し分枝過程を用いて $\text{Cr}_\alpha(\Gamma_n)$ を以下の如く評価する。独立同分布な確率変数列 $\{X_k\}_{k=1}^{\infty}$ で

$$\text{Prob}(X_k = 1) = \text{Prob}(X_k = -1) = 1/2$$

なるものを考える。 $S_0 = 0$, $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$ ($n \geq 1$) と置く、Galton-Watson 過程を

$$y_0 = 1, y_n(\cdot) = y_{n-1}(\cdot) + S_{y_{n-1}(\cdot)}(\cdot) \quad (n \geq 1)$$

で定義する。このとき $\{\Gamma_n\}_{n=0}^{\infty}$ を適当に選ぶと

$$\text{Cr}_\alpha(\Gamma_n) \leq \text{Const} \sum_{k=0}^{\infty} k^\alpha \text{Prob}(y_n = k).$$

右辺は $\text{Const}/n^{1-\alpha}$ 以下。結局

$$\text{Cr}_\alpha(\Gamma_n) \leq \text{Const}/n^{1-\alpha} \quad (\text{Galton-Watson 過程}).$$

一方, (1) より

$$\gamma(\Gamma_n) \geq \text{Const} / \|\mathcal{H}_{\Gamma_n}\|_{L^1(\Gamma_n), L^\infty(\Gamma_n)}$$

$$\geq \text{Const} / \|\mathcal{H}_{\Gamma_n}\|_{L^2(\Gamma_n), L^2(\Gamma_n)}.$$

\mathcal{H}_{Γ_k} ($0 \leq k \leq n$) を $L^2(\mathbf{R})$ から $L^2(\mathbf{R})$ への作用素と見なすことが出来る。このとき $\mathcal{H}_{\Gamma_0}, \mathcal{H}_{\Gamma_k} - \mathcal{H}_{\Gamma_{k-1}}$ ($1 \leq k \leq n$) は互いに独立に近い。ゆえに

$$\|\mathcal{H}_{\Gamma_n}\|_{L^2(\mathbf{R}), L^2(\mathbf{R})} \leq \text{Const} \{ \|\mathcal{H}_{\Gamma_0}\|_{L^2(\mathbf{R}), L^2(\mathbf{R})}$$

$$+ \sum_{k=1}^n \|\mathcal{H}_{\Gamma_k} - \mathcal{H}_{\Gamma_{k-1}}\|_{L^2(\mathbf{R}), L^2(\mathbf{R})} \} \leq \text{Const } n.$$

よって

$$\gamma(\Gamma_n) \geq \text{Const}/\sqrt{n} \quad (\text{中心極限定理}+(1)).$$

Crank Γ で $\text{Cr}_\alpha(\Gamma) \leq 1/10$ となるものを得るから、 Γ の各連結成分を伸ばして compact 集合 E_1 で $\gamma(E_1) = 1$, $\text{Cr}_\alpha(E_1) \leq 1/10$ となるものが構成出来る。 E_1 の各連結成分に対して同様の議論を行ない compact 集合 E_2 で $\gamma(E_2) = 1$, $\text{Cr}_\alpha(E_2) \leq 1/10^2$ となるものを構成する。これをくり返して E を構成する。

4. H^1 函数の構成

Vitushkin, Garnett らは compact 集合 E で $|E| = 1$, $\gamma(E) = 0$ となるものを構成した。 E は平面 Cantor 集合と相似な形をしている。彼らの証明は定数でない Ahlfors 函数が存在すると仮定して矛盾を導くという手法を取る為、定量的ではない。しかるに、前述の如く Garabedian 函数構成と言う立場を取るならば、より具体的な定量的手法となるであろう。双極函数

$$\exp \left\{ -\frac{1}{z} + \frac{1}{z-1} \right\}$$

を用いて L^1 norm の小さな函数を構成する手法にも言及する。

29. 笹山浩良 (笹山研) On the generalized Cauchy-Riemann equations as necessary and sufficient sub-conditions for left (right) Fréchet-differentiability in certain special n -dimensional hypercomplex extensions of normed linear spaces.

昨年秋の分科会で $E(\mathbb{C})$ の開部分集合 D より $E(\mathbb{C})$ への函数 $f(X) \equiv \sum_{i=1}^n u_i(x_1, \dots, x_n)$ が左 Fréchet 可微分ならば $u_i (i=1, \dots, n)$ は Fréchet 可微分で且つ拡張された Cauchy-Riemann 方程式 $\sum_{l=1}^n \gamma_{il}^k \gamma_{kj}^l \partial_{x_l} u_j = \sum_{l=1}^n \gamma_{ij}^l \partial_{x_l} u_j (i, l=1, \dots, n)$ を満足する事 (右 Fréchet 可微分時と同様) 及び \mathbb{C} が可換の時 G. Scheffers 氏の定理の拡張を報告した. ここに $E(\mathbb{C}), E'(\mathbb{C})$ は夫々実又は複素線型ノルム空間 B, B' の多元複素 \mathbb{C} -拡大で $\mathbb{C}, \gamma_{ij}^k, \partial_{x_i} u_j$ は前回と同一である. 本講演では \mathbb{C} の乗法が特に $(1, \dots, n)X(1, \dots, n)$ より $(1, \dots, n)$ への或一価函数 $\phi(i, j)$ によって $e_i \cdot e_j = \gamma_{ij}^{\phi(i,j)} e_{\phi(i,j)} (i, j=1, \dots, n)$ の形で与えられ e_i と γ_{ij}^k が或条件をみたす時前記定理の逆も亦成立し, この時前記の拡張された C-R 方程式は左 F-可微分性に対して $(\gamma_{11}^1)^{-1} \gamma_{11}^1 \partial_{x_1} u_{\phi^{-1}(1)} = \dots = (\gamma_{nn}^n)^{-1} \gamma_{nn}^n \partial_{x_n} u_{\phi^{-1}(n)} (l=1, \dots, n)$ となる (右 F-可微分時と同様) ことを報告する. ここに $\gamma_{ii}^i \neq 0 (i=1, \dots, n)$ とし且つ $\phi(i, j) = k$ の時 $j = \phi_i^{-1}(k)$ と書くものとする.

30. 佐野公朗 (早大理工) 複素クリフォード解析におけるコーシーの積分公式

A_p^q を複素 2^p 次元クリフォード多元環とし, $e_0=1, e_1, \dots, e_n, \dots, e_1 \cdots e_n$ をその基底とする. $p \leq q, \Omega$ は \mathbb{C}^{p+1} の領域, $D = \sum_{j=0}^p e_j \partial / \partial z_j, f \in C^1(\Omega, A_p^q)$ とする. $fD=0$ を満たす時, f は右正則と言う. p が奇数の時, Ω 内のある条件を満たす実 $(p+1)$ 次元の滑らかな多様体 M に対して, f に関するコーシーの積分公式が成立する (Ryan, Complex Variables 2(1983)).

本講演では, この結果を p が偶数の場合にも拡張し, また上記の多様体 M に関する条件を緩和した, より一般的な結果について報告する.

31. 神谷茂保 (岡山理工) $U(1, n; \mathbb{C})$ の discrete subgroups の $\partial B^n \times \dots \times \partial B^n$ 上の作用について

G を $U(1, n; \mathbb{C})$ の discrete subgroup とする. G の元 g の $\partial B^n \times \dots \times \partial B^n$ 上への作用を $g(x_1, x_2, \dots, x_k) = (g(x_1), g(x_2), \dots, g(x_k))$ と定義する.

(1) G が convergence 型ならば G の $\partial B^n \times \partial B^n$ 上

の作用は, dissipative である.

(2) G の $\partial B^n \times \partial B^n \times \partial B^n, \partial B^n \times \partial B^n \times \partial B^n \times \partial B^n$ 上の作用は, regionally transitive ではない. 等について述べたいと思います.

32. 阿部幸隆 (富山大理) Toroidal group 上の等質直線束

$X = \mathbb{C}^n / \Gamma$ を toroidal group とする. X 上の直線束 L が等質であるとは, すべての平行移動 T_x に対して $T_x^* L \cong L$ のときをいう. X が torus ならば任意の等質直線束は Γ の (一次元) 表現で与えられる. (もっと一般にベクトル束に対しての結果が知られている.)

一般の toroidal group に対しても次の定理が成り立つことを述べる.

定理. Toroidal group $X = \mathbb{C}^n / \Gamma$ 上のすべての等質直線束は Γ の表現で与えられる.

この定理の逆は Vogt [J. Reine Angew. Math., 335 (1982)] に述べられている.

33. 郡 敏昭 (早大理工) \mathbb{C}^n 内の有界領域の外部の閉 $(n, n-1)$ 形式のボホナー・マルチネリ表現

\mathbb{C}^n 内の有界領域 D を $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$ より超平面 $\Xi_0 = \{z_0, z_1, \dots, z_n\} \in \mathbb{P}^n(\mathbb{C}); z_0=0\}$ を除いた $U_0 = \{z_0 \neq 0\} \cong \mathbb{C}^n$ 内の領域と考える. ボホナー・マルチネリ核 $B(x, y)$ を

$$B(x, y) = c_n |x-y|^{-2n} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{y}_i) \wedge_{j \neq i} d\bar{x}_j \wedge dx_k,$$

とする.

$\mathbb{C}^n \setminus D$ 上の滑らかな閉 $(n, n-1)$ 形式で Ξ_0 に沿って高々 $(2n)$ 次の極をもつものを φ とする. このとき, $\mathbb{C}^n \setminus D$ 上のある $(n, n-2)$ 形式 χ があり,

$$\varphi(y) = - \int_{\partial D} \varphi(x) B(y, x) + \bar{\partial} \chi(y), \quad \forall y \in \mathbb{C}^n \setminus \bar{D},$$

なる積分核表現が得られる.

Lemma. $\text{Res}_{\Xi_0}(\varphi \cdot B(y, \cdot)) = \bar{\partial} \lambda(y)$

が鍵となる. ここに左辺は, 閉でない形式 $x \rightarrow \varphi(x) \cdot B(y, x)$ の, Ξ_0 上の J. ルレイ氏・留数である.

34. 郡 敏昭 (早大理工) 強擬凸領域の境界まで連続な正則函数のつくる空間の双対について

\mathbb{C}^n 内の強擬凸領域を $D, B = \partial D, \bar{D}$ 上連続で D で正則な函数の全体を $\mathcal{A}(D) \subset C(\bar{D})$ とする. $\mathbb{C}^n \setminus \bar{D}$ 上の閉 $(n, n-1)$ 微分形式で, B まで連続に延長され,

また無限遠平面に高々1位の極をもつもの全体を B , まで連続な, $\mathbf{C}^n \setminus \bar{D}$ 上の $(n, n-2)$ 形式の $\bar{\partial}$ -boundary で商したものの同値類全体を $\mathcal{B}(D)$ と記す.

定理. $\mathcal{A}(D)$ の双対空間は $\mathcal{B}(D)$ と同型.

証明は, Henkin-Ramirez による $\mathcal{A}(D)$ の積分核表現, その双対としての $\mathcal{B}(D)$ の積分核表現, つぎに Henkin による Plemelj 型定理と, その双対としての $\mathcal{B}(D)$ の形式に対する外側 Plemelj 型定理を用いてなされる.

35. 上田哲生 (京大教養) 一般位数の擬凹集合と Thullen-Remmert-Stein の定理の拡張

n 次元複素多様体 X の q 位擬凹集合全体を $H(q, X)$ で表す. (定義は Fujita, J. Math. Soc. Japan 16 (1964) 及び Tadokoro, 同誌 17 (1965) 参照.) $q=n-1$ のときは通常の擬凹集合である. 開集合 U 上の q 位擬凸関数 (C^2 級関数で Levi 形式が $n-q+1$ 個以上の正固有値をもつもの) の全体を $P(q, U)$ で表わす.

1. $E \in H(q, X) \Leftrightarrow$ 任意の開集合 $U \subseteq X$ 及び $\varphi \in P(q, U)$ について, $\varphi|_{E \cap U}$ は最大値をとらない.

2. A は X の閉集合で多重劣調和関数の極とする. このとき, $E \in H(q, X-A) \Leftrightarrow E$ の閉包 $\in H(q, X)$.

1, 2 及び導集合の理論を用いて, Thullen-Remmert-Stein の定理の (別証及び) 拡張が得られる:

3. A を X の解析集合, E を $X-A$ の純 q 次元解析集合とすると E の真性特異点の集合は q 位擬凹である.

4. D を \mathbf{C}^n の領域 $\ni 0$ とするとき $D - \{0\}$ から X への正則写像の集積値集合は q 位擬凹である.

36. 大沢健夫 (京大数理研) An extension of Hodge theory to Kähler spaces with isolated singularities

X を n 次元のコンパクト Kähler 解析空間, Σ を X の特異点集合とすると次が成りたつ.

定理. $\dim \Sigma = 0$ ならば, $X \setminus \Sigma$ 上に完備な Kähler 計量が存在して,

$$H_{\mathbb{Z}}^2(X \setminus \Sigma) \cong IH^*(X).$$

但し $H_{\mathbb{Z}}^2$ は L^2 コホモロジー, IH^* は Goresky-MacPherson の意味の交叉コホモロジーを表わす.

To appear in Publ. RIMS, Kyoto Univ. 24(1988).

37. 大沢健夫 (京大数理研) On the extension of L^2 holomorphic functions II

定理. X を n 次元 Stein 多様体, Y を X の余次元 m の複素閉部分多様体とし, (E, h) を X 上の Nakano-semipositive なベクトル束とせよ. また, φ を X 上の多重劣調和関数, s_1, \dots, s_m を Y で 0 になる m 個の正則関数 (X 上の) とする. このとき, Y 上の正則な E 値 $(n-m)$ 形式 g で可積分条件

$$\left| \int_Y e^{-\varphi} h g \wedge \bar{g} \right| < \infty$$

を満たすものに対し, $\forall \varepsilon > 0$ に対して $g \wedge ds_1 \wedge \dots \wedge ds_m$ の正則な拡張 (X への) G_ε であって, 評価式

$$\left| \int_X e^{-\varphi} (1 + |s|^2)^{-m-\varepsilon} h G_\varepsilon \wedge \bar{G}_\varepsilon \right| \leq \varepsilon^{-1} C_m \left| \int_Y e^{-\varphi} h g \wedge \bar{g} \right|$$

を満たすものが存在する. 但し $|s|^2 := \sum_{i=1}^m |s_i|^2$, C_m は m にのみよる定数. ε を省くことはできない.

38. 大沢健夫 (京大数理研) On the rigidity of noncompact quotients of bounded symmetric domains

Calabi-Vesentini の剛性定理を noncompact case に拡張する.

定理. D を有界対称領域, Γ を $\text{Aut } D$ の数論的部分群で振れをもたないものとする. このとき下記の例外を除けば D/Γ は rigid な複素多様体である.

例外: D が (I) m, m' 型 ($m+m' < 4$), (I) $2, 3$ 型, (I) $3, 2$ 型, (II) m 型 ($m < 4$), (III) m 型 ($m < 3$) 又は (IV) m 型 ($m < 4$) の場合.

To appear in Publ. RIMS, Kyoto Univ. 23 (1987).

39. 風間英明 (九大教養) Elliptic curve 上の位相的自明な正則束の剛性について

Elliptic curve C 上の Picard group の部分集合 $R := \{E \in \text{Pic}^0(C); E^l \neq 1 (l \geq 1), \inf_{l \geq 1} \exp(al) d(1, E^l) = 0 \text{ for some } a > 0\}$ を考える. $E \in R$ なら $H^1(C, \mathcal{O}_E)$ は non-Hausdorff 局所凸空間である. $E \in \text{Pic}^0(C)$ が rigid (剛性をもつ) とは, E を normal bundle とする任意の埋め込み $C \subset S$ に対し, C の S における近傍が, E の zero section としての C の E における近傍と常に両正則的になることを言う. $E \in R$ のときは上の $H^1(C, \mathcal{O}_E)$ の性質より, E は rigid でないことが示される. これは, 上田哲生氏の結果 (J. M. Kyoto Univ. 22) の genus 1 の場合, rigid でない集合が少し広くなることを示す.

40. 風間英明 (九大教養)・孫 光鏞 (釜山大) Diophantine 近似による, $\text{Pic}^0(T^n)$ の点の分類と $\bar{\partial}$ -cohomology

Picard group $\text{Pic}^0(T^n)$ 上の自然な計量 $d(E, F)$ に

ついて、次の部分集合を考える。 $P := \{E \in \text{Pic}^0(T^n); \inf_{l \geq 1} \exp(al) d(1, E^l) > 0 \text{ for any } a > 0\}$, $R := \{E \in \text{Pic}^0(T^n); E^l \neq 1 \text{ for any } l \geq 1, \inf_{l \geq 1} \exp(al) d(1, E^l) = 0 \text{ for some } a > 0\}$, $P^* := \{E \in \text{Pic}^0(T^n); \inf_{l \geq 1} \exp(al) d(1, E^l) > 0 \text{ for some } a > 0\}$, $R^* := \{E \in \text{Pic}^0(T^n); \inf_{l \geq 1} \exp(al) d(1, E^l) = 0 \text{ for any } a > 0, E^l \neq 1 \text{ for any } l \geq 1\}$, $Q := \{E \in \text{Pic}^0(T^n); E^l = 1 \text{ for some } l \geq 1\}$. これらの部分集合に対応して、ある種の δ -cohomology group が、有限次元、無限次元、Hausdorff, non-Hausdorff 位相をもつことを述べる。なお、 $\text{Pic}^0(T^n)$ は disjoint に上記の部分集合に分類される。 $\text{Pic}^0(T^n) = Q \cup P \cup R = Q \cup P^* \cup R^*$.

41. 足立幸信・鈴木昌和 (九大工) On the family of holomorphic mappings into projective spaces with lacunary hypersurfaces

定義. A を \mathbb{P}^2 の曲線とする。 \mathbb{P}^2 の既約な曲線 C が A に関し放物型であるとは、 $C \cap A$ のときは $C \setminus A$ の normalization が \mathbb{C} 又は $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \setminus \{0\}$ に isomorph のときをいい、 C が A の1つの既約成分のときは $C \setminus (\text{sing } A)$ が \mathbb{C} 又は \mathbb{C}^* に isomorph のときをいう。但し $\text{sing } A$ は A の特異点の集合である。

定理. A を異なる既約な \mathbb{P}^2 の曲線とする。 A に関し放物型の曲線は高々有限個しか存在しないと仮定するとある曲線 S があって $\mathbb{P}^2 \setminus A$ は tautly imbedded modulo S in \mathbb{P}^2 である。 $S = \emptyset$ となるためには、放物型の曲線が存在しないことが必要かつ十分である。

42. 鈴木昌和 (九大工) 有界領域を普遍被覆にもつ複素多様体への正則写像の除去可能特異点について u を \mathbb{C}^n の領域 D で定義された多重劣調和関数 (∞ とし、 E を極集合 $\{z \in D; u(z) = -\infty\}$ に含まれる閉集合とする。

M はその普遍被覆が \mathbb{C}^n の有界領域 Ω と解析的に同値な複素多様体とし、被覆変換が引き起こす Ω の自己同形の成す群を Γ とする。そして、

1. Ω は多項式凸状とし、
2. 各 $T \in \Gamma$ は Ω へ正則に解析接続される、

と仮定する。このとき、

定理. $D - E$ から M への正則写像 f は、像 $f(D - E)$ が M で相対コンパクトであれば、 D から M への正則写像に解析接続される。

43. 鈴木昌和 (九大工) \mathbb{P}^1 上の巡回的分岐被覆リーマン面について

有理関数の n 乗根で定義される代数関数のリーマン面を \mathbb{P}^1 上の (n 次)の巡回的分岐被覆という。無限遠点では分岐していないとして、2つの有理関数

$$\prod_{i=1}^n (z - b_i)^{m_i}, \prod_{i=1}^n (z - b'_i)^{m'_i}$$

の n 乗根で定義される巡回分岐被覆をそれぞれ R, R' とするとき、 R と R' が解析的に同値となる為の条件を、 $B = \{b_1, \dots, b_r\}, B' = \{b'_1, \dots, b'_r\}$ として、

$$(B; m_1, \dots, m_r), (B'; m'_1, \dots, m'_r)$$

の条件で求める。但し、 R は properly branched, 即ち各点 $b_i (i=1, \dots, r)$ の上の R の点は一点のみの場合のみを考える。

44. 泊 昌孝 (筑波大数学)・渡辺敬一 (東海大理) \mathbb{C}^* -action を持つ特異点の cyclic covering について

(V, p) を正規解析的特異点とし、 W を V 上の divisor であって \mathbb{Q} -Cartier であるとする；すなわち、自然数 r が存在して $\mathcal{O}_V(rW) \cong \mathcal{O}_V$ となる。このような W について、 V の cyclic covering と呼ばれる正規解析空間 \tilde{V} が定まる事が知られている。今、 (V, p) が代数的であって \mathbb{C}^* -action を持つ場合に、 \mathbb{C}^* -不変な W に対する cyclic covering \tilde{V} を考える。 \tilde{V} はやはり、 \mathbb{C}^* -action を持つが、本講演では、これらの対応を、Pinkham-Demazure 構成の言葉を用いて、対応する正規射影的解析空間及び ample \mathbb{Q} -Cartier \mathbb{Q} -divisor の関係式によって与える。 V が2次元有理特異点なら、すべての divisor W は \mathbb{Q} -Cartier である。特に2次元有理3重点は常に \mathbb{C}^* -action を有する。この時、canonical divisor についての cyclic covering (canonical covering) は我々の方法ですべて表現でき、Gorenstein 特異点 \tilde{V} に関するいくつかの observation を報告する。

45. 田島慎一 (新潟大教養) Generic な CR 多様体上の CR -hyperfunctions の台の形状

N^{2m-k} を m 次元複素多様体 X の実余次元 k の実解析的部分多様体で generic CR 多様体とする。 N 上に定義される接 Cauchy-Riemann 方程式系 $\bar{\partial}_b$ の hyperfunction 解を CR -hyperfunction と呼ぶ。今、 N の開集合 U において N の実超曲面 S が $S \cap U = \{x \in U; r(x) = 0\}$ により与えられたとする。

定理. h は点 $P \in S$ の近傍 U 上で定義された CR -hyperfunction で $\{x \in U; r(x) < 0\}$ 上 $h \equiv 0$ をみたすとする。 S が点 P において generic ならば、点 P の近傍で $h \equiv 0$ がなりたつ。

定理. CR -hyperfunction h の台が実解析的部分多

様体とすると $\dim_{\mathbb{R}} \text{supp}(h) \geq 2m-2k$ となり、等号がなりたつとき $\text{supp}(h)$ は $(X$ 内の) $m-k$ 次元部分複素多様体となる。

46. 寺田俊明 (滋賀医大) 超幾何微分方程式系 (F_i) の Wronskian について

助変数 λ_i ($i=0, 1, \dots, n+1, \infty$) ($\lambda_0 + \dots + \lambda_n = n+1$) をもつ n 変数 x_1, x_2, \dots, x_n の超幾何微分方程式系 (F_i) は, Euler 型の積分表示

$$\omega_i(\lambda, x) = \int_0^{x_i} u^{i_0-1} (u-x_1)^{i_1-1} \dots (u-x_{n+1})^{i_{n+1}-1} du$$

$$(i=1, 2, \dots, n+1, x_0 \equiv 0, x_{n+1} \equiv 1)$$

をもち, その Wronskian

$$W = W(\omega_1, \dots, \omega_{n+1}, x) = \begin{vmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \dots & \omega_{n+1} \\ \partial_1 \omega_1 & \partial_1 \omega_2 & \dots & \partial_1 \omega_{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \partial_n \omega_1 & \partial_n \omega_2 & \dots & \partial_n \omega_{n+1} \end{vmatrix}$$

については,

$$W = C(\lambda) \prod_{0 \leq i < j \leq n+1} (x_j - x_i)^{\lambda_i + \lambda_j - 2}$$

$C(\lambda)$ は λ_i 達のみの関数) であることが分っている。今度 $C(\lambda)$ の具体的な形が定まったので報告する。

定理. $W/C(\lambda)$ の枝を然るべく決めると,

$$C(\lambda) = \frac{\Gamma(\lambda_0) \Gamma(\lambda_1) \dots \Gamma(\lambda_{n+1})}{\Gamma(1-\lambda_i)} \times \exp \pi \sqrt{-1} [(\lambda_1-1) + 2(\lambda_2-1) + \dots + (n+1)(\lambda_{n+1}-1)].$$

47. 大貝聖子 (明治学園高)・梶原壤二 (九大理)・菅原宣子 (福岡工大)・西原賢 (福岡工大) 連続関数の正則関数による近似について

1927年 Carleman は \mathbb{R} 上の連続関数を \mathbb{C} 上の整関数で \mathbb{R} 上で一様近似することにより, Weierstrass の多項式近似定理を一般化した。1976年 Scheinberg は \mathbb{R}^n 上の連続関数の \mathbb{C}^n 上の整関数による一様近似定理を得た。この講演では, 上の結果をふまえて, 核型空間において連続関数の正則関数による近似について論じる。

定理 1. M 複. Kähler, $\dim M = n$, ω : Kähler form
 $F \geq 0$, line bundle over M .

$$H_{\frac{\partial}{\partial}}^g(M, \Omega^p(F^*)) \xrightarrow{\text{inj}} H_{\frac{\partial}{\partial}}^{g+r}(M, \Omega^{p+r}(F^*)), \quad g = n - (p+g) > 0$$

↓
 $[\varphi] \longrightarrow [\underbrace{\omega \wedge \dots \wedge \omega}_r \wedge \varphi]$
 のとき.

定理 2. M 複. Kähler $\dim = n$, ω : Kähler form

$$\exists m > 0 \quad K_M^{\otimes m} = F \otimes [D]$$

↑ nef ⊆ effective divisor

$$\Rightarrow \forall \mathcal{L} < \mathcal{O}(\mathbb{P}^1 M)^{\otimes r}, \quad rk > 0 \quad \int_M G(\mathcal{L}) \wedge \omega^{n-1} \leq 0.$$

系. K_M : 半正のとき

$$\int_M G(\mathcal{L}) \wedge c_1(K_M)^{\nu} \wedge \omega^{n-\nu-1} \leq 0, \quad \nu = \nu(M, K_M)$$

② K_M : 数値的半正 (nef), ω : Kähler form $[\omega_t] = [t\omega] + G(K)_M$

$$\Rightarrow \forall \mathcal{L} < \mathcal{O}(\mathbb{P}^1 M)^{\otimes r} \quad rk > 0$$

$$\frac{1}{rk} \int_M G(\mathcal{L}) \omega_t^{n-1} \leq rk \int_M \omega_t^n$$

榎 一郎 (阪大教養) 半正直線束の高次コホモロジ群と小平次元について

コンパクト Kähler 多様体 M が正直線束 L をもてば、十分大きな $m > 0$ に対し、 $L^{\otimes m}$ は M 上豊富に正則切断をもち、それらが埋め込み $M \hookrightarrow \mathbf{P}^N$ を定義することはよく知られている。しかし、 M の構造をさらに詳しく調べてゆくためには、これだけでは十分でない。実際、埋め込みばかりでなく、 M より低い次元の多様体への全射正則 (もしくは有理型) 写像の存在が問題となる。このためには、正直線束ばかりでなく、半正直線束を考える必要がある。

さて、正 (もしくは正に近い) 直線束の正則切断の存在は、通常 Riemann-Roch の定理と直線束の高次コホモロジ群の消滅定理 (もしくは次元の評価) を組み合わせて得られる。半正の場合高次コホモロジ群が全て消滅するとは限らず、残った部分がどうなるかは一般に微妙な問題となる。ここではむしろ、高次コホモロジ群の存在から何が言えるのかを考えたい。まず

定理 1. M をコンパクト Kähler 多様体、 L をその上の半正直線束 (すなわち、 $c_1(L)_{\mathbf{R}}$ が M の各点で半正定値な d -閉実 $(1, 1)$ -形式で代表されている) とする。さらに $K_M := \wedge^{\dim M} T^*M$ を M の標準束とするとき、単射準同型

$$H^q(M, L \otimes K_M) \hookrightarrow H^0(M, L \otimes K_M \otimes \wedge^q TM)$$

が存在する。特に、 K_M が半正のときは、同型となる:

$$H^q(M, K_M^{\otimes m}) \cong H^0(M, K_M^{\otimes m} \otimes \wedge^q TM), \quad m \geq 0.$$

$H^0(M, L \otimes K_M \otimes \wedge^q TM) \neq 0$ から $H^0(M, L \otimes K_M) \neq 0$ を導くためには、 $\wedge^q TM$ の負性が必要である。

これについては、

定理 2. M がコンパクト Kähler 多様体で、 K_M が半正のとき、任意の Kähler 形式 ϕ と任意の接続部分層 $\mathcal{S} \subset \mathcal{O}((TM) \otimes q)$, $\text{rank}(\mathcal{S}) > 0$, に対し、

$$\int_M c_1(\mathcal{S}) \wedge \phi^{\dim M - 1} \leq 0.$$

この定理は、 $q=1$ で M が射影代数的な場合には、宮岡の generic semi-negativity 定理の弱い形になっている。

以下 K_M が半正の場合を考える。

$$\nu(M) := \max\{k \mid c_1(K_M)^k \neq 0 \text{ in } H^{2k}(M, \mathbf{R})\}$$

を M の数値的小平次元という。定理 1 と 2 を組み合わせると次が証明できる。

定理 3. M をコンパクト Kähler 多様体とし、 K_M が半正のとき、ある q に対し

$$\limsup_{m \rightarrow \infty} m^{-\nu(M)} \dim H^q(M, K_M^{\otimes m}) > 0$$

であれば、 M の小平次元は丁度 $\nu(M)$ となる。すなわち

$$\limsup_{m \rightarrow \infty} m^{-\nu(M)} \dim H^0(M, K_M^{\otimes m}) > 0.$$

当然、次に $\dim H^q(M, K_M^{\otimes m})$ の増大度が小さい場合が問題となる。少しでもあれば $\dim M$ に関する帰納的な議論が可能と思われるが、 $H^q(M, K_M^{\otimes m})$ が全ての q と $m > 0$ に対して消えてしまうというような (おこり得ないと予想されている) 場合に対処する方法がまだない。3次元のときは、2次元の分類理論の結果を用いることにより、次が証明できる。

定理 4. M が 3次元コンパクト Kähler 多様体で K_M が半正のとき、 M の小平次元は丁度 $\nu(M)$ 。(一般次元のときでも、 $\nu(M) = 0$ または、 $\dim M$ のときは、知られている。)

実は、代数多様体もしくは Kähler 多様体の分類理論の応用のためには、半正ばかりではなく数値的半正な直線束を考える必要がある: コンパクト Kähler 多様体 M 上の直線束 L が数値的半正であるとは、任意の Kähler 形式 ϕ に対しある Kähler 形式 ψ があって $\psi - \phi$ が $c_1(L)_{\mathbf{R}}$ を代表していることとする。また M も標準特異点 (canonical singularity) と呼ばれるゆるい特異点をゆるして考える必要がある。講演では、(可能になっていれば) このような一般化についても述べたい。

References

- Miyaoka, Y.: The Chern classes and Kodaira dimension of a minimal variety, "Algebraic Geometry, Sendai 1985", Adv. Studies in Pure Math. **10** (1987), 449-476.
 Reid, M.: Minimal models of canonical 3-folds, "Algebraic Geometry and Analytic Varieties", Adv. Studies in Pure Math. **1**(1983), 131-180.

