1987
October

日本数学会

昭和62年度秋期総合分科会

講演アブストラクト

函数論

時……10月4日・5日

所……京都大学

10月4日	9:00～12:00	普通講演	1～11
	13:30～15:30	普通講演	12～19
	15:45～16:45	特別講演	
10月5日	9:00～12:00	普通講演	20～32
	13:15～14:15	普通講演	33～37
	15:30～16:30	特別講演	

10月4日（日） 第V会場

9：30〜12：00

1	谷口彰男（日大文理） 尾和重義（近畿大理工）	A note on a class of p-fold symmetric α-starlike functions	15
2	尾和重義（近畿大理工） Milutin Obradović（Univ. of Belgrade）	One inequality for some regular functions	15
3	尾和重義（近畿大理工） O. P. Ahuja（Univ. of Papua New Guinea） H. Silverman（College of Charleston）	Classes of functions defined by convolutions	15
4	尾和重義（近畿大理工） Liu Liquan（Heilongjiang Univ.） Ma Wancang（Northwest Univ.）	An application of Jack's lemma	10
5	谷口彰男（日大文理） 尾和重義（近畿大理工） 布川護（群馬大教育） 斎藤斉（群馬高専）	Distortion theorem on the class $F(\alpha, \beta)$	15
6	福井誠一（和歌山大教育） 尾和重義（近畿大理工） 小川庄太郎（近畿大理工） 坂口呆一（奈良産大経済）	Notes on λ-spiral functions of order α	15
7	布川護（群馬大教育） 尾和重義（近畿大理工） 福井誠一（和歌山大教育） 斎藤斉（群馬高専） Ming-Po Chen（Academia Sinica）	A class of functions which do not assume non-positive real values	10
8	布川護（群馬大教育） 尾和重義（近畿大理工）	On a certain subclass of analytic functions	10
9	斎藤斉（群馬高専） 布川護（群馬大教育）	On functions satisfying $R_e\{f(z)/z^p\} > 0$	10

10	井 上 哲 男（神戸商船大） 久 保 忠 雄	円環内単葉関数のある族について……………………………………15
11	山 下 愼 二（都立大理）	導函数の積分平均と星型，凸型半径………………………………10

13：30～15：30

12	斎 藤 三 郎（群馬大工）	L_2 関数の Cauchy 積分についての注意………………………………10
13	斎 藤 三 郎（群馬大工）	exponential typeの不等式について ……………………………………10
14	石 崎 克 也（千葉大理）	Deficient and ramification small functions for the admissible solutions of some algebraic differential equations ………………………10
15	占 部 博 信（京都教育大）	On unique factorizability of certain composite entire functions …………15
16	佐 藤 宏 樹（静岡大理）	Classical Schottky groups に関する Zarrow の論文について …15
17	柴 田 敬 一（岡山理大理）	Low-dimensional analytic submanifolds and Dirichlet principle …………15
18	柴 雅 和（広島大理）	開 Riemann 面の接続と Jacobi 多様体………………………………15
19	志 賀 啓 成（京大理）	平面領域から Riemann 面への正則写像の境界挙動について …15

函数論特別講演

15：45～16：45

志 賀 啓 成（京大理） 今 吉 洋 一（阪大教養）	Teichmüller 空間論とその応用としての Parshin-Arakelov の定理の証明

10月5日（月） 第V会場

9：00～12：00

20	大 藪 卓	On the homeomorphism group of C^n………………………………… 5
21	大 藪 卓	Spectral geometry of Kähler Manifold……………………………… 5
22	笹 山 浩 良（笹山研）	On the hypercomplex extensions of real normed linear spaces and generalized Fréchet-differentiation ………………………………10
23	笹 山 浩 良（笹山研）	On the Cauchy-Riemann equations for generalized R. Fueter's regularity in the hypercomplex normed linear spaces. ………… 5

24	森　中　　央（大阪工大）	On the adjoint harmonic space of a P-harmonic space which has a regular Riesz-Martin kernel……15
25	前　田　文　之（広島大理）	共役構造をもつ調和空間における極集合の除去可能性……15
26	二　宮　信　幸（阪市大理）	集合の可容性について……15
27	秦　野　　薫（島根大教育）	カントール集合の (α, p)-thinnessについて……10
28	山　本　裕　陸（高知大理）	ある condenser capacity の不等式について……10
29	伊　藤　正　之（名大教養） 西　尾　昌　治（名大理）	α 次放物型ポテンシャルに関する正則性について……15
30	水　田　義　弘（広島大総合科）	リースポテンシャルの微分可能性について……15
31	水　田　義　弘（広島大総合科）	p 細連続関数の境界値について……15
32	鈴　木　紀　明（広島大理）	Lipschitz 領域上の正値優調和関数の可積分性……15

13：15～14：45

33	濃　野　聖　晴（福岡教育大）	クリフォード微分作用素について……10
34	泉　池　敬　司（神奈川大工）	The one-radius theorem is not true for bounded real-analytic functions……10
35	児　玉　秋　雄（金沢大理）	A Rosay type theorem for a weakly pseudo-convex boundary point……15
36	野　口　潤次郎（東工大理）	On $Hol(N, \Gamma\setminus D)$ for Γ with torsion……15
37	寺　田　俊　明（滋賀医大）	(F_1) より生ずる保型関数……15

函数論特別講演

15：00～16：00

藤　本　坦　孝（金沢大理）　Modified defect relation for the Gauss map of minimal surfaces

1．谷口彰男（日大文理）・**尾和重義**（近畿大理工） **A note on a class of p-fold symmetric α-starlike functions**

$U=\{z:|z|<1\}$, $p\in\{1,2,3,\cdots\}$, $0\leqq\alpha<1$ とし，円内正則関数族として，

$$A_p=\{f:f(z)=z+\sum_{n=1}^{\infty}a_{np+1}z^{np+1}$$

is p-fold symmetric in $U\}$,

$$S_p^*(\alpha)=\left\{f\in A_p:\mathrm{Re}\frac{zf'(z)}{f(z)}>\alpha,\ z\in U\right\},$$

$$M_p(\alpha)=\left\{f\in A_p:\mathrm{Re}\left\{(1-\alpha)\frac{zf'(z)}{f(z)}+\alpha\left(1+\frac{zf''(z)}{f'(z)}\right)\right\}>0,\ z\in U\right\}$$

を定める．このとき，次の結果が得られたので報告する．

1° $f\in M_p(\alpha)$, $p\alpha\geqq1$

$$\Rightarrow f\in S_p^*\left(\frac{-p\alpha+\sqrt{p\alpha(p\alpha+8)}}{4}\right)$$

2° $f\in M_p(\alpha)$, $p\alpha\geqq1$ に対し，$|f'(z)|$ の sharp bounds が決定する．

2．尾和重義（近畿大理工）・**M. Obradović** (Univ. of Belgrade) **One inequality for some regular functions**

$\boldsymbol{A_n}$ を単位円板 $\boldsymbol{U}=\{z:|z|<1\}$ で正則な関数

$$f(z)=z+\sum_{k=n+1}^{\infty}a_kz^k\quad(n\geqq1)$$

からなる関数族とする．

$\mathrm{Re}\{\sqrt{f(z)/z}\}>\alpha$ を満たす $\boldsymbol{A_n}$ の関数 $f(z)$, $a>-1$, $\alpha\geqq(a+1)/(n+a+1)$ に対して，不等式

$$\mathrm{Re}\left\{\frac{a+1}{z^{a+1}}\int_0^z t^{a-1}f(t)\,dt\right\}>\frac{n+2(a+1)\alpha^2}{n+2(a+1)}$$

の成り立つことを示す．

3．尾和重義（近畿大理工）・**O. P. Ahuja** (Univ. of Papua New Guinea)・**H. Silverman** (College of Charleston) **Classes of functions defined by convolutions**

$\boldsymbol{A}$ を単位円板 $\boldsymbol{U}=\{z:|z|<1\}$ で正則な関数

$$f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_nz^n$$

からなる関数族とし，$S_\alpha(z)=z/(1-z)^{2(1-\alpha)}$ とする．関数族

$$\boldsymbol{P}_\alpha(\beta,\gamma)=\left\{f\in\boldsymbol{A}:(f*S_\alpha)(z)<\frac{1+(2\beta-1)\gamma z}{1+\gamma z},\ 0\leqq\alpha<1,\ 0\leqq\beta<1,\ 0<\gamma\leqq1\right\},$$

$$\boldsymbol{Q}_\alpha(\beta,\gamma)=\{f\in\boldsymbol{A}:zf'(z)\in\boldsymbol{P}_\alpha(\beta,\gamma)\},$$

$$\boldsymbol{R}_\alpha(\beta,\gamma)=\left\{f\in\boldsymbol{A}:\frac{(f*S_\alpha)(z)}{z}<\frac{1+(2\beta-1)\gamma z}{1+\gamma z},\ 0\leqq\alpha<1,\ 0\leqq\beta<1,\ 0<\gamma\leqq1\right\}$$

を導入し，これらの関数族について得られた結果を報告する．

4．尾和重義（近畿大理工）・**L. Liquan** (Heilongjiang Univ.)・**M. Wancang** (Northwest Univ.) **An application of Jack's lemma**

$\boldsymbol{A_n}$ を単位円板 $\boldsymbol{U}=\{z:|z|<1\}$ で正則な関数

$$f(z)=z+\sum_{k=n+1}^{\infty}a_kz^k\quad(n\geqq1)$$

からなる関数族とする．また，

$$\boldsymbol{R}_n(\alpha)=\{f\in\boldsymbol{A_n}:|f'(z)-1|<1-\alpha,\ 0\leqq\alpha<1\}$$

とする．このとき，$\boldsymbol{R}_n(\alpha)$ の関数 $f(z)$ に対して，

$$\mathrm{Re}\left\{e^{i\beta}\frac{f(z)}{z}\right\}>0,$$

$$|\beta|<\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}(1-\alpha)$$

が成り立つことを示す．

5．谷口彰男（日大文理)・**尾和重義**（近畿大理工)・**布川　護**（群馬大教育)・**斎藤　斉**（群馬高専）　**Distortion theorem on the class $F(\alpha, \beta)$**

α, β をある制限された実数とする．関数 $f(z)$ は，単位円内 U で正則かつ $f(0)=0, f'(0)=1$, $\dfrac{f(z)f'(z)}{z} \neq 0$ とする．$f(z)$ が条件

$$\mathrm{Re}\left\{(1-\alpha)(1-\beta)\frac{zf'(z)}{f(z)} + \alpha\left(1-\beta+\frac{zf''(z)}{f'(z)}\right)\right\} > 0 \qquad (z \in U)$$

を満足するとき，$f(z)$ は族 $F(\alpha,\beta)$ に属すると言われる．われわれは，$f \in F(\alpha,\beta)$ に対し $|f'(z)|$ の上からと下からの sharp bounds を得たので，これを報告する．

6．福井誠一（和歌山大教育)・**尾和重義**（近畿大理工)・**小川庄太郎**（近畿大理工)・**坂口栄一**（奈良産大経済）　**Notes on λ-spiral functions of order α**

単位円板 U 内で正則な関数

$f(z) = z + \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k z^k$ が実数 λ，α に対し

$\mathrm{Re}\left(e^{i\lambda}\dfrac{zf'(z)}{f(z)}\right) > \alpha$，$z \in U$ をみたす関数を

λ−spiral of order α という．この関数族 $S_n(\lambda,\alpha)$ について次の結果を得た．

定理．$f(z) \in S_n(\lambda,\alpha)$, $\cos\lambda > \alpha$ ならば，

$\mathrm{Re}\left(\dfrac{f(z)}{z}\right)^{\gamma e^{i\lambda}} > \beta$ となる．ここに，

$0 < \gamma < \dfrac{n}{2(\cos\lambda-\alpha)}$，$\beta = \dfrac{n}{n+2\gamma(\cos\lambda-\alpha)}$ である．また，これらの応用と若干の考察を与える．

7．布川　護（群馬大教育)・**尾和重義**（近畿大理工)・**福井誠一**（和歌山大教育)・**斎藤　斉**（群馬高専)・**Ming-Po Chen**（Academia Sinica）　**A class of functions which do not assume non-positive real values**

単位円 $E = \{z\,;|z|<1\}$ で analytic で $f(0) = 1$, $f(z) \neq 0$ かつ負の実数値をとらない関数 $f(z)$ の集合を $\boldsymbol{N}$ とする．

定理．$f(z) \in \boldsymbol{N}$ ならば $|z| = r < 2-\sqrt{3}$ のとき，

$$\left(\frac{1-r}{1+r}\right)^2 \leqq \mathrm{Re}\, f(z) \leqq \left(\frac{1+r}{1-r}\right)^2,$$

$2-\sqrt{3} \leqq |z| = r < 1$ のとき，

$$\frac{1-8r^2+14r^4-8r^6+r^8}{2(1-r^2)^2} \leqq \mathrm{Re} f(z) \leqq \left(\frac{1+r}{1-r}\right)^2$$

となる．

8．布川　護（群馬大教育)・**尾和重義**（近畿大理工）　**On a certain subclass of analytic functions**

$f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$ は単位円板 $E = \{z\,;|z|<1\}$ で analytic で

$$\mathrm{Re}\left\{(1-\alpha)\frac{zf'(z)}{f(z)} + \alpha\left(1+\frac{zf''(z)}{f'(z)}\right)\right\} > \beta$$

をみたす．このような関数 $f(z)$ の集合を $A(\alpha,\beta)$ と定義すると，次の定理が得られる．

定理．$f(z) \in A(\alpha,\beta)$，$\alpha > 0$，$0 \leqq -\beta/\alpha \leqq 1/2$ ならば

$$\mathrm{Re}\frac{zf'(z)}{f(z)^{1-1/\alpha} g(z)^{1/\alpha}} > 2^{2\beta/\alpha},$$

$g(z)$ は starlike function

となり $f(z)$ は*order* が $2^{2\beta/\alpha}$ の Bazilevič function となり E で単葉である．

この定理より次の系が得られる．

系．$f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$ が E で analytic で，

$1+\mathrm{Re}\left(\dfrac{zf''(z)}{f'(z)}\right) > \beta$ in E，$-1/2 \leqq \beta \leqq 0$ ならば，$f(z)$ は order が $z^{2\beta}$ の close-to-convex function となる．

9．斎藤　斉（群馬高専)・**布川　護**（群馬大教育）　**On functions satisfying $Re\{f(z)/z^p\} > 0$**

単位円 $D=\{z\,;|z|<1\}$ で analytic かつ

$Re\{f(z)/z^p\}>0$ である関数 $f(z)=z^p+\sum_{n=p+1}^{\infty}a_n z^n$ の集合を S_p とする．(p は正の整数)

定理．$f(z)\in S_p$ ならば，

$|z|=r<\dfrac{\sqrt{1+p^2}-1}{p}$ のとき

$$Re\frac{f'(z)}{z^{p-1}}\geqq\frac{p-2r-pr^2}{(1+r)^2}$$

この評価は sharp で，extremal function は

$f(z)=\left(\dfrac{1+z}{1-z}\right)z^p$ である．

10. 井上哲男（神戸商船大）**・久保忠雄　円環内単葉関数のある族について**

$q(w_1, w_2)$ を chordal distance とし，$\bar{C}$における一つの Jordan 閉曲線 γ 上の順序づけられた 4 点 w_1, w_2, w_3, w_4 に対して

$$\frac{q(w_1, w_2)\,q(w_3, w_4)}{q(w_1, w_3)\,q(w_2, w_4)}+\frac{q(w_2, w_3)\,q(w_4, w_1)}{q(w_2, w_4)\,q(w_3, w_1)}\leqq\frac{1}{k}$$

$(0<k\leqq1)$ が成立するとき，この γ を k-circle と言う．$w=f(z)$ が円環内で単葉で，その像が $|w|=1$ と k-circle で囲まれた領域の内部に含まれ，かつ $f(|z|=1)=\{|w|=1\}$ のとき，$|f(z)|$ に関連するある種の積分平均に関する結果，歪曲定理，被覆定理について考察する．これ等の結果は，Blevins が単位円内単葉関数の場合で求めた結果や，Tul'chiĭ が有界関数に対して得た結果と密接な関係がある．さらに，前に得られた久保の主弦定理に関する結果，久保・井上によって得られた極値的環状領域に関する結果等に類似した諸定理についても説明する．

11. 山下愼二（都立大理）**　導函数の積分平均と星型，凸型半径**

単位開円板で正則な函数 f は $f(0)=f'(0)-1=0$ をみたすとする．円周 $|z|=r$ $(0<r<1)$ 上の f' の L^2 平均を $M(r)$ とし，$N(f)$ を $r/M(r)$ の $0<r<1$ での上限とする．**定理**．f は $|z|<N(f)$ で星型，$|z|<N(f)/2$ で凸型である．前半はゴルージンの定理 (f は $|z|<M(1)^{-1}$ で星型，但し $M(1)$ は $M(r)$ の $r\to1$ のときの極限で $M(1)<\infty$ を仮定) よりも良くまた sharp である．

12. 斎藤三郎（群馬大工）**　L_2 関数の Cauchy 積分についての注意**

D を有限個の analytic Jordan 曲線によって囲まれた有界な領域とし，$L_2(\partial D)$ 関数の Cauchy 積分

$$f(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\partial D}\frac{F(\zeta)}{\zeta-z}d\zeta,\quad z\in D$$

において，この等式を成り立たせる $L_2(\partial D)$ 関数 $F(\zeta)$ に対して極値問題

$$\min\int_{\partial D}|F(\zeta)|^2\,|d\zeta|$$

を考える．極値関数 F^* に対して，M. Schiffer は，∂D 上

$$F^*(\zeta)=f(\zeta)$$

が成り立つ場合を決定する問題を提起した．これに関して，**定理**．上記の等式が成立する必要十分条件は，

$$\int_{\partial D}f(z)\frac{|dz|}{z-u}=0$$

が D 上成り立つことである．

13. 斎藤三郎（群馬大工）**　exponential type の不等式について**

単位円 U：$|z|<1$ 上 $f(0)=0$ と正規化された有限 Dirichlet 積分をもつ解析関数 $f(z)$ に対して不等式

$$\frac{q}{\pi}\iint_U|\exp f(z)|^2(1-|z|^2)^{q-1}dxdy$$

$$\leqq\exp\left\{\frac{1}{\pi(q+1)}\iint_D|f'(z)|^2\,dxdy\right\}(q\geqq0)$$

を得ていた（Math. Ann. 246（1979））が，analytic Jordan 曲線で囲まれた有界領域 D 上で，上記の4つの自然な version が存在することを報告する：これらは Bergman 核，Szegö 核，Rudin 核および共役 Rudin 核を用いて得られる．Rudin 核の場合 t に極をもつグリーン関数の Hardy norm において正規化条件 $f(0)=0$ は $f(t)=0$ となるが，他の3つの場合には，∂D の curvature を

$$\varkappa(z)=\frac{1}{i}\frac{d^2z}{|dz^2|}\Big/\frac{dz}{|dz|}$$

とするとき，$\int_{\partial D} f(z)\varkappa(z)|dz|=0$ となる．

14. 石崎克也（千葉大理） **Deficient and ramification small functions for the admissible solutions of some algebraic differential equations**

$\alpha_i(z)\ (i=0,1,\cdots,p)$，$a_j(z)\ (j=0,1,\cdots,q)$ は，$|z|<\infty$ で有理型な函数で，$\alpha_p\neq 0$，$a_q\neq 0$ とする．微分方程式

$$(1)\quad \sum_{i=0}^{p}\alpha_i(z)(w')^i=\sum_{j=0}^{q}a_j(z)w^j$$

が，admissible solution $w=w(z)$ をもつとする．

w に対して small な有理型函数 $\eta=\eta(z)$ が，$\delta(\eta,w)=\delta(0,w-\eta)>0$ を満たすとき，η を w に対する（small）deficient function，$\Theta(\eta,w)=\Theta(0,w-\eta)>0$ を満たすとき，（small）ramification function と定義する．また，η が(1)の solution であるとき small solution ということにする．このとき，次の定理が成り立つ．

定理．η が w の deficient function であるか ramification function であるならば，η は(1)の small solution である．特に，(1)で $\alpha_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_{p-1}=0$ ならば，η が w の deficient function であるか ramification function であることは同値で，η が constant でないならば，η は deficient function である．

15. 占部博信（京都教育大） **On unique factorizability of certain composite entire functions**

整関数の合成による分解の一意性について考える．前に，h を位数 $\rho(h(e^z))<\infty$ をみたす整関数とし，Q を多項式とすれば，$(z+h(e^z))\circ(z+Q(e^z))$ uniquely factorizable であること，特に，$(z+e^z)\circ(z+e^z)$ がそうであることは既に確められていた．しかし，まだ，自然数 k について，$e_k(z)=\exp[e_{k-1}(z)]\,(e_0(z)\equiv z)$ とするとき，k または m が2以上のときには，$(z+e_k(z))\circ(z+e_m(z))$ が uniquely factorizable かどうかはわかっていなかった．

ここでは，$k=1$，$m=2$ や $k=2$，$m=1$ のときは上のことが正しいこと及びその一般化として，P，Q，S を非定数多項式とするとき，次のことが成立することを報告したい．**定理1．** $(z+P(\exp[Q(e^z)]))\circ(z+S(e^z))$ は uniquely factorizable. **定理2．** $(z+S(e^z))\circ(z+P(\exp[Q(e^z)]))$ は，$\deg Q\neq\deg S$ または，$P(\exp[Q(0)])\neq P(0)$ ならば，uniquely factorizable. **定理3．** $(z+P(e^z))\circ(z+Q(e^z))\circ(z+S(e^z))$ は uniquely factorizable. **定理4．** h：entire，$\rho(h)<1$ のとき，$(z+P(e^z))\circ(z+h(e^z))$ は uniquely factorizable.

これらの主張の証明には，$\mathrm{J}(2\pi i)$ に属する関数に対する分解定理と合わせて，N. Steinmetz の定理（Math. Z. 170 (1980)）と H. Wittich の結果等が使われる．

16. 佐藤宏樹（静岡大理） **Classical Schottky groups に関する Zarrow の論文について**

G を genus g のショットキイ群とする．このとき $2g$ 重連結領域の境界をなすジョルダン曲線 $C_1,\cdots,C_{2g}$ と G の生成元 A_1，A_2，$\cdots$，A_g で $A_j(C_j)=C_{g+j}\ (j=1,2,\cdots,g)$ をみたすものがあ

る，特にすべての $j=1,2,\cdots g$ に対し，C_j として円をとることができるとき，G を classical ショットキイ群という．**問題.** ショットキイ群はすべて classical か？ これに対し，1974年 Marden はショットキイ群は必ずしも classical ではないということを示した．更に1975年 Zarrow は classical でないショットキイ群の有名な例を与えた．今回，classical 及び non-classical ショットキイ群の一連の研究の一部として次の結果を得たので報告する：Zarrow により与えられたショットキイ群は classical である．

17. 柴田敬一（岡山理大理） **Low-dimensional analytic submanifolds and Dirichlet Principle**

「境界が少くとも2点を含む単連結な平面領域 Δ は，単位開円板へ1対1等角に写像される．」という，Riemann の写像定理（の一部）は，Δ が Jordan 領域の場合の Carathéodory の定理や，あるいは，境界が解析弧を含む場合の解析的延長可能性定理などへ精密化されている．

この講演では，必らずしも単純でない regular analytic closed curve γ が C の被覆面上に与えられるとき，円板から，γ を境界とする領域への等角写像の存在，及び一意性について述べ，それが Dirichlet Principle から導かれることに注意したい．

18. 柴　雅和（広島大理） **開 Riemann 面の接続と Jacobi 多様体**

有限種数 g の開 Riemann 面 R が与えられているとし，$R \notin O_{AD}$ とする（$R \in O_{AD}$ のときには，以下の議論は，その必要がない）．さらに R には標準ホモロジー基底 $X(\mathrm{mod}\,\partial R)$ がひとつ与えられているとする．また一般に標準ホモロジー基底 Y をもった種数 g の閉 Riemann 面 S を (S, Y) とかき，その周期行列を (I_g, T_g) とかくとき，T_g の対角要素でつくられる複素 g-ベクトルを $d(S, Y)$ で示すことにする．このときすでに示したように，ある（非退化の）閉多重円板 P があって，(S, Y) が (R, X) の接続ならば $d(S, Y) \in P$……

さて，(R, X) の同じ種数の閉じた接続の（同値類の）全体を $C(R, X)$ とかくとき，$d: C(R, X) \to P$ は全体であろうか？── ここではその答が否定的であることを示す．この答はまた S の Jacobi 多様体 J の中で R の理想境界成分の像が J を構成する際の各複素平面に線分状の射影をもつような，R の接続 S が存在するとは限らないことも示している．

19. 志賀啓成（京大理） **平面領域から Riemann 面への正則写像の境界挙動について**

まず punctured disk $D^* = \{0 < |z| < 1\}$ から，リーマン面への正則写像に関する Ohtsuka の定理（1952）を，Fuchs 群の理論を用いて（Royden らとは別に），初等的に証明する．続いて特異点を多くした場合を考える．このとき，ターゲットであるリーマン面が一般の場合，あまり意味のある結果は得られない．そこで，リーマン面を制限して同種の結果を導く．すなわち，**定理.** E を単位円板 D 内の Compact, linear measure 0 の集合として，R を Carathéodory 微分計量に関してある種の非退化条件をみたすリーマン面とする．このとき，$D-E$ から，R への任意の正則写像は，D まで正則に延長できる．

最後に，上述のリーマン面の例をいくつか提示する．

特別講演

志賀啓成（京大理）・**今吉洋一**（阪大教養）

Teichmüller 空間論とその応用としての Parshin-Arakelov の定理の証明

1. 本講演の目的は，（函数体上の）Schafarevich 予想の解決として知られている次の Parshin-Arakelov の定理の拡張を Teichmüller 空間，Klein 群の理論を用いて証明することである．

定理 I（[1],[6]）．有限型 Riemann 面 B 上の (g, n) 型 $(2g+n-2>0)$ Riemann 面の正則族で，局所非自明なものは，同型を除き高々有限個しかない．

一方，Parshin によって，定理 I から，次の函数体上の Mordell 予想が成立することが示されている（Parshin's construction：Masur [8]）．

定理 II（[3],[7] etc.）．B を同上のものとするとき，

(1) B 上の局所非自明な (g, n) 型の Riemann 面の正則族に対し，その holomorphic sections は高々有限個である．

(2) B 上の正則族が局所自明なら，その holomorphic sections で，非定数のものは高々有限個である．

しかしながら，我々の証明した結果を用いれば，"定理 I ⇒定理 II" は，ほとんど trivial になる（したがって，[1] の結果を拡張した形（定理 I）で示した意義もあった）．

2. 方針 まず，B 上の正則族を，B の普遍被覆面 $\tilde{B}$ から，(g, n) 型の Riemann 面の Teichmüller 空間 $T(g, n)$ への正則写像とみなす．ただし，この正則写像は Modular 群へのある種の monodromy を持っている（[4], [12]）．すると，B 上の正則族の有限性は，$\tilde{B}$ から，$T(g, n)$ への正則写像の有限性とみなし得る．そこで，このような正則写像に対し，以下に述べる Rigidity Theorem，更にある種の compact 性を示し，定理 I を証明する．勿論，その際，Teichmüller 空間の性質をいくつか用いる．

3. Teichmüller 空間論からの準備，Rigidity Theorem，Bers embedding によって $T(g, n)$ を $\mathbf{C}^N$ 内の有界領域と同一視することにする $(N=3g-3+n)$．そのとき，

補題 1（[9]）．$T(g, n)$ 内では小林距離と Teichmüller 距離は等しい．

$\overline{T(g, n)}$ の各点は Klein 群（quasi-Fuchs 群，b-group）に対応しているが，

補題 2（[10]）．単位円板 D から $T(g, n)$ への正則写像 φ に対し，∂D 上 *a.e.* に radial limit が存在し，対応する群は cusp でない．

補題 3（[2]）．点列 $\{a_n\}$, $\{b_n\} \subset T(g, n)$ に対し，$a_n \to a$, $b_n \to b\ (n \to \infty)$ とする．もし各 n に対し，a_n と b_n の Teichmüller 距離 $\leq M\ (<\infty)$ なら，a と b に対応する群は互いに擬等角同値である．特に，一方が全退化群なら，片方もそうで，かつ $a=b$．

Rigidity Theorem（[6];[5] [12] も参照）．B 上の (g, n) 型の Riemann 面の局所非自明な 2 つの正則族が，Modular 群への同一の monodromy を持つなら，それは同型である．

この定理の証明は，上記の補題と Fuchs 群についての Myrberg の定理を用いてなされる．

4. 定理 I の証明. B 上には，局所非自明な正則族が存在するから，$\tilde{B}$ は単位円板 D とみなせる，無限個の局所非自明な正則族，したがって，それに対応する D から $T(g, n)$ への無限個の正則写像 $\{\varphi_n\}$ と，その monodromy $\{\chi_n\}$ が存在したとして矛盾を導く．ただし，φ_n は，Modular 変換による共役は同一と見なすものとする．この時 2 つの場合に分けて考える．すなわち，

1° $|\varphi_n(0)|$ が $T(g, n)$ で（Teichmüller 距離に関して）有界であるとき．

2° そうでないとき．

1° の場合，Rigidity Theorem と Modular 群の作用の不連続性を用いれば矛盾が導びかれる．

2° の場合，$|\varphi_n(0)|$ は Moduli 空間の集合と考えても，非有界になる．したがって，それを表す Riemann 面の中には，ある Jordan 閉曲線族 $\{C\}$ について（双曲的に）pinching を行ったものが含まれている．そのような φ_n を固定する．補題 1 及び小林距離の decreasing property より，χ_n の像は全て $\{C\}$ について reducible な Modular 変換であることが分かり，φ_n の境界値は *a.e.* に cusp に対応することが示せる（*cf.*[11]）．これは補題 2 に反する．よって，定理 I が示された．

参 考 文 献

[1] S. Ju. Arakelov, Math. USSR Izvestija 5 (1971), 1277-1302.

[2] L. Bers, Amer. J. Math., 105 (1983), 1-11.

[3] H. Grauert, I.H.E.S. Publ. Math., 25 (1965), 363-381.

[4] Y. Imayoshi, Ann. of Math. Studies, 97 (1980), 277-300.

[5] ———, Duke Math. J., 50 (1983), 393-403.

[6] Y. Imayoshi and H. Shiga, to appear in Proceedings of MSRI.

[7] Y. Manin, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat., 27 (1963).

[8] B. Mazur, Bull. Amer. Math. Soc., 14 (1986), 207-259.

[9] H. L. Royden, Ann. of Math. Studies, 66 (1971), 369-383.

[10] H. Shiga, J. Math. Kyoto Univ., 24 (1984), 441-452.

[11] ———, ibid., 25 (1985), 619-626.

[12] ———, Tôhoku Math. J., 38 (1986), 539-549.

10月 5 日(月)

20. 大藪 卓 On the homeomorphism group of C^n

定理 1. $\mathrm{Homeo}(C^n) = GL(n, C) \times B$

(as a top. space)

正確には，affine 群である．

証明には，次の命題を用いる．

命題.

$fGL(n, C)f^{-1} \subset GL(n, C) \Rightarrow f \in GL(n, C)$.

この命題を大胆に，注意深く用いることによって上の定理を得る．

定理 2. $Aut_{Hol}(C^n)$

$= Aff(C^n) = GL(n, C) \times C^n$

すなわち，Affine 変換群である．

これは，定理 1 をみとめると，C が代数的閉体であることを使うと，割合簡単に証明できる．

なお，これは，有名な Jacobian Conjecture を含む．

21. 大藪 卓 Spectral Geometry of Kähler manifold

Spectral Geometry とは，主として Laplacian のスペクトルに関する数学の事である．

(M, Ω) を Kähler 多様体として，$\mathrm{Spec}(\mathfrak{A}^{p,q})$ で Dolbeanet Complex の Spectre とする (real, discrete)

定理 1. $\mathrm{Spec}(\mathfrak{A}^{p,q}) = \mathrm{Spec}(\mathfrak{A}^{p+1,q+1})$

定理2．Mをコンパクト，ケーラー多様体とする．

① Spectral curvature $K \geqq 0$

② $H^2(M:R) \cong R$

then, $M \cong P^n(C)$ (homeomorphic)

22. 笹山浩良（笹山研） **On the hypercomplex extensions of real normed linear spaces and generalized Fréchet-differentiation**

Bを実ノルム線型空間，$\mathfrak{S}$を基底$e_i(i=1,\cdots,n)$をもつ実数体上のassociativeなn元複素数系の環とする．但し，$e_1=1$はprincipal unitとする．本講演ではA.E. Taylor氏のBに随伴した複素couple空間$E(C)$及び前回の分科会で私が導入したBに随伴したQuaternionic quaternary space $E(\Xi)$と同様，之等を含むようなBの多元複素$\mathfrak{S}$-拡大$E(\mathfrak{S}) \equiv \{(x_1,\cdots,x_n) \mid x_i \in B\,(i=1,\cdots,n)\}$がscalar乗法$\text{Ж}\cdot X \equiv (\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij}^{1} \xi_i x_j, \cdots, \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij}^{n} \xi_i x_j)$と同様に定義された$X\cdot\text{Ж}$($\text{Ж}\in\mathfrak{S}, X\in E(\mathfrak{S})$)の導入により定義できる事を報告する．ここに$e_i\cdot e_j=\sum_{k=1}^{n} \gamma_{ij}^{k} e_k$である．$\|X\| \equiv (\sum_{i=1}^{n} \|x_i\|^2)^{1/2}$は$E(\mathfrak{S})$にノルムを与えるが一般に$\|\text{Ж}\cdot X\|=\|X\cdot\text{Ж}\|=|\text{Ж}|\cdot\|X\|$は成立しない．而し，もし$B$従って$E(\mathfrak{S})$がpre-Hilbert spaceで$\mathfrak{S}$が$\sum_{k=1}^{n} \gamma_{ij}^{k}\gamma_{hl}^{k} = \delta_{ih}\delta_{jl}$を充すならば上式が成立する事及び係数環$K$の抽選的多元環上の一般多元複素ノルム線型空間の函数に対しても前回同様にFréchet微分が導入できScheffers氏の定理を拡張する事ものべる．

23. 笹山浩良（笹山研） **On the Cauchy-Riemann equations for generalized R. Fueter's regularity in the hypercomplex normed linear spaces**

$\mathfrak{S}$をprincipal unit $e_1=1$のbase $e_i(i=1,\cdots,n)$をもつ実数体上の多元複素数系の環，$E(\mathfrak{S})$, $E'(\mathfrak{S})$を夫々実ノルム線型空間B, B'の多元複素$\mathfrak{S}$-拡大とすると，前回の分科会でQuaternionic normed linear spaceにおける函数に対して拡張したR. Fueter氏正則性を更に$E(\mathfrak{S})$の開部分集合Dで定義され$E'(\mathfrak{S})$中に値をもつ函数$f(X)\equiv\sum_{i=1}^{n} e_i u_i(x_1,\cdots,x_n)$へも容易に拡張でき，対応するCauchy-Riemann方程式は左正則のとき$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij}^{k} \partial_{x_i} u_j = 0\ (k=1,\cdots,n)$で与えられる．(右正則に対しても同様) ここに$e_i\cdot e_j=\sum_{k=1}^{n}\gamma_{ij}^{k} e_k$で$\partial_{x_i}u_j \equiv \partial_{x_i}u_j(x_1,\cdots,x_n;\xi)$は$u_j$の$x_i$に関する増分$\xi\in B$のFréchet偏微分とする($i, j=1,\cdots,n$)．又，$u_i(i=1,\cdots,n)$は2回連続的にFréchet偏微分可能($D$で)とする．

ERRATA 1987年4月4日の講演27 アブストラクトp.9の定理の上から5行目

$\partial_{x_2}u_4=$ は $-\partial_{x_2}u_4=$ と改める．

24. 森中 央（大阪工大） **On the adjoint harmonic space of a *P*-harmonic space which has a regular Riesz-Martin kernel**

$(X, \mathscr{U})$は可算基をもつP-harmonic spaceとする．このとき，a) ${}^*\mathscr{U}$はDoob convergence propertyをもつ；b) 条件A), P)がみたされる. i.e. A) $\forall x\in X, \exists V$:a nbd. of x s.t. X is the smallest absorbent set containing $X\setminus V$, P) 同じsupportをもつ2つのextreme potentialsはproportionalである；がみたされれば，$(X, \mathscr{U})$はGreen関数$k(x,y):X^2\to[0,\infty]$をもつ(K. Janssen, Math. Ann. 1974)．さらに，c) 正則(${}^*\mathscr{U}$に関して)かつcompletely determinant (c.d.) 開集合の全体はXの基をなす；d) 任意のextreme potentialはstrictly positiveかつsupport上で$+\infty$をとる；の仮定のもとに，X上のadjoint harmonic measureを定義し，この測度によって生成されるX上のhyperharmonic sheaf $\mathscr{U}^*$がConstantinescu-Corneaのaxiomsをみたすこと．

25. 前田文之（広島大理）　**共役構造をもつ調和空間における極集合の除去可能性**

$(X, \mathscr{U})$と$(X, \mathscr{U}^*)$はGreen関数$G(x, y)$によって互に共役であるようなP-調和空間で，定数関数1は$\mathscr{U}$に対しても$\mathscr{U}^*$に対しても優調和であるとする．$G(x, y)$によって$\mathscr{U}$に対する測度表現$\sigma: \mathscr{U} \to \mathscr{U}$および，$f \in \mathscr{U}(U)$($U$:開集合)のgradient測度$\delta_f$が定まる．開集合$U \subset X$に対し

$$\mathscr{U}_E(U) = \{u \in \mathscr{U}(U); \delta_u(U) + \int_U u^2 d\sigma(1) < +\infty\}$$

と定義すると，X上のコンパクト極集合は$\mathscr{U}_E$-除去可能となる．この結果は，古典的調和関数論ではよく知られた結果であるが，熱方程式に対するポテンシャル論を含む「放物型」ポテンシャル論においては，未だ文献に現れていないようである．

26. 二宮信幸（阪市大理）　**集合の可容性について**

次の結果を述べる．$m(\geqq 3)$次元空間において，エネルギー積分有限なすべての正の測度について可測である点集合は可容である．従ってボレル集合，或はその連続像として表わされる点集合（解析集合と呼ばれる）は可容となる．こゝに謂うポテンシャルはニュートンポテンシャル，容量はニュートン容量であり，「可容」という言葉は通例の「可容」ではなくてそれより少し強いものである．

27. 秦野　薫（島根大教育）　**カントール集合の(α, p)-thinnessについて**

集合$A \subset R^n$がある点$x \in R^n$において(α, p)-$thin$であるとは，

$$\int_0^1 \{r^{\alpha p - n} B_{\alpha, p}(A \cap B(x, r))\}^{1/(p-1)} r^{-1} dr < \infty$$

によって定義する．ここに，$B_{\alpha, p}$はベッセル容量を表わす．$[\{k_j\}_{j=1}^{\infty}, \{\ell_j\}_{j=0}^{\infty}]$によって構成される$R^n$内のカントール集合を$E$とかく，次の結果が得られる．

定理．$1 < p < \infty$かつ$0 < \alpha p \leqq n$とする．$\{k_j\}_{j=1}^{\infty}$を有界数列と仮定する．このとき，$B_{\alpha, p}(E) = 0$とEがEのある一点において(α, p)-$thin$であるとが同値である．

さらに，(α, p)-$fine$位相$\tau_{\alpha, p} = \{H \subset R^n; R^n \setminus H$が$H$のどの点においても$(\alpha, p)$-$thin\}$についても言及する．

28. 山本裕陸（高知大理）　**ある condenser capacity の不等式について**

(E_0, E_1)はR^n内のcondenserで，E_0, E_1はx_1-軸の閉区間$[-1, 1]$内の互いに素なコンパクト集合とする．$p > 1$とし，$C_p(E_0, E_1)$を(E_0, E_1)のp-capacityとする．このとき不等式

$$C_p(E_0, E_1) \geqq C_p(E_0^*, E_1^*)$$

が成立する．ただし，$E_0^* = [-1, -1 + \ell(E_0)]$, $E_1^* = [1 - \ell(E_1), 1]$である．これはTamrazovが$n = p = 2$の時に得た定理の一般化である．

なお，$n = p$の時spherical symmetrizationによって得られる不等式との関連についても述べる．

29. 伊藤正之（名大教養）・**西尾昌治**（名大理）　**α次放物型ポテンシャルに関する正則性について**

$n+1$次元ユークリッド空間R^{n+1}におけるα $(0 < \alpha < 1)$次放物型作用素

$$L = -\partial / \partial t - (\Delta)^{\alpha}$$

を考察する．但し，R^{n+1}の点を(x, t) $(x \in R^n, t \in R)$で表わし，Δはx-空間のラプラシアンを表わす．Lの素解Wに関する掃散分布の存在を示し，与えられた領域における境界点のDirichlet問題に関する正則性を通常の方法で定義する．この時，正則性の十分条件を次の形で述べることができる．なお，熱方程式には同種の結果は知られている（E. Effros & J. Kazdan）．

定理. R^{n+1} の領域 Ω の境界点 (x_0, t_0) が次のポアンカレ型条件 (P) を満たせば，(x_0, t_0) は正則点である．

(P)　(x_0, t_0) の近傍 V と R^n の空でない閉集合 ω が存在して

$$V \cap \{(x_0 + px, t_0 - p^{2\alpha}); x \in \omega, p > 0\} \subset \Omega^c.$$

30. 水田義弘（広島大総合科）　**リースポテンシャルの微分可能性について**

R^n 上の関数 f が，条件

$$\int_{R^n} |f(y)|^p \omega(|f(y)|)\, dy < \infty$$

（ここで，ω は区間 $(0, \infty)$ 上の単調増加な正値関数で

(a) $\int^\infty \omega(r)^{-1/(p-1)} r^{-1} dr < \infty, 1 < p < \infty,$

(b) $\omega(2r) \leqq \text{const.}\ \omega(r),\ r > 0$)

を満足するとき，その $\alpha (= n/p)$ 次のリースポテンシャル $R_\alpha f(x) \equiv \int |x-y|^{\alpha-n} f(y)\, dy$ はほとんど全ての点 $x_0 \in R^n$ で，

$$\lim_{x \to x_0} |x - x_0|^{-\alpha} \{R_\alpha f(x) - P_{x_0}(x)\} = 0$$

となる高々 $\alpha - 1$ 次の多項式 P_{x_0} をもつ．

ω が条件(a)を満たさなければ，$R_\alpha f(x)$ の微分可能性は保証されない．ただ，このときに，弱い意味での微分可能性については，すでに知られている．ω の例としては，$\omega(r) = (\log(2+r))^\delta$, $[\log(2+r)]^{p-1}[\log(2+\log(2+r))]^\delta, \cdots$, $\delta > p - 1$.

31. 水田義弘（広島大総合科）　**p 細連続関数の境界値について**

R^n の半空間 $D = \{x_n > 0\}$ 上で定義され，条件

$$\int_D |\text{grad}\ u(x)|^p x_n^\alpha\, dx < \infty$$

を満足する関数 u の境界(極限)値について，次の結果を得た．ここで，$1 < p < \infty$，$-1 < \alpha < p - 1$ とする．

定理. つぎの条件を満たす $E \subset D$ が存在する：

(i) $n - p + \alpha > 0$ なら

$$\lim_{x_n \to 0,\, x \in D-E} x_n^{(n-p+\alpha)/p} u(x) = 0.$$

$n - p + \alpha = 0$ なら

$$\lim_{x_n \to 0,\, x \in D-E} \left(\log \frac{|x|+1}{x_n}\right)^{1/p-1} u(x) = 0.$$

$n - p + \alpha < 0$ なら

$$\limsup_{x_n \to 0,\, x \in D-E} (|x|+1)^{n-p+\alpha/p} u(x) < \infty.$$

(ii) E は ∂D で p-尖細.

32. 鈴木紀明（広島大理）　**Lipschitz 領域上の正値優調和関数の可積分性**

D を $R^N (N \geq 2)$ の有界 Lipschitz 領域とする．D 上のすべての正値優調和関数が p 乗可積分となる定数 $0 < p \leqq 1$ が存在することを報告する．また，D の境界を表わす Lipschitz 関数の norm による p の評価を与え，特に，D が C^1-領域ならば $p = 1$ とできることを示す．

証明には，E. B. Davies (J. Functional Analysis 71 (1987)) による Green 関数の評価を使う．

33. 濃野聖晴（福岡教育大）　**クリフォード微分作用素について**

A_n を実 2^n 次元 Clifford algebra とし，その基底を $\{e_0 = 1, e_1, \cdots, e_n, \cdots, e_1 e_2 \cdots e_n\}$ とする．m を $0 < m \leqq n$ を満す整数とし，$\alpha_i = \sum_{i\ 0}^{m} e_i a_{ij} \in A_n$ $(i = 0, 1, \cdots, m)$ とする．微分作用素：

$$D = \sum_{i\ 0}^{m} \alpha_i \frac{\partial}{\partial x_i}$$

を考える．ただし，$\frac{\partial}{\partial x_i}$ は普通の実微分作用素とする．

本講演では「微分作用素 $Df = 0$ の任意の解がラプラスの方程式 $\Delta f \equiv \sum_{i\ 0}^{m} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} = 0$ の解である.」となる微分作用素 D の特徴付けを与える．

free gr $\backslash \Pi_g \hookrightarrow$ cpt. K
hyp. imbedded

ただし f は A_n に値を取る実 $(m+1)$-変数の関数である．

34. 泉池敬司（神奈川大工）　**The one-radius theorem is not true for bounded real-analytic functions**

Rudin は Function theory in the unit ball of C^n の中で次の定理を示した（p. 58）．

One-radius 定理．u が $\overline{B}$ で連続で，任意の $z \in B$ に対して

$$u(z)=\int_S u(\psi_z(r(z)\zeta))\, d\sigma(\zeta)$$

をみたす半径 $r(z)$ があるならば，u は M-harmonic である．ここで ψ_z は点 z により定まる automorphism を表わす．

u が有界実解析関数にまで上の定理が拡張できるかというのが Rudin の問題であるが，成立しない例が存在する．

35. 児玉秋雄（金沢大理）　**A Rosay type theorem for a weakly pseudoconvex boundary point**

$\mathbf{C}^n$ の有界領域 D と $p \in \partial D$ に対して条件

$(*)$ $\exists \{k_\nu\} \subset\subset D$, $\exists \{\varphi_\nu\} \subset Aut(D)$; $\varphi_\nu(k_\nu) \to p$ を考える．Rosay [Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 29, 91-97] は D の強擬凸境界点 p に対して条件 $(*)$ が成立すれば $D \cong B^n$ を示した．自然に次の

問．p が弱擬凸境界点のときはどうか？

が起る．これに対して，最近 Greene-Krantz [Preprint] は

$$E(m)=\{z \in \mathbf{C}^n \mid \sum_{i=1}^{n-1} |z_i|^2 + |z_n|^{2m} < 1\} (m \in \mathbf{N})$$

の特徴付けを得た．本講演では Greene-Krantz の結果に関連して得られたこと [To appear in Tôhoku Math. J.] を報告する．

36. 野口潤次郎（東工大理）　**On $Hol(N, \Gamma \backslash D)$ for Γ with torsion**

N をコンパクト化可能な複素多様体，D を完備双曲的多様体，Γ を $Aut(D)$ の離散部分群，$(*)$ 商 $\Gamma \backslash D$ はコンパクト複素空間に双曲的に埋込まれているとする．もし Γ が torsion-free ならば正則写像のモジュライ $Hol(N, \Gamma \backslash D)$ は，コンパクト複素空間の Zariski 開集合の構造を持つことが分る（前回の特別講演）．ここでは Γ が一般に torsion がある場合でも，有限指数の torsion-free な部分群 $\Gamma_0 \subset \Gamma$ で $(*)$ をみたすものがあれば，同様のことが主張出来ることを報告する．但し，正則写像 $f: N \to \Gamma \backslash D$ は表現 $\chi_f \in Hom(\pi_1(N), \Gamma)$ に両立する lifting を持つものだけを考える．タイヒミューラー空間 D とタイヒミューラーモジュラー群 Γ，有界対称領域 D とその算術的部分群 Γ 等は上の例になっている．

定理、更に M は双曲的埋込になっている

37. 寺田俊明（滋賀医大）　**(F_1) より生ずる保型関数**

n 変数の微分方程式系 (F_1) の解の基により定義される $D := \{x \mid x_i \neq 0, 1, x_j\}$ から $P^n(C)$ への写像を ω とする．

$\lambda_i (0 \leq i \leq n+1)$ を (F_1) の助変数とし，$I = \{i_0 \cdots i_p\} (0 \leq i_\alpha \leq n+1, i_\alpha \neq i_\beta (\alpha \neq \beta), 1 \leq p \leq n)$ に対して $\lambda_I := \lambda_{i_0} + \cdots + \lambda_{i_p} - p$ とするとき，

定義 1．(F_1) が Picard-Schwarz の条件を満たすとはすべての I に対して $\lambda_I \in Z^{-1} = \{0\} \cup \{\frac{1}{m} \mid m \in Z\}$ が成立することである．**2**．I が指数型であるとは，次の条件の少なくとも 1 つが成立することである．① $\lambda_I \notin Z$，②すべての $i \in I$ に対して $\lambda_i \in Z^+ = \{正整数\}$，③すべての $i \in I$ について $\lambda_i \in Z \backslash Z^+$，④すべての $j \notin I$ について $\lambda_j \in Z^+$，⑤すべての $j \notin I$ について $\lambda_j \in Z \backslash Z^+$．

定理. Picard-Schwarz の条件が成立しているとき，もしも“$\lambda_i = \pm 1$ ならば I は指数型である”ならば，ω の逆写像は保型関数体を定義する．

特 別 講 演

藤本坦孝（金沢大理） **Modified defect relation for the Gauss map of minimal surfaces**

1．序． $\boldsymbol{R}^3$ 内の極小曲面 M に対し，M の Gauss 写像は，M の各点 p に，M の p での単位法線ベクトル $G(p)$ を対応する写像 $G: M \to S^2$ として定義される．M は自然に Riemann 面とみなされ，G と立体射影 $\pi: S^2 \to \bar{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{C} \cup \{\infty\}$ との合成の共役 $g := \overline{\pi \cdot G}: M \to \bar{\boldsymbol{C}}$ は，M 上の有理型関数である．便宜上，以下では，g を M の Gauss 写像と呼ぶことにする．

1961年，R. Osserman は，L. Ahlfors の idea を借りて，$\boldsymbol{R}^3$ 内の非平坦完備極小曲面の Gauss 写像 g の除外値の集合は，対数容量零であることを示した（[4]）．また，1971年，F. Xavier は，この様な写像gの除外値は高々 6 個であることを示した（[6]）．最近，講演者は，この個数が 4 に下げ得る事を証明した（[3]）．因みに，Gauss 写像が丁度 4 個の値を除外する $\boldsymbol{R}^3$ 内の極小曲面の存在は古くから知られており（[4]，[5]），個数 4 は best possible である．この講演では，開 Riemann 面上の有理型関数に対し，Nevanlinna 理論における defect と類似の性質をもつ“modified defect”を定義し，非平坦完備極小曲面の Gauss 写像に対し，modified defect relation を与え，その系として上記の結果を導く．また，これに関連して，Gauss 写像が 5 個以上の値を除外する様な極小曲面に対し，Gauss 曲率の評価式を与える．

2．定義． 開 Riemann 面 M 上の非定数有理型関数 $f = f_1/f_0$ および $\alpha = a_1/a_0 \in \bar{\boldsymbol{C}}$ を考える．ここで，$(a_0, a_1) \neq (0, 0)$，f_0, f_1 は共通零点をもたぬ M 上の正則関数とする．f に対する α の H-defect を，次で定義する．

$\delta_f^H(\alpha) := 1 - \inf\{\eta \geq 0; \eta$ は条件 $(*)$ をみたす$\}$．

ここで，条件 $(*)$ とは，M 上の $[-\infty, \infty]$ 値連続関数 u で，$f^{-1}(\alpha)$ 以外で調和で，条件

（D 1） $e^u \leq (|f_0|^2 + |f_1|^2)^{\eta/2}$，

（D 2） 各点 $\zeta \in f^{-1}(\alpha)$ の近くで局所座標 z を取るとき，$\lim_{z \to \zeta} (u(z) - \log|z - \zeta|) \in [-\infty, \infty]$ が存在．

をみたすものが取れることを意味する．

また，f に対する α の O-defect を，次で定義する．

$\delta_f^O(\alpha) := 1 - \inf\{\frac{1}{m}; f - \alpha$ が $< m$ 位の零点をもたぬ$\}$．

これらは，Nevanlinna defect と似た次の性質をもつ．

(1) $0 \leq \delta_f^O(\alpha) \leq \delta_f^H(\alpha) \leq 1$．

(2) $g^{-1}(0) = f^{-1}(\alpha)$ をみたす M 上の有界正則関数 g が存在するとき，特に $f^{-1}(\alpha) = \phi$ のとき，$\delta_f^H(\alpha) = 1$．

特に，$M = \boldsymbol{C}$ のとき，$\delta_f^H(\alpha)$ は，α の Nevanlinna defect を超えない．

3．主結果． 極小曲面の Gauss 写像について，次の modified defect relation が成り立つ．

定理 I．M を $\boldsymbol{R}^3$ 内の非平坦完備極小曲面とし，g をその Gauss 写像とするとき，相異なる値 $\alpha_1, \cdots, \alpha_q$ に対し，

$$\sum_{j=1}^{q} \delta_g^H(\alpha_j) \leq 4.$$

(2)によって，任意の $\alpha_j \notin g(M)$ に対し，$\delta_g^H(\alpha_j) = 1$．従って，定理 I より直ちに，次の事

実が導かれる．

系． $\boldsymbol{R}^3$ 内の非平坦完備極小曲面の Gauss 写像 g に対し，つねに $\#(\bar{\boldsymbol{C}}\setminus g(M))\leqq 4$．

必ずしも完備でない $\boldsymbol{R}^3$ 内の極小曲面 M を考える．M の各点 p での Gauss 曲率を $K(p)$，p から M の境界までの距離を $d(p)$ で表す．

定理 II． M を $\boldsymbol{R}^3$ 内の非平坦極小曲面，g をその Gauss 写像とする．$\sum_{j=1}^{q}\delta_g^0(\alpha_j)>4$ をみたす相異なる値 $\alpha_1,\cdots,\alpha_q$ が存在するとき，

$$|K(p)|\leqq\frac{C}{d(p)^2}\qquad(p\in M)$$

をみたす，α_j 及び $\delta_g(\alpha_j)$ のみによる正数 C が存在する．

次に，$\boldsymbol{R}^4$ 内の完備極小曲面 M を考える．よく知られている様に，$\boldsymbol{R}^4$ 内の原点を含む 2 次元有向平面の全体は，$P^3(\boldsymbol{C})$ 内の正則二次曲面 $Q_2(\boldsymbol{C})$ と同一視され，$Q_2(\boldsymbol{C})$ は $\bar{\boldsymbol{C}}\times\bar{\boldsymbol{C}}$ に双正則である．M の Gauss 写像は，各点 $p\in M$ を，M の p での有向接平面に対応する $\bar{\boldsymbol{C}}\times\bar{\boldsymbol{C}}$ の点 $g(p)=(g_1(p),g_2(p))$ にうつす写像と定義してよい．このとき，g_1, g_2 は M 上の有理型関数である．

定理 III． M を $\boldsymbol{R}^4$ 内の完備極小曲面，$g=(g_1,g_2):M\to\bar{\boldsymbol{C}}\times\bar{\boldsymbol{C}}$ をその Gauss 写像とする．

(i) $g_1\not\equiv$ const. かつ $g_2\not\equiv$ const. のとき，相異なる値 $\alpha_1,\cdots,\alpha_{q_1}\in\bar{\boldsymbol{C}}$ 及び相異なる値 $\beta_1,\cdots,\beta_{q_2}\in\bar{\boldsymbol{C}}$ に対し，(a) $\sum_{i=1}^{q_1}\delta_{g_1}^H(\alpha_i)\leqq 2$，(b) $\sum_{j=1}^{q_2}\delta_{g_2}^H(\beta_j)\leqq 2$，又は

$$\text{(c)}\quad\frac{1}{\sum_{i=1}^{q_1}\delta_{g_1}^H(\alpha_i)-2}+\frac{1}{\sum_{j=1}^{q_2}\delta_{g_2}^H(\beta_j)-2}\geqq 1$$

のいずれかが成り立つ．

(ii) g_1，又は g_2 いずれか一方，例えば g_2 が定数で g_1 が非定数のとき，相異なる $\alpha_1,\cdots,\alpha_q$ に対し，$\sum_{j=1}^{q}\delta_g^H(\alpha_j)\leqq 3$ が成り立つ．

これらは [2] の結果の精密化である．

上記諸結果の証明は，Ahlfors によって一般化された Schwarz の補題，値分布論において Cowen-Griffiths が構成した negatively curved metric ([1]) の活用によって基本的な評価式を与え，これに，[6] 及び [4] における方法を適用することによりなされる．

4．文献．

[1] M. J. Cowen and P. A. Griffiths, J. Analyse Math., 29 (1976), 93-153.

[2] H. Fujimoto, J. Math. Soc. Japan, 35 (1983), 663-681.

[3] H. Fujimoto, to appear in J. Math. Soc. Japan.

[4] R. Osserman, Comm. Math. Helv., 35 (1961), 65-76.

[5] R. Osserman, A survey of minimal surfaces, 1969.

[6] F. Xavier, Ann. of Math., 113 (1981), 211-214.