1986
September

日　本　数　学　会

昭和61年秋季総合分科会

講演アブストラクト

函　　数　　論

時……　9月27日・28日

所……千　葉　大　学

27日	9：00～12：00	普通講演	1～12
	13：00～15：30	普通講演	13～22
	15：45～16：45	特別講演	
28日	9：30～12：00	普通講演	23～33
	13：15～14：15	特別講演	

函数論分科会

9月27日（土）

第VI会場

9：00〜12：00

1．関根忠行（日大理工）	ある負係数をもった関数族について	10
2．中嶋眞澄（立教大） 尾和重義（近畿大理工）	掛谷の定理の一般化	5
3．福井誠一（和歌山大教育） 小川庄太郎（近畿大理工）	A note on certain integral transform	15
4．尾和重義（近畿大理工）	Some remarks on convolution products of univalent functions	15
5．酒井　良（都立大理）	初等的な求積領域の特異点と尖点に関する指数定理	15
6．占部博信（京都教育大）	方程式 $F(z)=g(g(z))$ の整関数解について	15
7．戸田暢茂（名工大）	On the growth of algebroid solutions of an algebraic differential equation	15
8．長坂行雄（北大医療短大部）	截線領域の N-minimal 関数の個数	10
9．秦野　薫（島根大教育）	一般化されたカントール集合のベッセル容量の評価	15
10．樋口　功（愛知工大）	関数核の強掃散可能性について	15
11．渡辺ヒサ子（お茶の水女大理）	Borel 可測関数核の resolvent について	15
12．下村勝孝（名大理）	内部 NTA 領域における $Lu=0$ の正値解の境界挙動	15

13：00〜15：30

13．倉持善治郎（北海道工大）	On the Existence of AB functions in Lacunary end	15
14．林実樹広（北大理） 中井三留（名工大）	H^∞separation of a covering Riemann surface	15
15．村上　温（広島工大）	局所有限な無限ネットワークの倉持境界について	15
16．村上　温（広島工大） 山崎稀嗣（島根大理）	局所有限な無限ネットワークの理想境界成分について	10
17．榧野　尚（島根大理） 山崎稀嗣（島根大理）	無限ネットワークの Royden 境界	10
18．水本久夫（広島大総合科学） 原平八郎（三井造船ソフトウェア研）	リーマン面上の調和微分の有限要素近似	15
19．水本久夫（広島大総合科学） 原平八郎（三井造船ソフトウェア研）	有限要素法による四辺形の conformal module の決定	15
20．志賀啓成（京大理） 今吉洋一（阪大教養）	Riemann 面の正則族の有限性（Arakelov の定理）について	15
21．井上克己（金沢大医療短大部）	位数が無限大のねじれ成分を持つ放物的変換について	15
22．神谷茂保（岡山理大工）	U(1, n ; C) の収束型の部分群について	15

函数論特別講演　15：45〜16：45

谷口雅彦（京大理）　　擬等角変形・直交分解と変分公式

9月28日（日）

9：30〜12：00

23. 笹 山 浩 良	(笹山研)	On the Cauchy-Riemann equations for regular functions with several complex variables in complex Banach spaces	10
24. 濃 野 聖 晴	(福岡教育大)	Octonionic differential operator について	15
25. 泉　脩 蔵	(近畿大理工)	解析環の準同型に対する位数の不等式	10
26. 宮 嶋 公 夫	(鹿児島大教養)	強擬凸 CR 多様体上のベクトル束 Eq, $\mathrm{Eq}^{\perp}$ に関するアプリオリ評価について	15
27. 竹 腰 見 昭	(京大数理研)	多重調和写像のエネルギーの増大度について	15
28. 神 保 敏 弥 阪 井　章	(奈良教育大) (阪府大工)	interpolation manifold について	15
29. 山 口 博 史	(滋賀大教育)	ロバン定数の境界挙動について	15
30. 野口潤次郎	(東工大理)	対数的ジェット空間と値分布論への応用	15
31. 野口潤次郎	(東工大理)	de Franchis の定理の non-compact 高次元化２つ	10
32. 野口潤次郎	(東工大理)	Extension and convergence theonem for holomorphic mappings into hyperbolically imbedded space and their moduli space	15
33. 野口潤次郎	(東工大理)	Moduli space of holomorphic mappings into locally symmetric space	15

函数論特別講演　**13：15〜14：15**

清 水　悟 (東北大理)　原点を含まない有界ラインハルト領域の自己同型と同値性

9月27日

1．**関根忠行**（日大・理工）**ある負係数をもった関数族について**

A(n)を負係数をもった単位円内の analytic function

$$f(z)=\sum_{k=n+1}^{\infty}a_kz^k \qquad (a_k \geqq 0 ; n\in \mathrm{N})$$

からなる関数族とする．関数族

$$\mathrm{A}(n ; B_k)=\{f(z)\in \mathrm{A}(n): \sum_{k=n+1}^{\infty}B_ka_k \leqq 1, B_k>0\}$$

を考えることによって，これまでに研究された負係数をもった関数族のほとんどすべてをA$(n ; B_k)$によって表現することができる．

例えば，H. Silverman (1975年) によって研究された関数族T*(α)，C(α)に対しては

$$\mathrm{T}^*(\alpha)=\mathrm{A}(1 ; (k-\alpha)/(1-\alpha))$$

$$\mathrm{C}(\alpha)=\mathrm{A}(1 ; k(k-\alpha)/(1-\alpha))$$

と表わすことができる．この関数族A$(n ; B_k)$についてふれる．

2．**中嶋真澄**（立教大）**掛谷の定理の一般化**

今年は，掛谷の定理で有名な掛谷宗一博士（1886～1947）の生誕百年に当たる．掛谷の定理の一般化を得たが，未だ発表されたことはないようなので，ここに報告する．

定義　実数列$\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$が掛谷数列であるとは，ある自然数Nが存在して全ての$n=0, 1, 2, \cdots\cdots$に対して$\Delta^N a_n \leq 0$となり且つ，任意の正数εに対して，ある自然数n_0が存在して$n \geq n_0$なる全ての自然数nに対して$\Delta^{N-1}a_n>-\varepsilon$となることであるとする．

但し，$\Delta^N a_n=\Delta^{N-1}a_n-\Delta^{N-1}a_{n-1}$，$\Delta^0 a_n=a_n$，$a_n=0$，$(n=-1, -2, \cdots\cdots)$

定理　掛谷数列$\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$を係数に持つ巾級数$f(z)=\sum_{n=1}^{\infty}a_nz^n$が，$|z|<1$で正則ならば，$|z|<1$にzero点を持たない．

$a_0 \geq a_1 \geq \cdots \geq a_n \geq 0, a_m=0, (m=n+1, n+2, \cdots)$の場合が掛谷の定理である．

3．**尾和重義**（近畿大・理工）・**福井誠一**（和歌山大・教育）・**小川庄太郎**（近畿大・理工）A note on certain integral transform

Uを単位円板とし，AをU内の解析関数

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a_{n+1}z^{n+1} \qquad (a_1=1)$$

の族とする．S＝$\{f\in$A：Uで単葉$\}$,

S*＝$\{f\in$S：Uで星型$\}$,

K_0＝$\{f\in$S：Uでclose-to-convex$\}$とする．

Aの関数$f(z)$に対して，

$$F(z)=\int_0^z\left(\frac{f(t)}{t}\right)^{\delta}dt$$

とするとき，E. P. Merkes (1985年) が上の積分変換Fに関する次の予想を与えた．

〔**予想Ⅰ**〕　$f\in \mathrm{K}_0$，$|\delta| \leqq 1/2 \Longrightarrow F\in \mathrm{S}$.

〔**予想Ⅱ**〕　$f\in \mathrm{S}^*_{}$，$|\delta-1| \leqq 1/2 \Longrightarrow F\in \mathrm{S}$.

ここでは，上の予想に関する若干の結果を報告する．

4．**尾和重義**（近畿大・理工）Some remarks on convolution products of univalent functions

Uを単位円板とし，AをU内の解析関数

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a_{n+1}z^{n+1} \qquad (a_1=1)$$

の族とする．S＝$\{f\in$A：Uで単葉$\}$,

S*＝$\{f\in$S：Uで星型$\}$，K＝$\{f\in$S：Uで凸型$\}$,

K_0＝$\{f\in$S：Uでclose-to-convex$\}$とする．Aの関数$f_j(z)$ $(j=1, 2)$ のconvolution productを$f_1 * f_2(z)$で表して，St. Ruscheweyhと，T. Sheil-Smallによる次の結果がある．

〔**定理A**〕　$f(z)\in \mathrm{K}, g(z)\in \mathrm{K} \Longrightarrow f * g(z)\in \mathrm{K}$.

〔**定理B**〕　$f(z)\in \mathrm{S}^*, g(z)\in \mathrm{K} \Longrightarrow f * g(z)\in \mathrm{S}^*$.

〔**定理C**〕　$f(z)\in \mathrm{K}_0$, $g(z)\in \mathrm{K} \Longrightarrow f * g(z)\in \mathrm{K}_0$.

ここでは，convolution productに関するこれらの結果についての若干の考察を与える．

5．**酒井　良**（都立大・理）**初等的な求積領域の特異点と尖点に関する指数定理**

初等的な汎関数に関する有界な求積領域Dを考え，その各境界成分は一点に退化しないと仮定する．D上のSchwarz関数をSとし，$v(z)=S(z)-\bar{z}$とおく．vはDの境界上0となるが，D上では有限個の零点しか持たない．この点をDの特異点とよび，指数-1，0，$+1$の三通りに分類する．Dの境界は代数曲線で高々有限個の内側に尖がる尖点を持つ．尖点は指数$-1/2$，$+1/2$の二通りに分類する．それぞれの指数を持つ特異点と尖点の存在を示し，そ

れらの個数の関係式を導く．

6．占部博信（京都教育大）**方程式 $F(z)=g(g(z))$ の整関数解について**

ここでは，iterative な関数方程式 $F(z)=g(g(z))$ (＊)の整関数解 g の存在や一意性について考えてみることにする．例えば，次の様な結果が得られる．

定理 1　h を整関数($\neq$ const.)，$f(z)=z+h(e^z)$，$F(z)=f(f(z))$とする．もし，$\forall\, m\in\mathrm{N}$ に対して，$\exp[m\cdot h(0)]\neq -1$ ならば，(＊)の整関数解 g は $g=f$ に限る．

定理 2　$P(\neq 0)$，$Q(\neq$ const.) を多項式，$f'(z)=P(z)\cdot e^{Q(z)}$, $F(z)=f(f(z))$とする．このとき，(＊)の整関数解 g は，$g(z)=cf(z)+d$ (c, d：定数) に限る．特に，$f(z)=P(z)\cdot e^{Q(z)}$のときは，$g(z)=cf(z)$であり，$P(0)\neq 0$ または $Q'(0)\neq 0$ ならば，$g=f$ である．

定理 3　(Baker の結果の一般化) F は零点をもつ周期整関数で，$N(r, o, F)$ の位数は有限とする．このとき，(＊) の整関数解 g は存在しない．

定理 4　P を 2 次以上の多項式，h を位数有限な整関数とし，$F(z)=P(z)+h(e^z)$ とする．このとき，(＊) の整関数解 g は存在しない．

また，h を整関数とし，$F(z)=\int_0^z e^{h(e^z)}dz$ のとき，(＊)の整関数解 g の存在のための条件についても述べてみたいと思う．

7．戸田暢茂（名古屋工大）**On the growth of algebroid solutions of algebraic differential equation**

a_{ij}を $|z|<\infty$での有理形関数

$$Q_i(w)=\sum_{j=0}^{mi} a_{ij}w^j \qquad (i=0,\ 1,\ \cdots,\ n-1\ ;\ m_i=\deg Q_i)$$

としたとき，D. E.

$$(*)\quad (w')^n+Q_{n-1}(w)(w')^{n-1}+\cdots+Q_0(w)=0$$

が νー価代数型関数解 $w=w(z)$をもつとする．

$$k=\begin{cases}\max\{(i+m_i)\ ;\ Q_i\neq 0,\ 1\leqq i\leqq n-1\}\\ 0,\ (Q_i=0,\ 1\leqq i\leqq n-1)\end{cases}$$

とおくとき，次が成り立つ．

定理　$k+2\leqq m\leqq n-1$ のとき，

$$(w')^n+a_{om}(w+a_{om}(w+a_{om-1}/ma_{om})^m\neq 0,\quad \nu<\frac{n+m}{2m}\text{ならば,}$$

$$T(r,\ w)<K\Sigma T(r,\ a_{ij})+S(r,\ w)+\Sigma S(r,\ a_{ij}),$$

系，a_{ij}が有理関数で $k+2\leqq m\leqq n-1$ のとき，価数が$\frac{n+m}{2m}$より小さい，D. E. (＊) の代数型関数解は代数関数．

8．長坂行雄（北大・医療短大）**截線領域の N-minimal 点の個数**

ポテンシャル論研究集会報告集（1982，於日大軽井沢研修所）にのっている問題 11 を N-Martin の場合について考えた．$\{K_n\}$ を単位円板 U 内の互いに素で $z=0$ にのみ集積する截線の列とし，$\mathrm{W}=\mathrm{U}-\{z=0\}-\mathrm{U}_1^\infty K_n$とする．各 K_nが $z=0$ を中心とする m 本の半径のいずれかにのっているとき，W 上非負調和，∂U 上 u $=0$，各 K_n上$\frac{\partial}{\partial n}u=0$ かつ$\int_{\partial U}\frac{\partial}{\partial n}\mathrm{u}\ ds=2\pi$ を満足する N-minimal 関数 u の個数は高々m である．

9．秦野　薫（島根大・教育）**一般化されたカントール集合のベッセル容量の評価**

$\{k_j\}_{j=1}^\infty$を 2 以上の自然数の数列，$\{l_j\}_{j=0}^\infty$を正数の数列とし，$k_jl_i<l_{j-1}\,(j\geqq 1)$ をみたすとする．$[\{k_j\}_{j=1}^\infty,\ \{l_j\}_{j=0}^\infty]$ によって作られる n 次元カントール集合を E とかく．E のベッセル容量 $B_{\alpha,p}$が，次のように上からと下から評価できる．

定理　$1<p<\infty$，$0<\alpha p<n$ とする．

$$C^{-1}\ \{l_0^{(\alpha p-n)/(p-1)}+\Sigma_{j=1}^\infty(k_1\cdots k_j)^{-n/(p-1)}l_j^{(\alpha p-n)/(p-1)}\}^{1-p}$$
$$\leqq B_{\alpha,p}(E)\leqq C\ \{\Sigma_{j=1}^\infty(k_1\cdots k_j)^{-n/(p-1)}l_j^{(\alpha p-n)/(p-1)}\}^{1-p}$$

$\alpha p=n$ のときにも同様の評価をうる．これは，Maz'ya と Khavin (Russian Math. Surveys, 1972) による結果の精密化になっている．さらにこの評価の応用について述べる．

10．樋口　功（愛知工大）**関数核の強掃散可能性について**

可算基を持つ局所 compact な Hausdorff 空間 X 上の連続関数核 $G=G(x,\ y)$ に関する正測度 μ の potential Gμ の無限遠点への reduced function を

$R_G^c G\mu$と書く．台がcompactな任意のμに対し，$R_G^c G\mu = 0$ G-n.e. となるとき G は正則であるといわれる．優越原理を満し正則な G は閉集合上へ掃散可能な核となるが，合成核の場合と異なり，逆は一般には成り立たない．次の結果を報告する．

定理　G が non-degenerate なら次の(a)(b)は同値．

(a)　G は優越原理を満し正則である．

(b)　(1) G は強掃散可能である．すなわち，任意の pseudopotential u 及び閉集合 F に対し，$G\mu'(x) = u(x)$ *G-n.e.* on F かつ $G\mu'(x) \leqq u(x)$ on X を満す正測度 μ'が存在する．

(2)　$\check{G}\mu(x) < \check{G}\nu(x)$ かつ $R_G^c\check{G}\mu = R_G^c\check{G}\nu$ *G-n.e.* を満たす正測度 μ，ν が存在する．

従って G が対称なら，優越原理を満たし正則であるための必要十分条件は，強掃散可能となることである．

11．渡辺ヒサ子（お茶の水女子大・理）**Borel 可測関数核の resolvent について**

G は，可算基を持つ局所 compact Hausdorff 空間上の Borel 可測関数核で，優越原理を満足すると仮定する．$\mathscr{B}(G)$ は，$G\mu$ が局所有界であるような compart 台を持つ正測度 μ の全体とする．

$L(G, G)$ は，次の性質を持つ $X \times X$ 上の Borel 可測関数 f の全体である．

$$\iint |\mathrm{f}(\mathrm{x}, \mathrm{y})| \mathrm{d}\mu(\mathrm{x}) \mathrm{d}\nu(\mathrm{y}) < \infty \quad (\forall\ \mu \in \mathscr{B}\,\mathrm{G}),\ \forall\ \nu \in \mathscr{B}(\mathrm{G}))$$

正測度 ξ で，任意の compart 集合 K に対し ξ の K への制限 ξ_Kが$\mathscr{B}(G) \cap \mathscr{B}(G)$に含まれるような ξをfixする．$L(G, G) \ni u, v \geqq 0$ に対して，合成を

$$(uv)(x, y) = \int u(x, z)\ v(z, y)\, d\xi(z)$$

と定義する．G が，次の条件(r_1)，(r_2) を満足するような $X \times X$ 上の Borel 可測関数族$\{G_p\}_{p>0}$を持つための必十条件を与える．

$$(r_1)\quad G_p - G_q = (q-p)\, G_p G_q \quad (\forall\ p,\ q > 0) \text{ in } L(\check{G}, G),$$

$$(r_2)\quad \lim_{p \to 0} G_p = G \text{ in } L(\check{G}, G)$$

12．下村勝孝（名大・理）**内部 NTA 領域における $Lu = 0$ の正値解の境界挙動**

D を R^nの有界領域，L を Hölder 連続な係数をもつ D 上の一様楕円型作用素（但し常数項は非正値とする）とすると，次の定理が成り立つ．

定理　D を内部 NTA 領域，$x_0 \in D$，u を $Lu = 0$ の正の解とすると，u によらない正定数 C，C'，m，m'が存在して，すべての $x \in D$ に対し，

$$Cu(x_0)(d(x))^m \leqq u(x) \leqq C'u(x_0)(d(x))^{-m'}$$

が成り立つ．ここで $d(x)$は x と D の境界との間の距離である．また，m，m'は作用素 L と内部 NTA 領域 D の条件から explicit に与えることができる．

この定理より非負 L 優調和函数に対する一意性定理と，内部 NTA 領域に対する Harnack の不等式の一般化が導かれる．

13．倉持善治郎（北海道工大）**On the Existence of AB functions in Lacunary end**

G を $R \epsilon O_g$なるリーマン面の end とする．

前には G の持つ境界要素の調和次元∞ならば，F を G 内の閉集合でその境界要素で completely に thin ならば，$G - F \in O_{AB}$を示したが，今度は適当な end を作って，境界要素の調和次元 1，即ち，その上には唯一の Martin point p があり，F が p で thin で更にある種条件を満たせば $G - F \in O_{AB}$とすることが出来ることを示す．

14．林実樹広（北大・理）**・中井三留**（名工大）**H^∞ separation of a covering Riemann surface**

2 板の単位円板 D を原点に収束する点列 $\{a_n\}$ を分岐点とするようにして出来る被覆リーマン面を R，R から $D' = D - \{0\}$ への射影を φ とすると，R 上の有界正則関数によって $\varphi^{-1}(z)$の 2 点を分離することはできない．(但し，$z \neq a_n$)．これは Myrberg の例としてよく知られている．ここでは，分岐点をもたない smooth 被覆面でも同様の現象が起こり得ることを報告する．作り方は単純で，上記 Myrberg の例において，a_nを中心とする小さな円板 $D_n = \{z : |z - a_n| < r_n\}$ を考え，r_nが十分速くゼロに収束すれば，$R_0 = \varphi^{-1}(D' \setminus \bigcup_n D_n)$が求めるものとなる．証明には，円環上での Harnack タイプの評価式とある種の一致の定理を使う．

15．村上　温（広島工大）**局所有限な無限ネットワークの倉持境界について**

局所有限な無限ネットワーク $N=\{X, Y, k, r\}$ の倉持境界について，リーマン面の場合と同様な結果が成り立つことを報告する．節点集合 X の有限部分集合 A_0 を固定する．A_0 で値 0 をとり，離散ディリクレ積分が有限な X 上の関数全体 $D(N;A_0)$ は内積 $(u,v)=\Sigma_{y\epsilon Y} r(y)(du(y))(dv(y))$ に関してヒルベルト空間となる．$D(N;A_0)$ の再成核 g_a を N の倉持関数と考える．N の近似列 $\{N_n\}$ $(N_n=<X_n, Y_n>)$ に対し，N_n の倉持関数 $g_a^{(n)}$ は g_a に収束する．g_a を用いて，大津賀教授の論文（J. Sci. Hiroshima Univ. Ser. A-I Math., 28）と同様の論法により，無限ネットワークの倉持境界点の分類，HS 関数の積分表示等の結果の成立が分る．

また，無限ネットワークの場合の nonminimal な境界点の存在についても述べる．

16．村上　温（広島工大）・**山崎稀嗣**（島根大・理）**局所有限な無限ネットワークの理想境界成分について**

リーマン面の理想境界成分の概念を局所有限な無限ネットワーク N においても同様に導入できる．N の理想境界成分 α と N の節点の有限集合 A が与えられたとき，A と α に関する N の p 次の極値的長さ $EL_p(A, \alpha)$ と極値的巾 $EW_p(A, \alpha)$ をこれまでと同様に定義する．α の定義列を $\{N_n^*\}$ $(N_n^*=<X_n^*, Y_n^*>)$ とするとき，

(1) Marden-Rodin による continuity lemma の成立：

$$EL_p(A, X_n^*) \longrightarrow EL_p(A, \alpha) \quad (n \longrightarrow \infty)$$

および

(2) $EW_q(A, X_n^*) \longrightarrow EW_q(A, \alpha) \qquad (n \longrightarrow \infty)$

が成り立つ．これらより，次の一般化された逆数関係：

(3) $[EL_p(A, \alpha)]^{1/p}[EW_q(A, \alpha)]^{1/q}=1$

$(1/p+1/q=1, \ p>1)$ が得られる．

17．榧野　尚（島根大理）・**山崎稀嗣**（島根大・理）**無限ネットワークの Royden 境界**

局所有限な無限ネットワーク $N=\{X, Y, k, r\}$ の節点集合 X の Royden コンパクト化 X^* は，X を開，稠密な部分空間として含み，有界かつ離散ディリクレ積分が有限な関数の族 $BD(N)$ が X^* の点を分離し，各 $f\epsilon BD(N)$ が X^* まで連続的に延長されるようなコンパクト Hausdorff 空間として定義される．$\Gamma=X^*-X$ を Rouden 境界とよぶ．(1) N が放物型のとき，$\alpha\epsilon X^*$ が Γ の点であるための必要十分条件は，α が X^* の G_δ—集合でないこと．(2) N が双曲型の場合には，(1)の結果は必ずしも成立しない．

また，X 上の有界なディリクレポテンシャルの全体を $BD_0(N)$ とし，X^* の調和境界を

$$\Delta=\{\alpha\epsilon X^*; f(\alpha)=0 \quad \forall f\epsilon BD_0(N)\}$$

で定義すると，次の双対性が成り立つ：

(3) $BD_0(N)=\{f\epsilon BD(N); f|_\Delta=0\}$

18．水本久夫（広島大学・総合科学）・**原平八郎**（三井造船ソフトウェア研）**リーマン面上の調和微分の有限要素近似**

$\overline{\Omega}$ を compact bordered または closed なリーマン面とする．$\overline{\Omega}$ の局所変数，局所近傍の有限集合 $\Phi=\{z=\varphi_j(p); U_j(j=1, \cdots, m)\}$ を $\overline{\Omega}\subset \cup_{j=1}^m U_j$ となるように適当にえらぶ．さらに，$\overline{\Omega}$ の三角形分割 $K=\Sigma_{j=1}^m K_j$（K_j は K の subcomplex）を，$|K_j|\subset U_j$ であって，$s_1^2\epsilon K_j$ が他の $s_2^2\epsilon K_k(k\neq j)$ と辺を共有するものを除いて，$\varphi_j(s_1^2)$ が普通の三角形となるようにえらぶ．Ω 上の調和微分 ω に対して，rough な言い方で，各 U_j ごとに，通常の有限要素近似を採用するという方法で，ω の有限要素近似 ω_h（$h=\max \text{diam.}|\varphi_j(S^2)|$）を求め，誤差 $\|\omega_h-\omega\|$ の評価，$\|\omega\|$ に対する $\|\omega_h\|$ の誤差評価などを行う．応用として，具体的なリーマン面の periodicity moduli の可成り良い計算結果が得られることを報告する．

19．水本久夫（広島大・総合科学）・**原平八郎**（三井造船ソフトウェア研）**有限要素法による四辺形の conformal module の決定**

Q は，区分的に解析的な境界をもつ z 平面上の 4 辺形（境界上に 4 点 z_1, z_2, z_3, z_4 を指示した単連結領域）とする．D. Gaier (Numer. Math. 19 (1972), (179—194) は，Q の conformal module の上，下からの評価を得る方法を述べている．ここでは，それを有限要素法によって計算する方法とその誤差評価について報告する．良い評価を得るためには，特殊

な点(4点 z_1, z_2, z_3, z_4 および解析的でない境界点)での処理が問題であるが，それらの点の近傍で，前講演における，リーマン面上で行ったのと同様な三角形分割法と有限要素近似法を採用して，誤差の少ない近似計算が得られることを報告する．応用として，Gaier が行った数値計算例のうち，最も誤差の大きい計算例について，我々の方法では，非常に良い計算結果が得られること，などを報告する．

20．志賀啓成（京大・理）・**今吉洋一**（阪大・教養）**Riemann 面の正則族の有限性（Arakelov の定理）について**

Riemann 面 B を底とする (g, n) 型の Riemann 面の正則族を考える（ただし $0<3g-3+n<\infty$）．本講演では，函数体上の Mordell 予想の証明として知られている Arakelov の定理(定理2)が，Teichmüller 空間，Klein 群の理論を用いて証明できることを報告する．上記の正則族を与えたとき，それは自然に Teichmüller 空間への正則写像とみなせ，$\pi_1(B)$ から $Mod(g, n)$ への準同型写像（モノドロミー）が生じる．そのとき：**定理1**．$B\epsilon O_G$ なら，モノドロミーが同一の局所非自明な2つの正則族は等しい．定理1の証明は，Myrberg の近似定理と，Teichmüllem 空間への正則写像の境界挙動の考察を用いて行われる．そして：**定理2**，B もまた有限型の Riemann 面とすると，B 上の (g, n) 型の Riemann 面の正則族で，局所非自明なものは高々有限個しかない．

定理2の証明には，定理1，モジュラー変換と境界群との関係，Teichmüller 空間と Riemann 面の geometry 等を使う．

21．井上克己（金沢大・医療技術短大）**位数が無限大のねじれ成分を持つ放物的変換について**

$M(\overline{R^n})$ を n 次元 Möbius 変換全体のつくる群とする．$\gamma\epsilon M(\overline{R^n})$ を放物的変換とすると，γ は $M(\overline{R^n})$ の要素で共役をとることにより

$$\gamma(x) = Ax+a$$
$$A\epsilon Q(n),\ Aa = a,\ a\epsilon \mathrm{R}^n-\{0\}$$

とあらわせる．γ のねじれ成分 A の位数を $N(\gamma)$ とおく．次の結果が成立する．

定理　G を $(n+1)$ 次元上半空間 H^{n+1} に作用する第1種 Klein 群とする．G か $N(\gamma)=\infty$ となる放物的変換 γ を含むならば，G は幾何学的無限である．

22．神谷茂保（岡山理大・工）**U(1, n；C) の収束型の部分群について**

G を $U(1, n;\mathrm{C})$ の discrete な部分群とし，z を $B^n=\{z \mid \|z\|<1\}$ の点とする．$\sum_{g\epsilon G}(1-\|g(z)\|)^n<\infty(=\infty)$ となる時，G を収束型（発散型）の部分群とよぶ．B^n 上の計量 $g_{ij}=\delta_{ij}(1-\|z\|^2)^{-1}+z_i\overline{z_j}(1-\|z\|^2)^{-2}$ に対する Laplace-Beltrami operator $\tilde{\Delta}$ は $2(1-\|z\|^2)(\sum_k \frac{\partial^2}{\partial\bar{z}_k\,\partial z_k}-\sum_{k,l}\bar{z}_k z_l\frac{\partial^2}{\partial\overline{z_k}\,\partial z_l})$ となる．$\tilde{\Delta}u=0$ となる u（$\|z\|$ にのみ *depend* し，∂B^n で0となるもの）を考える．すると次が成立する．G が収束型であることと $\sum_{g\epsilon G}u(\|g(z)\|^2)$ が，B^n のある点で収束することとは同値である．又この時，$\sum_{g\epsilon G}u(\|g(z)\|^2)$ は，B^n で広義一様収束することがわかる．これを用いてえられる収束型部分群に関する性質および収束型になるための一つの十分条件についてのべたい．又 conical limit point についてものべたい．

特別講演

谷口雅彦（京大・理）**擬等角変形・直交分解と変分公式**

§1．Schiffer の変分

Hadamard は境界を動かすことによる変分（Hadamard 変分）を考え，Green 函数の変分公式を示したが，Schiffer(〔10〕) は，それを内点の近傍での局所円板のはりかえでおきかえ（内部変分・点変分）変分公式を導いた．また，その応用として閉リーマン面の周期行列の変分公式も示している(〔11〕)．

その後，Ahlfors, Rauch は独立に，擬等角変形(q. c. 変分)を用いて周期行列の変分公式を示した(〔1〕,〔9〕)．線上での変分から面上での変分への移行である．(同値性については〔3〕．またかかる移行については既に〔16〕でも論じられた．) 本講演では，この Ahlfors に端を発した変分公式の導き方の一つの流れについて述べる．

§2．Ahlfors の証明

Ahlfors は，上述の変分公式を導く際，道具としては

(H)　q.c. 変分＋周期関係式──→変分公式

という図式をとり，証明のステップとしては

(S)　歪曲評価＋作用の表現の直交性──→変分公式

という図式をとった．

従って，正規微分や周期関係式が意味をもつ限り，一般のリーマン面に対しても同様の変分公式を導くことができる（〔6〕，〔4〕）．

§3．直交性へ

更なる一般化は，「正規微分」を擬等角写像による pullback による微分の対応（Marden-Minda の同型〔8〕）でおきかえ，周期関係式を直交関係式でおきかえるとき可能になる．その際の基本的微分は周期再生微分であろうし，Green 函数も再び視野内にはいってくる．また，周期関係式から直交関係式への移行はやはり線上での関係から面上での関係への移行とみられ，

(H′)　q.c 変分＋直交関係式──→変分公式

という面的な図式が完成する．かかる定式化については〔5〕，〔7〕においてより一般的に述べられている．

§4．Schiffer-Spencer の変分

Schiffer-Spencer〔11〕は，有限リーマン面の基本的変分として上述の内部変分以外に，穴をあける変分と把手をつける変分（S-S 変分と呼ぶ）を挙げ Green 函数等の変分公式を示している．これらは一つの node をひらく変分とみなせ，面の degeneration ＝退化変分の特別な場合である．閉リーマン面の退化変分下での変分公式については〔2〕，〔15〕があるが，〔15〕での道具立ても Dirichlet 原理と周期関係式であることに注意．

§5．q.c. 変分の拡張

Bers, Abikoff 等は，q.c. 変形の拡張として（有限個の）nodes をもつリーマン面間のいわゆる許容変形族というものを考えた．かかる変形下でも上述の Marden-Minda 同型の自然な拡張が考えられ，類似の諸性質をもつことがわかる〔12〕．また，歪曲評価はそのままでは成り立たないが，必要なものはいわゆる計算的連続性であることに注意すれば§2の二つの図式は退化変分の場合にも拡張することができ，§3と同様の変分公式が得られる（〔14〕，また S-S 変分については〔13〕）．

References.

〔1〕　Ahlfors ; Analytic Fn (1960). 〔2〕　Fay ; L. N. 352 (1973). 〔3〕　Gardiner ; Duke M. J. 42 (1975). 〔4〕　楠；Hokkaidō M. J. 10 (1981). 〔5〕　楠，米谷；M. Zeit. 181 (1982). 〔6〕　楠，谷口；Ann. Acad. Sci. Fenn. 5 (1980). 〔7〕米谷；J. M. Kyoto U. 24 (1984). 〔8〕Minda ; Trans. A. M. S. 195 (1974). 〔9〕　Rauch ; Bull. A. M. S. 71 (1965). 〔10〕　Schiffer ; A. J. M. 68 (1946). 〔11〕　Schiffer-Spencer ; Fnals of Finite R. S. (1954). 〔12〕　谷口；J. M. Kyoto U. 25 (1985). 〔13〕　谷口；Tōhoku M. J. 38 (1986). 〔14〕　谷口；to appear. 〔15〕　山田；Kōdai M. J. 3 (1980). 〔16〕　山田；60年秋特別講演.

9月28日

23. **笹山浩良**（笹山研究所）On the Cauchy-Riemann equations for regular functions with several complex variables in complex Banach spaces.

複素 Banach 空間における正則函数に対する Cauchy-Riemann 方程式の拡張は既に A. E. Taylor 氏により確立されている．（1937年）本講演の目的は，この Taylor 氏の結果を用いて，次の定理の成立を示すことである：

（定理）B，B_1，…，B_mを実 Banach 空間，C，C_1，…，C_mを夫々B，B_1，…，B_mに associate された complex (couple) Banach space とする．もし $f(z_1, \cdots, z_m)$が C 中に値をもち $C_1\times\cdots\times C_m$の開部分集合$\mathscr{D}$で正則な函数ならば，$\mathscr{D}$において

$$\partial_{z_i} f(z_1,\cdots,z_m;\xi_i) \equiv \frac{1}{2}\left[\partial_{x_i} f(z_1,\cdots,z_m;\xi_i) + \sqrt{-1}\,\partial_{y_i} f(z_1,\cdots,z_m;\xi_i)\right] = 0 \quad (i=1,\cdots,m)$$

が任意の $\zeta_i \equiv \xi_i + \sqrt{-1}\,\xi_i \in C_i$ $(i=1, \cdots, m)$に対し成立する．ここに $z_i \equiv x_i + \sqrt{-1}\,y_i$で ∂_{x_i} は Fréchet 偏微分算とする．$(\xi_i \in B_i)$

逆も成立する．

24. **濃野聖晴**（福岡教育大）Octonionic differential operator について

$\mathscr{C}$を Cayley algelra とし，その基底を $\{e_0 = 1, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$とする．（$\mathscr{C}$の元を Octonion という．）$\alpha_i = \sum_{j=0}^{7} e_i a_{ij} \in \mathscr{C}$ $(i = 0, 1, \cdots, 7)$ とし，微分作用素：

$$D = \sum_{i=0}^{7} \alpha_i \frac{\partial}{\partial x_i}$$

を考える．

本講演では，

「微分方程式 $Df = 0$ の任意の解がラプラスの方程式 $\Delta f = \sum_{i=0}^{7} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} = 0$ の解である．」

となる微分作用素 D の特徴付けを与える．

25. **泉　脩蔵**（近畿大・理工）**解析環の準同型に対する位数の不等式**

$\Phi: Y_0 \longrightarrow X_0$を複素解析空間の写像の芽とし，$\varphi: (A, m) \longrightarrow (B, n)$ を対応する（引き戻しによる）解析環の準同型とする．$\nu(f) = \sup\{p : f \in m^p\}$ として $f \in A$ の位数を定義する．また Φ の代表元のヤコビアン行列のランクの 0 に近い点に於ける最大値として，Φ の幾何的階数 grkΦ を定義する．

定理　X_0が既約，即ち A が整域であるとする．grk $\Phi = \dim X_0 (= \dim A)$ のとき，またそのときに限り，

$\exists\, a \geqq 1, \exists\, b \geqq 0, \forall f \in A : a\nu(f) + b \geqq \nu(f \cdot \Phi)$

$1/\inf a_1$は Φ の像の拡がりを表す量と見られる．定理は実解析空間に対しても成立する．証明には Eakin-Harris (Math. Ann. 229, 1977) の方法と，次の結果（Publ. RIMS. 21, 1985）を用いる．

定理　解析環 A が整域であれば，

$\forall\, a_1 \geqq 1, \exists\, b_1 \geqq 0, \forall f \in A : a_1\{\nu(f) + \nu(g)\} + b_1 \geqq \nu(fg)$.

26. **宮嶋公夫**（鹿児島大・教養）**強擬凸 CR 多様体上のベクトル束 E_q，$E^{\perp}$ に関するアプリオリ評価について**

N を n 次元複素多様体，Ω を強擬凸な境界 M を持つ N の相対コンパクト領域とする．${}^{\circ}T'' = T''N|_M \cap CTM$ を N の複素構造から M 上に引き起こされた CR 構造とするとき，$T'N|_M \otimes \Lambda^q({}^0T'')^*$ の部分束 E_qと $E^{\perp}$について，赤堀（Inv. math. 63, 1981, Math. Ann. 264, 1983）により，それぞれ $q = 2$, $q = 1$ の場合に確立されたアプリオリ評価式が，それぞれ $2 \leqq q \leqq n-2$，$1 \leqq q \leqq n-2$ に対して成立することを示す．更に，赤堀の基準（Math. Ann. 264）によれば，$\overline{\Omega}$ 上の次のアプリオリ評価式が導かれる．：

$2 \leqq q \leqq n-2$ のとき，

$$\|\phi\|'^2 \lesssim \|\bar{\partial}\phi\|^2 + \|\vartheta\phi\|^2 + \|\phi\|^2$$

for $\phi \in \Gamma(\overline{\Omega}, T'N \otimes \Lambda^q(T''N)^*)$ satisfying $\tau\phi \in \Gamma(M, E_q)$ and $\langle\sigma(\vartheta, dr)\phi, y\rangle = 0$ for $y \in \Gamma(M, E_{q-1})$.

27. **竹腰見昭**（京大・数理研）**多重調和写像のエネルギーの増大度について**

$f: (M, ds_M{}^2) \longrightarrow (N, ds_N{}^2)$ を Kähler 多様体間の非定数多重調和写像 i.e. $\nabla\bar{\partial}f = 0$ とする．但し $m = \dim_{\mathbf{C}} M \geqq 2$. **定理**　M 上には次の条件を満たす非負函数 Ψ が存在するとする．1) Ψ は exhaustive で $\Phi = \Psi^2$は C^∞級，2) $|\partial\Psi|_{ds_M^2} \leqq c_1 < +\infty$, 3) $c_* = \inf_{x \in M} \sum_{i=2}^{m-1} \varepsilon_i(x) > 0$, $\varepsilon_1 \geqq \varepsilon_2 \geqq$

$\dfrac{\int_{B(r)} |df|^2 dv_M}{r^{c_2}} \nearrow$ as $r \nearrow \infty$

$\cdots \geqq \varepsilon_m$は$L(\Phi)$の$ds^2_{\mathrm{M}}$に関する固有値．この時，$c_f r^{c2} \leqq \int_{B(r)} |df|^2 dv_{\mathrm{M}}$が成立．但し，$c_2 = \dfrac{c^*}{2\,c_1{}^2}$，$B(r) = \{\Psi < r\}$，更に$\Phi$が2) を満たすと，$c_f e^{c_3 r} \leqq \int_{B(r)} |df|^2 dv_{\mathrm{M}}$が成立．但し$c_3 = \dfrac{c^*}{c_1{}^2}$．例えば$(M, ds^2_{\mathrm{M}})$ が Kähler C-H 多様体の時は$\Psi(x) = d(*, x)$と取れば$c_2 \geqq 2(m-1)$となり，(M, ds^2_{M})がC^mの滑らかな境界をもつ強擬凸領域とすると，$\Phi = -\log(-r)$ (rは$\overline{M}$上強擬凸なMの定義函数 i.e. $M = \{r < 0\}$)と取れば$c_3 = m-1$となる．

28．神保敏弥(奈良教育大学)**・阪井　章**(大阪府大・工) **interpolation manifold について**

C^{N}の領域Dが強擬凸領域の直積である場合，特殊境界の滑らかな部分多様体Mが局所的にA^∞の peak set になるための条件を与える．特別の場合として，Dが強擬凸領域である場合と，Dが多重円板の場合はすでに知られている．前者では，$T_p(M) \subset T_p^{\mathrm{c}}(\partial D)$，$p \in M$がその条件であり，後者では，$p \in M$に対して，
$(\partial/\partial\theta_1)_p, \cdots, (\partial/\partial\theta_{\mathrm{N}})_p$によって張られる positive cone を$C_p$とするとき，$T_p(M) \cap \overline{C}_p = \{0\}$，$p \in M$がその条件である．いずれの場合も，$M$は interpolation manifold と呼ばれている．我々のものは，これらの条件を一般化したものである．十分性の証明は，Mが局所的に，ある強擬凸領域に対する interpolation manifold になることによって得られる．

29．山口博史 (滋賀大・教育) **ロバン定数の境界挙動について**

$\tilde{D} \Subset \mathrm{C}^n (n \geqq 2)$，$\psi \in C^\infty(\tilde{D})$，$D := \{\psi < 0\} \Subset \tilde{D}$，$\mathrm{Grad}\,\psi(\zeta) \neq 0 (\zeta \in \partial D)$ とする．各$\zeta \in D$に極を有するグリーン函数をg，そのロバン定数を$\lambda(\zeta)$と記す：$g - 1/\|z-\zeta\|^{2n-2} \longrightarrow \lambda(\zeta)(z \longrightarrow \zeta)$．もし$D$が擬凸状ならば，$\log(-\lambda(\zeta))$は$D$上の実解析的強多重劣調和近似函数であった．更に，$\lambda(\zeta)$の境界挙動として，次を得る：$\zeta \in D \longrightarrow \zeta_0 \in \partial D$の時，
(1)　$\lambda \cdot (-\psi)^{2n-2} \longrightarrow -\|\mathrm{Grad}\,\psi(\zeta_0)\|^{2n-2}$；$(\partial\lambda/\partial\zeta_\alpha) \cdot (-\psi)^{2n-1} \longrightarrow -(2n-2)\|\mathrm{Grad}\,\psi(\zeta_0)\|^{2n-2} \cdot (\partial\psi/\partial\zeta_\alpha)(\zeta_0)$；$(\partial^2\lambda/\partial\zeta_\alpha\partial\bar{\zeta}_\beta)(-\psi)^{2n} \longrightarrow -(2n-2)(2n-1)\|\mathrm{Grad}\,\psi(\zeta_0)\|^{2n-2} \cdot (\partial\psi/\partial\zeta_\alpha)(\zeta_0) \cdot (\partial\psi/\partial\bar{\zeta}_\beta)(\zeta_0)$．(2)　D上で$ds^2 = \partial\bar{\partial}\log(-\lambda)(\zeta)$(ロバン定数より生じる計量)とおく．$D$内の曲線$\gamma : t \in [0,1] \longrightarrow \zeta = \zeta(t) \in D$ such that $\zeta(1) = \zeta_0$，$\Sigma_{\alpha=1}^n (\mathrm{d}\zeta_\alpha/\mathrm{d}t)(1)(\partial\psi/\partial\zeta_\alpha)(\zeta_0) \neq 0$に対して，$\int_\gamma \mathrm{d}s \geqq (1/2) \lim_{t \to 1} [\log(-\psi(\zeta(t)))]_0^t = +\infty$．証明は，各$\zeta \in D$に対して，変換$T_\zeta : z \longrightarrow w = (z-\zeta)/(-\psi(\zeta))$を考え，$\mathrm{C}^n$の領域の変動$\mathcal{D} : \zeta \longrightarrow \mathrm{T}_\zeta D (\zeta \in D)$を作ることによってなされる．

30．野口潤次郎 (東工大・理) **対数的ジェット空間と値分布論への応用**

Xを複素空間，Aをその解析的部分集合(超曲面の時が重要)とする．この時，k階の対数的ジェット場の層$\mathfrak{F}_k(X ; \log A)$が対数的極を持つ有理型微分との双対性を用いて自然に定義される．更にXが非特異でAが正規交叉のみを持つ超曲面の時は，$\mathfrak{F}_k(X ; \log A)$ は対数的ジェット束$J_k(X ; \log A)$ を導く．また，Xが特異点を持っても適当な条件のもとで，対数的ジェット空間
$J_k(X ; \log A)$を得る．これらは接空間と同様な functorial な性質を持つことが示される．これをC^m上の有限分枝被覆空間Xから代数多様体Vへの有理型写像$f : X \longrightarrow V$の値分布の解析に応用し，次の等二主要定理型の不等式を証明する：

$$KT_f(r) \leqq N(r, f^{-1}D) + N(r, \mathrm{Supp}\,R) + O(\delta \log r) + O(\log^+ T_f(r)) \,\|$$

31．野口潤次郎 (東工大・理) **de Franchis の定理の non-compact 高次元化 2 つ**

前の講演で定義した複素空間の上のジェット空間$J_k(X ; \log A)$を用いて次を示す：

定理 1　Aを準アーベル多様体とし，Xをその中の一般型代数的部分空間とする．Yをコンパクト複素空間$\overline{Y}$の Zariski 開集合とする．この時，正則写像$f : Y \longrightarrow X$で，Xの対数的標準束に関して非退化なものは有限個しか存在しない．

上述の非退化条件は，実際に必要である．

$\overline{V}$をコンパクトな代数多様体，$V = \overline{V} - D$を Zariski 開集合とする．ベクトル束$F \longrightarrow \overline{V}$が$V$上準負 (quasinegative) とは，プロパーモルフィズ

ム $\Phi : F \longrightarrow \mathbf{C}^N$で$\Phi | (F | V-O) : F | V-O \longrightarrow \Phi(F)-\Phi(F | D)$ が同型となるものの存在することと定義する．

定理2　W を他の代数多様体とし，D は正規交叉のみの超曲面とする．もし $\Lambda^k\mathrm{T}(\overline{V}; \log D)$が V 上準負ならば，プロパーな有理写像$f : W \longrightarrow V$, $\mathrm{rank}\, f \geqq k$，は有限個．

32．**野口潤次郎**（東工大・理）Extension and convergence theorem for holomorphic mappings into hyperbolically imbedded space and their moduli space

$\overline{N}$ を複素多様体，N をその Zariski 開集合で $\partial N = \overline{N}-N$ は正規交叉のみの超曲面とする．X は双曲的複素空間で，複素空間 $\overline{X}$ に双曲的に埋込まれているとする．

定理1　$f_\nu \in \mathrm{Hol}(N, X)$，$\nu=1, 2, \cdots$が N 上広義一様に $f \in \mathrm{Hol}(N, \overline{X})$ に収束しているならば，正則拡張 $\bar{f}_\nu \in \mathrm{Hol}(\overline{N}, \overline{X})$, $\bar{f} \in \mathrm{Hol}(\overline{N}, \overline{X})$ が存在し，$\bar{f}_\nu$ は $\bar{f}$ に $\overline{N}$ 上広義一様収束する．

$\overline{N}, \overline{X}$ がコンパクト，X は $\overline{X}$ の Zariski 開集合かつ完備双曲的とする．$\mathrm{Hol}(N, X)$に広義一様収束の位相を入れる．定理1と Douady 空間を用いて次を証明する：

定理2　$\mathrm{Hol}(N, X)$ はコンパクト複素空間の Zariski 開部分集合の構造を持ち，universal property を満たす．

ii）$\mathrm{Hol}(k ; N, X) = \{f \in \mathrm{Hol}(N, X) ; \mathrm{rank}\, f=k\}$ は $\mathrm{Hol}(N, X)$ 内で開かつ閉である．

33．**野口潤次郎**（東工大・理）Moduli space of holomorphic mappings into locally symmetric space

D を対称有界領域，Γ を $\mathrm{Aut}(D)$の固定点を持たない離散部分群で，イ）$\Gamma \diagdown D$ がコンパクト，又はロ）数論的に定義されているとする．$\overline{N}$ をコンパクト Kähler 多様体，N をその Zariski 開集合で，∂N は単純正規交叉超曲面であるとする．前の講演の結果と，Schoen-Yau による調和写像の結果を用いて次が示される．**主定理**　i）$\mathrm{Hol}(N, \Gamma \diagdown D)$は，コンパクト複素空間の Zariski 開集合の構造を持ち，普遍性質を満たす．ii）$\mathrm{Hol}(N, \Gamma \diagdown D)$は非特異で，その一つの連結成分を Z とすると，$\Phi_x : f \in Z \longrightarrow f(x) \in \Gamma \diagdown D \, (x \in N)$は $\Gamma \diagdown D$ の全測地的複素部分多様体の上へのプロパーなはめ込み，従って $Z=\Gamma' \diagdown D'$の型になる．iii）$\mathrm{Hol}(k ; N, \Gamma \diagdown D)$は $k > l(\Gamma)$に対しコンパクト，$k > l(D)$ならば有限集合．iv）$\dim \mathrm{Hol}(k ; N, \Gamma \diagdown D) \leqq l(D)$，$k \geqq 1$. 応用として正則写像の rigidity 定理も得られる．更に D が特別な場合についても詳論する．

特別講演

清水　悟（東北大・理）**原点を含まない有界ラインハルト領域の自己同型と同値性**

複素有界領域の正則自己同型群がコンパクト一開位相に関してリー群となることはよく知られている．そしてそのような結びつきを通して，リー群の理論を有界領域の研究，とくにそれらに関する

(I)　正則自己同型の決定問題

(II)　同値問題

に応用するという試みがなされてきた．この講演ではそのような立場から，有界ラインハルト領域の自己同型や同値性を，それらが原点を含まない場合を中心に論じてみたい．

定義　$(\mathbf{C}^*)^n$の代数的自己同型とはつぎの形の $(\mathbf{C}^*)^n$の自己同型である：

$$(\mathbf{C}^*)^n \ni (z_i) \longrightarrow (w_i) \in (\mathbf{C}^*)^n,$$
$$w_i = \alpha_i z_1^{a_{i1}} \cdots z_n^{a_{in}} \qquad (1 \leqq i \leqq n),$$
$$(\alpha_i) \in (\mathbf{C}^*)^n, \ (a_{ij}) \in GL(n, \mathbf{Z}).$$

定義　$\mathbf{C}^n$の中の2つのラインハルト領域は，もしそれらの間の $(\mathbf{C}^*)^n$の代数的自己同型より誘導される双正則写像があるならば，代数的に同値であると呼ばれる．

定理1　もし $\mathbf{C}^n$の中の2つの有界ラインハルト領域が正則的に同値ならば，それらは代数的に同値である．

定理2　Dを $\mathbf{C}^n$の中の有界ラインハルト領域とする．このとき D に代数的に同値なラインハルト領域 $\tilde{D}$ が存在して，ある $\mathbf{C}^n$の座標のブロック分解

$$z=(z^l), \ z^l \in \mathbf{C}_l^{n_l}$$
$$n=n_1+\cdots+n_r+\cdots+n_s+\cdots+n_t$$

に関して，つぎのことが成り立つ：

$$z'=(z^1, \cdots, z^s), \ z''=(z^{s+1}, \cdots, z^t),$$
$$n'=n_1+\cdots+n_s, \ n''=n_{s+1}+\cdots+n_t$$

とおく．

i）$\tilde{D}_1 := P(D)$は$B_{n1}\times\cdots\times B_{nr}\times\mathbf{C}^{nr+1}\times\cdots\times\mathbf{C}^{ns}$とする．ここで$P$は射影$\mathbf{C}^n \ni z \longrightarrow z' \in \mathbf{C}^{n'}$であり，$B_m$は$m$次元単位球$\{w = , \cdots, w_m) \in \mathbf{C}^m \mid |w| := (|w_1|^2+\cdots+|w_n|^2)^{1/2}<1\}$を表す．

ii）$\tilde{D}_2 := \{z'' \in \mathbf{C}^{n''} \mid (0, \cdots, 0, z'') \in \tilde{D}\}$は$\mathbf{C}^{n''}$の中の有界ラインハルト領域である．

iii）$\tilde{D}$は

$$\tilde{D} = \{z \in \mathbf{C}^n \mid z' \in \tilde{D}_1, (z^{s+1}/f_{s+1}(z'), \cdots, z^t/ft(z')) \in \tilde{D}_2\},$$

$$f_k(z') = \prod_{i=1}^{r}(1-|z^i|^2)^{p_k^i/2}\times \prod_{j=r+1}^{s}\exp(-q_k^j|z^j|^2)\,(s+1 \leqq k \leqq t)$$

という形に書き表される．ここでp_k^iは$(1 \leqq i \leqq r, r+1 \leqq j \leqq s, s+1 \leqq k \leqq t)$は負でない実数であり，各$r+1 \leqq j \leqq s$に対して，ある$s+1 \leqq k \leqq t$が存在して，$q_k^j > 0$，$n_k = 1$，$\tilde{D} \cap \{z^k = 0\} = \phi$となる．

iv）$\tilde{D}$の自己同型群の単位成分はつぎの形の変換からなる：

$$\tilde{D} \ni (z^l) \longrightarrow (w^l) \in \tilde{D},$$

$$\begin{cases} w^i = (A^i z^i + b^i)(c^i z^i + d^i)^{-1}, \\ w^j = B^j z^j + e^j \\ w^k = C^k \prod_{i=1}^{r}(c^i z^i + d^i)^{-p_k^i}\times \\ \prod_{j=r+1}^{s}\exp\left[-q_k^j\{2({}^t e^j B^j) z^j + |e^j|^2 \zeta\right]\, z^k. \end{cases}$$

ここで

$$\begin{pmatrix} A^i & b^i \\ c^i & d^i \end{pmatrix} \in SU(n_i, 1),$$

$$B^j \in U(n_j),\ e^j \in \mathbf{C}^{nj},$$

$$C^k \in U(n_k).\ /\!/$$

文献

[1] D.E. Barrett, Holomorphic equivalence and proper mapping of bounded Reinhardt domains not containing the origin, Comment. Math. Helvetici 59 (1984), 550-564.

[2] E. Bedford, Holomorphic mapping of products of annuli in $\mathbf{C}^n$, Pacific J. Math. 87 (1980), 271-281.

[3] T. Sunada, Holomorphic equivalence problem for bounded Reinhardt domains, Math. Ann. 235 (1978), 111-128.