1985
April

日 本 数 学 会
昭 和 60 年 年 会
講演アブストラクト

函 数 論

時…… 4 月 2 日 ・ 3 日

所…… 東 京 都 立 大 学

---

2 日	10:00 ～ 12:00	普通講演	1 ～ 7
	13:30 ～ 14:15	普通講演	8 ～ 10
	14:30 ～ 15:30	特別講演	
3 日	10:00 ～ 12:00	普通講演	11 ～ 18
	13:30 ～ 14:30	特別講演	

第一日　　4月2日（火）

第III会場　　函数論

10：00～12：00

			講演時間(分)
1	山下愼二(都立大理)	正則函数と極小曲面の面積定理	15
2	戸田暢茂(名工大)	関数方程式 $\sum_{i=0}^{P} a_i f_i^{n_i}=1$ について	15
3	諸沢俊介(東北大理) 仲田正躬(山形大理)	Fuchs 群の transitivity を保つ写像	15
4	関川久男(八戸工大工) 山本博夫(東北大理)	Outradii of Teichmüller spaces of finitely generated Fuchsian groups of the second kind	15
5	柴田敬一(阪大教養) 柴　雅和(広島大理)	開 Riemann 面の特異な流体力学的接続	15
6	多田俊政(大同工大)	回転不変に近い密度に関する孔あき円板の Martin 完閉化	10
7	中井三留(名工大)	有限葉被覆面の H^{∞}－安定性	15

13：30～14：15

8	斎藤三郎(群馬大工)	Completeness theorems and non-harmonic integral transforms in Hilbert spaces admitting reproducing kernels	15
9	水田義弘(広大，総合科)	掃散ポテンシャルの存在について	15
10	黒川隆英(鹿児島大教養)	L^p－関数のポテンシャルと原始関数について	15

特　別　講　演

荷見守助(茨城大理)　Parreau-Widom 型のリーマン面　60

（14：30～15：30）

第二日　　4月3日（水）

第III会場　　函数論

10：00～12：00

11	洪　姃植(日大理工) 稲井田次郎(日大理工)	多複素変数函数論についての1考察	10
12	寺田俊明(滋賀医大)	2次元正則同型写像の極限について	15
13	田代俶章(東京農工大) 鈴木孝子(横浜国大) 樋口禎一(横浜国大)	超曲面孤立特異点の幾何種数について	10
14	竹腰見昭(京大数理研)	L^2- cohomology of Kähler metrics of Bergman types	15
15	東川和夫(富山大理)	擬凸な標形をもつ不変計量の構成　――二乗可積分正則函数による――	15
16	東川和夫(富山大理)	擬凸な標形をもつ不変計量の構成　――負の多重劣調和函数による――	15
17	児玉秋雄(金沢大理)	Some intrinsic metrics on convex domains	10
18	鶴見和之(東京電機大)	Inner functions in strictly pseudoconvex domains	10

特　別　講　演

志賀弘典(千葉大理)　K3 モジュラー函数について　60

（13：30～14：30）

1.　山下愼二（都立大・理）**正則函数と極小曲面の面積定理**

簡単のため，結果の特別な場合をのべる．

定理1．　f は単位開円板 D で非定数正則で $f(0)=0$ とすれば，$A(f(D)\cap D)+A(f^{-1}(D))>\pi$ が成立．ここで，$A(E)$ は平面集合 E の面積．定数 π はより大きな数でおきかえれない．

定理2．　$x：D\to R^n$ が定数でない極小曲面で $x(0)=O$ とすれば，$A^*(x(D)\cap B)+A(x^{-1}(B)>\pi$ が成立．ここで，B は単位開球で

$$A^*(x(D)\cap B)=2\iint_{x-1(B)}\sum\left|\partial x_k/\partial w\right|^2 dudr,$$

$x=(x_1,\cdots\cdots,x_n)$，$w=u+iv$ である．定数 π はより大きな数でおきかえれない．

定理１は f が単葉のばあい Ullman によって示された．単葉性を落すと，証明はかなりこみ入って来る．定理２で $n=2$ のばあい結果は定理１より良くない．

2.　戸田暢茂（名工大）**関数方程式 $\sum_{i=0} a_i f_i^{ni}=1$ について**

$p\geqq 1$，$n_i\geqq 1$ を自然数，a_i，f_i を $|z|<\infty$ での有理形関数で $T(r,a_i)=S(r,f_i)$ をみたすものとする．このとき，

$$(*)\qquad \sum_{i=0}^{P} a_i f_i^{ni}=1$$

に対して，C. C. Yang は「$p=1$，$n_0\geqq 3$，$n_1\geqq 3$ のとき，(*)をみたす f_0，f_1 があったら $n_0=n_1=3$．f_0，f_1 を整関数に制限したら $n_0=n_1=3$ でも解はない．」ことを示した．

各 f_i が整関数のときには，この結果の一般化は得られたが，有理形関数のときには未解決であった。この講演では，一つの解を得たことを報告する．

定理．(1)　(*) をみたす有理形関数 f_i があったら，

$$\sum_{i=0}^{P} 1/n_i\geqq(p+1)/(2p^2+2p-1).$$

(2) 特に(*)が $f_1=f_2=\cdots=f_p$，$n_1>n_2>\cdots>n_p$ のときには，$p(p+1)/n_1+p/n_0\geqq 1$．

3.　諸沢俊介（東北大・理）・**仲田正躬**（山形大・理）**Fuchs 群の transitivity を保つ写像**

Γ を単位円 U に作用する Fuchs 群で双曲的変換だけからなるものとする．又原点 O に関する Γ の Dirichlet 基本多角形 F は正 $4g$ 角形（$g>1$）とする．f を原点中心の角 $k\pi/2g$（$k=1.2.\cdots 4g-1$）の回転とすると，∂U 上の点 ζ に対して，ζ が transitive（又は双曲的変換の固定点）であれば $f(\zeta)$ も同じ性質の点となることはすでに報告した．今回はさらに，いくつかの測地線に関する反転でも ∂U 上の点の性質が保たれることを報告する．又この結果の応用として次のことがわかる：F の頂点を u_i（$1\leqq i\leqq 4g$），F の辺の中点を v_i（$1\leqq i\leqq 4g$），O と u_i の非ユークリッド距離での中点を w_i（$1\leqq i\leqq 4g$）とする．u_i（又は v_i，w_i）を通る任意の測地線の端点を ζ_1，ζ_2 とする．この時 ζ_1 が transitive（又は双曲的変換の固定点）であれば，ζ_2 も同じ性質をもつ．

4.　関川久男（八戸工大・工）・**山本博夫**（東北大・理）**Outradii of Teichmüller spaces of finitely generated Fuchsian groups of the second kind.**

Γ を Fuchs 群，${}_0(\Gamma)$ を Teichmüller 空間 $T(\Gamma)$ の外半径とする．このとき，$2<{}_0(\Gamma)\leqq 6$ となることはよく知られている．さらに，Γ が有限生成第１種 Fuchs 群のときは，${}_0(\Gamma)<6$ となる．これに対して，有限生成第２種 Fuchs 群については次の定理が成り立つ．

定理．Γ が有限生成第２種 Fuchs 群のとき，${}_0(\Gamma)=6$ である．

5.　柴田敬一（阪大・教養）・**柴 雅和**（広島大・理）**開 Riemann 面の特異な流体力学的接続**

R を有限種数の任意の開 Riemann 面，f をその上の１価または多価の複素ポテンシャル（流れ函数）とする．その詳しい定義はここにはのべないが，f は，湧き出し・吸い込みが有限個しかない，R 上の完全流体の定常流を記述するものである．このとき，以前に示したように，(R,f) の流体力学的接続 (R^*,f^*) が存在する；R^* は R の同じ種類の閉じた接続，f^* は R^* 上の有理型函数で R 上 $f^*=f$，明らかに，$R^*\setminus R$ は内点をもたず，f^* の極を含まない．

ここでは，（$R^*\setminus R$ が連続体を含むとき）上のものと対比的な別の接続 $(\tilde{R},\tilde{f})$ を構成する；$\tilde{R}$ は R の同じ種類の閉じた接続で $\tilde{R}\setminus R$ は内点をもち，$\tilde{f}$ は R 上 f と一致する $\tilde{R}$ 上の有理型函数で，$\tilde{R}\setminus R$ 上に新らしい極をもつ．Rankine の卵定理や Milne-Thomson の円定理との関係に因み，$(\tilde{R},\tilde{f})$ を (R,f) の特異な流体力学的接続とよぶことにする．

6.　多田俊政（大同工大）**回転不変に近い密度に関する孔あき円板の Martin 完閉化**

P を $\Omega：0<|z|<1$ 上の密度（即ち $0<|z|\leqq 1$ 上の非負局所 Hölder 連続函数）とし，方程式 $\triangle u=Pu$ に関する Ω の Martin 完閉化を Ω_P^* とする．P が回転不変の（即ち $P(z)=P(|z|)$ を満たす）とき Ω_P^* は Nakai により次の様に決定されている．：$\Omega_P^*\cong$

$\{\alpha(P)\leqq|z|\leqq 1\}$．$\alpha(P)$ は P の特異性指数と呼ばれる $[0,1)$ 内の量で，密度 $P_n(z)=P(z)+n^2|z|^{-2}$ $(n=0,1)$ に対する単位 e_n（即ち $|z|=1$ 上境界値が 1 である Ω 上の $\triangle u=P_n u$ の唯一有界解）により，$\alpha(P)=\lim_{z\to 0}\ e_1(z)/e_0(z)$ で定義されている．ここでは回転不変に近い密度に関しても同様の結果が成立することを報告する．

定理． Ω 上の一般密度 Q が回転不変密度 P に対し

$$|P(z)-Q(z)|=0(|z|^{-2})\quad (z\to 0)$$

を満たすとき $\Omega_Q^*\cong\{\alpha(P)\leqq|z|\leqq 1\}$ である．

7. 中井三留（名工大）**有限葉被覆面の H^∞- 安定性**

リーマン面 R 上の有界正則函数環 $H^\infty(R)$ の商体 $M^\infty(R)$ 上の任意の賦値が点賦値にかぎるとき，R は H^∞- **安定**であると言う．$\tilde{R}$ を R の分岐点は無限個あってよいが非有界で有限葉の被覆リーマン面とする．そのとき次の結果を報告する：

定理． $\tilde{R}$ が H^∞- 安定である為の必要十分な条件は $\tilde{R}$ が H^∞- 安定なことである．

8. 斎藤三郎（群馬工大） **Completeness theorems and non-harmonic integral transforms in Hilbert spaces admitting reproducing kernels**

まず積分変換の一般論の立場から non-harmonic な積分変換の概念に至る idea について述べ，次にこの概念の基本的な結果について言及する．これは non-harmonic な Fourier 級数で基本的な Paley-Wiener の定理および東工大情報工学科の飯島，小川氏らが展開している擬似直交性の理論の連続体の場合への拡張の性格をもつ．ここでの理論から例えば次のようなことがいえる．$L_2(-a,a)$ で $\{e^{iz}\ |z\in C\}$ は完全集合をなすが，

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left|y-\xi(y)\right|\mathrm{d}y<\frac{3\pi}{a^3}$$

を満たす実数値関数 $\xi(y)$ に対して $\zeta(iy)=\xi(y)$ となる複素数値関数 $\zeta(z)$ について $\{e^{i\overline{\zeta(z)}}\ |z\in C\}$ もそこで完全集合をなし，$F\in L_2(-a,a)$ の積分変換

$$f(z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-a}^{a}F(t)e^{i\overline{\zeta(z)}t}\ \mathrm{d}t$$

について，isometrical identity や逆変換の公式が導びかれる．

9. 水田義弘（広大・総合科）**掃散ポテンシャルの存在について**

f を $\boldsymbol{R}^n$ 上，原点以外で，連続な関数とし，

$$f_j=\max_{2^{-j-1}\leqq|x|\leqq 2^{-j}}|f(x)|,\quad j=1,2,\cdots$$

とおく．$h_j=\max\{f_1,f_2,\cdots,f_j\}$ とし，

$$h_{j+1}\leqq\text{const.}\ h_j,\quad j=1,2,\cdots\cdots$$

なるものと仮定する．$\boldsymbol{R}^n$ 上の測度 μ の α- ポテンシャルを U_α^μ，α 容量を C_α と表す．

定理． R^n 内の集合 E が次の条件を満たすとき，すなわち

(a) $\sum_{j=1}^{\infty}h_j(\min\{a_j,a_k\})\,C_\alpha(E_j)\leqq\text{const.}\ h_k,$
$k=1,2,\cdots,$

(b) $\sum_{j=1}^{\infty}h_j^2C_\alpha(E_j)<\infty,$

なるとき，

(i) $\int U_\alpha^\mu d\mu<\infty$，　(ii) supp (μ) 上 $U_\alpha^\mu\leqq f$

(iii) E 上 $U_\alpha^\mu\geqq f$

なる μ が存在する．ただし，$a_j=2^{j(n-\alpha)}$ 又は $j\log 2$，$E_j=\{x\in E;\ 2^{-j-1}\leqq|x|<2^{-j}\}$ とする．

10. 黒川隆英（鹿児島大学・教養）**L^p-関数のポテンシャルと原始関数について**

m を正の整数とし，n 次元ユークリッド空間 $\boldsymbol{R}^n$ 上の関数 $\kappa_m(x)$ を，$m<n$ あるいは $m\geqq n$，$m-n$ 奇数のとき $\kappa_m(x)=|x|^{m-n}$，$m\geqq n$，$m-n$ 偶数のとき $\kappa_m(x)=|x|^{m-n}(-\log|x|)+\delta_{m,n}|x|^{m-n}$ と定義する．また各多重指標 $\alpha\ (|\alpha|=m)$ に対し，$\kappa_\alpha(x)=\dfrac{m}{\sigma_n\alpha!}\dfrac{x^\alpha}{|x|^n}$ とする．さらに $m-1$ 以下の整数 k に対し，$\kappa_{m,k}(x,y)=\kappa_m(x-y)-\sum_{|\gamma|\leqq k}\dfrac{x^\gamma}{\gamma!}D^\gamma\kappa_m(-y)$，$\kappa_{\alpha,k}(x,y)=\kappa_\alpha(x-y)-\sum_{|\gamma|\leqq k}\dfrac{x^\gamma}{\gamma!}D^\gamma\kappa_\alpha(-y)$ と定義する．局所可積分関数 f に対し $U_{m,k}^f(x)=\int\kappa_{m,k}(x,y)f(y)dy$ が存在すれば，それを f の (m,k) 次ポテンシャルと呼ぶ．また $\alpha+e_j=\beta+e_l$，$|\alpha|=|\beta|=m$ である α，β に対し $D_jf_\alpha=D_lf_\beta$ を満たす局所可積分関数の族 $F=\{f_\alpha\}_{|\alpha|=m}$ について $V_{m,k}^F=\sum_{|\alpha|=m}\int\kappa_{\alpha,k}(x,y)f_\alpha(y)dy$ が存在すれば，それを F の (m,k) 次原始関数と呼ぶ．ここでは，L^p- 関数 f と L^p- 関数の族 F に対して，$U_{m,k}^f$ と $V_{m,k}^F$ の関係について述べる．

特 別 講 演

荷見守助（茨城大・理）**Parreau-Widom 型のリーマン面**

本講演の目的は，最近の研究に散見する標記のリーマン面の族について述べることである．この族は，リーマン面自体の興味もさることながら，その上でハーディ族その他の理論を実質的に構成するのに向いていると思われる。この予稿では基本的な部分のみを述べておく．

1. 定義. R を連結した双曲型リーマン面とし，そのグリーン函数を $g(a, z)$ とする．$a \in R$, $\alpha > 0$ に対し，$R(\alpha, a) = \{z \in R : g(a, z) > \alpha\}$ とおき，$R(\alpha, a)$ の1次元ベッチ数を $B(\alpha, a)$ と書く．

定義. 或 $a \in R$ に対し，条件

$$(W) \qquad \int_0^\infty B(\alpha, a)\, d\alpha < \infty \qquad \text{(Widom)}$$

が成立つとき，R を Parreau-Widom 型であるという．

一方，全ての $\alpha > 0$ に対し $Cl(R(\alpha, a))$ がコンパクトであるとき，R は（ポテンシャル論の意味で）正則であるという．この仮定の下では，条件 (W) は次の条件

(P) $\sum\{g(a, \zeta) : \zeta \in Z(a, R)\} < \infty$ (Parreau)

と同等である．ただし，$Z(a, R)$ は函数 $z \longrightarrow g(a, z)$ の危点の集合（重複度を込めて）である．(W) と (P) は実質上同等であることが分る．Parreau-Widom 型の名称は林実樹広による．

次に，$\phi_R : \boldsymbol{D} \to R$（$\boldsymbol{D}$ は単位開円板）を R の普遍被覆写像とし，ϕ_R に関する被覆変換（一次分数変換 $\gamma : \boldsymbol{D} \to \boldsymbol{D}$ で $\phi_R \circ \gamma = \phi_R$ を満すもの）のなす群を Γ と書く．自明な場合を避けるために，Γ は収束型（$\sum\{1 - |\gamma(z)|^2 : \gamma \in \Gamma\} < \infty$ が全ての $z \in \boldsymbol{D}$ に対し成立すること）とし，対応する Blaschke 積を $B_\Gamma(z)$ とする．即ち，$B_\Gamma(z) = \prod[\gamma(z) \exp(-ic(\gamma)) : \gamma \in \Gamma]$，ただし，$0 \leqq c(\gamma) = \arg \gamma(0) < 2\pi$．このとき，$-\log|B_\Gamma(z)|$ の R への投影は R 上のグリーン函数（極は $\phi_R(0)$）である．この $B_\Gamma(z)$ を群 Γ のグリーン函数と呼ぶ．このとき，条件 (W) と同等な条件として

(PM) $B_\Gamma'(z)$ は $\boldsymbol{D}$ 上で bounded characteristic.

を得る (Pommerenke).

2. *Widom* の定理. 前節の条件が R 上でハーディ族等の理論を構成するために有効であることを予想させるのが Widom の結果である．R 上の（平坦な複素ユニタリ）直線バンドル ξ に対し，ξ の正則横断面の全体を $\mathscr{H}(R, \xi)$ とする．$0 < p \leqq \infty$ に対し $\mathscr{H}^p(R, \xi)$ により，$f \in \mathscr{H}(R, \xi)$ のうち $|f(z)|^p$ が調和優函数を持つもの（$p = \infty$ のときは，$|f(z)|$ が有界なもの）の全体を表わす．このとき

定理. (Widom). (a) R が Parreau-Widom 型ならば，全ての直線バンドル ξ に対して $\mathscr{H}^\infty(R, \xi) \neq \{0\}$

(b) R 上の全ての直線バンドル ξ に対し $\mathscr{H}^1(R, \xi) \neq \{0\}$ ならば，R は Parreau-Widom 型である．

3. デリクレ問題. R^* を R のマーチンのコンパクト化とし，$\Delta = R^* - R$ とおく．$\boldsymbol{o} = \phi_R(0)$ を原点とするマーチン函数を $k(b, a)$ $(= g(b, a)/g(b, \boldsymbol{o}))$ と書き，$z \to k(b, z)$ が極小調和函数となる $b \in \Delta$ の全体を Δ_1 とおく．$\boldsymbol{o}$ に対する調和測度で Δ_1 に台を持つものを $d\chi_R$ とする．次に，$a \in R$ から出る R 上のグリーン線の全体を $\boldsymbol{G}(a)$，その中で境界まで延びているものの全体を $\boldsymbol{L}(a)$，また Δ の点に収束するものの全体を $\Lambda(a)$ と書く．$l \in \Lambda(a)$ に対し l の Δ 内の極限を $b(l)$ とし，$\boldsymbol{G}(a)$ 上のグリーン測度を dm_a と書く．

定理. R を正則な Parreau-Widom 型の面とする．

(a) $u(z)$ を R 上の正の調和函数とすれば，(dm_a について) 殆んど全ての $l \in \boldsymbol{L}(a)$ に沿っての極限が存在する． (Parreau).

(b) $\Lambda(a)$ はグリーン測度1であり，$\Lambda(a)$ からグリーン測度0の集合を除けば，対応 $l \to b(l)$ は単射で，これは測度空間 $(\Lambda(a), dm_a)$ と $(\Delta_1, k(b, a)\, d\chi_R(b))$ の間の同型対応を与える．しかもグリーン空間 $\boldsymbol{G}(a)$ におけるデリクレ問題とマーチンコンパクト化 R^* でのデリクレ問題は同等である．

4. コーシー・リード型定理. $a \in R$ を固定し

$$g^{(a)}(z) = \exp(-\sum g(z, \xi)) \qquad (\xi \in Z(a, R))$$

とおく．

定理. R を正則な Parreau-Widom 型の面とし，$u \in L^1(d\chi_R)$ とする．もし R 上の有理型函数 h で $h(a) = 0$ かつ $|h| g^{(a)}$ が有界であるものに対し常に $\int \hat{h}(b) u(b) k(b, a)\, d\chi_R(b) = 0$ が成立つならば，$u = \hat{f}$ $a.e.$ を満す $f \in H^1(R)$ が存在する．

更に前定理の命題により Parreau-Widom 型の面を特徴づけることが出来る．（林 実樹広）．

文　献

〔1〕 H. Widom, Hp sections of vector bundles over Riemaun surfaces, Ann. of Math. 94 (1971), 304-324.

〔2〕 M. Parreau, Théorème de Fatou et problème de Dirichlet pour les lignes de Green de certaines surfaces de Riemann, Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A. I. no. 250/25 (1958).

〔3〕 Ch. Pommerenke, On the Green's function of Fuchsian groups, Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A. I. 2 (1976). 409-427.

〔4〕 M. Hayashi, Characterization of Riemann surfaces possessing invariant subspace theorem, 近刊.

〔5〕 M. Hasumi, Hardy classes on infinitely connected Riemann surfaces, Lecture Notes in Math. Vol. 1027, Springer, 1983.

11. 洪 姙植（日大・理工）・**稲井田次郎**（日大・理工）**多複素変数函数についての１考察**

ラプラス方程式をみたすことを正則性の基礎にとると，１複素変数の場合

$$\Delta u = 4\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$$

であるから，u は z の函数と $\bar{z}$ の函数とに分離され，z に関してだけ言えば，z についてだけの微分可能性で正則が定義される．２複素変数（$z_1, \bar{z}_1, z_2, \bar{z}_2$）の空間について上と同様のことを考えると，$\Delta$ の１次因子への分解は四元数をつかって

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \pm i\frac{\partial}{\partial x_2} \pm j\frac{\partial}{\partial x_3} \pm k\frac{\partial}{\partial x_4}$$

の積による分解になる．このときには z_1, z_2 だけでは表現できず，鏡像 $\bar{z}_1, \bar{z}_2$ の介入が避けられない．しかしこのために函数の零点が孤立するという簡明さがあらわれる．z_1 と z_2 だけの解析函数についてはこうはならなかった．このような１次因子の積に Δ を分解することに基礎をおいた若干の考察をする．

12. 寺田俊明（滋賀医大）**２次元正則同型写像の極限について**

C^2 のある領域 D で定義された退化した正則写像 $T=(f, g)$ が，D から D' への正則同型写像例 $\{T_n\}$ の極限になっている場合にその性質を調べる．

命題1. $T(D)$ は $\overline{D}$ に含まれる非特異な局所解析集合である．

命題2. rank $T=1$（rank $T=1$ の点が少なくとも１つある）とき，rank $T=0$ の集合 R_0 は非特異な１次元の解析集合である．

次に，$D=D'$ が有界で T_n が D の automorplusin の場合，上の命題と Cartan により，$T(D)$ は ∂D に含まれる非特異１次元解析集合 S に含まれるが，さらに，“$\overline{D}$ での既約な解析集合 S' であって $S' \cap D \neq \phi$，$S' \cap \partial D$ が S' 内の開集合を含むようなものが存在しない”ならば次のことが成立する．

命題3. S が $\{T_n\}$ によって到達可能ならば $T(D)=S$，$R_0=\phi$ である．

13. 田代俶章（東京農工大）・**鈴木孝子**（横浜国大）・**樋口禎一**（横浜国大）**超曲面孤立特異点の幾何種数について**

n 次元正規孤立特異点（X, x）に対して，その特異点除去の一つを $\pi : \widetilde{X} \to X$ とする．$\mathcal{O}_{\widetilde{X}}$ の π による $(n-1)-th$ direct image sheaf $R^{n-1}\pi_* \mathcal{O}_{\widetilde{X}}$ の x での stalk $(R^{n-1}\pi_* \mathcal{O}_{\widetilde{X}})_x$ は C 上有限次元ベクトル空間になる．その次元を特異点（X, x）の幾何種数と称し，$p_g(X, x)$ と書く．これは特異点除去の選び方によらない．さて，C^{n+1} の原点の近傍で定義された正則関数 f の超曲面 X が原点で孤立特異点をもつとき，それは正規特異点となる．この関数 f が Varchenko の意味で非退化のとき，特異点（X, x）の幾何種数が f の Newton polyhedron $\Gamma+(f)$ から以下のように求まる：

$$p_g(X, x) = \#\{(\lambda_0, \cdots, \lambda_n) \in N^{n+1} \mid (\lambda_0, \cdots, \lambda_n) \notin \Gamma+(f)\}$$

ただし，N は非負なる整数全体のなす集合である．これは渡辺の結果（Math. Ann. 250, Corollary 1.14）の一般化になっている．

14. 竹腰見昭（京大・数理研）**L^2 cohomalogy of Kähler metrics of Bergman type**

$\Omega \Subset X$ を C^∞ 級の境界 ∂D をもつ相対コンパクトな領域とする．この時 Ω 上の計量 ω が Ω の定義函数 h によって $\omega = \partial\bar{\partial}(-\log(-h))$ と書かれかつ $\omega \geqq \delta \dfrac{\partial h \wedge \bar{\partial} h}{h^2}$ $(\delta > 0)$ を ∂D の近くで満たす時，ω を Bergman type の Kähler 計量と呼ぶ．次が成立する．

定理． $\Omega \Subset X$ を Bergman type の Kähler 計量 ω をもつ領域とする．この時，$p+q \neq n$ $(n=\dim_{C} X)$ ならば，ω に関する $L^2(p,q)$ 調和形式は自明なものしかなく，ω の Laplacian $\Box$の像は L^2- 閉性を満たす．

系（Donnelly & Fefferman）$\Omega \Subset C^n$ を強擬凸領域とすると，Ω の Bergman 計量に関して定理が成立する．注 1．X が C^∞ 強擬凸函数をもつ時，$\Omega \Subset X$ が擬凸であるための必要十分条件は Ω が Bergman type の Kähler 計量をもつことである．注 2．定理は Kähler 多様体上の，Bochner-Hörmander の手法とは全く独立に得られる，積分不等式より導かれる．

15. 東川和夫（富山大・理）**擬凸な標形をもつ不変計量の構成 ——二乗可積分正則函数による——**

C^n の有界領域 D の接束 $T(D)$ を $D \times C^n$ とみなす．D 上の計量 F で各点 $p \in D$ に対して，$F|_{\{p\}\times C^n}$ が上半連続であるものを考える．このとき F の p における標形 $IF(p)=\{\xi \in C^n\ ;\ F(p,\xi)<1\}$ は星型円状領域になる．D のカラテオドリ計量 C_D 及び小林計量 K_D は上の条件をみたす．$IC_D(p)$ は常に凸である．D が 0 中心の星型円状かつ擬凸であれば，$IK_D(0)=D$ である （鈴木，Barth (1984)）．

さて，$Hm(p)$ を D 上二乗可積分正則函数 f で f の $(m-1)$ 以下の階級の偏導函数がすべて p で消えているもの全体からなるヒルベルト空間とし，$\xi \in C^n$ にに対して，$\mu_m(p,\xi)=\max\{|(\partial_\xi)^m f(p)|^2\ ;\ f \in H_m(p),\ \|f\|=1\}$，$B_D(p,\xi)=\limsup_{\eta\to\xi} \limsup_{m\to\infty} (\mu_m(p,\eta)/(m!)^2)^{1/2m}$

とおく．このとき次が成りたつ ： B_D は双正則不変．$IB_D(p)$ は擬凸．$C_D \leqq B_D$．D' が D の部分領域ならば，$B_D \leqq B_{D'}$・D が 0 中心の星型円状ならば，$IB_D(0)$ はベルグマン核の包である．

16. 東川和夫（富山大・理）**擬凸な標形をもつ不変計量の構成 ——負の多重劣調和函数による——**

C^n の有界領域 D の点 p に対して，$C(p)=\bigcup_{\varepsilon>0}$ $\{\varphi \in \mathrm{Hol}(\varepsilon U, D)\ ;\ \varphi(0)=p\}$，$\varepsilon U=\{t \in C\ ;\ |t|<\varepsilon\}$ とおく．

また，D 上負の多重劣調和函数 f で二条件

$(s)_p$ $\limsup_{z\to p,\, z\neq p}(f(z)-\log\|z-p\|)<+\infty$,

$(c)_p$ $\varphi, \psi \in c(p)$, $\varphi'(0)=\psi'(0)$ ならば，$L_f[\psi]=L_f[\psi]$ をみたすもの全体を $PS(p)$ とおく．ただし，

$L_f[\varphi]=\limsup_{t\to 0,\, t\neq 0}(\exp f\circ\varphi(t))/|t|$．

次に，$f \in PS(p)$ と $\xi \in C^n$ に対して，$\varphi'(0)=\xi$ となる $\varphi \in c(p)$ をとり，$L_f(\xi)=L_f[\varphi]$ とかき，

$P_D(p,\xi)=\limsup_{\eta\to\xi} \sup\{L_f(\eta)\ ;\ f \in PS(p)\}$

とおく．このとき次が成りたつ：P_D は距離減少性をもつ．$IP_D(p)$ は擬凸．$C_D \leqq P_D \leqq K_D$．D が 0 中心の星型円状ならば，$I P_D(0)$ は D の正則包であり，

$$D \subset IK_D(0) \subset IP_D(0) \subset IB_D(0) \subset IC_D(0).$$

また，$D=IP_D(0) \rightleftarrows D$ が擬凸 （「$D=IC_D(0) \rightleftarrows D$ が凸」なる事実はよく知られている）．

17. 児玉秋雄（金沢大・理） **Some intrinsic metrics on convex domains**

C^n の領域 D に対して，d_D^K，F_D^K をそれぞれ Dの小林擬距離，小林擬計量とする．また，d_D^C，F_D^C を D のカラテオドリの擬距離，擬計量とする，このとき，Lampert [1]，[2] の結果から，D が有界な 凸領域ならば，$d_D^K=d_D^C$，$F_D^K=F_D^C$であることが知られている．ここでは，上の結果において，D が有界である必要はなく，次のことが成立することを注意したい．

命題． D を任意の（有界又は双曲型でなくともよい）凸領域とする．このとき，$d_D^K=d_D^C$，$F_D^K=F_D^C$．

系． D を第 1 種又は第 2 種ジーゲル領域とする．このとき，$d_D^K=d_D^C$，$F_D^K=F_D^C$．

この系は，小林 [3，prob. A. 4] の肯定的部分解答を与えている．

[1] Analysis Mathematica 8 (1982). [2] Bull. Soc. Math. France 109 (1981). [3] Bull. A. M. S. 82 (1976).

18. 鶴見和之（東京電機大） **Inner functions in strictly pseudoconvex domains**

Hakim-Sibony（Inv. Math, 67 (1982) の方法によって，Löw （Inv. Math, 67 (1982) は単位球における inner function を構成した．この方法を拡張して，C^n の強擬凸領域における inner function の構成を示す．

特 別 講 演

志賀弘典（千葉大・理）K3 モジュラー函数について

[0]　一変数函数論に於て Gauss-Abel-Jacobi の楕円函数論は次のような現象の逐次展開と考えられます．即ち

（ i ）　カスプ　$x^3-y^2=0$

（ ii ）　楕円曲線　$y^2-4x^3-g_2x-g_3=0$,

（ iii ）　周期積分の逆写像としての楕円モジュラー函数,

（ iv ）　楕円モジュラー函数の応用.

この多変数化として次のような図式を描いてみます．

（ i′）　例外型超曲面特異点,

（ ii′）　その変形として生じる K^3 曲面の族,

（ iii′）　その族に対する周期写像と，逆写像によって得られるモジュラー函数,

（ iv′）　そのモジュラー函数の展開表示と応用.

これらについて筆者の調べた点について中間報告します．

$\boldsymbol{C}$ 係数３変数の重みつき斉次多項式 $f(x, y, z)$ に対し $\boldsymbol{C}^3$ 内のバラエティ

$$X_0 : f(x, y, z)=0$$

が原点のみを特異点として持つと仮定します．その minimally good な特異点解消を $\widetilde{X}_0$，その際生じた例外因子を A とします．A が４本の有理曲線からなり，その双対グラフが図のようになるものを例外型超曲面特異点と呼び $S(b)=S(b_1, b_2, b_3)$ で表します（$b_i \geqq 2$，$b_1^{-1}+b_2^{-1}+b_3^{-1}<1$）．

$$b_1 \text{———}\!\!\!\!\!\!\!\!\!\!\underset{b_3}{\top}\text{———} b_2$$

このようなものは X_0 を原点でのバラエティの芽と見て異るものが14種あり（Arnold の分類）その中で典型的なものとして

① $S(2,3,7)$: $z^2+y^3+x^7=0$,

② $S(2,4,5)$: $z^2+xy^2+x^5=0$.

③ $S(3,3,4)$: $z^2+y^3+x^8=0$

があります．

$S(b)$ の positive semiuniversal な変形

$$X^+ : f(x, y, z)+\sum t_{ijk}\, x^i y^j z^k=0$$

をとるとパラメーター空間 $\boldsymbol{C}^{\mu-1}(t_0, \cdots, t_{\mu-2})$ 上のファイバー空間となり（μ は X_0 のミルナー数），t 上のファイバー X_t が高々有理二重点をその特異点としてもつときコンパクト化した代数曲面の極小非特異モデル $\widetilde{X}_t$ は basic type の楕円型 $K3$ 曲面となり（Pinkham による）それ以上複雑な特異点を含む X_t に対し $\widetilde{X}_t$ は楕円型の有理曲面と考えられます．

ここで X^+ の定義式自身 $(\mu-2)+3$ 変数 x, y, z, (t) の多項式として重みつき斉次ゆえ X^+ には $\boldsymbol{C}^*$ が作用し，その軌道上に同型なファイバーが並びます。従って１つの index b を固定して

$$(X^+-X_0)/\boldsymbol{C}^* \to (\boldsymbol{C}^{\mu-1}-\{0\})/\boldsymbol{C}^*=T$$

というファイバー空間で考えます．このとき生じる $\widetilde{X}_t$ の全体を $\widetilde{X}^+$ としておきます．

以下パートＩとしてこのような $K3$ 曲面の族に対し楕円モジュラー函数の拡張を考えます．また，代数的な $K3$ 曲面全ての族をとってきたのでは曲面の構造が Abel 多様体に比較して弱すぎるので付加的な条件を課してモジュラー函数を構成しないと有用な多変数函数は得られないと筆者は考えていますが，その特殊な族から生じる $K3$ モジュラー函数の例として Picard のモジュラー函数について得られた結果をパートIIとして述べます．

[Ｉ]　プログラムは次のようになります．

1°　$F=(\widetilde{X}^+-\widetilde{X}_0)/\boldsymbol{C}^*$ を楕円型 $K3$ 曲面の族として特徴づける．

2°　$\widetilde{X}_t$ に対する周期写像を具体的に構成する．

3°　$T_0=(\boldsymbol{C}^{\mu-1}-\triangle)/\boldsymbol{C}^*$ 上で定義された周期写像 Φ の像領域を定め，$\pi_1(T_0, *)$ のひきおこすモノドロミー群及び $\triangle$ 上での Φ の境界挙動を決定する（ただし $\triangle$ は discriminant locus）．

4°　Φ の逆写像即ちモジュラー函数を具体的に表示する．

まだ4°に関しては一般的な結論を得るに至っていませんが1°～3°については概略次のようになります．

[０] で述べた①②③に対し F は $x=\infty$ 上にそれぞれ，指定された特異ファイバー II*, III*, IV* をもつ basic type の楕円型 $K3$ 曲面の同値類全てにその極限として生じる楕円型有理曲面を加えたものに一致します．さらに残る11種の $S(b)$ については，F は上の３種のいずれかの部分族になるので以下この３種のみ考察の対象とします．

①の場合は主に Brieskorn によって調べられ，T_0 の像は符号数（２，８）の $\boldsymbol{Z}$- 係数ユニモジュラー行列Ｉによって

$$\Omega=\{\eta I\,{}^t\eta=0,\ \eta I\,{}^t\bar{\eta}>0\}^+$$

と表わされる $\boldsymbol{P}^{11}$ 内に実現された10次元IV型古典領域に含まれ，モノドロミー群 Γ はＩに関する $\boldsymbol{Z}$-係数の isometry group に一致し，Ω/Γ は $\boldsymbol{P}^1$ をつけ加えてコンパクト化（Baily-Borel-Satake のコンパクト化）され，Φ は T とコンパクト化 Ω/Γ との双正則対応をひきおこしています．とくに Γ を Ω の境界成分に作用させると

$$\widehat{H/SL(2,\boldsymbol{Z})} \qquad (H=\{I_m\tau>0\})$$

と同一視され Φ^{-1} はここで楕円モジュラー函数 $j(\tau)$

に一致します．②③の場合についても Φ を調べて類似の結果が得られます．ただし上のような双正則対応ではなく双有理対応になって記述が複雑になり，Γ も Isometry の有限指数の部分群になります．

［II］ ③の特異点の変形の特別な族として

$$X(t)\ :\ z^2+y^3+\{x(x-t_0)(x-t_1)(x-t_2)\}^2=0$$

（$t=[t_0,\ t_1,\ t_2]$ は $\boldsymbol{P}^2$ の元）を考えます．$X(t)$ のコンパクト極小非特異モデルは t が

$$\Lambda=\{t\in\boldsymbol{P}^2:\ t_i\neq t_j\ (i\neq j),\ t_k\neq 0\ (k=0,\ 1,\ 2)\}$$

にあるとき $K3$ 曲面となり一般にその Picard 数は16です．この曲面を $Y(t)$ と書くことにします．すると $H_2(Y(t),\boldsymbol{Z})$ の basis $\Gamma_1,\cdots,\Gamma_{22}$ を Γ_7 以下が t によらず代数的であるようにとれ，$X(t)$ が

$$(x,\ y,\ z)\longrightarrow(x,\ \omega y,\ z)$$

（$\omega=\exp(\frac{2}{3}\pi i)$）という自己同型をもつことから，$t$ について一斉に

$$\sigma_i=\int_{\Gamma_{2i-1}}\varphi=\omega\int_{\Gamma_{2i}}\varphi\quad(i=1,\ 2,\ 3)$$

（φ は $Y(t)$ 上の正則な 2 −形式）となるように $\Gamma_1,\cdots,\Gamma_6$ がとれます．σ を $\boldsymbol{Z}[\omega]$ 係数のユニモジュラーな変換を適当にほどこして $\eta=[\eta_1,\ \eta_2,\ \eta_3]$ にとりかえると Riemann-Hodge の関係式によって周期 $\Phi(t)=\eta$ は，$\boldsymbol{P}^2$ の領域

$$D=\{\eta\ :\ \eta H\,{}^t\bar{\eta}<0\},\quad H=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

に属し，$\pi_1(\Lambda,\ *)$ のひきおこすモノドロミー群は，

$$\Gamma_1=\{g\in PGL(3,\boldsymbol{Z}[\omega]):\ gH\,{}^t\bar{g}=H,\ g\equiv E\ \mathrm{mod.}\ ((\sqrt{-3}))\}$$

となります．そして Φ は Λ のコンパクト化 $\boldsymbol{P}^2$ と D/Γ_1 に 4 点をつけ加えて得られるコンパクト化 $\widehat{D/\Gamma_1}$ との双正則な対応をひきおこしています．このようにして，D 上 Γ_1 に関するモジュラー函数が得られますが，これが古典的な Picard のモジュラー函数に一致します．

今 D の点 η を $u=\eta_2/\eta_1$，$v=\eta_3/\eta_1$ によってアフィン座標で表し，さらに写像

$$(u,\ v)\to\begin{pmatrix}\frac{1}{1-\omega}u^2-\frac{2i}{\sqrt{3}}v & \omega^2u & \frac{\omega}{1-\omega}u^2+\frac{i}{\sqrt{3}}v\\ u & -\omega^2 & u\\ \frac{\omega}{1-\omega}u^2+\frac{i}{\sqrt{3}}v & u & \frac{\omega^3}{1-\omega}u^2-\frac{2i}{\sqrt{3}}v\end{pmatrix}$$

によって D を Siegel 上半空間にうめこみ，$(u,\ v)$ の像を $\Omega(u,\ v)$ とします．このとき Φ の逆写像は

$$t_i=\theta^3\begin{bmatrix}0&\frac{1}{6}&0\\ \frac{i}{3}&\frac{1}{6}&\frac{i}{3}\end{bmatrix}(0,\ \Omega(u,\ v))\quad(i=0,\ 1,\ 2)$$

と Riemann θ 函数の 0 値で表示され，これらは D 上 $\Gamma_1\cap PSL(3,\boldsymbol{Z}[\omega])$ に関する重み 1 の保型形式となっていることが分ります．これらは種数 1 および 2 の曲線族に対しての Jacobi 及び Rosenhein の表示式に対応するものと考えられます．