1984
April

日 本 数 学 会

昭 和 59 年 年 会

講演アブストラクト

函 数 論

時 …… 4 月 3 日 ・ 4 日 ・ 5 日

所 …… 大 阪 大 学

---

3 日	9:30 ～ 11:45	普通講演	1 ～ 9
	13:30 ～ 15:20	普通講演	10 ～ 16
	15:30 ～ 16:30	特別講演	
4 日	10:30 ～ 11:45	普通講演	17 ～ 21
	13:30 ～ 14:40	普通講演	22 ～ 26
5 日	9:45 ～ 11:45	普通講演	27 ～ 34
	13:15 ～ 14:45	普通講演	35 ～ 41
	15:00 ～ 16:00	特別講演	

4月3日

1. 斎 藤 三 郎 (群馬大工) A fundamental inequaliy in the convolution of L_2 functions on the half line

$F\in L_p(-\infty,\infty)$ $(p\geqq 1)$ と $G\in L_1(-\infty,\infty)$ の convolution に対して基本的な不等式 $\|F*G\|_p\leqq\|F\|_p\cdot\|G\|_1$ を知っているが，F，$G\in L_2(-\infty,\infty)$ に対して一般には $F*G\notin L_2(-\infty,\infty)$ である。そこで半空間の場合に L_2 の概念のうちである意味で正確な次の基本的な不等式を得た。 **定理**. 正の整数 q と $F_j\in L_2(0,\infty)$ において，F_j の iterated convolution $\overset{2q}{\underset{j=1}{\Pi}}\!\!*\, F_j$ をとると不等式

$$\int_0^\infty\left|\overset{2q}{\underset{j=1}{\Pi}}\!\!*\, F_j(t)\right|^2 t^{1-2q}dt \leqq \frac{1}{(2q-1)!}\prod_{j=1}^{2q}\int_0^\infty |F_j(t)|^2 dt$$

が成立し，ここで等号が成立する完全条件は各 F_j がある定数 C_j と $\mathrm{Re}\,u>0$ で j によらない u で $C_j\cdot\exp(-t\bar{u})$ と表わされることである。証明はある積分変換を用い，Bergman 型核と Szegö 核の関係を用いる。

2. 上 原 正 宏 (香川医大)・斎 藤 三 郎 (群馬大工) Some remarks for the weiqhted Szegö kernel functions

D を 平面上の regular region，λ を ∂D 上正なる連続関数とする。内積を $(f,g)_\lambda=\int_{\partial D}f(z)\overline{g(z)}\lambda(z)|dz|$ で入れて得られる D 上の解析関数のなすHilbert空間の再生核を $K_\lambda(z,\bar{u})$ とし，この adjoint L-核を $L_\lambda(z,u)$ とする。$L_\lambda(z,u)$ が D で零点をもつか否かは $K_\lambda(z,\bar{u})/L_\lambda(z,u)$ の極値性質との関連で特に重要な問題である (Nehari)。これに関して，**定理** 1．ある $u\in D$ に対して $L_\lambda(z,u)$ が $\bar{D}$ 上で零点をもたなければ，$\bar{D}$ 上零にならない解析関数 $P(z)$ が存在して，$L_\lambda(z,u)\equiv L_{|P(z)|^2}(z,u)$。次に D の Szegö 核 $K_1(z,\bar{u})$ に対して $K_\lambda(u,\bar{u})\,K_{\lambda^{-1}}(u,\bar{u})\geqq K_1(u,\bar{u})^2$ が成立するが，**定理** 2．ある $u\in D$ に対して等号が成立する完全条件は，$K_\lambda(z,\bar{u})\,K_{\lambda^{-1}}(z,\bar{u})\equiv K_1(z,\bar{u})^2$ で，これが成立する λ の完全条件は，$\bar{D}$ で零にならないある解析関数 $P(z)$ が存在して ∂D 上 $|P(z)|^2=\lambda(z)$ となることである．また，このような λ となる完全条件は，$K_\lambda(z,\bar{u})/K_1(z,\bar{u})$ が D 上の正則関数となることである。

3. 山 下 慎 二 (都立大理) 有界函数の高階導函数

定理. f は $D=\{|z|<1\}$ で正則，有界，$|f|<1$ とし，$z\in D$ でのテイラー展開 $f(w)=c_0+\sum c_k(w-z)^k$, $k\geqq n\geqq 1$, をもつとする。このとき，

$$(1-|z|^2)^n\,|f^{(n)}(z)|/\left\{n!(1-|f(z)|^2)\right\}\leqq 1$$

であり，とくに $f(z)=e^{ia}\left\{(w-z)/(1-\bar{z}w)\right\}^n$ (a, 実定数) のとき等号成立。この定理の variationを，(1) f はDで正則かつブロック，(2) f はDで有理型かつ正規，(3) f は平面で有理型かつ吉田(耕作)型のばあいに考え，さらに，テイラー展開の条件が無いときどうなるかについて述べる。

4．山　下　慎　二（都立大理）　絶対定数二つ

多くの結果の中から二つを述べる。(1) f は平面で非定数有理型で，$|f'|/(1+|f|^2)$ が有界とする。リーマン球面上の円板を単葉円板と呼べば，絶対定数 $C_1>0$ があって，f によるリーマン像は必ず半径 C_1 の単葉円板を含む。$C_1 \geqq 0.248$ である。(2) f は $|z|<1$ で非定数正則かつ $(1-|z|^2)|f'(z)|$ が有界とする。絶対定数 $C_2>0$ で次をみたすものあり。f に依存した点 z を中心とする半径 C_2 の非ユークリッド円板で (a) f は単葉，(b) その f による像は，$f(z)$ に関して星型。$C_2 \geqq 0.371$ である。

5．Sakari Toppila（Helsinki大）・山下慎二（都立大理）カルタンの等式

f は $|z|<R \leqq \infty$ で有理型，$f(0) \neq \infty$，とするとき，ネバンリンナ特性函数 $T(r,f)$（定義めんどう）と個数函数 $N(r, w, f)$（同上）の円 $|w|=1$ 上での平均 A との関係は，$T(r,f)-A=\max(\log|f(0)|,0)$ であることがアンリ・カルタンにより示されている。$T(r,f)$ の代りに清水－アールホース特性函数 $T_{SA}(r,f)$（定義かんたん，意味明解）とし，A の代りに $N(r,w,f)$ の，中心 a，半径 q, $0<q<1$，の，リーマン球面上の円周上での平均 B としたとき，等式の代りに評価式 $|T_{SA}(r, f)-B| \leqq C(q)$ がえられる。$C(q)$ は q のみに依存する定数で，幾何学的いみあり。また等号の成立する f あり。さらにリーマン面上にも拡張可能。

6．木　村　茂（宇都宮大教育）　A characterization of the exponential function by product

指数関数 $f(z)=e^z$ には，$f(z)f(-z)=1$ という性質がある。これについて次の結果が得られる。

定理1．$f(z)$ は位数1の整関数として，その零点は角領域 $\left\{z: |\arg z|<\frac{\pi}{2}+\zeta\right\}$ $(\zeta>0)$ には存在しないものとし，$\delta(0,f)=1$ とする。無限遠点に延びる Jordan curve l が存在し，その上で，$f(z)\,f(-z)=O(1)$ $(z \in l)$ ならば，$f(z)=Ae^{Bz}$ であるか，

$$\lim_{r \to \infty} \frac{-\log|f(r)|}{r}=+\infty$$

が成立つ。

位数が高い場合や，defect の条件をおとした場合等の結果についても述べる。

7. 新 濃 清 志（金沢大工） 正則曲線のgeneral defect relationについて

$x:\mathbf{C}\to P_n\mathbf{C}$ を lower order μ の正則曲線，$\alpha_k:\mathbf{C}\to P_n\mathbf{C}^*$ $(k=1,2,\cdots,q)$ を $T(r,\alpha_k)=o\,(T(r,x))\ (r\to\infty)$ をみたす正則曲線とし，$\{\alpha_k\}$ は general position にあり，x は $\{\alpha_k\}$ に関して非退化とする。α_k の x に関する deficiency $\delta(\alpha_k)$ について，次の defect relation が成立する：

定理.（I）$0<\mu<1/2$ のとき，$\sum\delta(\alpha_k)\leqq n$. 詳しくは，$\delta(\alpha_k)\geqq 1-\cos\pi\mu$ をみたす α_k が n 個存在すれば，他の deficiency は 0 である。$\delta(\alpha_k)>1-\cos\pi\mu$ をみたす α_k が p 個 $(0\leqq p<n)$ $(\alpha_1,\cdots,\alpha_p$ とする) 存在すれば，$\sum_{k=p+1}^{q}\delta(\alpha_k)\leqq(n-p)(1-\cos\pi\mu)$. ここで等号が成立するのは $n-p$ 個の deficiency が $1-\cos\pi\mu$ で，残りは 0 である。（II）$1/2<\mu<+\infty$ のとき，$\sum\delta(\alpha_k)\leqq[2n\mu]+1$。

証明には，α に関する spread relation $\sigma(\alpha,x)\geqq\min\left\{2\pi,\dfrac{4}{\mu}\sin^{-1}\left(\dfrac{\delta(\alpha)}{2}\right)\right\}$ を用いる。

8. 戸 田 暢 茂（名工大） On the growth of meromorphic solutions of an algebraic differential equation

a_j, b_k, c_λ を $|z|<\infty$ での有理形関数とし，$A(w)=\sum_{j=0}^{p}a_jw^j$, $B(w)=\sum_{k=0}^{q}b_kw^k(a_p\cdot b_q\neq0)$ を互に素な多項式，$P(w,w',\cdots,w^{(n)})=\sum_{\lambda\in I}c_\lambda w^{i_0}(w')^{i_1}\cdots(w^{(n)})^{i_n}, I=\{\lambda=(i_0\cdots,i_n)\,|\,c_\lambda\neq0\}$ は有限集合，としたとき微分方程式 $P(w,w',\cdots,w^{(n)})=A(w)/B(w)$ の $|z|<\infty$ での有理形関数解 $w=w(z)$ の特性関数について考える。いま，$\Delta=\max_{\lambda\in I}(i_0+2i_1+\cdots+(n+1)i_n), d=\max_{\lambda\in I}(i_0+i_1+\cdots+i_n), \Delta_0=\max_{\lambda\in I}(i_1+2i_2+\cdots ni_n)$ とおくとき，$T(r,w)$ に関して次の評価を得る。

定理.（i）$q\neq0$ あるいは $p>\Delta$ のとき，

$$\max(q,p-\Delta)T(r,w)\leqq\sum T(r,c_\lambda)+O(\sum T(r,a_j)+\sum T(r,b_k))+S_0(r,w);$$

（ii）$q\neq0$ あるいは $p>d$ のとき，

$$\max(q,p-d)T(r,w)\leqq\Delta_0\bar{N}(r,w)+\sum T(r,c_\lambda)+O(\sum T(r,a_j)+\sum T(r,b_k))+S_0(r,w).$$

9. 橋 本 有 司（愛知工大） 解析写像に関する一注意

R を $|z|<\infty$ 上の genus ∞ の n 葉の被覆面，M を $|w|\leqq\infty$ 上の genus g の m 葉の被覆面とする。f は R から M への解析写像で，$|w|\leqq\infty$ への代数型函数として考えると R が the proper existence domain になるものとする。

$g>m(n-1)+1$ のとき，このような解析写像は存在しない (G. Hiromi H. Mutō)。また，$g\leqq m(n-1)+1$ のときは，$q\gneqq2\{m(n-1)+1-g\}$ ならば，R から $M-\{a_1,\cdots,a_q\}$ $(a_1,\cdots,a_q\in M)$ へのこのような解析写像は存在しない。

ここでは，この結果が Ahlfors の被覆面の理論によって証明できることを報告する。

10. 古沢治司（金沢女子短大） The limit set of deformations of some Fuchsian groups

$G_t=\langle z\to -t^2/z,\ z\to(1+z)/(1-z)\rangle$ $(t\in(0,\sqrt{2}-1))$ は上半平面に作用する Fuchs 群。$d(\Lambda_t)$ を G_t の limit set Λ_t の Hausdorff 次元とする。このとき，次の事柄について証明した。

Ⅰ．$\alpha\in(0,1)$ について，$d(\Lambda_t)=\alpha$ となる G_t が存在する。特に G_t として，簡単な群がある。

Ⅱ．$d(\Lambda_t)$ は t について，連続かつ広義単調増加。

Ⅲ．t について，非負狭義単調減少関数 $f_i(t)$ $(i=1,2)$ が存在して（ただし $t=1$ の近傍），$1-f_1(t)\leqq d(\Lambda_t)\leqq 1-f_2(t)$ とできる。ここで，$\lim_{t\to\sqrt{2}-1} f_i(t)=0$ $(i=1,2)$。また，Ⅲにおける評価について検討する。

11. 諸沢俊介（東北大理）・仲田正躬（山形大理） Fuchs群におけるNielsen展開とtransitivity

Γ を単位円 U に作用する Fuchs 群で双曲的変換のみから成するとする。又原点に関する Dirichlet基本多角形は正 $4g$ 角形 $(g>1)$ とする。J.Nielsen は単位円周上の点 ζ を Γ の標準的生成元の無限列により表現した（ζ の Nielsen 展開）。G.A.Hedlund は ζ の transitivity をその Nielsen 展開を用いて特徴づけた。この特徴づけを用いてここでは次のことを報告する。

定理．f を原点中心の角 $k\pi/2g$ $(k=1,2,\cdots,4g-1)$ の回転とし，ζ を単位円周上の点とする。このとき ζ が transitive ならば $f(\zeta)$ も transitive である。

さて ζ を双曲的変換の不動点でなく又 transitive でもない点とし，原点における ζ 方向の単位接ベクトルを v とする。そこでこの定理においてとくに $k=2g$ とすれば，コンパクト Riemann面 U/Γ 上の測地的流れ φ_t に対して $\{\varphi_t(v):\ t\in\mathbf{R}\}$ は相空間において閉軌道に漸近的でなくかつ稠密に入っていないことがわかる。

12. 佐々木武彦（山形大教育） Web及びnest部分群によるクライン群のtessellationについて

Abikoff と Maskit は「有限生成クライン群は三種類の部分群に分解出来，またそれらから combination 定理を用いて元の群が再構成される。」という分解定理を発表した。しかし彼等の分解定理では視覚的には良く見えないと思われる部分があり，それを補うものとして一つの tessellation を導入する。この tessellation では tessera は主に nest 部分群に関連づけられて定義される開円板またはそれから可算個の閉円板をぬいたようなもの，すきまをつめる filler はいわゆる web と general 種の残留極限点を用いる。このような tessellation を導入すると，そこに現われる tessera と web の stabilizer のいくつかと general 種の残留極限集合に不動点をもつショットキ群により元の群が生成されていることが解る。

13. 大竹博巳 （京大理） Ahlforsのweak finiteness theoremについて

Γを$H^n=\{x\in R^n : x_n>0\}$に作用するMöbius変換の離散部分群とする。Ahlforsは，Minnesotaのlecuure note :Möbius Transformations in Several Dimensionsの中で，彼の有限性定理の解析的な部分を高次元に拡張した定理(第8章，定理7)『Γが有限生成ならば，あるmixed tensor densityのなす空間$Q(\Gamma)$($n=2$の場合，実軸に関して対称な，$\Omega(\Gamma)$上の有界・可積分な正則2次微分の空間になる。)は有限次元になる。』を示している。ここでは，$n\geqq 3$の時には，$Q(\Gamma)$を含むある空間$\tilde{Q}(\Gamma)$もやはり有限次元になること，さらに特に$n=3$の時には，Sullivanの結果より，$\tilde{Q}(\Gamma)=\{0\}$となること，及びここから導かれる幾つかの結果について報告する。

14. 谷口雅彦 （京大理） nodesをもつ一般リーマン面上の調和微分について

高々有限個のnodesをもつ一般のリーマン面Rから同様のR_0へのいわゆるdeformation fでR_0のnodesの任意を近傍の外でf^{-1}が擬等角であるものから，自然に有界単射準同型H_f: $\Gamma_h(R_0)\to\Gamma_h(R)$が得られる。$R_0$のnodesに対応する$R$上のloopsに沿う周期が0である$\Gamma_h(R)$の元全体を$\Gamma_h(R,R_0)$とし，同上のloopsから自然に定まる有限次元部分空間$\Gamma_N(R,R_0)$による商空間への射影をπとすると，$\pi\circ H_t$は$\Gamma_h(R_0)$から$\Gamma_h(R,R_0)/\Gamma_N(R,R_0)$上への同型を与え，更に主要な部分空間を自然な意味で保存することがわかる。

以上は，H_fのノルムの評価も含めて，通常のリーマン面間の擬等角変形から得られるいわゆるMarden -Mindaの同型に対する結果の拡張を与えるものである。

15. 米谷文男 （京都工織大） A Rauch type variational formula of harmonic forms

リーマン計量を持つn次元複素多様体の変形を調べるため，ホッジの共役作用素を用い，リーマン面上の調和微分に対する擬等角変形の下での変分公式を拡張して，複素多様体の微分同相な変形の下での調和微分形式に対する変分公式を与えた。まず，M_t上微分形式の族$\varphi=((\varphi_1^{(p,q)}), (\varphi_2^{(p,q)}))$ $(0\leqq p\leqq n, 0\leqq q\leqq n$ を元とするあるヒルベルト空間を考え，ホッジの共役作用素から導かれる$*$作用素で閉じた空間とする。なお，この$*$作用素は，$**\varphi=-\varphi, \varphi+i^*\varphi$と$\varphi-i\varphi$が直交するように定義されており，リーマン面上2乗可積分な微分の作るヒルベルト空間の直交分解に対応する分解を導く。次にM_0からM_tへの微分同相写像f_tによってM_t上のにφ対応するM_0上の微分形式の族を$\varphi\circ f_t$と表わす。$(*\varphi)\circ f_t$と$*(\varphi\circ f_t)$の差が$*$の歪曲の様子を示すと考え，これからベルトラミ・テンソルを定義する。このベルトラミ・テンソルを用いてSchiffer-Rauch型の変分公式が与えられる。

16. 成田淳一郎 (京大理)　平面領域上のcorona問題について

平面開集合D上の corona 問題，及びそれに関連して Gamelin により導入された定数 $C(D, m, \delta)$ の有限性について考察する。得られた結果は，$\{D_n\}$ が一様に有界な平面開集合の列で，$^\exists\varepsilon>0$, $^\forall n\in\mathbf{N}$ $C\setminus D_n$ の各成分の直径が　より大ならば，任意の $m\in\mathbf{N}$, $\delta>0$ に対して $\sup_n C(D_n, m, \delta)<+\infty$ なことである。

$\Delta'=\{0<|z|<1\}$ から原点にのみ集積する互いに交わらない閉円板列を除いて得られる領域を Δ - 領域と言う。平面開集合全体の corona 問題は Behrens により Δ - 領域の場合に帰着されたが，上の結果の応用として，corona 定理の成り立つ Δ - 領域の例で，従来の結果に比して特徴的と思われるものが得られる。

特別講演

志賀啓成(京大理)　Teichmüller空間およびModular変換について

G を上半平面 U に作用する第一種 Fuchs 群，$T(G)$ を G の Teichmüller 空間とする。Bers-embedding により，$T(G)$ は下半平面 L で定義された，G に関する有界正則二次微分のなす Banach 空間 $B_2(L, G)$ 内の有界領域として実現される。勿論，G が種数 $g>1$ の閉 Riemann 面 S_0 の普遍被覆変換群であるとき，$T(G)$ は（古典的な）Teichmüller 空間 $T(S_0)$ と同一視できる。ここでは，$T(G), \partial T(G)$ 等は Bers-embedding の意味で考える。

上記の意味では，各 $\phi\in\overline{T(G)}=T(G)\cup\partial T(G)$ に対し，単連結不変成分を持った Klein 群が対応し，特に $\phi\in\partial T(G)$ には，唯一つの単連結不変成分を持った Klein 群 (b-group) が対応している。（有限生成）b-group は，その不連続領域の構造により regular b-group, partially degenerate group, totally degenerate group と分類され，その存在も確認されている ([1], [3], [11])。

このような事実は，Klein群に対する様々な立場からの興味を引き起こし，そして，数多くの研研究成果が生み出されてきた。本講演では，$T(G), \partial T(G)$ のいくつかの性質を示し，また，$T(G)$ に作用する Modular 群の境界挙動，Thurston-Bers による Modular 変換の分類と b-group の関連等を考察する。

1．$\overline{T(G)}$ はその構成法から，単葉函数と深く結びついている。Žuravlev[14]は，Grunsky の不等式を応用して，$T(G), \partial T(G)$ の研究を行った。それを拡張・精密化して，

定理 1 ([12])．H_kを $B_2(L, G)$ 内の k-次元超平面で，$H_k\cap T(G)\neq\emptyset$ なるものとする。そのとき，~~各~~ $\phi\in\partial(H_k\cap T(G))$ は $H_k-T(G)\cap H_k$ の（唯一つの）非有界な成分の境界上にある。

但 $V_\infty = H_k - \overline{T(G)}\cap H_k$ の unbounded 成分

$\varphi\in\partial V_\infty$

一方，Bers-Ehrenpreis[7] によって，有限次元 Teichmüller 空間は正則凸であることが示され，その後 Kra ら([8],[10]) が Carathéodory 距離についての（強い意味の）完備性を示すことにより，$T(G)$ は H^∞ についても正則凸であることを検証した。しかし，実は，もっと強く，

定理 2 ([12]). $\dim T(G)=n<\infty$ とし，$T(G)$ を $\mathbf{C}^n$ の有界領域と考える。このとき，$T(G)$ は $\mathcal{O}(\mathbf{C}^n)$ に関し，正則凸である。ここに $\mathcal{O}(\mathbf{C}^n)$ は $\mathbf{C}^n$ での正則函数全体。

2．Modular 群の境界上の作用と分類

本節では，G は有限生成で楕円的変換を含まないとする。一般に，$S_0=U/G$ の自己擬等角写像全体から，Modular 群 $\mathrm{Mod}(G)$ ――― その各元は Teichmüller 距離について isometric な $T(G)$ の自己同型 ―――が定まり，$\mathrm{Mod}(G)$ は $T(G)$ に不連続に作用している。また，Thurston-Bers によって，$\mathrm{Mod}(G)$ の各元は，elliptic, parabolic, pseudohyperbolic, hyperbolic と分類され，対応する自己擬等角写像との関係も明らかにされている（[4],[9]）。

最近 Bers は $\partial T(G)$ 上の $\mathrm{Mod}(G)$ の元の挙動について，次の結果を示した。

（Ⅰ） $\partial T(G)$ 内のある dense な集合 $N(\partial T(G))$ (no-moduli の点全体) 上で，各 $\chi\in\mathrm{Mod}(G)$ は連続拡張をもつ ([5])。

（Ⅱ） $\chi\in\mathrm{Mod}(G)$ を hyperbolic とする。このとき，$x\in T(G)$ に対し，$\left\{\chi^n(x)\right\}_{n=-\infty}^{+\infty}$ の集積点は totally degenerate group で，APT を持たない ([6])。

上記の結果は更に進んで，

定理 3 ([13]).（Ⅰ）において，$\chi\in\mathrm{Mod}(G)$ の拡張は，$N(\partial T(G))$ 上 1 対 1 である。特に，$\dim T(G)=1$ のとき，$\mathrm{Mod}(G)$ の各元は $\overline{T(G)}\to\overline{T(G)}$ の homeo. になる。

定理 4 ([13]). 各 $\chi\in\mathrm{Mod}(G)$ に対し，$A(\chi;x)$ $(x\in T(G))$ で，$\left\{\chi^n(x)\right\}_{n=-\infty}^{+\infty}$ の集積点全体を表すものとする。このとき，χ が parabolic なら，$x\in T(G)$ に対し $A(\chi;x)$ は regular b-groups よりなる。χ が pseudo-hyperbolic なら，$A(\chi;x)$ は APT を持つ b-groups (cusps) よりなり，必ず degenerate cusp を含む。

したがって，（Ⅱ）と定理 5 より，

系 ([13]). $\chi\in\mathrm{Mod}(G)$ とする。そのとき，

χ が elliptic $\Leftrightarrow$ 任意の（or ある）$x\in T(G)$ に対し，$A(\chi;x)$ が quasi-Fuchs 群よりなる。

χ が parabolic $\Leftrightarrow$ 同上の x に対し，$A(\chi;x)$ が regular b-groups よりなる。

χ が psendo-hyperbolic $\Leftrightarrow$ 同上の x に対し，$A(\chi;x)$ が (cusps よりなり) degenerate cusp を含む。

χ が hyperbolic $\Longleftrightarrow$ 同上の x に対し，$A(\chi;x)$ が APT を持たない totally degenerate groups よりなる。

文献

[1] W. Abikoff, Acta Math. **134**(1975), 212-247.

[2] W. Abikoff, Lecture Notes in Math. **820**(1980), Springer.

[3] L. Bers. Ann. of Math. (2) **91**(1970), 570-600.

[4] L. Bers, Acta Math. **141**(1978), 73-98.

[5] L. Bers, Ann. of Math. Studies **97**, 1981, pp.33-52.

[6] L. Bers, Amer. J. Math. **105**(1983), 1-11.

[7] L. Bers and L. Ehrenpreis, Bull. Amer. Math. Soc. **70**(1964), 761-764.

[8] I. Kra, Lecture Notes in Math. **747**(1979), pp. 230-241.

[9] I. Kra, Acta Math. **146**(1981), 231-270.

[10] S. L. Krushkal, Soviet Math. Dokl. **17**(1976), 704-707.

[11] B. Maskit, Ann. of Math., (2) **91**(1970), 606-639.

[12] H. Shiga, to appear.

[13] H. Shiga, in preparation.

[14] I. V. Žuravlev, Soviet Math. Dokl. **21**(1980), 252-255.

4月4日

17. 黒川隆英 (鹿児島大教養) Beppo Levi 関数のpotential表示について

R^n を n 次元ユークリッド空間とし，m を正の整数，$1<p<\infty$ とする。$\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_n)$ を多重指標とし $|\alpha|=\alpha_1+\alpha_2+\cdots\alpha_n$, $D^\alpha=D_1^{\alpha_1}D_2^{\alpha_2}\cdots D_n^{\alpha_n}$ とする。空間 $L_m^p=\{U\in\mathcal{D}'(R^n); D^\alpha u\in L^p, |\alpha|=m\}$ の元を Beppo Levi 関数と呼ぶ。さらに $|u|_{m,p}=\sum_{|\alpha|=m}\|D^\alpha u\|_p$ とおく。また $m\neq n$ のとき $K_m(x)=|x|^{m-n}$ とおき，k を整数，$\leqq m-1$ とするとき $\bar{K}_m(x,y)$ を次のように定義する。

$$K_{m,k}(x,y)=\begin{cases} K_m(x-y)-\sum_{|\gamma|\leq k}\dfrac{x^\gamma}{\gamma!}D^\gamma K_m(-y), & k=0,1,\cdots,m-1 \\ K_m(x-y), & k\leqq -1. \end{cases}$$

このとき，$m-\dfrac{n}{p}\neq 0,1,\cdots,m-1$ ならば $k=[m-\dfrac{n}{p}]$ とおくと $L^p\ni f$ に対し $U_{m,k}^f(x)=\int K_{m,k}(x,y)f(g)dy$ は存在する。そして $L_m^p\ni u$ に対し $L^p\ni f$ が一意的に存在して u は次のように表示される:

$$u(x)=\sum_{k+1\leq|\gamma|\leq m-1}a_\gamma x^\gamma+\sum_{|\gamma|\leq k}\frac{D^\gamma u(0)}{\gamma!}x^\gamma+U_{m,k}^f(x).$$

また次の評価が成り立つ:

$$\left(\int |x|^{-mp}\,|U^{f}_{m,k}(x)|^{p}dx\right)^{\frac{1}{p}} \leqq C|u|_{m,p}.$$

18. 水 田 義 弘 (広島大総合科) 閉集合の平衡分布の存在について

最近, Ninomiya (Osaka J. Math. 20 (1983)) によって, 平面内の閉集合の平衡分布が存在するための条件が与えられた。その結果を補う次の定理を報告する。

定理. F を平面内の閉集合とするとき, 次は同値。

(1) F の平衡分布が存在する。

(2) 次の性質を満たす正測度 μ が存在する: $\lim_{|x|\to\infty, x\in F}(\log|x|)^{-1}L\mu(x)=\infty$, ここで $L\mu$ は μ の対数ポテンシャルを表す。

(3) $\sum_{j=1}^{\infty} j^2 C(F_j')<\infty$, ここで, $F_j'=\left\{x;1\leqq|x|<2,\ 2^j x\in F\right\}$ かつ $C(\cdot)$ は対数容量を表す。

19. 水 田 義 弘 (広島大総合科) 正則関数の除去可能集合について

Kaufman (Pacific J. Math. 102 (1982)) は, BMO 族に属する正則関数の除去可能集合について論じた。彼の結果を一般化するために, 平面内の開集合 U 上の複素関数 f に対し, 次の関数を考える。

$$F(z)=\sup_{B\ni z}\ \frac{1}{r^{1+2/p}h(r)^{1/p}}\ \inf_{g}\int_{B}|f(w)-g(w)|\,dm_2(w)$$

ここで, $1\leqq p\leqq\infty$, $1/p+1/p'=1$, $h(r)$ は区間 $(0,\infty)$ 上の正値非増加関数, B は z を含み半径 r の開円板, g は B 内の正則関数を表す。さらに, $S(f)$ を f が複素微分可能でないような点集合とする。

定理. (1) $p>1$ のとき: $F\in L^{p}$ かつ $\Lambda_h(S(f))=0$ ならば, f は U 上の正則関数とほとんどいたるところ一致する。

(2) $p=1$ のとき: $F\in L^{1}$ かつ $m_2(S(f))=0$ ならば同様の結論を得る。

20. 岡 田 正 己 (東北大理)・福 島 正 俊 (阪大教養) 複素マルチンゲールと pluripolar sets

$\mathbf{C}$ 上の極集合 (polar set) は, $\mathbf{C}$ 上のブラウン運動が確率1で hit しない集合として特徴づけられる (角谷の定理)。我々は $\mathbf{C}^n$ の pluripolar sets が複素マルチンゲールである $\mathbf{C}^n$ 上の拡散過程のある族が hit しない集合として特徴づけられることを示す。これは有界強擬凸領域 D とそのコンパクト集合 K に対する extremal func. u_K^* の以下の表示から従う。多重劣調和関数の族 $\mathscr{P}_1=\{p\in PSH\cap L^{\infty}_{loc}(D):{}^{\exists}g>0,\ \text{cont.},\quad dd^c\|z\|^2\wedge(dd^cp)^{n-1}\geqq g\,(dd^c\|z\|^2)^n\}$ 及び各 $p\in\mathscr{P}_1$ から構成される D 上のマルチンゲール拡散過程 (Z_t^p, P_z^p) の族を考えよう。

定理. $-\int_D u_k^*(z)f(z)\,dV = \sup_{p\in\mathscr{P}_1}\int_D P_z^p(\sigma_k<\infty)f(z)\,dV$. ${}^\forall f$: 非負可積, dV: ルベーグ測度, $\sigma_k=\inf\{t>0: Z_t^p\in K\}$. この結果は J. Func. Anal. (1984) に出る予定。

21. 村 井 隆 文 (名大教養) ポテンシャル論的エネルギー空間上の特異積分

実数直線上の無限回微分可能で有界な台をもつ函数全体をノルム $\|f\|_\alpha=\{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}|f(x)-f(y)|^2/|x-y|^{1+\alpha}dxdy\}^{1/2}$ に関して完備化する。ここに $0<\alpha<1$ とする。これをαエネルギー空間E_αと呼ぶ。本講演に於いて, Calderón 型特異積分作用素 ($L^2\to L^2$) の E_αからE_αへの作用素としての有界性を述べる。

22. 伊 藤 正 之 (名大理) Hunt合成核に関するDenyの問題

G. Choquet, J. Deny は合成核に関して, 優越原理がHunt 合成核になる為の本質的条件であることを議論し, J. Deny は次の問題を提案した。

局所コンパクトアーベル群X上の優越原理を満す合成核全体を (D), Hunt 合成核全体を (H) とかく。この時, (H) の弱*閉包 ($\overline{H}$) は (D) と一致するか?

こゝでは, Haar 測度が ($\overline{H}$) に属すようなXを決定することに依り, 一般には (D) $\neq$ ($\overline{H}$) であることを報告する。

23. 伊 藤 正 之 (名大理) Semi-transient convoluton semi-groups and convolution kernels of logarithmic type

劣マルコフ合成半群 $(\alpha_t)_{t\geq 0}$ は全測度 0 で, 台がコンパクトである任意の測度 μ に対して, $(\int_0^a \alpha_t*\mu dt)_{a>0}$が弱*有界である時, "semi-transient" であると言う。

先ず, semi-transient 合成半群に対して, これを半群として持つ対数型核が存在することがわかる。これを用いて, 回帰的である劣マルコフ合成半群が "semi-transient" になるための必要かつ十分な条件が, レゾルベントの Haar 測度に関する非特異性で与えられることを報告する。

以上を用いて, 対数型核は半完全最大値原理, 無限遠点における挙動によって, 全く Hunt 合成核の特徴付けと平行な特徴付けが得られる。

最後に, 対数型核全体はあるポテンシャル論的順序に関して, 帰納的であることがわかり, その極大元の性質について報告する。

24. 前 田 文 之 (広島大理) 調和空間上の半線形方程式の解に対する極集合の除外可能性

調和空間Xにおいて, 測度表現 $\sigma:\mathscr{R}\to\mathscr{M}$と, 局所リプシッツ条件をみたす sheaf morphism

$F:\mathscr{R}\to\sigma(\mathscr{R})$ とを与えて，方程式

(1) $$\sigma(u)+F(u)=0$$

を考えるとき，次の結果が得られた。

定理 1． X の閉極集合は，有界な（1）の解に対して除去可能である。

定理 2． X が自己共役で，F が非減少のとき，X のコンパクト極集合は，Dirichlet 積分有限な（1）の解に対して除去可能である。

25. 前 田 文 之（広島大理） 半線形方程式の理想境界に対する非局所的境界値問題

X を自己共役な P-調和空間，$\sigma:R\to m$ を標準表現測度，$F:R\to\sigma(R)$ を sheaf morphism, X^* を X の可解なコンパクト化で，$\partial^*X=X^*\backslash X$は2つ以上の連結成分をもつものとする。$\partial^*X=\Gamma_0\cup\Gamma_1\cup\cdots\cup\Gamma_k$ $(k\geqq 1)$ を ∂^*X の有限分割で，各 Γ_k は開かつ閉なるものとし，Γ_0 上の有界な可解関数 φ と，実数 α_j $(j=1,\cdots,k)$ を与えて次の（非局所的）境界値問題を考察する。

$$(\mathrm{P})\quad\begin{cases}\sigma(u)+F(u)+0 \quad (X\text{上}),\quad u=\varphi\ (\Gamma_0\text{上})\\ \text{各}\Gamma_j\text{上}\ u\equiv\text{const.},\ \displaystyle\int_{\Gamma_j}\partial_n u\,d\omega=\alpha_j\quad (j=1,\cdots,k).\end{cases}$$

こゝで $\partial_n u$ は調和測度 ω に関する u の"法線微分"を表す。F に対し局所リプシッツ条件を仮定する時，(P) の有界な super-solution u_0 と有界な sub-solution v_0 で $v_0\leqq u_0$ なるものが存在すれば，(P) の解 u で $v_0\leqq u\leqq u_0$ をみたすものが存在する。F は非減少で，$\omega(\Gamma_0)>0$ ならば，(P)の解は一意的である。

26. 村 澤 忠 司（京府大生活科） 調和空間での逆掃散測度について

X を $\mathfrak{P}$－調和空間とする。$\mathfrak{P}^c$ を X 上の有限連続で，X の compact 集合の外では調和な potentialsの集合。$\mathfrak{M}^+$を X 上の非負な Radon 測度 λ, $\int p d\lambda<\infty$ $(p\in\mathfrak{P}^c)$, の集合。X の相対 compact な開集合 U と測度 $\nu\in\mathfrak{M}^+$ に対して $\int p d\nu=\int \widehat{R}_p^{CU}d\mu$ $(p\in\mathfrak{P}^c)$を満たす測度 $\mu\in\mathfrak{M}^+$ は ν の逆掃散測度と言われる。必ずしも μ の存在は唯一でない。$\nu\in\mathfrak{M}^+$, $\mathrm{supp}(\nu)\subset\partial U$, $\|\nu\|\leqq 1$, に対し，$M(\nu)=\{\mu\in\mathfrak{M}^+ \mid \mathrm{supp}(\mu)\subset\bar U,\ \|\mu\|\leqq 1, \int p d\nu=\int\widehat{R}_p^{CU}d\mu,\ p\in\mathfrak{P}^c\}$ とする。U の近傍 $\widetilde U$ に対して $S(\widetilde U)=\{s\mid s\in C(\widetilde U)$ 且つ $s\mid U$ は優調和な関数$\}$, $H(\widetilde U)=S(\widetilde U)\cap -S(\widetilde U)$ とする。

定理． X の正則な集合 U と $\mu\in\mathfrak{M}^+$, $\mathrm{supp}(\mu)\subset\bar U$, $\|\mu\|\leqq 1$ に対して，次の事は同値である:(1) $\mu\in M(\nu)$, (2) $\int h d\nu=\int h d\mu$ $({}^\forall h\in H(\widetilde U))$, (3) $\int s d\nu\leqq\int s d\mu$ $({}^\forall s\in S(\widetilde U))$。

定理． $M(\nu)$ は convex, metrizable, w^*-compact な集合である。

4月5日

27. 安 岡 孝 司（九大理） 2次多項式で擬凸表現される領域のSteinnessについて

劣調和函数の性質について $O(|z|^3)$ まで計算精度を上げることにより，定理 1 と定理 2 を得る。

定理1． C 内の領域Ω上の上半連続函数fが（＊）を満たすときfは劣調和である。

（＊）Ω内の任意の閉円板Dと2次以下の多項式 $P(z)$ に対して，∂D上 $f(z) \leqq \mathrm{Re}.P(z)$ のとき，D上 $f(z) \leqq \mathrm{Re}.P(z)$。

また各成分がzの2次以下の多項式とtとの1次結合で表わされる岡円板族 $\varphi(z,t)$ について，$\mathbf{C}^n$内の領域Ωが接続定理をみたすときΩを$\mathscr{O}_2$-擬凸ということにする。

定理2． Ωが$\mathscr{O}_2$-擬凸ならば，Stein である。

さらにDからΩへの2次多項式写像全体が normal のときΩを $\mathscr{P}_2$-taut ということにすると，定理2より定理3が得られる。定理3は H. Wu の命題を含む。

定理3． Ωが $\mathscr{P}_2$-taut ならば，Stein である。

28．大 沢 健 夫（京大数理研） P-多重調和函数の存在域

単位円板Δにポアンカレ計量 $ds=|dw|/1-|w|^2$ を入れたものを考える。複素多様体X上で定義され，値をΔ内にもつ C^2-級の函数uがP-多重調和であるとは，どのような正則写像g：$\Delta \to X$に対してもu∘gがdsに関して調和であることをいう。

定理． P-多重調和函数の存在域は（岡の意味で）擬凸状である。

証明は，dsに関する調和写像の方程式が準線形であることから問題を線形方程式の理論に帰着させて行なう。

29．阿 部 幸 隆（九大理） Levi foliation について

Mを$\mathbf{C}^n$の領域UのCR-部分多様体とする。$\rho=(\rho_1,\cdots,\rho_m)$ をMの定義関数とする。$HM\otimes\mathbf{C}=H^{10}\oplus H^{01}$ を複素化した CR-接束とする。H^{10}の局所基底に対して Levi 行列$L(z)$を定義し，一次方程式系

（＊）　$$L(z)x(z)=0$$

を考える。このとき次の定理がなりたつ。

定理． zをMの点とし，Vをzの近傍であって，$\dim_{\mathbf{C}} N_w^{10} \geqq q$ かつ$\{w\in V\cap M;\ \dim_{\mathbf{C}} N_w^{10}=q\}$が$V\cap M$で稠密なものとする。（＊）の$V\cap M$上$C^\infty$な解$x^1(w),\cdots,x^q(w)$で $\mathrm{rank}(x^1(w),\cdots,x^q(w))=q$ なるものが存在するならば，zにおいて局所複素 foliation $\mathscr{F}=\{M_c\}$ が存在して，$\dim_{\mathbf{C}} M_c=q$ かつ $\partial\rho_1,\cdots,\partial\rho_m$ はM_c上正則な(1,0)-形式である。逆にこのような foliation が存在するならば，rank q の（＊）のC^∞な解が存在する。

$\dim_{\mathbf{C}} N_w^{10}=q$ ならば定理の条件をみたす（＊）の解が存在するので，Sommer, Freeman, Bedford-Kalka の結果を含む。

30. 阿 部 幸 隆 (九大理) 正則函数の境界値について

Dを$\mathbf{C}^n$の領域とする。DのC^∞実超曲面MがDを2つの連結成分D^+, D^-に分けているとする。MはD^-の側から擬凸であるとする。D^-上の正則函数の超函数の意味でのM上の境界値を考える。これに関して次の定理がある。

定理 (Dini-Parrini,1982). Mの Levi 形式の rank が$n-p-1$で一定とする。Sが$(2p-1)$次元 Hausdorff 測度0のMの閉集合であるならば,Sは除ける特異点である。すなわち, D^-上の正則函数fが$M \backslash S$上で境界値をとるならばfはM上で境界値をとる。

この定理では complex foliation の存在が本質的であり, rank についての条件は complex foliation をもつ別の条件に変えることができる。さらに, Mが実解析的な場合には complex foliation が存在しなくとも次の結果が成立つ。

定理. Mが弱擬凸であるならば, Mの任意の点は除ける特異点である。

31. 阿 部 幸 隆 (九大理) P×Tのあるコホモロジーの消える領域のStein性について

次の結果について述べる。

定理1. Sを Stein 多様体, R_i $(i=1,\cdots,q)$ を$\mathbf{P}^1$又は$\mathbf{T}^1$とする。Ωを$S\times R_1\times\cdots\times R_q$の局所 Stein 領域とする。複素線型群$L$でそのリー環が0でない純整元をもち, $H^1(\Omega,\mathscr{A}_L)=0$ なるものが存在するならば, Ωは Stein である。

定理2. Ωを$\mathbf{P}\times\mathbf{T}$の領域とする。複素線型群$L$でそのリー環が0でない純整元をもち, $H^1(\Omega,\mathscr{A}_L)=0$ なるものが存在するならば, Ωは Stein である。

32. 大 貝 聖 子 (明治学園高)・孫 光 鎬 (釜山大) 風間の定理の一般化について

風間英明は$\mathbf{C}^k\times\mathbf{R}^l$を含む$\mathbf{C}^k\times\mathbf{C}^l$内の Stein 領域$D$に対して, $\mathbf{C}^l$の Stein 領域Sが存在して, $D=\mathbf{C}^k\times S$ となることを示した。ここでは, 複素平面の実軸$\mathbf{R}$を解析的弧γ_j $(j=1,2,\cdots,l)$で置き換えて, 上記の定理の一般化を試る。

33. 梶 原 壊 二 (九大理)・孫 光 鎬 (釜山大) 助変数を伴う正則微分方程式の解の大域的存在の助変数空間における局所性

Sをn次元の複素空間, Dを積空間$\mathbf{C}\times S$の領域, pを自然数, $a_{jk}(z,s)$をD上の正則関数, Tを, $f={}^t(f^1,\cdots,f^p)$ に対して, $Tf={}^t(df^1/dz+\sum_{k=1}^p a_{1k}f^k,\cdots,df^p/dz+\sum_{k=1}^p a_{pk}f^k)$ で定義される線形常微分作用素とする。D上正則な任意の $g={}^t(g^1,\cdots\cdots,g^p)$ に対して, $Tf=g$ のD上正則な大域的解 f が存在するための条件を与える。

34. 大 貝 聖 子 (明治学園高) ・ **梶 原 壤 二** (九大理)　**複素助変数を伴う正則完全形式の大域的存在の助変数空間における局所性**

Z を複素変数 z の m 次元複素多様体，S を複素助変数 s の n 次元複素空間，D を積空間 $Z\times S$ の領域とする。d_z^o を z のみに関する微分とする。任意の $p\geqq 1$ と，d_z^o- 閉な D 上の正則微分形式 $\sum_I g_I(z,s)dz^I$ $(|I|=p)$ が D 上大域的に d_z^o-完全であるための条件を与える。

35. 古 島 幹 雄 (熊本電波高専) **$\mathbf{C}^3$ の複素解析的コンパクト化について**

(X,A) を $\mathbf{C}^3$ の非特異ケーラー・コンパクト化で，$A=X-\mathbf{C}^3$ は高々孤立特異点をもつとする。そのとき，直線束 $[A]$ は X 上正で，X の標準直線束 $K_X=-r[A]$ $(0<r\leqq 4)$ とかけ，次を得る。

(i)　$r=4$ ⇨ $(X,A)\cong(\mathbf{P}^3,\mathbf{P}^2)$

(ii)　$r=3$ ⇨ $(X,A)\cong(\mathbf{Q}^3,\mathbf{Q}_0^2)$，ここに，$\mathbf{Q}^3$ は $\mathbf{P}^4$ の非特異 2 次超曲面で，$\mathbf{Q}_0^2$ はその tangent hyperplane cut。

(iii)　$r=2$ ⇨ $(X,A)\cong(V_5,H_5)$，ここに，V_5 は，$\mathbf{P}^6$ の 5 次，非特異 3 - foldで，H_5 はその normal tangent hyperplane cut. しかも，unique!

(iv)　$r=1$ ⇨ $(X,A)\cong(?\ ?,?)$. しかし，A は cone ではないことは分る。

36. 古 島 幹 雄 (熊本電波高専)　**Complex Surfaces Properly Dominated by $\mathbf{C}^2$**

X を n 次元complex space (affine algebraic variety) とする。X が $\mathbf{C}^n$ によって解析的 (代数的) に支配されるとは，$\mathbf{C}^n$ から X への proper holomorphic map (proper morphism) $f:\mathbf{C}^n\to X$ が存在する時をいう。最近，宮西により次が得られた。 **定理 M.** $\mathbf{C}^2$ によって，代数的に支配されるaffine algebraic surface X は，(i) X が非特異ならば，X は $\mathbf{C}^2$ に同型であり，(ii) X が特異点をもてば，X は $\mathbf{C}^2/G$ に同型，但し，$G\subset GL(2,\mathbf{C})$ は有限部分群。

本講演では，上記，宮西の定理の解析的版を示す。

主定理. X を $\mathbf{C}^2$ によって解析的 (代数的) に支配される複素解析的にコンパクト化可能 (affine algebraic) な normal complex surface とする。そのとき，(i) X が非特異ならば，X は $\mathbf{C}^2$ と双正則同型 (双有理，双正則同型)，(ii) X は $\mathbf{C}^2/G$ と双正則 (双有理，双正則) 同型。但し，G は $GL(2,\mathbf{C})$ の有限部分群。

37. 竹 腰 見 昭　(京大数理研) 弱一完備多様体上の有限次元コホモロジー群の次元の評価.

Xをn次元弱一完備多様体として実数c_*と正整数$1 \leqq q \leqq n$に対して解析的層の集合 $\mathscr{K}_g=$ $g \to q$
$\{\mathscr{E}: X$上の局所自由層で任意の$c \geqq c_*$に対して制限写像 $H^g(X, \mathscr{E}) \to H^g(X_c, \mathscr{E})$は同型写像$\}$を考える。例えば $B \times X$がX上の直線束で$X \setminus K$ $(K \subset X_{c*})$ 上正の曲率をもてば $\Omega_p(B) \in \mathscr{K}_g$ $(p+g>n)$。また $\mathscr{E} \in \mathscr{K}_g$ ならば $H^g(X, \mathscr{E})$ の次元は有限次元であることに注意。この時次が成立する。**定理**. 正定数A, Bが存在して, 任意のqと任意の $\mathscr{E} \in \mathscr{K}_g$ に対して $\dim_{\mathbf{C}} H_g(X, \mathscr{E}) \leqq A\, r(\log \| e \| + B)^n$, ($r$は$\mathscr{E}$の階数)。但し $\| e \| = \sup\limits_{\bar{U}_i \cap \bar{U}_j \cap \bar{X}_{c*}} | e_{ij\alpha\beta} |$ で $e_{ij} = (e_{ij\alpha\beta})$ は $\mathscr{O}(\mathrm{E}) \cong \mathscr{E}$であるベクトル束の変換函数系。

38. 竹 腰 見 昭 (京大数理研)　弱一完備多様体上での消滅定理とその応用

この講演では次を示す。**定理1**. Xを連結なn次元弱一完備ケーラー多様体とする。仮定.1) $\mathrm{E} \to X$ を中野の意味でX上半正で少なくとも一点で正の曲線をもつベクトル束, 2)。$H^i(X, \mathscr{O}(\mathrm{E} \otimes K_X))$ $(i=q,\ q+1,\ 1 \leqq q \leqq n)$ は分離的。結論. $H^q(X, \mathscr{O}(\mathrm{E} \otimes K_X)) = 0$
応用として次を得る。**定理2**. X, Yを解析空間とし$\pi: X \to Y$をYの固有改変とする。仮定.1) Xは非特異, 2) $\mathrm{E} \to X$はX上半正な曲率をもつベクトル束。結論. $R^q \pi_* \mathscr{O}(\mathrm{E} \otimes K_X) = 0$. $q \geqq 1$。
系. 定理2の状況下で$R^q \pi_* \mathscr{O}(K_X) = 0$, $q \geqq 1$. 系はGrauertとRiemenschneider により $\pi: X \to Y$がpoint modification 及びYが射影代数多様体で$\pi: X \to Y$がYの特異点解消のとき示されていた。なお, K_XはXの標準直線束。

39. 安 達 謙 三 (長崎大教育)　旗多様体に対するレビの問題について

Hirschowitz はグラスマン多様体のコンパクトでない擬凸開集合はスタイン多様体であることを示した。上田哲生氏はグラスマン多様体X上の不分岐な擬凸開集合でXと同相でないものはスタイン多様体であることを示した。本講演ではグラスマン多様体をファイバーとし, スタイン多様体を baseとするバンドルの上の不分岐な領域に対するレビの問題と, 旗多様上の不分岐な領域に対するレビの問題について述べる。

40. 清 水 悟　(東北大理)　局所等質双曲的アファイン多様体上のチューブの函数論的性質について

Mをアファイン多様体とすると, その接ベクトル束TMは自然に複素構造をもつ。我々は複素多様体TMをアファイン多様体上のチューブと呼ぶ。この講演では双曲的アファイン多様体上のチューブが次のような函数論的性質をもつことを示す。

定理. TMを双曲的アファイン多様体上のチューブとする, このときTMの開集合$TM-S$の

上で定義された C^∞ 級強多重劣調和函数 ψ が存在する。ここで，S は TM の解析的超曲面または空集合である。さらに，M をコンパクトすると，ψ は exhaustion fuuction となる。

系． TM を局所等質双曲的アファイン多様体 M 上のチューブとする。このとき TM は正次元のコンパクト解析的部分集合を含まない。さらに，M がコンパクトならば，TM は Stein 多様体である。

41．坂 西 文 俊 （九大理） Kähler 多様体内の擬凸領域の境界距離関数について

X を Kähler 計量 g をもつ Kähler 多様体，D を X 内の滑らかな境界をもつ相対コンパクト擬凸領域とし，g に関する D の境界距離関数を δ とする。このとき，$-\log\delta$ の D 内での多重劣調和性について，$-\log\delta$ が，D の境界の近くで強多重劣調和であるか多重劣調和でないかが，D の境界の各点で，X の holomorphic bisectional curvature R と，D のある定義関数から定まる値によって判定できることを示す。

これは，G．Elencwajg [Ann. Inst. Fourier. Grenoble, 25, 2 (1975), 295-314] 等によって，今までに得られている結果（D が強擬凸あるいは X 上 $R>0$ ならば，D は 0-complete である）を含む。さらに，$R<0$ ならば，一般に $-\log\delta$ は多重劣調和でないこともわかる。

特　別　講　演

山 口 博 史 （滋賀大教育） 擬凸状領域の変動について

1．一連の論文（京大紀要，（Ⅰ）'68年，（Ⅱ）'69，（Ⅲ）'70，（Ⅵ）'73，（Ⅴ）'75）で，西野先生は多変数整函数の諸性質も „正則域は擬凸状である“ に因ることを観られた。$f(x,y)$ を $\mathbf{C}^2$ の定数でない整函数とする。$t\in\mathbf{C}$ に対し，$\mathbf{C}^2$ での定数面 $f(x,y)=t$ は高々可算個の既約成分 $\{S_t^{(\nu)}\}_{\nu=1,2,\cdots}$ より成る。$S_t^{(\nu)}$ は一変数の開リーマン面を定める。

定理（論文（Ⅲ））．$\mathbf{C}$ の部分集合 $L_f=\{t\in\mathbf{C}\mid$ 少なくとも一つの $S_t^{(\nu)}$ は全平面型である$\}$ を考える。もし L_f の対数容量が正ならば，すべての t,ν に対し，$S_t^{(\nu)}$ は全平面型である。

論文（Ⅳ）の際に，次の予想に出会い，それを問題として示された。

予想（'71）。$\mathbf{C}$ の集合 $K_f=\{t\in\mathbf{C}\mid$ 少くとも一つの $S_t^{(\nu)}$ は放物型である$\}$ を考える。もし K_f の対数容量が正ならば，すべての t,ν に対し，$S_t^{(\nu)}$ は放物型であろう。

この予想は次の formulation を導びく。B を変数 t の平面領域，$\mathbf{C}=\{|z|<\infty\}$，$\mathscr{D}$ を直積 $B\times\mathbf{C}$ の不分岐被覆領域とする。各 $t\in B$ 上の $\mathscr{D}$ のファイバー $\mathscr{D}(t)=D\cap(\{t\}\times\mathbf{C})$ は $\mathbf{C}$ 上の被覆リー

マン面を定める。$\mathscr{D}$ を面 $D(t)$ の複素助変数 t に依る変動と見なし，$\mathscr{D}: t\to D(t)$ $(t\in B)$ と記す。全ての $D(t)$ は定点 $\zeta\in\mathbf{C}$ を含むとする。リーマン面 $D(t)$ の点 ζ に極を有するグリーン函数 $g(t,z)$ を考えると，ζ の近傍で，

$$g(t,z)=\log 1/|z-\zeta|+\lambda(t)+h(t,z),$$

但し　$h(t,\zeta)=0$。定数項 $\lambda(t)$ は $D(t)$ の ζ に関するロバン定数と呼ばれる。$-\infty<\lambda(t)\leqq+\infty$ である。

補題1（'74). $\mathscr{D}$ が擬凸状ならば，$\lambda(t)$　は B 上の優調和函数である。

この補題は先の予想を肯定的に解くと同時に，論文（II）の一意化に関する基本定理の別証を与えた。$\mathscr{D}$ が擬凸状のとき，変動　$\mathscr{D}: t\to D(t)$　を函数論的と呼ぶ。

2．補題1を眺めていると，ロバン定数以外の，リーマン面 $D(t)$ のいくつかの不変量の動きも捕え得ることに気付く。その応用を述べる。二つの変動 $\mathscr{D}_j: t\to D_j(t)$　$(t\in B), j=0,1$ が同値:$\mathscr{D}_0\approx\mathscr{D}_1$ とは $\mathscr{D}_0$ から $\mathscr{D}_1$ 上への解析変換 $T:(t,z)\to(t,w)=(t,\varphi(t,z))$ が存在すること。このとき，各 $t\in B$ に対し，$D_0(t)$ と $D_1(t)$ とはリーマン面として同値：$D_0(t)\sim D_1(t)$　になる。この逆を問題とする。先ず，次がわかる。$\mathscr{D}: t\to D(t)\,(t\in B)$ は函数論的で，各 $D(t)\sim S$（S は $t\in B$ に依らぬ）ならば，$\mathscr{D}\approx$ 直積 $B\times S$，但し　$S\neq\{|z|<1\}$ 又は $\{0<|z|<1\}$。一般に，領域 $\mathscr{D}$ が両面擬凸状，又は直積のとき，変動 $\mathscr{D}$ を解析的，又は自明と呼ぶ。故に，（自明）$\subset$（解析的）$\subset$（函数論的）である。

定理1（'79). 二つの $\mathrm{D}_j: t\to\mathscr{D}_j(t)$　$(t\to B), j=0,1$　を考える。$D_j(t)$ は滑かな境界を有し，その種教を $g_j(t)$，境界要素の数を $n_j(t)$ と記す。次の三条件を置く，(a) 各 $t\in B$ に対し，$D_0(t)\sim D_1(t)$，(b)　$2g_j(t)+n_j(t)\geqq 3$，(c) $\mathscr{D}_0$ は解析的，$\mathscr{D}_1$ は函数論的。このとき，$\mathscr{D}_0\approx\mathscr{D}_1$ なる為の必十条件は，$\mathscr{D}_0$ と $\mathscr{D}_1$ とが次の意味でホモトープになること：二点0,1を含む変数 t_1 の領域 B_1 及び直積 $(B_1\times B)\times\mathbf{C}$ 上の不分岐域 $\mathbf{D}$ が存在して次の三条件を満す，（i）$\mathbf{D}$ は擬凸状，（ii）制限 $\mathbf{D}|_{t_1=j}\approx\mathscr{D}_j$，$j=0,1$，（iii）各制限 $\mathbf{D}|_{t=c}$　$(c\in B)$　は自明な変動に同値。

三条件 (a)，(b)，(c) を満すがホモトープでない　$\mathscr{D}_0$，$\mathscr{D}_1$　の例がある。

3．補題1での領域 B の次元を上げるのは容易である。ファイバー $D(t)$ の次元を上げよう。B ＝平面領域，$n\geqq 2$，$\mathscr{D}=B\times\mathbf{C}^n$　上の不分岐域とする。$t\in B$ 上の $\mathscr{D}$ のファイバー $D(t)$ は $\mathbf{C}^n$ 上の不分岐域になる。全ての $D(t)$ は定点 $\zeta\in\mathbf{C}^n$ を含むとする。$D(t)$ の ζ に極を有するラプラス方程式　$\Delta G=0$　に関するグリーン函数　$G(t,z)$　は ζ の近傍で，

$$G(t,\ z)=1/\|z-\zeta\|^{2n-2}+\lambda(t)+H(t,\ z),$$

但し，$H(t,\ \zeta)=0$。定数項 $\lambda(t)$ を $D(t)$　の ζ に関するロバン定数と呼ぶ。$-\infty<\lambda(t)\leqq 0$ である。

補題2．('82)．$\mathscr{D}$ が擬凸状ならば，$\lambda(t)$ は B 上の優調和函数である。更につよく，$\log(-\lambda(t))$ は劣調和。

系1．$\mathscr{D}$は擬凸状とする。　Bの集合$K_{\mathscr{D}}=\{\,t\in \mathrm{B}\mid \lambda(t)=0\,\}$ を考える。もし $K_{\mathscr{D}}$の対数容量が正ならば, $K_{\mathscr{D}}=B$ である。

ロバンは実空間 $\mathbf{R}^3$ の領域について，先の定数に出会った(1886年)。オリジナルを尊んで，$\mathbf{R}^m$ $(m\geqq 3)$ の領域$D(t)$の実助変数tに依る変動 $D: t\to\mathscr{D}(t)$ $(t\in B\subset\mathbf{R})$ を観ると

補題2′．$\mathscr{D}$が　$B\times\mathbf{R}^m(\subset\mathbf{R}^{m+1})$ の滑らかな境界を有する凸領域ならば，$\log(-\lambda(t))$はB上の凸函数である。

4．多価代数函数$w=\mathrm{P}(z^1,\cdots,z^n)$ $(n\geqq 2)$の定めるD^n 上の不分岐リーマン領域のロバン定数は常に 負 である。従って，系1の仮定はきつ過ぎるので，　Hodge－ 小平に依る複数多様体上の調和函数に補題を拡張する。 M を n $(\geqq 2)$ 次元の複素多様体，$ds^2=\Sigma_{\alpha,\beta=1}^{n}\ g_{\alpha\bar{\beta}}dz^{\alpha}\otimes d\bar{z}^{\beta}$ をM上のエルミト計量，Δ を関数に対しての，ds^2 に関する実ラプラシアンとする。　$B=$平面領域，$\mathscr{D}=$直積$B\times M$上の不分岐域とすれば，$t\in B$上の$\mathscr{D}$のファイバー$D(t)$はM上の不分岐域となる。全ての$D(t)$は定点$\zeta\in M$を含むとし，ζの近傍での$\Delta\,\Xi=0$に関する基本解$\Xi(\zeta, z)$を一つ固定する。$D(t)$のζに極を有する$\Delta G=0$に関してのグリーン函数$G(t,\ z)$はζの近傍で，

$$G(t,\,z)=\Xi(\zeta,\,z)+\lambda(t)+H(t,\,z),$$

但し，$H(t,\,\zeta)=0$。$\lambda(t)$を$D(t)$のζに関するロバン定数と呼ぶ。

補題3．$\mathscr{D}$及び各$D(t)$の境界は滑らかとする。このとき，$\mathscr{D}$が擬凸状ならば，次の不等式が成立する：

$$\frac{\partial^2\lambda(t)}{\partial t\,\partial\bar{t}}\leqq\frac{-2}{(n-1)\Omega_n}\left\{\left\|\bar{\partial}\frac{\partial G}{\partial t}\right\|^2_{D(t)}+\iint_{D(t)}\mathrm{Im}\left\{\frac{\partial G}{\partial\bar{t}}\cdot\bar{\partial}\frac{\partial G}{\partial t}\wedge\partial^*\omega\right\}+\iint_{D(t)}\frac{1}{2i}\left\{\left|\frac{\partial G}{\partial t}\right|^2\cdot\bar{\partial}\partial^*\omega\right\}\right.$$

但し$\Omega_n=$ $\mathbf{C}^n$の単位超球の表面積，$i^2=-1$，$\omega=i\Sigma_{\alpha,\beta=1}^{n}\ g_{\alpha\bar{\beta}}\ dz^{\alpha}\wedge\ d\overline{z^{\beta}}$。

$\partial*\omega$

この基本不等式から次が出る。

（1）補題3と同じ条件で，ds^2 がM上で不等式

(α) $$\|\partial^*\omega\|^2(z)\omega^n/n!\leqq(1/i)\bar{\partial}\partial_*\omega$$

を満すならば, $\lambda(t)$ は B 上の優調和函数である。なお，(α) は条件

(α') $$\Sigma_{\alpha,\beta=1}^{n}(\partial/\partial\bar{z}^{\beta})((\Sigma_{\lambda=1}^{n}T^{\lambda}_{\lambda\alpha})g^{\bar{\beta}\alpha})\leqq 0$$

に同値。また，ケーラー計量は (α) を満す。

（2）(Rigidity lemma)．（1）と同じ条件で，或る$D(t_o)$上少くとも一つ強擬凸状境界点を持つと仮定する。このとき, $(\partial^2\lambda/\partial t\,\partial\bar{t})=0$ならば，$D(t_o)$ 上で$(\partial G/\partial t)(t_o,z)\equiv 0$。更に，もし $\lambda(t)$ がB上で調和ならば，$\mathscr{D}=$直積$B\times D(t_o)$。

（3） Mを複素リー群，ds^2 を条件(α)を満す計量，DをM上の滑かな境界∂Dをもつ不分岐域，$\lambda(\zeta)$ を点 $\zeta \in D$に関するDのロバン定数とする。このとき，（イ） Dが擬凸状ならば，$\lambda(\zeta)$はDの近似多重優調和函数である。（ロ） 更に，∂D が少くとも一つ強擬凸状点を持てば，$\lambda(\zeta)$ は強である。

ケーラー計量の場合には内部からの近似が言えて，

定理2．ds^2 を複素多様体M上のケーラー計量，$\mathscr{D}$を$B \times M$上の不分岐域，Bの集合$K_{\mathscr{D}}=\{t \in B \mid \lambda(t)=+\infty\}$とする。$\mathscr{D}$に近似多重劣調和函数$\psi(t,z)$ が存在すると仮定する。このとき，もし$K_{\mathscr{D}}$ の対数容量が正ならば，$K_{\mathscr{D}}=B$である。