

1983
September

日 本 数 学 会

昭和58年秋季年会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

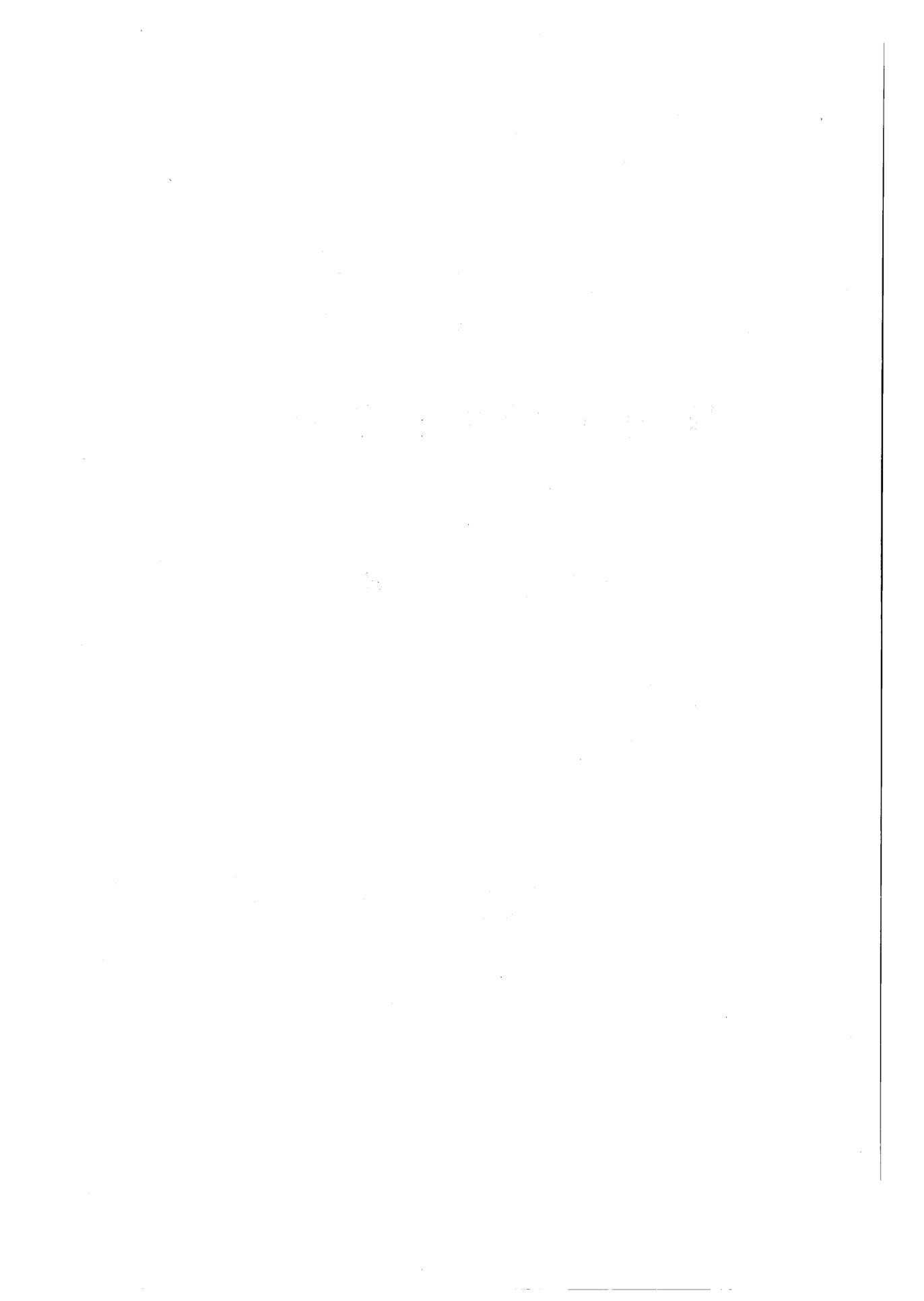
函 数 論

時 …… 9月14日・15日

所 …… 早 稲 田 大 学

(第Ⅲ会場)

14日	9:30~12:00	普通講演	1~9
	13:30~15:00	普通講演	10~15
	15:30~16:30	特別講演	
15日	10:00~12:00	普通講演	16~23
	13:30~15:00	普通講演	24~29
	15:30~16:30	特別講演	



9月14日 (水)

9:30~12:00

- 1. 上田 英靖 (大同工大) 位数が1/2未満のある種の有理型函数の最小値について 15
- 2. 柳原 宏 (東工大・理) ある種の有理型函数族に関する Tauberian theorem 10
- 3. 戸田 暢茂 (名工大) 微分方程式 $(w')^n = \sum_{j=0}^m a_j w^j$ の有理型函数解の増大度 15
- 4. 大津賀 信 (学習院大・理) 関数系に関する Cartan の予想について 15
- 5. 若林 功 (東京農工大) 解析函数の代数点の評価について 10
- 6. 吉田 洋一 Rouché の定理をめぐって 15
- 7. 楠 幸男 (京大・理) リーマン面上の BMO について 15
- 谷口 雅彦 (京大・理)
- 8. 小林 昇治 (長岡技術大・工) Image areas and BMO norms of analytic functions 15
- 9. 堀内龍太郎 (京産大・理) ワイヤストラス点とテータ関数についての一注意 15

13:30~15:00

- 10. 吉田 克明 (日大・理工) On compact Riemann surfaces admitting automorphism with fixed points 15
- 11. 林 実樹広 (北大・理) $H^\infty(R)$ 分離についての一注意 10
- 12. 増本 誠 (京大・理) 有限生成 Klein 群上の準同型写像について 15
- 13. 中内 伸光 (阪大・理) Essential minimal surface and geometric torus theorem 15
- 14. 池上 輝男 (阪市大・理) 調和空間の Martin 型 compact 化について 15
- 15. 鈴木 紀明 (広大・理) 半完全最大値原理を満たす実連続核のレゾルベントについて 15

函数論特別講演

柴 雅和 (広大・理) 種数有限な開 Riemann 面の流れ函数による実現——流体力学的接続と平行截線被覆面——および Riemann-Hurwitz 型公式

(15:30~16:30)

9月15日 (木)

10:00~12:00

- 16. 難波 誠 (東北大・理) 多変数 Weil-Tôyama 理論について 10
- 17. 上田 哲生 (京大・理) 有限位数整函数の解析族 15
- 18. 高瀬 正仁 (九大・理) 内分岐域における正則函数の Surfaces équivoques について 15
- 19. 山口 博史 (滋賀大・教育) 多様体上の擬凸状域の変動について 15
- 20. 泊 昌孝 (京大・数理研) 等式 $P_\theta = P_a$ が成立する特異点について 10
- 21. 坪井 昭二 (鹿児島大・教養) 「無限小安定正則写像の芽は安定」の approximation method による証明 10
- 宮嶋 公夫 (鹿児島大・教養)
- 22. 坪井 昭二 (鹿児島大・教養) 通常特異点を持つ analytic varieties の解析的変位族について 10
- 23. 東川 和夫 (富山大・理) 有界領域のあるエルミート・ベクトル束 15

13:30~15:00

- | | | | |
|-----|----------------------------------|--|----|
| 24. | 大沢 健夫 (京大・数理研) | ケーラー多様体上のポアンカレ束とレビ問題 | 15 |
| 25. | 大沢 健夫 (京大・数理研) | 強擬凸 CR 多様体の超曲面としての実現 | 15 |
| 26. | 中野 茂男 (京大・数理研)
大沢 健夫 (京大・数理研) | 強擬凸多様体と強擬凸領域 | 15 |
| 27. | 田島 慎一 (新潟大・教養) | CR hyperfunction の local extension について | 15 |
| 28. | 三富 照久 (九大・理) | 区分的強擬凸境界点における $H^{\infty}(D)$ の局所化と近似値定理について | 15 |
| 29. | 藤本 佳久 (東大・教養) | 可算無限次元空間における相対コホモロジー群と擬凸開集合 | 10 |

函数論特別講演

- 野口潤次郎 (東工大・理) 双曲的多様体と函数体上の Mordell 予想について (15:30~16:30)

9月14日

1. 上田英靖 (大同工大) 位数が 1/2 未満のある種の有理型関数の最小値について

ρ, δ を $0 < \rho < 1/2, 1 - \cos \pi \rho < \delta \leq 1$ を満たす定数とする. $\mathcal{U}_{\rho, \delta}$ で, 次の 2 条件を満たす全平面で有理型の関数 f の集合とする. (i) f の位数は ρ である.

(ii) 適当な複素数 a に対して,

$$f(0) \neq a, N(r, \infty, f) < (1 - \delta)N(r, a, f) + O(1) \quad (r \rightarrow \infty)$$

が成立する. さらに, $r \geq 0$ において, 正值連続, 単調減少で, $r \rightarrow \infty$ のとき 0 に収束するような関数 h の集合を S と書く. さて, 次の評価はよく知られている.

定理 A. $f \in \mathcal{U}_{\rho, \delta}$ に対し, 適当な $h \in S$ をとれば

(1) $\log m^*(r, f) > (\pi \rho / \sin \pi \rho) (\cos \pi \rho - 1 + \delta) (1 - h(r)) T(r, f)$ を満たす任意に大きい r が存在する.
($m^*(r, f) = \min_{|z|=r} |f(z)|$)

定理 A においては, 全ての $f \in \mathcal{U}_{\rho, \delta}$ に対して (1) を満たすような $h \in S$ は (同一のものとしては) 存在しないことが示される. そこで, 各 $h \in S$ に対して, 適当な $\mathcal{U}_{\rho, \delta}$ の部分集合を与え, それに属する f は (1) を満たすことを示す. 同様のことを, $-h$ で置き換えられた h をもった (1) に対しても, 示す.

2. 柳原 宏 (東工大・理) 或る種の有理型関数族に関する Tauberian theorem

有理型関数 f について,

$$m_2(r, f)^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\log |f(re^{i\theta})|)^2 d\theta \text{ とおく.}$$

f が整関数 g によって $f(z) = g(z)/g(-z)$ と表わされている時, f の位数を ρ として次式が成立する.

$$\limsup_{r \rightarrow \infty} \frac{N(r, 0, f)}{m_2(r, f)} \geq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi \rho}} \frac{|\cos \pi \rho / 2|}{(\pi \rho - \sin \pi \rho)^{1/2}} \quad (\text{M.OZAWA})$$

上の不等式において等号が成り立つときの関数について, Fourier 級数の方法を用いると, $g(z)$ が, locally Lindelöfian であることがわかる.

3. 戸田暢茂 (名工大) $(w')^n = \sum_{j=0}^m a_j w^j$ の有理型関数解の増大度について

a_0, \dots, a_m を $|z| < \infty$ での有理型関数としたとき, 微分方程式 $(w')^n = \sum_{j=0}^m a_j w^j$ ($a_m \neq 0$) の $|z| < \infty$ での

有理型関数解 $w = w(z)$ は $T(r, a_j) = S(r, w)$ ($j=0, \dots, m$) を満たしているとき, admissible といわれる. 春の学会では, Gackstatter-Laine の予想との関連で, $1 \leq m \leq n-1$ のとき, $(w')^n = a_m(w+a)^m$ かつ $(n-m) |n$ (a : 定数) の場合を除いて, この方程式は admissible な解を持たないことを述べた. ここでは, この結果の精密化として, $T(r, w)$ が $T(r, a_j)$ を用いて評価できることなどについて報告する.

4. 大津賀 信 (学習院大・理) 関数系に関する Cartan の予想について

整関数の超越系 $f = (f_1, \dots, f_{n+1})$ に対して, $U(z) = \max_{1 \leq j \leq n+1} \log |f_j(z)|, T(r, f) = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} U(re^{i\theta}) d\theta - U(0), \lambda = \dim \{ (c_1, \dots, c_{n+1}); c_1 f_1 + \dots + c_{n+1} f_{n+1} = 0 \}$ とおく. また一般に $\nu(z, 0, g)$ は整関数 $g \neq 0$ の z における零点の位数として ($g(z) \neq 0$ のときには $\nu(z, 0, g) = 0$ とする),

$$N_{n-\lambda}(z, 0, g) = \sum_z \min(n-\lambda, \nu(z, 0, g)) \log^+(r/|z|) + \min(n-\lambda, \nu(0, 0, g)) \log r$$

とおく. $X = \{F_1, \dots, F_q\}$ は f_1, \dots, f_{n+1} の一次結合 ($\neq 0$) からなる集合で, X のどの $n+1$ 個も行列式 $\neq 0$ の変換で f_1, \dots, f_{n+1} から得られるものとする. Cartan は 50 年前に

$$(q-n-1-\lambda)T(r, f) \leq \sum_{j=1}^q N_{n-\lambda}(r, 0, F_j) + S(r)$$

を予想し, 最近戸田氏は $\lambda=1$ の場合を証明した. 今回 $\lambda=2$ のとき成り立つことを報告する. $\lambda=3$ の場合にもふれる.

5. 若林 功 (東京農工大) 解析関数の代数点の評価について

解析関数の代数点に於ける値は一般に超越数となる. 例外点の個数を上から押える評価式が Schneider, Lang や Bertrand, Choodnovsky によって与えられているが, 一般の解析関数に対しては, それらが最良の評価式であることを実際に関数を構成して示し, 特にその場合には評価式から体の拡大次数を取去れないことを示す.

Schneider-Lang の評価式: 位数 ρ の有理型関数 f が微分方程式 $f' = P(z, f)$ を満たすとする ($P \in \bar{\mathbf{Q}}[X, Y]$). K を数体, $d = [K:\mathbf{Q}]$ とする.

$$\Leftrightarrow \# \{w \in K \mid f^{(k)}(w) \in K, k \geq 0\} \leq d\rho.$$

予想: 上で右辺は ρ とできないか?

定理: K を実代数体, ρ, n は $n \leq [K:\mathbb{Q}] \rho$ を満たすとする.

\Rightarrow 位数 ρ の整函数 f が存在して n 個の点 $\lambda=1, \dots, n$ で $k \geq 0$ に対して次を満たす.

(i) $f^{(k)}(\lambda) \in \mathcal{O}_K$. (ii) $|f^{(k)}(\lambda)| \leq k^k$.

6. 吉田洋一 (立教大名誉教授) Rouché の定理をめぐって

Rouché の定理に関連した論文の別刷で手許にあるのは P. Montel (1933) と Terasaka (1927) だけである. 今回, これら論文及び内外の函数論 (複素解析) の本で所氏のもの調べ, この定理をめぐる問題について話す.

7. 楠 幸男 (京大・理)・谷口雅彦 (京大・理)

リーマン面上の BMO について

リーマン面 R で考えられる若干の BMO (bounded mean oscillation) 函数族と Dirichlet 函数との関連について得られた結果を報告する.

まず一次元 BMO 函数から定義される R 上の調和函数の族 $BMOH(R)$ については, $u \in HD(R)$ が R 上のある正則函数 f によって $u = c \cdot \log |f|$ (c は定数) と表わされるとき $u \in BMOH(R)$ が示される. これは Metzger の結果 $AD(R) \subset BMOA(R)$ の一般化を与える.

次に $R(\infty O_c)$ 上の二次元 BMO の族 $BMO(R)$ については, (i) 台がコンパクトな測度 μ の Green ポテンシャル P^μ は $BMO(R)$ に属する. (ii) $f \in BMO(R)$ がコンパクト集合の外で有界ならば, f は Poincaré 計量 λ に関する BMO の族 $BMO(R, \lambda)$ にも属する. したがって上述の P^μ は更に $BMO(R, \lambda)$ に属する. (iii) R が有限リーマン面ならば $HD(R) \subset BMO(R)$ である.

8. 小林昇治 (長岡技科大・工) Image areas and BMO norms of analytic functions

Riemann 面 $R \infty O_c$ 上の解析函数 f に対して, $A(f) = \frac{1}{\pi} \text{area } \{f(R)\}$, $D(f) = \frac{1}{\pi} \iint_R |f'(z)|^2 dx dy$ および

$B(f) = \sup_{\alpha \in R} \frac{2}{\pi} \iint_R |f'(z)|^2 g(z, \alpha) dx dy$ とする. ここに $g(z, \alpha)$ は R の Green 函数である. R 上の解析函数の空間 $AD(R) = \{f : D(f) < +\infty\}$ と $BMOA$

$(R) = \{f : B(f) < +\infty\}$ を考える. Metzger (1981) は $AD(R) \subset BMOA(R)$ を示した. Stegenga (1980) は $R = \{|z| > 1\}$ のとき, $B(f) \leq cA(f)$ (c を示した. ここでは次の結果を報告する.

定理. $B(f) \leq A(f)$. 系. $B(f) \leq D(f)$.

等号条件についての注意も述べる. 証明は Green の公式と subordination 原理を使ってなされる.

9. 堀内龍太郎 (京産大・理) ワイヤストラス点とテータ関数についての一注意

M を種数 $g \geq 2$ のコンパクトリーマン面とする. u をそのヤコビ準同型とすると, u は始点 B に依存する. $W_r = \{u(D) \mid D \text{ は次数 } r \text{ の } M \text{ 上の正因子}\}$ とし, θ をリーマンのテータ関数とする. リーマンは次のことを証明した: $\theta(W_{s-1} - W_{s-1} - e) \equiv 0$ かつ $\theta(W_s - W_s - e) \equiv 0$ ならば, $e \equiv u(D) + K$. ここで D は次数 $g-1$ の正因子で, $-D$ の倍数となる因子をもつ有理型関数のつくるベクトル空間の次元は s である. ここではこれに関連して, 始点 B がワイヤストラス点であるとき, $\theta(W_s - W_s - K) \equiv 0$ あるいは $\equiv 0$ が分かれれば, B の空隙値が完全に決定出来ることを示す. K はリーマン定数のベクトルである.

10. 吉田克明 (日大・理工) On compact Riemann surfaces admitting automorphism with fixed points

M を種数 g の compact Riemann 面とし, T を t 個の固定点を持つ位数 N の自己同型写像とする. M を $M/\langle T \rangle$ の被覆面とみなすとき, 被覆の分岐状態は固定点の性質 (どのような gap 列を持つか) で決定される. よく知られているように, $t \geq 5$ の場合はすべての固定点が, Weierstrass 点であるので, ここでは $1 \leq t \leq 4$ について調べた. (i) 一般の場合として, 固定点の1つが通常点. (ii) extremal な場合として, 固定点の1つが hyperelliptic Weierstrass 点および, weight 1 の Weierstrass 点について具体的に被覆の分岐状態を決定した.

次に, 上の分類の各場合に $n_k^g = \dim H_k^g$ を計算した. ここで, $H_k^g = \{\theta : \text{正則 } k \text{ 次微分} \mid T(\theta) = \varepsilon^k \theta, \varepsilon = e^{2\pi i/N}\}$. これらは「Automorphisms of compact Riemann surfaces (Lewittes)」Amer. J. Math. 85 (1963) のいくつかの結果の拡張または部

分的な精密化である。更に時間があれば、上の結果から若干の応用を述べたい。

11. 林 実樹広 (北大・理) $H^\infty(R)$ 分離についての注意

D を有界平面, R を D 上の unlimited ramified finite sheet covering としたとき, Forelli は次のことを示した. $H^\infty(R)$ が R の点を分離するための必要十分条件は, (1) $\exists a \in D: a$ 上の fibre が $H^\infty(R)$ で分離されること. ここでは, この事実は, D が次の2つの性質(2), (3)をみたす Riemann 面であっても成立することを注意する.

(2) $H^\infty(D)$ は D の点を Royden の意味で弱分離する.
 (3) 各点 $a \in D$ に極をもつ D の無限遠点で有界な有理型関数がある.

また, (1),(2),(3)がみたされれば, R および, R の任意の部分領域もまた(2),(3)の性質をもつので, この方法で一連の $H^\infty(R)$ 分離な例が作れる.

12. 増本 誠 (京大・理) 有限生成 Klein 群上の準同型写像について

Δ は有限生成 Klein 群 Γ の成分の不変和で, $R = \Delta/\Gamma$ は連結とする. Γ から Möbius 変換群 G の中への準同型で, R の puncture に対応する Γ の放物的変換を G の単位元または放物的変換に写すようなものの全体を X (各点収束の位相を導入) とおく. X の元の作り方として, Γ の擬等角変形によるものと, Schwarz 微分方程式の一価な解を用いるものとが知られているが, ここでは逆に $\text{id}: \Gamma \rightarrow G$ に十分近い X の元はすべてそのようにして得られることを報告する. これは, Gardiner-Kra (Indiana Math. J., 21(1972), 1037-1059)の結果の一般化である. この応用として, 有限生成関数群が擬安定になるための必要十分条件を, Schwarz 微分方程式の解の挙動で言い表すことができた.

13. 中内伸光 (阪大・理) Essential minimal surfaces and geometric torus theorem

M を3次元 compact orientable Riemannian manifold with convex incompressible boundary で $\pi_2(M) = 0$, A を annulus, T を torus とする. 連続写像 $f: (A, \partial A) \rightarrow (M, \partial M)$ が essen-

tial とは, incompressible かつ boundary incompressible [本年春の講演参照]のことをいう. 連続写像 $g: T \rightarrow M$ が essential とは incompressible かつ non-peripheral, i.e. $f_*\pi_1(T)$ が $\pi_1(\partial M)$ の部分群に $\pi_1(M)$ で共役ではないことをいう.

このとき, Waldhausen の P.L. torus theorem の次の様な極小曲面による geometric version が得られる.

定理. T から M への essential smooth map が一つでもあれば, 次の(A),(B)のいずれかが成り立つ: (A) (i) T から M への essential smooth map 全体の中で面積最小が存在. (ii) その様な任意の map は埋入あるいは埋入の2重被覆. (iii) その様な任意の2つの map の像は, 互いに素か, 等しいか, 高々一つの simple loop で交わる: (B) (A)において T を A , loop を path にかえたものが成り立つ.

14. 池上輝男 (阪大・理) 調和空間の Martin 型 compact 化について

調和空間内の正の調和関数を調和空間の compact 化における境界上の測度で積分表示することは一般にはできない. 最近の P. Loeb (Math. Ann. 1980) の論文をヒントにして, 有界な調和関数に制限して上述の積分表示を可能にする compact 化を定義する. これは BreLOT の調和空間の Martin compact 化を含み, Loeb の compact 化も又 Martin 型であるが, 一つの Martin 型に対してそれを quotient space とする別の Martin 型 compact 化もありうる.

この Martin 型 compact 化では minimal thinness がその位相とある意味で compatible であり, Fatou-Doob-Naim theorem がなり立つ.

15. 鈴木紀明 (広大・理) 半完全最大値を満たす実連続核のレゾルベントについて

$C(X), C_k(X)$ で局所 compact 空間 X 上の連続関数及び compact な台をもつ連続関数全体からなる位相線型空間を表わし, 台が X である正の Radon 測度 m に対し, $C_k^0(X) = \{f \in C_k(X) : \int f dm = 0\}$ と置く. X 上の連続核 V が (m に関して) 半完全最大値原理を満たすとは, $\forall f \in C_k^0(X), \forall a \in \mathbb{R}$ に対して, $Vf \leq a$ on $\text{supp}(f^+)$ ならば $Vf \leq a$ on X と帰結さ

れる時を言う。次の結果を得た。

定理. V は半完全最大値原理を満たし、更に

$$(i) \quad \forall c \geq 0, (V^* + cI)\mu \leq am \text{ (resp. } (V^* + cI)\mu = 0), \int d\mu = 0$$

ならば $a \geq 0$ (resp. $\mu = 0$).

$$(ii) \quad \forall f \in C_k^0(X) \text{ に対し, } \lim_{x \rightarrow \infty} Vf(x) = 0.$$

$$(iii) \quad \forall f \in C_k^0(X) \text{ に対し, } \lim_{x \rightarrow \infty} Vf(x) = -\infty.$$

この時、次を満たす $\text{resolvent}(V_\rho)_{\rho > 0}$ が存在する。

$$(1) \quad Vf - V_\rho f = \rho V_\rho Vf \quad (Af \in C_k^0(X)).$$

(2) $(V_\rho^*)_{\rho > 0}$ は *unif. recurrent* で m はその不変測度。

$$(3) \quad \int dm = \infty \text{ ならば, } \lim_{\rho \rightarrow 0} Vf(X) \quad (Af \in C_k^0(X)).$$

特別講演 (15:30~16:30)

柴 雅和 (広大・理) 種数有限な開 Riemann 面の流れによる実現—流体力学的接続と平行截線被覆面—および Riemann-Hurwitz 型公式

§ 1. R を種数 $g (< \infty)$ の開 Riemann 面、 f を R 上の流れ函数 (Strömungsfunktion)、すなわち多重湧き出し potential u を実部にもつ (非定数) 1 価有理型函数とする:

$$df = du + idu^* = i\varphi = \omega^* - i\omega = \frac{1}{2} \frac{\partial P_0}{\partial z} dz = \frac{i}{2} \frac{\partial P_1}{\partial z} dz$$

ここで、 φ は半完全標準、 ω は (実) distinguished な微分、 P_0, P_1 は L_0 -および $(Q)L_1$ -主函数。

函数 $\lambda f (\lambda \in \mathbb{C})$ を簡単に S -函数とよぶ。また f の極の (重複度を考えた) 個数を μ で表わす。

$g=0, \mu=1$ ときが古典的な Strömungsfunktion であって、 f は R の極小水平截線写像を与える (一般一意化定理: Courant, Koebe)。この事実はまた Bochner によって Riemann 面の compact な接続の構成に利用されたが、その接続は“貼りあわせの”である (§ 3 参照)。

§ 2. 被覆面 $f: R \rightarrow \hat{C}$ の幾何学的構造をしらべる。理想境界 ∂R における f の挙動を知ることと ∂R を実現することとは密接な関係がある。これらを同時にとり扱うために:

定理 1 (Riemann-Hurwitz 型公式の弱い形)。

被覆面 $f: R \rightarrow \hat{C}$ について、

(1) 総分岐指数 V は有限、

(2) ∂R の各成分 γ に非負整数 $N(\gamma, f)$ が対応し、ほとんどすべての γ について $N(\gamma, f) = 0$,

(3) $N(\gamma, f) = 0$ ならば、 f は γ の近傍で“単葉”、

(4) $g = 1 - \mu + \frac{V}{2} + \frac{W}{2}$, ただし $W = \sum_\gamma N(\gamma, f)$ 。

定理 1' Ahlfors, Kusunoki, Sario の Abel 微分 (§ 1 参照) の因子の次数は $2g - 2$ をこえない。

定理 1 は、 W が未だ完全に解析され尽くしてはいないが、次の定理 2 の証明にはこれで十分であり、また定理 2 によってはじめて W の意味が明らかになる (定理 1')。定理 1 の証明には、 df の零点の数え方に若干の工夫が必要である。我々の方法は伝統的なものとは異なるが、“開” Riemann 面の境界に複素構造を都合よく導入するためにはより適切であることが、Riemann 写像定理や単位円の Joukowski 変換によって例証される。

§ 3. 流れ函数を用いて Riemann 面は実現される:

定理 2. 与えられた対 (R, f) に対し、次のような 3 つ組 (R^*, i, f^*) が存在する。

(1) R^* は種数 g の閉 Riemann 面、

(2) $i: R \rightarrow R^*$ は正則単射 (中への等角写像)、

(3) $\text{meas}(R^* \setminus i(R)) = 0$,

(4) f^* は R^* 上の有理型函数で、 $R^* \setminus i(R)$ 上正則、

(5) R 上では $f = f^* \circ i$,

(6) $R^* \setminus i(R)$ の各成分上で $\text{Im } f^* = \text{定数}$ 。

証明は 3 段階からなる: (i) まず定理 1 を用いてほとんどすべての境界成分が単葉線分として実現されることを示し、(ii) それらを welding して有限面をつくり、(iii) 最後に残りの成分を処理する—(i) は Mizumoto の予想を肯定する、(iii) は阪大・柴田教授との共同結果。

とくに R は compact な被覆面 $f^*: R^* \rightarrow \hat{C}$ 上の (一般) 水平截線領域として実現された—Koebe の定理の正種数への拡張。また Sario-Oikawa の書物の問題 3 (主函数の compactification による特徴づけ) に 1 つの見方を与える。定理 2 のさらに別の見方として: R^* は R の compact, dense な接続である。しかも予め与えられた f が“自然に (正則に)” R^* まで拡張される。(A. Mori による compact な接続は類似の思想圏に属するが、dense でもないし、 f も正則には延長されない (最大値原理による。)) 上のような接続 R^* をその物理的意味に因んで R の流体力学的接続とよびたい。

§ 4. 定理 2 の重要な系を 2 つのべる。

定理 3. S -函数は代数函数である。(Ahlfors-Kusunoki-Sario の解析的微分は古典的な Abel 微分である)

定理 1'(R.-H. 公式). 定理 1(4)の W は, ∂R における f の総分岐指数を表わす —— ∂R 上の ghost branch point の個数の評価。

定理 3 は § 1 のどの立場からもこれまで明らかにされていない。 f の, 古典的概念とのこの深いつながりこそ, Liouville 型の一意性定理などの代数函数論の諸結果が開いた面へ拡張され得たことの傍証を与えるものである。

Loewner の問題の Titus による解決や, 最近の Francis, Marx, Quine 等の研究と, 定理 1' とは近いけれども, 彼らの方法は組み合わせ的であり, また対象は境界上に分岐点をもたない compact bordered な面に限られている。

§ 5. $g=1$ の場合に制限して定理 1, 1', 2 の応用を与える。 R の compact な接続の全体を $C(R)$ とする。各 $T \in C(R)$ には R の marking $\{A, B\}$ から生じる測地線による marking $\{A_T, B_T\}$ を与え, 対応する modulus を $a(T)$ で示す。 $g=0$ のとき円弧 (枚射) 截線領域 (Carleman 等) の $g=1$ への拡張として:

定理 4. $C(R)$ には 2 つの特徴的な tori T_0, T_1 があって,

- (1) $\max_{T \in C(R)} \text{Im } a(T) = \text{Im } a(T_1), \min_{T \in C(R)} \text{Im } a(T) = \text{Im } a(T_0)$.
- (2) $\text{Im } a(T) = \text{Im } a(T_j) \Rightarrow T = T_j (j=0, 1)$.
- (3) $T_j \setminus R$ は A_T と角 $\pi j/2$ をなす測地的平行截線集合。その全面積は 0 ($j=0, 1$)。

さて, $T \in C(R)$ の (principal) modulus のなす集合 $M(R)$ は有界集合である (Heins) が, もっと精しく:

- 定理 5.** (1) $M(R)$ は C 内の閉円板である。
 (2) $\partial M(R)$ 上の torus には, R が一意的に接続され, それらはすべて流体力学的接続。
 (3) $M(R)$ の内部にある torus T への接続は, T の自己等角写像を無視しても一意的とは限らない。

定理 5 における $M(R)$ の半径 $\sigma(R)$ は, R の rigidity を示すもので, Schiffer の span の拡張概念である: $\sigma(R) = 0 \Leftrightarrow R \in O_{Ad}$.

9月15日

16. 難波 誠 (東北大・理) 多変数 Weil-Tôyama 理論について

\bar{M} を n 次元非特異射影多様体, $\bar{B} = \bar{D}_1 \cup \dots \cup \bar{D}_s$ を \bar{M} の simple normal crossing 超曲面とし, $M = \bar{M} - \text{sing } \bar{B}$, $B = \bar{B} - \text{sing } \bar{B}$, $D_j = \bar{D}_j - \text{sing } \bar{B}$, $1 \leq j \leq s$, とおく。 $\gamma_j (1 \leq j \leq s)$ を, D_j を正の向きにひと回りする道とし, $e_j, 1 \leq j \leq s$, を 2 以上の自然数として, H を $\gamma_j^{e_j}, 1 \leq j \leq s$, で生成された $\pi_1(M-B)$ の正規部分群とする。この時, 次を仮定する:

$\gamma_j^d \in H \iff 1 \leq d \leq e_j - 1, \forall j$. この条件の元で, 加藤十吉氏の方法で, 因子 $D = e_1 D_1 + \dots + e_s D_s$ で分岐する Galois covering $\tilde{M}_D \rightarrow M$ で (1) \tilde{M}_D : 単連結, (2) $\tilde{M}_D \rightarrow M$ は D で分岐する coverings のうちで最大なる条件をみたす複素多様体 \tilde{M}_D が作れる。ここでは, $\tilde{M}_D \rightarrow M$ について, 代数関数体の拡大に関する Weil-Tôyama 理論の analogy を試みる。

17. 上田哲生 (京大・理) 有限位数整函数の解析族

アダマールの定理によって次のことが知られている: (i) f を位数 $\lambda < \infty$ の (一変数) 整函数とするとその零点の位数は λ 以下である。 (ii) A を C 上の位数 $\lambda < \infty$ の因子とすると, 標準積によって A を零点とする位数 λ の整函数 F が与えられる。 (iii) A を零点とする位数有限の整函数 f は $f = e^P \cdot F$, ここに P は多項式, の形をしている。 f の位数 $= \max \{ \lambda, \deg P \}$.

Ω を複素変数 t の空間の領域とする。 $C \times \Omega$ 上の正則函数 f , 因子 A は, それぞれ C 上の整函数, 因子のパラメータ t に解析的に依存する族と見なすことができる。これらの位数は t の函数である。このような族にたいして, アダマールの定理に対応する性質がどこまで成立つかを考察する。

18. 高瀬正二 (九大・理) 内分岐域における正則函数の surfaces équivogues について

空間 $C^n(x)$ の上の被覆域 R と R の上の正則函数 f を考える。 R の点 γ に対して, γ と相異なってしかも γ と同一の底点をもつ点 γ' があって, $f(\gamma) = f(\gamma')$ となるとせよ。そのとき, このような点 γ を f に関する point équivoque と呼ぶ。このような点の全体 (正確にはその閉包) が f に関する surface équi-

voque である。\$R\$ 上のすべての正則関数が必ず (退化しない) surface équivoque をもつことがある。そのような域のもつ一般的特徴を可能な限り詳細に述べる。たとえば、\$R\$ はある域 \$R'\$ の倍域であって、しかも \$R\$ は \$R'\$ に関して不分岐(すなわち相対分岐面が退化する)であれば、\$R\$ はそのような性質をもつ。

19. 山口博史 (滋賀大・教育) 多様体上の擬凸状域の変動について

\$\Delta: |z| < \rho, M\$: 閉又は開 \$n\$ 次元複素多様体, \$ds^2\$: \$M\$ 上のエルミート計量, \$O: M\$ の定点, \$q_0(P): ds^2\$ に関するラプラス方程式の点 \$O\$ での基本解. \$\mathcal{Q}\$ は次の条件を満たす, 直積 \$\Delta \times M\$ の不分岐域とする: (i) \$\mathcal{Q}\$ は擬凸状である, (ii) \$\mathcal{Q} \cap \Delta \times \{O\}\$, (iii) 各 \$z \in \Delta\$ 上のファイバー \$\mathcal{Q}(z)\$ の境界は実解析的で, 通常点より成る. 扱て, \$M\$ の領域 \$\mathcal{Q}(z)\$ の点 \$O\$ に関するグリーン関数 \$g(z, P)\$ を考え, \$\lambda(z) = \lim_{P \to O} (g(z, P) - q_0(P))\$ と置く. \$\lambda(z)\$ を \$D(z)\$ の点 \$O\$ に関するロバン定数と呼ぶ. 次の不等式が成立する: \$(\partial^2 \lambda / \partial z \partial \bar{z})(z)\$

$$\leq \frac{-1}{\Omega_n} \iint_{\mathcal{Q}(z)} \left[\left(\bar{\partial} \frac{\partial g}{\partial \bar{z}} \right) \wedge \left(* \partial \frac{\partial g}{\partial z} \right) + \operatorname{Re} \left\{ \left(\bar{\partial} \frac{\partial g}{\partial z} \right) \wedge \left(\frac{\partial g}{\partial \bar{z}} \partial * \omega \right) + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial g}{\partial z} \right|^2 \partial \bar{\partial} * \omega \right\} \right]$$

但し, \$\omega\$ は \$ds^2\$ に対する \$(1, 1)\$ 形式, \$\Omega_n\$ は正の定数.

系. \$ds^2\$ がケーラー的であるならば, ① \$(\partial^2 \lambda / \partial z \partial \bar{z})(z) \leq -(1/\Omega_n) \|\bar{\partial}(\partial g / \partial z)\|_{\mathcal{Q}(z)}\$ 等号が成立するのは, \$\mathcal{Q}\$ が両面擬凸状の時に限る. ② 条件 (iii) を落としても, \$\lambda(z)\$ の \$\Delta\$ での優調和性は言える.

20. 泊 昌孝 (京大・数理研) 等式 \$p_\alpha = p_\alpha\$ が成立する特異点について

正規 2 次元特異点 \$(V, \mathcal{P})\$ 及び, 特異点解消 \$\psi: (\tilde{V}, A) \to (V, \mathcal{P})\$ を考える. \$(V, \mathcal{P})\$ の幾何種数 \$P_g(V, \mathcal{P})\$ 及び算術種数 \$P_a(V, \mathcal{P})\$ を \$P_g(V, \mathcal{P}) = \dim_{\mathbb{C}} R^1 \psi_* \mathcal{O}_{\tilde{V}}\$, 及び \$p_\alpha(V, \mathcal{P}) = \sup \{ p_\alpha(D) \mid \text{divisor } D \text{ or } \tilde{V}, D > 0, |D| \subset A \}\$ と定めると, 一般に不等式 \$P_a \leq p_g\$ が成立することが知られている.

定理. \$(V, \mathcal{P})\$ を正規 2 次元特異点とする. 等号 \$p_g(V, \mathcal{P}) = p_a(V, \mathcal{P})\$ が成立すれば, \$P_g(V, \mathcal{P}) \leq \dim_{\mathbb{C}} \operatorname{Ext}_{\mathcal{O}_V}^2(\mathcal{C}, \mathcal{O}_V)\$ である.

注意. 整数 \$\dim_{\mathbb{C}} \operatorname{Ext}_{\mathcal{O}_V}^2(\mathcal{C}, \mathcal{O}_V)\$ は Cohen-Macaulay type と呼ばれ, 定理は, C.M. type = 1 の時

(すなわち, Gorenstein 特異点の時) に大柳, S. S.-T. Yau, 日高一渡辺(敬), 渡辺(公)らによって得られた一連の命題の拡張を与えている.

21. 坪井昭二 (鹿児島大・教養)・宮嶋公夫 (鹿児島大・教養) 「無限小安定正則写像の芽は安定」の approximation method による証明

\$f: (X, S) \to (Y, \mathcal{P})\$ を \$S\$ における正則写像の芽とする. ここで \$X, Y\$ は複素多様体, \$\mathcal{P} \in Y\$: 定点, \$S: f^{-1}(\mathcal{P})\$ の相異なる有限個の点の集合. \$f\$ が \$S\$ において J.N.Mather の意味で無限小安定であるとする. つまり, \$tf(\theta_{x,s}) + \omega f(\theta_{y,\mathcal{P}}) = \theta_{f,s}\$ が成立. ここで, \$\theta_x, \theta_y\$ はそれぞれ \$X, Y\$ 上の正則ベクトル場の層, \$\theta_f = f^* \theta_y\$ は写像 \$f\$ に沿った正則ベクトル場の層, \$tf: \theta_x \to \theta_f, \omega f: f^* \theta_y \to \theta_f\$ は自然な層準同型. この時, \$f\$ が安定であること, つまり \$f\$ の任意の変形 \$F: X \times M \to Y \times M \to M\$ は写像の芽の意味で常に \$f \times \operatorname{id}_M\$ に同型であることは, ベクトル場を積分することによって J.N.Mather によって証明されているが, ここでは同型を与える写像 \$\tilde{G}: X \times M \to X \times M, \tilde{H}: Y \times M \to Y \times M (F \circ \tilde{G} = \tilde{H} \circ (f \times \operatorname{id}_M))\$ を逐次近似で形式解を求め, 収束性を示す手法により求めることができることを示す. ノルム評価付 Weierstrass division theorem を使う.

22. 坪井昭二 (鹿児島大・教養) 通常特異点を持つ analytic varieties の解析的変位族について

\$P^n(\mathbb{C}) \subset X_n\$: 非特異複素射影的代数多様体, \$\pi: P^n(\mathbb{C}) \to P^p(\mathbb{C})\$, linear projection とする. \$n < p\$, かつ \$(n, p)\$ が J.N.Mather の意味で nice range に属しているとする. generic な \$\pi\$ に対して, \$\pi|_X: X \to P^p(\mathbb{C})\$ は無限小安定写像であり, \$\pi(X)\$ の特異点の解析型は有限個ですべて分類されている. このようにして現われる特異点を通常特異点と呼ぼう. \$Y^n \subset W_p\$ を通常特異点を持つ analytic variety とする. 曲面の場合にならって, \$Y\$ の \$W\$ の中での解析的変位族 \$(\mathcal{Y}, \pi_0, M)\$ (\$\mathcal{Y} \subset W \times M, \tilde{\omega} = \operatorname{pr}_{M^*}\$) を定義すると, \$\forall t \in M\$ に於て特性写像 \$\sigma_t: T_t(M) \to H^0(Y_t, N_{Y_t})\$ が定義できる. ただし, \$N_{Y_t}\$ は, \$\theta_{W_t}(\log Y_t)\$ を \$Y_t\$ に沿った \$W\$ 上の対数的正則ベクトル場の層としたとき, \$N_{Y_t} = \theta_{W_t} / \theta_{W_t}(\log Y_t)\$ で定義する. \$n: X \to Y\$, 正規化とし, \$f = i \circ n: X \to W\$ とおく. ただし, \$i: Y\$

W , inclusion. この時, 写像 f の解析的変形族の芽と, Y の W の中での変位族の芽は category とし
て同型, がわかる.

23. 東川和夫 (富山大・理) 有界領域のあるエルミート・ベクトル束

D を C^n の有界領域, $\lambda_{0,m}$ を D 上の L^2 正則関数から派生する $2m$ 次フインスラー計量とする (今春の学会で述べた). $S^m(D) \subset \otimes^m T(D)$ を m 次対称複素ベクトル束とする. $\lambda_{0,m}$ は, 正則ベクトル束 $S^m(D)$ (階数 $\binom{n+m-1}{m}$) 上のエルミート・ファイバー計量 $g^{(m)}$ を定める. $g^{(1)}$ は通常のパーグマン計量である. 多重指数 $A = (a_1, \dots, a_m)$ に対して, $\partial_{a_1} \otimes \dots \otimes \partial_{a_m}$ の対称化を ∂_A で表わす. $g_{A\bar{B}}^{(m)} = g^{(m)}(\partial_A, \bar{\partial}_B)$, $g^{(m)}$ のエルミート接続による曲率テンソルを $R_{A\bar{B}\alpha\bar{\beta}}^{(m)}$ とおく (小林の教科書 "Hyperbolic Manifolds……" の 37-38 ページ参照).

定理. 各自然数 m に対して, 次が成立する:

$$R_{A\bar{B}\alpha\bar{\beta}}^{(m)} = g_{A\bar{B}\alpha\bar{\beta}}^{(m+1)} - g_{A\bar{B}}^{(m)} g_{\alpha\bar{\beta}}^{(1)} - \sum g_{(\alpha\bar{\beta})}^{(m-1)} g_{A\bar{B}\beta}^{(m)} g_{\alpha\bar{\beta}}^{(m)}.$$

ここで $(g_{(\alpha\bar{\beta})}^{(m-1)})$ は $(g_{A\bar{B}}^{(m-1)})$ の逆行列, $g_{(0)} = 1$ である.

特に $m=1$ のときは次の Fuks の結果を得る: D のパーグマン計量 $g^{(1)}$ の正則断面曲率を HSC とすれば, $\lambda_{0,2} = (2 - \text{HSC})(\lambda_{0,1})^2$.

24. 大沢健夫 (京大・数理研) ケーラー多様体上のポアンカレ束とレビ問題

複素多様体 M 上の解析的ファイバー束 $P \rightarrow M$ がポアンカレ束とは, ファイバー F の計量で断面曲率が非正なるものがあり, P は表現 $\pi_1(M) \rightarrow \text{Isometry}(F)$ によって定まっていることをいう.

定理 1. ポアンカレ束 P について, M がコンパクト, ケーラー多様体, $\dim F = 1$, F は連結, ならば P は弱 1 完備である.

応用. $PSL(2, \mathbf{R})$ の有限個の不連続部分群 $\Gamma_1, \dots, \Gamma_l$ と部分群 $\Gamma \subset \Gamma_1 \times \dots \times \Gamma_l$ につき, 上半平面 H の直積 H^l の商空間 H^l/Γ は弱 1 完備.

系. 不連続部分群 $\Gamma_1, \Gamma_2 \subset PSL(2, \mathbf{R})$ につき, $H/\Gamma_i (i=1, 2)$ が非コンパクトであるか, もしくは $H/\Gamma_1 \cong H/\Gamma_2$ ならざる場合, $\Gamma_1 \times \Gamma_2$ の指数無限の部分群 Γ に対し, $H \times H/\Gamma$ はスタイン多様体である.

25. 大沢健夫 (京大・数理研) 強擬凸 CR 多様体の超曲面としての実現

奇数次元 CR 多様体 X が強擬凸であるとは, $T_x \otimes C$ の部分束への分解 $T_x \otimes \bar{T}_x \otimes F$ について, F のランクが 1, かつ局所枠 $v_1, \dots, v_{n-1} \in \mathcal{E}(U, T_x)$, $\theta \in \mathcal{E}(U, F)$, $U \subset X$, が定める行列 (c_{ij}) が常に定値であることをいう. 但し, $\sqrt{-1} c_{ij} \theta = [v_i, v_j] \text{ mod } T_x \otimes \bar{T}_x$.

定理. X をコンパクトな強擬凸 CR 多様体とする. $\dim X \geq 5$ ならば, 複素多様体 M と, 滑らかな実余次元 1 の埋めこみ $f: X \rightarrow M$ があって, $\bar{T}_x' = (T_x \otimes C) \cup f^* T_M'$ となっている. 但し, T_M' は $T_M \otimes C$ の正則部分.

26. 中野茂男 (京大・数理研)・大沢健夫 (京大・数理研) 強擬凸多様体と強擬凸領域

複素多様体 X が強擬凸であるとは, X から区間 $[0, d)$ ($0 < d \leq +\infty$) への C^∞ -級固有写像 ψ で, X のコンパクト集合 K を除いて, 強多重劣調和なものが存在することである. この時 $\sup_{x \in K} \psi(x) < c < d$ なる c に対し, $X_c = \{x \in X \mid \psi(x) < c\}$ はまた強擬凸だが, このように表現できる強擬凸多様体を, この講演では強擬凸領域とよぶ.

$\dim_c X \geq 3$ の時について, 強擬凸多様体 X が強擬凸領域であための, 一つの十分条件を与える.

27. 田島慎一 (新潟大教養) CR hyperfunctions の local extension について

A. Andreotti, C.D. Hill らは複素多様体 X 内の実超曲面 N 上の CR -function (及び高次の boundary cohomology gr.) に対する Lewy's extension 問題を $\bar{\partial}$ 方程式系に対する片側 Cauchy 問題として把握し, 擬凸性との関係を明らかにしております.

N が X 内の generic な CR 多様体の場合にも, N 上の CR hyperfunction に対する H. Lewy の問題は hyperfunction に対する Cauchy 問題と解釈されることと, N 上の CR microfunction が Lewy の問題の解ける為の obstruction と一致することを示します.

応用として, Bedford と Fornæss (local extension of CR function from weakly pseudoconvex boundaries) の結果の拡張について報告します.

28. 三富照久 (九大・理) 区分的強擬凸境界点における $H^{\infty}(D)$ の局所化と近似定理について

$C^N \subset C \subset D$, ∂D は区分的強擬凸境界, i.e., 有限個の強擬凸境界の横断面交わり. $\mathcal{H}(D)$ を $H^{\infty}(D)$ の極大イデアル空間.

projection $Z: \mathcal{H}(D) \rightarrow C^N$, $Z := (\hat{z}_1, \dots, \hat{z}_N)$ に対して, $x \in \bar{D}$ 上の fiber を $\mathcal{H}_x(D) := Z^{-1}(x)$, fiber algebra $\mathcal{V}_x(D)$ を $H^{\infty}(D)^{\wedge}$ の $\mathcal{H}_x(D)$ への restriction algebra とする. このとき,

定理 (Localization Theorem). $x \in \partial D$, U は x の強擬凸近傍.

(I). $\mathcal{H}_x(D) \approx \mathcal{H}_x(D \cup U)$ (homeomorphic)

(II). $\mathcal{V}_x(D) \approx \mathcal{V}_x(D \cup U)$ (isomorphic)

系. $C1(f: x) = \widehat{f}(M_x(D))$ for $\forall f \in H^{\infty}(D)$

上の結果は [1] の高次元への拡張であり, 証明は, [1] の基本補題を \bar{D} 問題の解の uniform estimate を用いて拡張する事により得られる. 同様にして, [2] の近似定理の “ \bar{D} がスタイン近傍系をもつ” という条件は, $E = |x|$ の場合には, はずせるという事がわかる.

[1]. T.W.Gamelin, Pacific J. Math. 34(1970), 73-81. [2]. R. M. Range, Math. Ann. 201(1973), 9-17.

29. 藤本佳久 (東大・教養) 可算無限次元空間における相対コホモロジー群と擬凸開集合

我々は, 可算無限次元空間 C^{∞} (DFS 位相を入れたものを ΣC とかく) の開集合をモデルとする可算無限次元複素多様体の特別なクラス— ΣC -スタイン多様体—に対して, 岡-カルタンの定理 B の類似を示した. ここでは, その逆の問題を考えよう. すなわち,

問題. Σ の開集合 U に対して $H^k(U, \mathcal{O}) = 0 (k \geq 1)$ ならば, U は擬凸か?

を考える.

一方, 佐藤超函数論の結果を用いることによって, $H_{\Sigma, R \cap \mathcal{O}}^k(U, \mathcal{O}), H_{\Sigma, R \cap \mathcal{O}}^k(U, \mathcal{O})$ 等の ΣC のワクで相対コホモロジー群の消滅を論ずることができる. この結果を使うことにより, 上の問は否定的であることが示される. すなわち, $H^k(U, \mathcal{O}) = 0 (k \geq 1)$ となる擬凸でない ΣC の開集合 V が存在することを示すことができる.

特別講演 (15:30~16:30)

野口潤次郎 (東工大・理) 双曲的多様体と函数体上の Mordell 予想について

函数体上の代数曲線に対する Mordell 予想は, Manin [8] 及び Grauert [2] により肯定的に解決された. ここではその高次元化を考える. Lang [7] は双曲的多様体 ([5]) の言葉を用いて, いくつかの問題を提示している. 数論的には有理点が十分多くあると定義体の降下が起ることを言うものであり, 幾何学的にはファイバー空間に有理横切断が十分多くあるとそれは自明 (直積型) になることを言うものである. そして自明な場合に Lang [7] は次を予想している:

Lang の予想. ある代数多様体から双曲的射影代数多様体への支配的有理写像は有限個しかない.

扱て k を $\text{char } k = 0$ の代数的閉体 ($k = C$ としてもよい), K を k 上の函数体とする. \mathcal{A} を K 上定義された非特異射影代数多様体, $\mathcal{A}(K)$ をその K -有理点の集合とする.

定理 1 ([10]). Zariski 接空間 $T(\mathcal{A})$ が負であるとする. $\mathcal{A}(K)$ が \mathcal{A} で Zariski 稠密ならば, (i) \mathcal{A} は K 上で, k 上定義された射影代数多様体 \mathcal{A}_0 に同型である. (ii) $\mathcal{A}_0(K) - \mathcal{A}_0(k)$ は有限である.

$\dim_k \mathcal{A} = 1$ ならば, これは [8] と [2] の結果そのものである. K を函数体とする k 上の代数多様体 R を取り, ファイバー空間 (X, π, R) をその generic ファイバーが \mathcal{A} である様にとる. $\mathcal{A}(K)$ の元は (X, π, R) の有理横切断に対応し, (i) は (X, π, R) が直積型 $(R \times X_{t_0}, \rho, R) (t_0 \in R)$ に同型になることを言い, (ii) は R から X_{t_0} への非定数有理写像は有限個しかないことを言っている. 後者は X_{t_0} が双曲的と仮定しただけでは成立しない. これに関して次の定理が示される. M, N をコンパクト複素多様体とし, $\mathcal{F}_i(M, N) = \{f: M \rightarrow N \text{ 有理型写像, } \text{rank } f \geq i\}$ と置く.

定理 2 ([12]). $\wedge^i T(N)$ が負ならば, $\mathcal{F}_i(M, N)$ は有限である. (Cf. Lang の予想, [5], [4], [14].)

扱て定理 1 で $T(\mathcal{A})$ が負とした. すると $T(X_t)(X_t = \pi^{-1}(t), t \in R)$ は負になり, X_t は双曲的になる. そこで [7] にある問題のように, 各ファイバーがコンパクト双曲的である双曲的ファイバー空間 (X, π, R) を (複素空間のカテゴリーで) 考える. 但し (X, π, R) は, それを Zariski 開集合として含むコンパクト化 $(\bar{X},$

定理. $N: \text{hyperbolic } G(N) \cong 0$
 $\Rightarrow \mathcal{F}_{\dim N}(M, N)$ は有限.

補題 (i), (ii) が (X, π, R) に双曲的に埋込まれている。

$$(i) \exists A \in \Gamma(R, X) \Rightarrow \exists \bar{A} \in \Gamma(\bar{R}, \bar{X})$$

$$(ii) A_n \in \Gamma(R, X), A_n \rightarrow A \in \Gamma(R, X) \Rightarrow \bar{A}_n \rightarrow \bar{A} \in \Gamma(\bar{R}, \bar{X})$$

$(n \rightarrow \infty)$

$(\bar{X}, \bar{\pi}, \bar{R})$ を持つとする。定義. (X, π, R) が $(\bar{X}, \bar{\pi}, \bar{R})$ に双曲的に埋込まれているとは、任意の $t \in \partial R = \bar{R} - R$ に対し近傍 $U \ni t$ が在って、任意の $x_1, x_2 \in X$, $x_1 \neq x_2$, に対し近傍 $V_i \ni x_i$ が在って $d_{X(U-\partial R)}(V_1 \cap X, V_2 \cap X) > 0$ となることとする。ここで d^* は複素空間 X の双曲的擬距離を表わす。 Γ を (X, π, R) の有理型横切断の全体とし、 $t \in R$ に対し $\Gamma(t) = \{s(t) : s \in \Gamma\}$ と置く。

定理 3 ([11]). R を非特異, X を正規, (X, π, R) を双曲的ファイバー空間とし次の条件を仮定する:
 (i) (X, π, R) は $(\bar{X}, \bar{\pi}, \bar{R})$ に双曲的に埋込まれている。もし $t_0 \in R$ で $\Gamma(t_0)$ が X_{t_0} 内 **Zariski** 稠密ならば、コンパクト複素多様体 \bar{R}' と正則写像 $\bar{\lambda}: \bar{R}' \rightarrow \bar{R}$ が存在して次が成立: (i) $\bar{\lambda}|_{R'}: R' \rightarrow R$ は有限葉不分枝被覆である。但し $R' = \bar{\lambda}^{-1}(R)$. (ii) 双有限型同型 $\bar{\phi}: \bar{R}' \times_{\bar{R}} \bar{X} \rightarrow \bar{R} \times X_{t_0}$ が在って、 $\bar{\phi}|_{R' \times_R X}: R' \times_R X \rightarrow R \times X_{t_0}$ は R' 上のファイバー空間の間の双正則同型を与える。(iii) もし X_{t_0} が一般型であるか $\text{Aut}(X_{t_0}) = \{1\}$ ならば、 $\bar{R}' = \bar{R}$, $R' = R$ と取れる。(Cf. [13])

注 1. $\dim X_{t_0} \leq 2$ で X_{t_0} が双曲的代数多様体ならば、 X_{t_0} は一般型である ([9]). **注 2.** もし **Lang** の予想が正しければ、常に $\bar{R}' = \bar{R}$, $R' = R$ と取れる。

定理 3 で更に $(\bar{X}, \bar{\pi}, \bar{R})$ を k 上定義された射影的代数ファイバー空間とし、 K を R の函数体、 \mathcal{A} をその generic ファイバーとすると、次が成立する。

系. $\mathcal{A}(K)$ が **Zariski** 稠密ならば、 K の有限次拡大 K' が存在して $\mathcal{A} \times_K K'$ は K' 上で、 k 上定義されたものに同型になる。

函数体上の **Mordell** 予想は $\dim X_t = 1$ の場合であるが、これは簡単に $\dim R = 1$ の場合に帰着する。この時定理 3 の条件 (i) はアприオリに満されることが分る:

定理 4 ([11]). (X, π, R) について $\dim X_t = \dim R = 1$, X_t は非特異で種数 $g \geq 2$ とする。この時そのコンパクト化 $(\bar{X}, \bar{\pi}, \bar{R})$ で (X, π, R) が双曲的に埋込まれているものが存在する。(Cf. [3].)

従って函数体上の代数曲線に対する **Mordell** 予想の別証が得られたことになる。

参考文献

[1] R. Brody, Compact manifolds and hyperbolicity, Trans. Amer. Math. Soc. **235** (1978), 213

[2] H. Grauert, Mordells Vermutung über rationale Punkte auf algebraischen Kurven und Funktionenkörper, Publ. Math. I. H. E. S. **25** (1965), 131-149.

[3] M. Green, Brody's method in value distribution theory, Geometric Function Theory of Several Complex Variables, pp. 56-59, 数理解析講究録 no. **340**, Kyoto, 1978.

[4] M. Kalka, B. Shiffman and B. Wong, Finiteness and rigidity theorems for holomorphic mappings, Michigan Math. J. **28** (1981), 289-295.

[5] S. Kobayashi, Hyperbolic Manifolds and Holomorphic Mappings, Marcel Dekker, New York, 1970.

[6] S. Kobayashi and T. Ochiai, Meromorphic mappings onto compact complex spaces of general type, Invent. Math. **31** (1975), 7-16.

[7] S. Lang, Higher dimensional Diophantine problems, Bull. Amer. Math. Soc. **80** (1974), 779-787.

[8] Ju. Manin, Rational points of algebraic curves over function fields, Izv. Akad. Nauk. SSSR. Ser. Mat. **27** (1963), 1395-1440.

[9] S. Mori and S. Mukai, The uniruledness of the moduli space of curves of genus 11, preprint.

[10] J. Noguchi, A high dimensional analogue of Mordell's conjecture over function fields, Math. Ann. **258** (1981), 207-212.

[11] —, Hyperbolic fibre spaces and Mordell's conjecture over function fields, preprint.

[12] J. Noguchi and T. Sunada, Finiteness of the family of rational and meromorphic mappings into algebraic varieties, Amer. J. Math. **104** (1982), 887-100.

[13] D. Riebesehl, Hyperbolische komplexe Räume und die Vermutung von Mordell, Math. Ann. **257** (1981), 99-110.

[14] T. Urata, Holomorphic mappings into a certain compact complex analytic space, Tohoku Math. J. **33** (1981), 573-585.



|
|
|
|
|

|
|
|

