

1981
October

日本数学会
昭和56年秋季例会
講演アブストラクト

函 数 論

時……10月7日,8日
所……山 口 大 学



10月7日(水)

9:30~12:00

1. 山下 慎二(都立大理) The hyperbolic Fejér and F. Riesz theorem.....10
2. 瀬川 重男(大同工大) Martin 完閉化の擬等角非不変性.....10
多田 俊政(大同工大)
3. 志賀 啓成(京都産大理) 開 Riemann 面の擬等角変形について(I)15
4. 志賀 啓成(京都産大理) 開 Riemann 面の擬等角変形について(II)10
5. 田頭 英敏(北大理) 開 Riemann 面上における Koebe の定理.....10
6. 上田 英靖(大同工大) On the growth of entire functions of order less than $1/2$ 15
7. 戸田 暢茂(名工大) Some notes on asymptotic values of meromorphic functions of smooth growth15
8. 吉田 英信(千葉大理) シリンダー, コーンでの Nevanlinna ノルムとその応用15
9. 村井 隆文(名大理) The boundary behaviour of Hadamard lacunary series 15
10. 水田 義弘(広島大総合科) 調和関数の境界挙動について.....15

13:30~15:45

11. 池上 輝男(阪市大理) 調和空間の end の Dirichlet 問題15
12. 渡辺ヒサ子(お茶の水女子大理) 掃散測度の一意性について.....15
13. 二宮 信幸(阪市大理) 集合が可容であるための条件.....15
14. 伊藤 正之(名大理) Characterization of logarithmic type kernels ...15
15. 伊藤 正之(名大理) Semi-balayability of real convolution kernels ...15
鈴木 紀明(名大理)
16. 泰野 薫(島根大教育) 一重層 ϕ -potential の方向微分の曲面上での Hölder 連続性について.....15
17. 酒井 良(都立大理) 変分不等式による quadrature domain の存在証明15
について
18. 大津賀 信(学習院大理) Perimeter の近似と応用について.....15

特別講演

堀内龍太郎(京都産大理) コンパクトリーマン面上の与えられた位数をもつ有理型関数について
(16:00~17:00)

10月8日(木)

9:30~11:30

- | | |
|---------------------------------|---|
| 19. 谷口 雅彦(京大理) | 閉リーマン面上の正則一次微分と measured foliation ...15 |
| 20. 加藤 崇雄(山口大理) | リーマン面上の有理型函数体について.....15 |
| 21. 栗林 暲和(中央大理工)
栗林 泉(筑波大数学) | Riemann-Hurwitz の関係式から得られる Riemann 面の族について.....15 |
| 22. 守谷 良二(立正大教養)
吉田 克明(日大理工) | On Weierstrass points of Riemann surfaces defined by $y^2 = x(x-1)(x-t_1)(x-t_2)$10 |
| 23. 古沢 治司(金沢女子短大) | あるフックス群の基本領域の性質とその応用について.....10 |
| 24. 赤座 暢(金沢大理)
井上 克己(東北大理) | ある geometrically finite な Klein 群の limit set について.....15 |
| 25. 佐々木武彦(山形大教育) | クライン群の nest 部分群について15 |
| 26. 佐々木武彦(山形大教育) | Koebe-Maskit の定理について.....10 |

13:00~15:45

- | | |
|----------------------------------|--|
| 27. 高瀬 正仁(九大 理) | 内分岐域における正則関数の零面について.....15 |
| 28. 高瀬 正仁(九大 理) | 解析性の空間における固有面について.....15 |
| 29. 竹腰 見昭(京大数理研) | On weakly 1-complete surfaces without non-constant holomorphic functions15 |
| 30. 木村 郁雄(神戸大教養) | 正則関数のイデアルについて.....15 |
| 31. 喜多 通武(金沢大教養)
野海 正俊(上智大理工) | 多価函数の積分に付随するコホモロジー群の構造について.....15 |
| 32. 木塚 崇(東北大理) | P^2 上の第二種特殊型有理函数.....15 |
| 33. 今吉 洋一(阪大教養) | Universal covering spaces of certain quasi-projective algebraic surfaces15 |
| 34. 泊 昌孝(京大数理研) | 2次元弱楕円型2重点の幾何学的特徴づけについて.....15 |
| 35. 都丸 正(群馬工高専) | ある種の正規二次元特異点の δ_m -種数の値について.....10 |
| 36. 渡辺 公夫(筑波大数学) | An example of purely elliptic singularities10 |
| 37. 若林 功(東京農工大) | 非斉次線型微分方程式の可解性.....10 |

特別講演

浦田 敏夫(愛知教育大) Finiteness of holomorphic surjections (16:00~17:00)

1. 山下慎二(都立大理) The hyperbolic Fejér and F.Riesz theorem

1981年年会において望月, 荷見両氏は Fejér-F.Riesz (FR と略す) の定理を多変数で考察された。ちょうど同じころ私は FR 定理が非ユークリッド幾何の言葉で置き換えても正しいことを発見していた。すなわち, C は円板 $D = \{ |z| < 1 \}$ 内の非ユークリッド長さ L のジョルダン曲線とし, f は D から C の囲むジョルダン領域の上への対一等角写像とすれば, D の各直径の f による像の非ユークリッド長さは $L/2$ より大きくない。ここに分母の 2 は最良である。周知の様に FR 定理は H^p 関数に関する定理 (FR₁ 定理) の系としてであるが, FR₁ 定理の非ユークリッド化は正しいが, その系として非ユークリッド FR 定理が出るわけではない。

2. 瀬川重男(大同工大)・多田俊政(大同工大) Martin 完閉化の擬等角非不変性

Martin 完閉化が擬等角写像で不変であるかどうかは古くからいわれている (例えば H. L. Royden: Ann. Acad. Sci. Fenn., 249/5(1958)) 問題であるが, A. Ancona の例 (Ann. Inst. Fourier, 28(1978)) によれば, これが否定的であることを報告する。

3. 志賀啓成(京都産大理) 開 Riemann 面の擬等角変形について (I)

$\{R_n\}_{n=0}^{\infty}$ を開 Riemann 面, $f_n: R_0 \rightarrow R_n$ を K_n -q.c. で, $\lim_{n \rightarrow \infty} K_n = 1$ をみたすものとする。周知のように, 擬等角写像 f_n は, R_0, R_n の Royden compact 化の間の同相写像 f_n^* に拡張できる。そのとき,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} H_{g_n}^{R_n}(f_n(a)) = H_g^{R_0}(a) \quad \forall a \in R_0$$

ここに, g は R_0 の Royden compact 化の境界上の有界連続函数, $H_g^{R_0}$ はその Dirichlet 解。同様のことは compact bordered Riemann 面上の (通常の) Dirichlet 解についても正しい。この場合, g を任意の可解な函数としたとき上のような結果は, もはや正しくないが, $\{f_n\}$ にある条件をつければやはり成立し, 変分公式も得られる。次に, R 上の擬距離 $d_H^R(a, b) = \sup \{ |u(a) - u(b)|; D_R(u) = 1 \}$ を考える。このとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} d_H^{R_n}(f_n(a), f_n(b)) = d_H^{R_0}(a, b)$ 。この結果は $HD(R_n)$ 内のある核函数の Dirichlet norm の連続性とも解釈できる。また, f_n によって引き起こされる $(f_n)_H^*$ についても言及する。

4. 志賀啓成(京都産大理) 開 Riemann 面の擬等角変形について(II)

本講演では、まず、(I) で得られた、compact bordered Riemann 面上の Dirichlet 解の連続性を、node を持った面の squeezing deformation で論じる。 S_0 をそのような面とし、 $\{S_n, f_n\} (f_n: S_n \rightarrow S_0)$ が等角位相の意味で、 S_0 に収束しているとする。もし a が S_0 の境界のある part 内の点なら、 $\forall g \in C(\partial S_0)$ に対し、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} H_{g \circ f_n}^{S_n}(f_n^{-1}(a)) = H_g^{S_0}(a).$$

a がそのような part にあれば、右辺は意味がないが、左辺の各項は定義でき ($\langle S_n, S_0, f_n \rangle$ が factored through S_{n+1}) であっても、左辺の極限が存在しない例がある。

次に、Widom class の面は qc-不変でない例を示す。更に、 $0 \leq t \leq 1$ に対し、 $f_t: R_0 \rightarrow R_t$; K_t -q.c., $\lim_{t \rightarrow 0} K_t = 1$ で、各 $R_t (t > 0)$ は Widom class の面であるが、 $R_0 (\notin O_{AB})$ は Widom class でも、AB-分離でもないような例を示す。これは compact な部分の変形だけでは T -空間の近傍にはならない例を与える。

5. 田頭英敏(北大理) 開リーマン面上における Koebe の定理

$R \in O_c$ とする。点 $z_0 \in R$ を取り、 $R - \{z_0\}$ 上に距離 H_{z_0} が定義され、又、コンパクト閉円板 $K \subset R$ を取り、 $R_0 = R - K$ 上に距離 d_{R_0} が定義される。 $\{\gamma_n\}_{n=1}^{\infty}$ を互いに素な R 内に集積しない弧の列とする。次の条件 (A), (B) を考える。

$$(A) \quad \exists \delta > 0, \exists a_n, b_n \in \gamma_n \text{ s.t. } H_{z_0}(a_n, b_n) > \delta.$$

$$(B) \quad \exists \delta > 0, \exists a_n, b_n \in \gamma_n \text{ s.t. } d_{R_0}(a_n, b_n) > \delta.$$

条件 (A) の下で Boboc と Mocanu が、条件 (B) の下で田中が、Koebe の定理をリーマン面上に拡張した。ここでは、これらが夫々 Riesz 型の定理、又は Beurling 型の定理に帰着されることを示したい。

命題 A. $R \in O_c$, $R' \in U_{HB}$, $f: R \rightarrow R'$ を非定数 Fatou 写像とする。 d' を R' のマルチンコンパクト化 R'_M^* における距離、 $d'(E)$ を $E \subset R'$ の直径とする。このとき、

$$\text{条件 (A)} \Rightarrow \liminf_{n \rightarrow \infty} d'(f(\gamma_n)) > 0.$$

命題 B. $R \in O_c$, $R' \in U_{HN}$, $f: R \rightarrow R'$ を非定数 Dirichlet 写像で、 R' の点が全て Beurling の通常点になっているものとする。 \tilde{C}' を R' の倉持コンパクト化における容量とすると、

$$\text{条件 (B)} \Rightarrow \liminf_{n \rightarrow \infty} \tilde{C}'(f(\gamma_n)) > 0.$$

従って、 R' の境界点まで込めての Koebe 型の定理が成り立つことが分る。

6. 上田英靖(大同工大) On the growth of entire functions of order less than $1/2$

f を位数 $\rho < \frac{1}{2}$ の整函数とすれば

$$\limsup_{r \rightarrow \infty} \log m^*(r, f) / m(r, f) \geq \pi \rho \cot \pi \rho$$

が成り立つことが知られている。ただし、 $m(r, f)$ は f の特性函数、 $m^*(r, f) = \min_{|z|=r} |f(z)|$ とする。

特に、 f が minimal type ($0 < \rho < \frac{1}{2}$) の場合には、

$$\log m^*(r_n, f) > \pi \rho \cot \pi \rho \cdot m(r_n, f)$$

が成り立つような非有界列 $\{r_n\}$ が存在することが判っている。ここでは、mean type の場合について、次の結果を報告する。

定理 $h(r)$ を次の条件 (i)–(iv) を満たす函数とする。

(i) $r \geq 1$ で正值連続, (ii) $h(r) \rightarrow 0 (r \rightarrow \infty)$,

(iii) 任意の $s > 0$ に対して、 $h(sr) / h(r) \rightarrow 1 (r \rightarrow \infty)$, (iv) $\int_1^\infty h(t) t^{-1} dt = \infty$ 。

f を位数 $\rho (0 < \rho < \frac{1}{2})$, mean type の整函数とすれば

$$\log m^*(r, f) > \pi \rho \cot \pi \rho (1 - h(r)) m(r, f)$$

が、ある r の非有界列に対して成り立つ。

7. 戸田暢茂(名工大) Some notes on asymptotic values of meromorphic functions of smooth growth

$f(z)$ を $|z| < \infty$ での非定数で位数 $\rho (0 \leq \rho < \frac{1}{2})$ の有理形関数とする。これに対して、Hayman (Acta Math. 141 (1978)) は、 $\rho > 0$ で f が perfectly regular growth のとき、また、Yoshida (Hiroshima Math. J. 11 (1981)) は、これを拡張して $T(r, f)$ が $\limsup_{r \rightarrow \infty} T(xr, f) / x^\rho T(r, f) \leq 1 (x > 1)$ をみたしているとき、 $\delta(a, f) > 2\rho$ なる a は漸近値であることを示した。そして、共にこれが sharp かどうかを問うている。そこで、ここでは、これらの結果が sharp でないことを報告する。

8. 吉田英信(千葉大理) シリンダー, コーンでの Nevanlinna ノルムとその応用

次の定理は Ahlfors の convexity 定理としてよく知られています (Ahlfors, Heins)

「I (又は II). $u(z)$ は $\{z=x+iy; -\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}, -\infty\leq a<y<b\leq+\infty\}$ (又は $\{z=re^{i\theta}; -\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}, 0\leq r_1<r<r_2\leq+\infty\}$) で劣調和な関数で,

$$\limsup_{z \rightarrow \pm \frac{\pi}{2} + iy} u(z) \leq 0 \quad (a < y < b) \quad (\limsup_{z \rightarrow re^{i(\pm \pi/2)}} u(z) \leq 0 \quad (r_1 < r < r_2))$$

を満たすとする。今,

$$m(y, u) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} u(x+iy) \cos x dx \quad (a < y < b)$$

$$(m(r, u) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} u(re^{i\theta}) \cos \theta d\theta \quad (r_1 < r < r_2))$$

(Nevanlinna norm) とおくと、 $m(y, u)(m(r, u))$ は族 $\{ae^y + \beta e^{-y}\} (\{ar + \beta r^{-1}\})$ に関して convex である。」

II は Ahlfors, Huber, Dinghas, Kuran 等によって, half-space に拡張された。ここでは, I を, 有限個のなめらかな超曲面によって囲まれた領域 $D \subset R^n$ に対する cylinder $D \times (a, b)$ での劣調和関数に, II を, half-space を含む, 有限個のなめらかな超曲面によって囲まれた単位球面 S^{n-1} 上の領域 D に対する cone $\{(r, \theta); 0 \leq r_1 < r < r_2 \leq +\infty, \theta \in D\}$ での劣調和関数に拡張し, その結果としての Phragmén-Lindelöf タイプの定理に言及する。

9. 村井隆文(名大理) The boundary behaviour of Hadamard lacunary series

単位円板 D 内の解析関数 $g(z)$ と複素数 $\zeta (|\zeta|=1)$ に対して, $g(z)$ が ζ で漸近値 (asymptotic value) を持つとは, D 内の曲線 γ で $\bar{\gamma} \cap \partial D = \{\zeta\}$ となるものが存在して, $g(z)$ が γ に添って ($|z| \rightarrow 1, z \in \gamma$) 極限値を持つことである (ここに, $|g(z)|$ が γ に添って発散する場合も込める)。 $g(z)$ が Maclane 族 A に入るとは, ∂D 上の稠密な集合が存在して, この集合の各点で, $g(z)$ が漸近値を持つことである。 D 内の解析関数 (1) $f(z) = \sum a_k z^{n_k}$ が Hadamard lacunary であるとは, 実数 $q > 1$ が存在して, (2) $n_{k+1}/n_k \geq q (k \geq 1)$ を満たすことである。

Maclane は Asymptotic values of holomorphic functions, Rice Univ. Stud. Vol. 49 (1963) に於て族 A を定義し, この族に入る関数の諸性質を研究した。同論文に於て次の結果がよく知られている; 「(1) で与えられた $f(z)$ が $q > 3$ を満たすならば, $f \in A$ 。」この命題の $q > 3$

を $q > 1$ に変え得るか否かと言う問題が, Anderson, Binmore, Hornblower らによって議論された。この講演の目的は, この問題の肯定的解答を報告することである。(定理 1)

「Hadamard lacunary series は A に属する。」(1) で与えられた $f(z)$ が $\limsup |a_k| < \infty$ を満たすならば, $f \in A$ なることは既に知られている。我々の手法は次の定理を与える。(定理 2)

「 $\limsup |a_k| = \infty$ ならば, $f(z)$ は ∂D の各点で漸近値を持つ。」

又, 我々の手法の副産物として, いくつかの定理を得る。

(系 3) (Binmore) 「 $\limsup |a_k| > 0$ ならば, $f(z)$ は有限な漸近値を持たない。」

(系 4) 「 $f(z)$ が annular である為の必要十分条件は $\limsup |a_k| = \infty$ 。」

10. 水田 義弘 (広島大総合科) 調和関数の境界挙動について

半空間 $R_+^n = \{x_n > 0\}$ 上の調和関数 u が, 条件

$$\int_{R_+^n} |\text{grad } u(x)|^p x_n^\alpha dx < \infty$$

を満足しているものとする。ただし, $p > 1$, $\alpha < p-1$ 。このとき, 境界 ∂R_+^n 上の集合 E で, $(n-p+\alpha)$ 次のハウスドルフ測度が零であり, さらに次の性質を満足するものが存在する:

$$\forall \xi \in \partial R_+^n - E, \exists E_\xi \subset R_+^n \text{ s.t.}$$

(i) E_ξ はある意味で ξ で尖細である

$$(ii) C(\xi u, R_+^n - E_\xi) = C(\xi, u, l_\xi)$$

ここで, $l_\xi = \{\xi + (0, \dots, 0, t); t > 0\}$ かつ

$$C(\xi, u, A) = \bigcap_{r>0} u(A \cap B_+(\xi, r)), \quad B_+(\xi, r) = \{x \in R_+^n; |x - \xi| < r\}$$

$n=p=2$, $\alpha=0$ のとき, Jackson は ξ で minimally thin である E_ξ をもって同様の結果を得ていた。条件 (i) は, minimally thin より強い条件であることに注意する。

11. 池上 輝男 (阪市大理) 調和空間の end の Dirichlet 問題

調和空間 X の相対コンパクトな開集合 D における Dirichlet 問題に関して次の興味深い結果が得られている:

(1) (Frostman) $x \in \partial D$ のとき $N_x = \{t\varepsilon_x + (1-t)\varepsilon_x^{X \setminus D}; 0 \leq t \leq 1\}$ (但し $N_x = \{\mu; x$ に収束する D の点列 $\{a_n\}$ が存在して $\varepsilon_{a_n}^{X \setminus D} \rightarrow \mu$ (vaguely))

(2) (Lukeš) $\partial D \setminus D_{reg}$ が negligible のとき $\text{Ch}_S \bar{D} = D_{reg}$ (但し D_{reg} は D の regular points の集合, $\text{Ch}_S \bar{D}$ は \bar{D} で連続, D で優調和な関数の cone による Choquet 境界)

(3) $D \setminus D_{reg}$ が negligible \Leftrightarrow Keldych operator L_f は唯一つ, 従って $L_f = H_f^D$

本講演ではこれらを X の end G ($X \setminus G$ がコンパクト) の X^* (X の可解コンパクト化) における閉包において論ずる。

(1) は end よりも一般の場合に拡張される。(2), (3) においては X^* としては X の saturated (semi-regular) コンパクト化をとる。

12. 渡辺ヒサ子(お茶の水女子大理) 掃散測度の一意性について

局所 compact Hausdorff 空間 X 上の連続関数核 G が優越原理を満足し、どんな空でない開集合も non-negligible であるとする。このとき、 G も adjoint 核 \check{G} も掃散原理を満足することはよく知られている。さらに \check{G} に関する連続な potential からなる convex cone が adapted であることを仮定すれば、compact な台を持つ正測度の任意の開集合 (non-negligible) への掃散が可能である。岸の基本定理を閉集合に対して成り立つ形に拡張し、それを使って、任意の二つの連続な potential の minimum に閉集合上で n.e. に等しい potential が存在することを示す。さらに G が non-degenerate であれば、energy が有限であるような掃散測度は、一意に決まること等を示す。

13. 二宮信幸(阪市大理) 集合が可容であるための条件

R^m ($m \geq 3$) において、ニュートン内容量と外容量を C_i, C_e で表わす。任意の点集合 E に対して

$$U_e(E) = \{O; O \text{ open}, C_e(E - O) = 0\}$$

それに属する一つの O に対して

$$U_e(E, O) = \{O'; O' \in U_e(E), O' \supset \overline{O} - (E - O)\}$$

とする。正の測度 μ と $O \in U_e(E)$ に対して

$$\mu_e(O) = \inf \mu(O') (O' \in U_e(E, O)), \quad \mu_e(E) = \inf \mu_e(O) (O \in U_e(E))$$

とする。 C_e を C_i で置換えて、同様に $U_i(E), U_i(E, O), \mu_i(O)$ 及び $\mu_i(E)$ を定義する。このとき、エネルギー有限な任意の正の測度 μ に対して $\mu_e(E) = \mu_i(E)$ であるならば E は可容であり、逆も正しいことを示す。

14. 伊藤正之(名大理) Characterization of logarithmic type kernels

2次元ユークリッド空間上の対数核はガウス半群の性質からポテンシャル論的性質が決っていると考えることが出来る。両者の関係を一般化することに依り、局所コンパクト上の対数型合成核を定義する。

実合成核(実 Radon 測度) N が対数型であるとは、ある Markov かつ回帰的な合成半群 $(\alpha_t)_{t \geq 0}$ が存在して(存在すれば唯一)、全測度 0 、コンパクトな台を持つ任意の実 Radon 測度に対して、

$$N * \mu = \int_0^\infty \alpha_t * \mu dt \quad (\text{又は } N \geq N * \alpha_t, \lim_{t \rightarrow 0} \frac{N - N * \alpha_t}{t} = \varepsilon)$$

とかける時に言う。

対数型核は対数核と同様、ポテンシャル論における良い性質を持つことは言うまでもない。本講演では、半最大値原理等を用いて、対数型核を特徴付け、対数型核が存在する局所コンパクトアーベル群は本質的には R^2 になることを報告する。

15. 伊藤正之(名大理)・鈴木紀明(名大理) Semi-balayability of real convolution kernels

局所コンパクト可換群 X 上に、伊藤によって定義された対数型合成核 N は、任意の開集合に半掃散可能である、即ち、 X 上の任意のコンパクトな台をもつ非負ラドン測度 μ と、任意の空でない開集合 ω に対して、次をみたす非負ラドン測度 μ' と実数 a が存在する:

$$(1) \int d\mu' = \int d\mu, \text{ supp}(\mu') \subset \overline{\omega}$$

$$(2) N * \mu' + a\xi \leq N * \mu \text{ on } X$$

$$(3) N * \mu' + a\xi = N * \mu \text{ in } \omega,$$

ここで ξ は X 上のハール測度とする。

本講演では、ある付加的条件の下で、実合成核が対数型であることと、任意の開集合に半掃散可能で、周期をもたないことは同値であることを述べる。これは Choquet-Deny のハント合成核に関する結果と類似するものである。

16. 泰野 薫(島根大教育) 一重層 Φ -potential の方向微分の曲面上での Hölder 連続性について

昨秋の学会において、一重層 λ -potential の l 次導関数の接線方向微分 $\frac{d}{ds} D^l V_\lambda$ が $C \cap B(x^0, r)$ 上で Hölder 連続であるための一つの条件を報告した。ここでは、その拡張として一重層 Φ -potential の方向微分が、曲面上で Hölder 連続になるための十分条件を報告する。

n 次元ユークリッド空間 R^n 内の k 次元 ($2 \leq k \leq n-1$) C^1 -曲面 S が一様に α -condition ($0 < \alpha \leq 1$) をみたすとする。核 Φ は条件: $\Phi \in C^3(R^n - \{0\})$, $|\Phi(x)| \leq C|x|^{-k+1}$, $|\frac{\partial^3 \Phi}{\partial x_i \partial x_j \partial x_l}(x)| \leq C|x|^{-k-2}$, $\Phi(hx) = h^{-(k-1)}\Phi(x)$ ($h > 0, x \neq 0$) をみたすとする。密度関数を f とする一重層 Φ -potential を $V_\Phi^*(x) = \int_S \Phi(x-y)f(y)ds(y)$ と定義する。

定理. 上の Φ の条件に加えて、 $\xi \neq 0$, $k+1 \leq i \leq n$ に対し、 $|\frac{\Phi \circ A(x)}{\partial \xi_i}(\xi)| \leq C(\xi_{p+1}^2 + \dots + \xi_n^2)^{\frac{1}{2}} \cdot |\xi|^{-k-1}$ が成り立つとする。 f が S 上で α -Hölder ($0 < \alpha < 1$) 連続ならば、方向微分 $\frac{d}{ds} V_\Phi^*$ は S 上で α -Hölder 連続である。

17. 酒井 良(都立大理) 変分不等式による quadrature domain の存在証明について

筆者は昨年、自由境界を持った Hele-Shaw flows について、弱解を quadrature domain により定義し、その存在と一意性を示した。最近、Elliott-Janovský と Gustafsson は変分不等式による弱解を定義した。Quadrature domain によるものはあつかう関数族を L^1 内で考えるのが自然であり、変分不等式によるものは L^2 内で考えるのが自然であって先験的には相異があると思われる。ここでは二つの弱解が一致することを示し、さらに変分不等式による quadrature domain の存在証明を与える。

18. 大津賀 信(学習院大理) Perimeter の近似と応用について

de Giorgi [Ann. Mat. Pure Appl. Ser. 4, 36 (1954)] において証明された perimeter の近似定理を若干精密化し、つぎに、これと Giorgi [Ricerche Mat. 4 (1955)] の他の結果を応用して、極値的長さに関する Ziemer [Trans. Amer. Math. Soc. 126 (1967)] の定理を、カレントを用いなくて証明する。

19. 谷口雅彦(京大理) 閉リーマン面上の正則一次微分と measured foliation について

\hat{T}_g を種数 g の閉リーマン面の Augmented Teichmüller 空間とし, 各 $R \in \hat{T}_g$ に対し $A(R)$ を $R - \{\text{nodes}\}$ 上の二乗可積分な正則一次微分全体とする。このとき各 $\theta \in A(R)$ に対し θ^2 から得られる measured foliation (F, μ) i.e. $F = \{\text{Im}\theta = 0\}$, $d\mu = |\text{Im}\theta|$ が対応することから, \hat{T}_g 上での正則一次微分の measured foliation としての収束性 (MF-収束) が考えられる。このとき MF-収束と計量的収束との関係が問題となるが, Teichmüller 空間上で両者が一致するということは Hubbard-Masur の結果 (Acta Math. 142) に implicit に含まれている。ここでは次の結果を報告する。

定理. R_k が R_0 に \hat{T}_g 上で収束するとし, 各 k に対し $\theta_k \in A(R_k)$ とする。このとき (i) θ_k が θ_0 に計量的に収束すれば MF-収束する。(ii) θ_k が θ_0 に MF-収束し, かつ $\|\theta_k\|_{R_k}$ が一様有界ならば θ_k は θ_0 に計量的に収束する。

20. 加藤崇雄(山口大理) リーマン面上の有理型函数体について

R, S を閉リーマン面, $M(R), M(S)$ を各々 R, S 上の有理型函数体とする。 $M(R)$ と $M(S)$ が \mathbf{C} -同型ならば, R と S は等角同値になることは古くから知られている結果である。ハインズは $M(R)$ と $M(S)$ が (抽象的な) 体として同型であっても R と S は等角同値にならないことを種数 1 の面の組の例を作ることによって注意した。本講演では種数 2 以上でもそのような例が存在することを注意する。さらに R を $y^2 = x(x-1)(x-a_1)\cdots(x-a_{2g-1})$ で定義された種数 g の超楕円的面とする。このとき $M(R)$ と $M(S)$ が同型ならば必ず R と S が等角同値になってしまうような R に対応する (a_1, \dots, a_{2g-1}) の集合は \mathbf{C}^{2g-1} 内で測度零であることを報告する。 $g=2$ の場合にはさらに詳しく論ずることができる。

21. 栗林 暲 和(中央大理工)・栗林 泉(筑波大数学) Riemann-Hurwitz
の関係式から得られる Riemann 面の族について

Riemann 面 R の種数を g , R の自己同型群の部分群を G , G の位数を $\#(G)=n$, $R/G=R_0$, R_0 の種数を g_0 として Riemann-Hurwitz の関係式

$$(*) \quad 2g-2=n(2g_0-2)+n\sum_{\nu=1}^n\left(1-\frac{1}{\nu_i}\right)$$

が成立つ。逆に g, n を与え, 関係式 (*) を満足する正の整数 $\nu_i \geq 2$ を与えるとき, 種数 g の Riemann 面 R が, 種数 g_0 の Riemann 面 R_0 が $R_0=R/G$, $\#(G)=n$ であるように存在するかという問題について調べる, $g=3$ の場合には既知であるがその正確な意味づけを行う。そしてこのようにして生ずる Riemann 面の族 F_n についてその連結性を示す。さらに F_n に解析構造を導入し, F_n の covering surface (=Teichmüller space) を考察する。そして Moduli の空間における特異点の具体的な表示を与える。

22. 守谷 良 二(立正大教養)・吉田 克 明(日大理工) On Weierstrass
points of Riemann surfaces defined by $y^3=x(x-1)(x-t_1)(x-t_2)$.

種類 3 の non-hyperelliptic compact Riemann 面の Weierstrass points の個数を N とすると

$$8 \leq N \leq 24$$

であることが知られている。

さて, $y^3=x(x-1)(x-t_1)(x-t_2)$ で定義された Riemann 面について, $N=23$ となる Riemann 面は 2次元の族をなし, $N=20$ となる Riemann 面は 1次元の族をなし, $N=17$ となる Riemann 面は有限個であることは知られている。

ここでは, Weierstrass points の座標を具体的に表現し, それらが自己同型群をどのように規定するかを考察する。

特に, $N=17$ となる Riemann 面について, 自己同型群の位数は 6 に限ることを示す。

23. 古 沢 治 司(金沢女子短大) あるフックス群の基本領域の性質とその応用に ついて

単位円板 D に作用するフックス群を G とするとき、面 D/G が型 $(g; l, n, m)$ なるリーマン面ならば、 G は型 $(g; l, n, m)$ であるという。ここで g は種数、 l は分岐点の個数、 n はパンクチャの個数、そして m は穴の数である。このとき、次の定理が成り立つ。

定理. 有限生成フックス群が $n+m>0$ なる型をもつとき、この群は適当な $2g+l+n+m-1$ 個の生成元の巡回群の自由積で表現できる。さらにこの群は標準的な基本領域をもつ。

注意. 無限生成フックス群は巡回群の自由積であることはよく知られている。

特に $l+n=0, m>0$ のとき、 G はショットキー群となる。この定理を使って、いくつかの応用例を示したい。たとえば、有限生成第2種フックス群のハウスドルフ次元は、1よりも小である (A. Beardon, 1971, Acta. Math.) 等が示される。

24. 赤 座 暢(金沢大理)・井 上 克 己(東北大理) ある geometrically finite な Klein 群の limit set について

$C_1, \dots, C_p (p \geq 3)$ を C 上の円群で、どの円の内部も他の円の外部に含まれているとする。 γ_i を円 C_i に関する反転とし、 $\{\gamma_i\}_{i=1}^p$ により生成される反転群を G とする。 $T_i = \gamma_p \circ \gamma_i (i=1, \dots, p-1)$ とおけば、 $\{T_i\}_{i=1}^{p-1}$ で生成される G^* は $[G:G^*]=2$ であり、free な geometrically finite な Klein 群である。 G^* の limit set $\Lambda(G^*)$ は cusped parabolic fixed points と points of approximation からなる集合である。ここでは G^* の元の isometric circle の半径と points of approximation の関係、 $\Lambda(G^*)$ の Hausdorff 次元と G^* の Poincaré 次元の関係等について述べる。

25. 佐々木 武 彦(山形大教育) クライン群の nest 部分群について

Abikoff は残留極限集合の研究に於て web 部分群を定義し、その後 Abikoff-Maskit は web 部分群は web 群であることを示した。残留極限集合の見地から nest 群が自然に考えられるが、この講演では有限生成クライン群の nest 部分群を Abikoff 流に定義してやると nest 部分群が nest 群になっていることを報告する。さらに応用を一つ述べたい。

26. 佐々木 武彦(山形大教育) Koebe-Maskit の定理について

G を有限生成クライネ群とし, $\{\Delta_i\}_{i=1}^{\infty}$ を G の成分の集合とすると Maskit は $\sum_{i=1}^{\infty} DIA^{\alpha}(\Delta_i)$ の収束を示し, 2乗和収束はどうかという問題を提起した。但し $DIA(\Delta_i)$ は Δ_i の spherical diameter である。この講演では $\alpha > 2$ のとき $\sum_{i=1}^{\infty} DIA^{\alpha}(\Delta_i)$ の収束がいえることを報告する。また 2乗和収束がいえるある class についても述べたい。

27. 高瀬 正 仁(九大理) 内分岐域における正則函数の零面について

岡潔は, 論文(2)で, 「一般に, 内分岐域上の固有面は, 局所的にすら, 一個の正則函数の零点集合として表わされえない」と述べている。その後, H. Grauert-R. Remmert は, 論文(1)で, そのような内分岐域と固有面の実例を与えた。その例は, 次元 ≥ 3 , 葉数 ≥ 2 についてのものだが, 2変数・2葉の場合にも同様の例を作ることができる。

ここでは, そのような例をあらしめている背景を考察し, 「完備連続系」の概念による解釈を与える。また, 内分岐域において, 既約な正則函数の零面の既約成分の分布の状勢が任意でないことにも言及する。

- (1) H. Grauert et R. Remmert, Singularitäten komplexer Mannigfaltigkeiten und Riemannsche Gebiete, Math. Z., 67(1957)
- (2) K. Oka, Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables, VIII. Lemme fondamentale, J. Math. Soc. Japan, 3(1951)

28. 高瀬 正 仁(九大理) 解析性の空間における固有面について

n 複素変数 z_1, z_2, \dots, z_n の空間 $C^n(z)$ 上の内分岐域をすべて考えて, その全体を Θ で表わす。2つの域 $x_i = (X_i, \varphi_i)$, $i=1, 2$ について, X_1 と X_2 の間に 1対1解析的変換が存在するとき, x_1 と x_2 は同値ということにして, 同値類の空間を $\bar{\Theta}$ で表わす。各々の同値類 $\Omega \in \bar{\Theta}$ を「解析性の空間」と呼ぶ。解析性の空間 Ω において, 3種類の基本的な固有面が存在する。

(I) 分岐面, (II) 有理型函数の極面, (III) 正則函数の零面。これらの固有面について, 以下のことを示す。

1. 固有面 (II) は, 局所的には任意である。
2. 分岐面ではありえないような正則函数の零面が存在する。
3. いかなる正則函数の零面でもありえないような分岐面が存在する。

29. 竹 腰 見 昭(京大数理研) On weakly 1-complete surfaces without non-constant holomorphic functions

複素多様体 X が弱 1 完備曲面であるとは、 X が複素 2 次元多様体であって、 X 上に C^∞ 級の多重劣調和関数 ϕ で $X_c = \{x \in X | \phi(x) < c\}$ (c は任意の実数) が X で相対コンパクトであるものが存在することとする。但し X は非コンパクトとする。 $\mathcal{O}(X)$ ($m(X)$) でもって X 上の正則 (有型) 関数全体を表わすことにする。この時次が成立する。

定理 1 X を連結な弱 1 完備曲面とする。この時 $\mathcal{O}(X) \cong \mathbb{C}$ かつ $m(X) \neq \mathbb{C}$ であれば、各 X_c 上には正曲率をもつ直線束が存在する。従って X_c は高次元の複素射影空間のある開集合の閉部分多様体として実現される。なお $\mathcal{O}(X) \neq \mathbb{C}$ の時は X は正則凸であることが大沢健夫氏により示されており、上の定理と合せて弱 1 完備曲面の $m(X) \neq \mathbb{C}$ という仮定の下での大雑把な分類ができたことになる。

定理 2 $\mathcal{O}(X) \cong \mathbb{C}$ かつ X が exceptional curve を含まない $\Leftrightarrow m(X) \neq \mathbb{C}$.

30. 木 村 郁 雄(神戸大教養) 正則関数のイデアルについて

X を領域 $D \subset \mathbb{C}^n$ における解析集合、 I をそのイデアル層、 J を D 上の連続的なイデアル層で次の条件をみたすものとする。

$$I = \text{rad} J \text{ かつ } I|(X-A) = J|(X-A).$$

ここで A は X の解析的閉部分集合である。さらに A の各点 a において芽 A_a は X の芽 X_a のどんな既約成分も含まないとする。

定理. $I=J$ であるためには $\text{prof}_a \mathcal{O}/J \geq 1$ であることが必要十分である。

ここで \mathcal{O} は D 上の正則関数の層である。

以前に得られた同様の結果は prof を使ったため必要十分の形ではなりたたなかったが、上記によって改良された。

31. 喜 多 通 武(金沢大教養)・野 海 正 俊(上智大理工) 多価関数の積分に付随するコホモロジー群の構造について

$P_1(z), \dots, P_m(z)$ を n 変数多項式、 A_1, \dots, A_m を有限次元 \mathbb{C} -ベクトル空間 V 上の線型写像とし、対数極をもつ接続形式 $\omega = A_1 dP_1/P_1 + \dots + A_m dP_m/P_m$ を考える。 $P_1 \dots P_m$ の定める \mathbb{C}^n 内の因子 D のみに極をもつ、 \mathbb{C}^n 上の有理 p -型式の代数的層を $\Omega^p(*D)$ と書き、 ω の定める $\Omega^p(*D) \otimes V$ 上の接続 ∇_ω をとる。 ∇_ω が積分可能なとき、Deligne-Grothendieck の比較定理から、コホモロジーの同型

$$\nabla_\omega \varphi = d\varphi + \omega \wedge \varphi$$

$H^*(\mathbb{C}^n \setminus D; S_\omega) \cong H^*(\mathbb{C}^n; \Omega^*(\ast D) \otimes V, \nabla_\omega)$ が存在する。ここで S_ω は ∇_ω から解析的に定まる $\mathbb{C}^n \setminus D$ 上の局所系である。我々は、一般の位置にある超平面の配置を含むような、ある代数的条件で定まる因子のクラスを設定し、それに対して、松島村上型の消滅定理

$$H^p(\mathbb{C}^n; \Omega^*(\ast D) \otimes V, \nabla_\omega) = 0 \quad (p \neq n)$$

を示す。

32. 木 塚 崇(東北大理) \mathbb{P}^2 上の第二種特殊型有理関数

二次元射影空間 \mathbb{P}^2 上の有理関数 f の定数面の既約成分から f の不定点を取り去ったものを f の *prime curve* と言う。primitive な有理関数のほとんどすべての *prime curve* が種数 0 であるとき、 f は \mathbb{P}^2 の双有理変換によって、一次関数に帰着する。したがってこのような f を調べるには、 \mathbb{P}^2 の正則自己同型すなわち射影変換によって分類しなければならない。 f のほとんどすべての *prime curve* が $\mathbb{C}(\mathbb{C}^*)$ と正則同値のとき、 f を \mathbb{P}^2 上の第一種〔第二種〕特殊型有理関数と呼ぶ。 \mathbb{P}^2 上の特殊型有理関数を決定するという問題は、 \mathbb{P}^2 上の代数曲線 C で、 $\mathbb{P}^2 - C$ が超越的正則自己同型をもつようなものを決定するという問題と密接な関係がある。又、特殊型有理関数の族自身も、非常に興味深い性質をもっている。第一種特殊型有理関数は、Dr. H. Saitô の最近の研究によって決定されている。ここでは、第二種特殊型有理関数について概説する。◀

33. 今 吉 洋 一(阪大教養) Universal covering spaces of certain quasi-projective algebraic surfaces

複素数体上の既約で非特異な 2 次元準射影代数多様体 X の一意化定理として、次の Griffiths の結果がある。(Ann. of Math. 94(1971).)

X の任意の点 x に対して、 x のザリスキー近傍 M で以下の性質をみたすものがとれる。

- (i) 有限型のリーマン面 R と有理正則写像 $\pi: M \rightarrow R$ が存在して、 C^∞ locally trivial fibration になる。さらに R の普遍被覆は単位円板 D になる。
- (ii) 任意の $p \in R$ に対して $S_p = \pi^{-1}(p)$ は既約、非特異なリーマン面で、一定の有限型 (g, n) , $2g - 2 + n > 0$ である。
- (iii) M の普遍被覆 \tilde{M} は位相的には \mathbb{R}^4 と同値で、解析的には \mathbb{C}^2 内の有界正則領域と同値である。

ここでは、上記の \tilde{M} と 2次元球体 B_2 又は 2次元多重円板 D^2 との関係を問題にする。以下 R は開リーマン面とし、 (M, π, R) のホモトピックモノドロミー群を m とすれば、次の結果が得られる。

定理 1. \tilde{M} は B_2 とは双正則でない。

系. \tilde{M} はどんな強擬凸領域とも双正則でない。

定理 2. m が有限群 \iff すべての S_p は互いに等角同値である。

m が無限群 \iff ある S_{p_1} と S_{p_2} は等角同値でない。

定理 3. m が有限群 $\iff \tilde{M}$ と D^2 は双正則である。

m が無限群 $\iff \tilde{M}$ と D^2 は双正則でない。

さらに G. B. Shabat の結果より、 \tilde{M} の解析的自己同型群 $\text{Aut}(\tilde{M})$ に関しては、次のことがわかる。

定理 4. ~~M がスタイン多様体のとき~~, m が無限群 $\iff \text{Aut}(\tilde{M})$ は離散群である。

(M, π, R) は $\text{type}(g, 0)$ の正則族
 $g \geq 2$

34. 泊 昌 孝 (京大数理研) 2次元弱楕円型2重点の幾何学的特徴づけについて

二次元正規二重点 $(V, 0)$ について、blowing up at point と正規化をくり返し、特異点解消を構成し固定する。今、各正規化 T は、何回かの blowing up along P^1 (γ_T 回とする) に分解される。

定理. 上記仮定の下に、次は同値である。

(i) $\sup \gamma_T = 1$,

(ii) 算術種数 $P_a = 1$ 。

ただし、 P_a とは、特異点解消 $(V, 0) \leftarrow (\tilde{V}, A)$ を用いて、 $P_a = \sup \{P_a(D) \mid \tilde{V} \text{ 上の因子 } D > 0, |D| \subset A\}$ で定義され、特異点解消のえらび方には依らない (Wagreich)。 $P_a = 1$ なる、二次元正規特異点は「弱楕円型特異点」と呼ばれている。

35. 都 丸 正(群馬工高専) ある種の正規二次元特異点の δ_m -種数の値について

正規孤立特異点に対して渡辺公夫氏により定義された δ_m -種数は現在までに具体的に計算出来るものとしては, quasi-homogeneous hypersurface のとき, また二次元に限ってであるが C^* -action を持つとき (hypersurface と限らない), 及び cusp singularity などであるが, 我々は上記以外のもので, ある種のものについて δ_m が計算出来ることを示す。

定理. (X, x) : 正規二次元特異点 $\pi: \tilde{X} \rightarrow (X, x)$ を解消, $\pi^{-1}(x) = \bigcup_{i=1}^n A_i$ は normal crossing とする。このとき K を \tilde{X} の canonical divisor, $A = \sum_{i=1}^n A_i$ とするとき,

$$\delta_{hm} = -\frac{1}{2}(K+A)^2 h^2 m^2 - \dim H^1(\tilde{X}, O(hmK + (hm-1)A)) + \left\{ \frac{1}{2}(K+A)^2 + \sum_{j=1}^n (g_j - 1) + \sum_{i < j} A_i \cdot A_j \right\} hm - \left\{ \sum_{j=1}^n (g_j - 1) + \sum_{i < j} A_i \cdot A_j - P_g \right\}$$
となる。但し $g_j = \text{genus of } A_j$, h は hK が integral divisor となる最小の整数 h 。これを用いていくつかの具体例について δ_m を計算出来ることを示す。

36. 渡 辺 公 夫(筑波大数学) An example of purely elliptic singularities

(X, x) を n 次元正規孤立特異点とし, x の (十分小さい) Stein 近傍 U を一つ選ぶ。 $\Gamma(U - \{x\}, O(mk))$ の元で, $U - \{x\}$ 上の正則 m 重 n 型式とみたとき, x の近傍で $L^{2/m}$ -可積分となる元全体のなす部分空間を $L^{2/m}(U - \{x\})$ と表わす。このとき特異点 (X, x) の m -種数 δ_m を $\delta_m = \dim \Gamma(U - \{x\}, O(mk)) / L^{2/m}(U - \{x\})$, ($m \geq 1$) で定義する。さて, すべての $m \geq 1$ に対して, $\delta_m = 1$ となる特異点を純楕円型特異点 (purely elliptic singularity) という。今までに Hilbert のモジュラー群からきまる (一般次元の) cusp 特異点と, weight の総和が 1 となる擬斉次多項式で定義される特異点が, 純楕円型特異点の例として知られていた。ここでは, $f = z_0^a + z_1^a + \dots + z_n^a + z_0 z_1 \dots z_n = 0$ ($\sum (1/a_i) < 1$) で定義される特異点も純楕円型特異点であることを報告する。さらに, f の変形に現れる特異点, f の b -関数の minimal exponent, 及び, $\{f=0\}$ の resolution についても言及する。

37. 若林 功(東京農工大) 非斉次線型微分方程式の可解性

X を 2次元 Stein 多様体, D を X 上の正則ベクトル場で特異点をもたず, 積分曲線は X 内の閉解析的集合となっているものとする。このとき次を得る。

定理 1. $Df=g$ が任意の正則函数 g に対して解ける。

\Leftrightarrow (i) 各積分曲線は単連結。

(ii) 共役な積分曲線は存在しない。

(iii) 各積分曲線の位数は 1。

(iv) 各積分曲線を 1 点と見なして作られる空間 \tilde{X} は開 Riemann 面又は P^1 。

注. (i)~(iv) があれば X は Stein でなくても解ける。

又, \tilde{X} の構成に関して次が示せる。

定理 2. \mathcal{F} を n 次元複素多様体 X 上の固有面 (既約) の正則な族とする。 \mathcal{F} は共役な固有面なしとする。

$\Rightarrow \mathcal{F}$ の各固有面を 1 点と見なしてリーマン面が作れる。

特別講演

浦田敏夫(愛知教育大) Finiteness of Holomorphic Surjections

X, M を compact 既約複素解析空間, $S = \{f \in \text{Hol}(X, M); f(X) = M\}$ とする。次の問題を思い出す ([3]):

M が小林の意味で双曲型ならば, S は有限か?

$M = \mathbb{R}$, 種数 $g \geq 2$ の compact Riemann 面の時, S は有限である (Franchis の定理)。この時 \mathbb{R} の普遍被覆面は \mathbb{C} の単位円板であり \mathbb{R} 上には負の Gauss 曲率を持つ Kähler metric が存在する。この様な事実に応じて, 次の事が証明される ([7])。

定理 1. M 上に負の正則断面曲率を持つ Hermitian metric h が存在する時, S は有限。

定理 2. M が Carathéodory-hyperbolic の時, S は有限。

定理 1, 2 の場合 M は双曲型であるから, [5] より $\{f \in \text{Mer}(X, M); f(X) = M\}$ も有限である。

証明の方針. $\text{Hol}(X, M)$ は複素解析空間の構造を許し $X \times \text{Hol}(X, M)$ から M への写像 $\Phi(x, f) = f(x) (x \in X, f \in \text{Hol}(X, M))$ は正則である。 M は compact 双曲型であるから $\text{Hol}(X, M)$ は compact であり, S は $\text{Hol}(X, M)$ の compact subvariety である。 $\exists f \in S, \exists \nu \in T_x(S)$ に対して正則写像 $\alpha; X \rightarrow T(M)$ を $\alpha(x) = (\Phi_x)_* \nu$ によって定義する ($x \in X$), ここに $\Phi_x = \Phi(x, \cdot); S \rightarrow M$ 。この時 $\Gamma = \alpha(X)$ は $T(M)$ の compact subvariety である。

命題 3. $\dim_{\mathbb{C}} S > 0$ の時, $T(M)$ の compact subvariety Γ が存在して (i) $\Gamma \neq 0; T(M) \rightarrow M$ の零切断 (ii) $\tau(\Gamma) = M$ 。

定理 1, 2 の証明は M の正則接束 $T(M)$ に対して命題 3 の結論が成立しない事を函数 $\|\nu\|^2 = h(\nu, \bar{\nu}) (\nu \in T(M))$ 又は Carathéodory metric $E_M(\nu) (\nu \in T(M))$ に対する最大値原理から示す事によってなされる。

さて, $T(M) < 0$ (Grauert の意味で) の時 M は双曲型である。この時には

定理 4. $T(M) < 0$ の時, X から M への非定値正則写像は高々有限個しかない。従って $\{f \in \text{Mer}(X, M); \dim_{\mathbb{C}} f(X) > 0\}$ も有限。

最近 Kalka-Shiffman-Wong [2] は同様の方法でいくつかの Rigidity theorems を示した:

定理 5. M は Kähler, M 上 $\text{Ric}_M \leq 0$ さらに Euler 標数 $\chi(M) \neq 0$ の時, S は離散的である。

References

- [1] S. Kobayashi, Intrinsic distances, measures and geometric function theory, Bull. Amer. Math. Soc. 82(1976), 357-416.
- [2] M. Kalka-S. Shiffman-B. Wong, Finiteness and rigidity theorems for holomorphic mappings, manuscript.
- [3] S. Lang, Higher dimensional diophantine problems, Bull. Amer. Math. Soc. 80 (1974), 779-787.
- [4] J. Noguchi-T. Sunada, Finiteness of the family of rational and meromorphic mappings into algebraic varieties, manuscript.
- [5] T. Urata, On meromorphic mappings into taut complex analytic spaces, Nagoya Math. J. 50(1973), 49-65.
- [6] _____, Holomorphic mappings into taut complex analytic spaces, Tôhoku Math. J. 31(1979), 349-353.
- [7] _____, Holomorphic mappings onto a certain compact complex analytic space, to appear in Tôhoku Math. J.

堀内 龍太郎(京都産大理) コンパクトリーマン面上の与えられた位数をもつ有理型関数について

1. M を genus $g(\geq 2)$ の compact Riemann 面とする (以下[4]を参照)。 φ を M から M の Jacobi 多様体 $J(M)$ への Jacobi 準同型とすると, $J(M)$ の部分多様体が次のように定義される: $W_r = \{\varphi(D) \mid D \text{ は次数 } r \text{ の正の因子}\}$, $W_r^\nu = \{\varphi(D) \mid D \text{ は次数 } r \text{ の正の因子で, その因子 } (f) = (f)_0 - (f)_\infty \text{ が } -D \text{ の multiple である有理型関数 } f \text{ のつくるベクトル空間の次元 } l(D) \geq \nu\}$. $W_{r-1} + W_1 = \{u+v \mid u \in W_{r-1}, v \in W_1\}$ は W_r^ν の部分多様体であり, W_r^ν でのその補集合を $\dot{W}_r^\nu = \overline{F}_r^\nu$ で表わす。 \dot{W}_r^ν の各点 x に対し, 位数 r の有理型関数 f で $\varphi((f)_\infty) = x$, $l((f)_\infty) \geq \nu$ なるものが存在する。 $W_r^\nu \neq \emptyset (1 \leq \nu \leq r \leq g-1)$ ならば $r\nu - (\nu-1)(g+\nu) \leq \dim W_r^\nu \leq r-2\nu+2$ である。ここで左の不等号及び等号は W_r^ν の成分の最低次元数に対し成立する。

2. Brill-Noether 予想の一つ: “一般の” Riemann 面に対し $\dim W_r^\nu = r\nu - (\nu-1)(g+\nu)$ は Griffiths-Harris [3] により解かれた ([8] 参照)。これより “一般の” Riemann 面に対し, $r\nu - (\nu-1)(g+\nu) \geq 0$ ならば $\dot{W}_r^\nu \neq \emptyset$, 従って位数 $r \geq \frac{g+2}{2}$ の有理型関数の存在が分る。

$$\begin{aligned} W_2^2 &= 4 - (2-1)(1+2) \\ &= 4 - 3 = 1 \\ W_3^2 &= 6 - 2 = 4. \end{aligned}$$

3. 除外される面は存在する。たとえば超楕円的面がそれであることは知られているが、それも含めて次が成立する ([1], [2]): M を genus $g > 4\bar{g} + 1$ の \bar{g} -超楕円的面 (genus \bar{g} の Riemann 面の 2 枚の被覆面) とし, f を M 上の位数 $n < g + 1 - 2\bar{g}$ の有理型関数とすると $f = f \circ J_{\bar{g}}$, ここで $J_{\bar{g}}$ は \bar{g} -超楕円的対合。よって f は $M / |J_{\bar{g}}|$ 上の有理型関数の引き上げで n は偶数である。従って M 上に奇数位数 $n < g + 1 - 2\bar{g}$ の有理型関数は存在しない。

4. 与えられた位数 n をもつ有理型関数の存在, 非存在により genus $g \geq 2$ の Riemann 面を分類する。まず Riemann-Roch の定理により $n \geq g + 1$ ならばすべての面は位数 n の有理型関数をもつ。 $n = g$ の場合, 奇数 genus g の超楕円的面のみが位数 g の有理型関数をもたない ([5], [6], [12])。 $n = g - 1$ の場合, $g \geq 4$ ならば偶数 genus g の超楕円的面のみが位数 $g - 1$ の有理型関数をもたない ([9], [6])。証明には一般化された Clifford の定理 ([4], [6], [10]) 及びその一般化である Mumford の定理 [11] が用いられ, 非超楕円的面に対し $\dot{W}_{g-1}^2 \neq \phi$ が示される。これは [12] の一問題に解答を与えている。Martens [9] は更に射影空間内の非退化曲線の genus に対する Castelnuovo の評価式等を用いて, genus $g \geq 15$ の Riemann 面 M に対し $\dot{W}_{g-2}^2 = \phi$ ならば M は n -超楕円的 ($n \leq 2$) であることを証明し, genus $g \geq 15$ の 2-超楕円的面で位数 $g - 2$ の有理型関数をもたぬものがあるかを問題とした。これに対し, genus $g \geq 12$ の 2-超楕円的面は $\dot{W}_{g-2}^2 \neq \phi$ であることが示された [7]。これにより genus $g \geq 15$ の Riemann 面で位数 $g - 2$ の有理型関数をもたないのは奇数 genus の超楕円的面及び 1-超楕円的面のみである。

文 献

- [1] Accola, R. D. M., Proc. Amer. Math. Soc. 26 (1970).
- [2] Farkas, H. M., Ann. Math. Studies 79 (1974).
- [3] Griffiths, P. and Harris, J. Duke Math. J. 47 (1980).
- [4] Gunning, R. C., Jacobian varieties, Princeton Univ. Press, Princeton, N. J. (1972).
- [5] Hensel, K. and Landsberg, G., Theorie der algebraischen Funktionen einer Variablen. Chelsea reprint, 1965.
- [6] Horiuchi, R., J. Math. Kyoto Univ. 21,2 (1981) (to appear).
- [7] Horiuchi, R., Japanese J. of Math. (to appear).
- [8] Maltiniotis, G., Séminaire BOURBAKI 33e année, 1980/81, n°571.
- [9] Martens, G., Jour. reine Angew. Math. 320 (1980).
- [10] Martens, H. H., Jour. reine Angew. Math. 227 (1967), 233 (1968).
- [11] Mumford, D., Contributions to Analysis, Academic Press, 1974.
- [12] Namba, M., Lecture Notes in Mathematics, 767 Springer-Verlag.



