

1980  
April

野  
口  
様

# 日 本 数 学 会

昭 和 55 年 年 会

## 講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

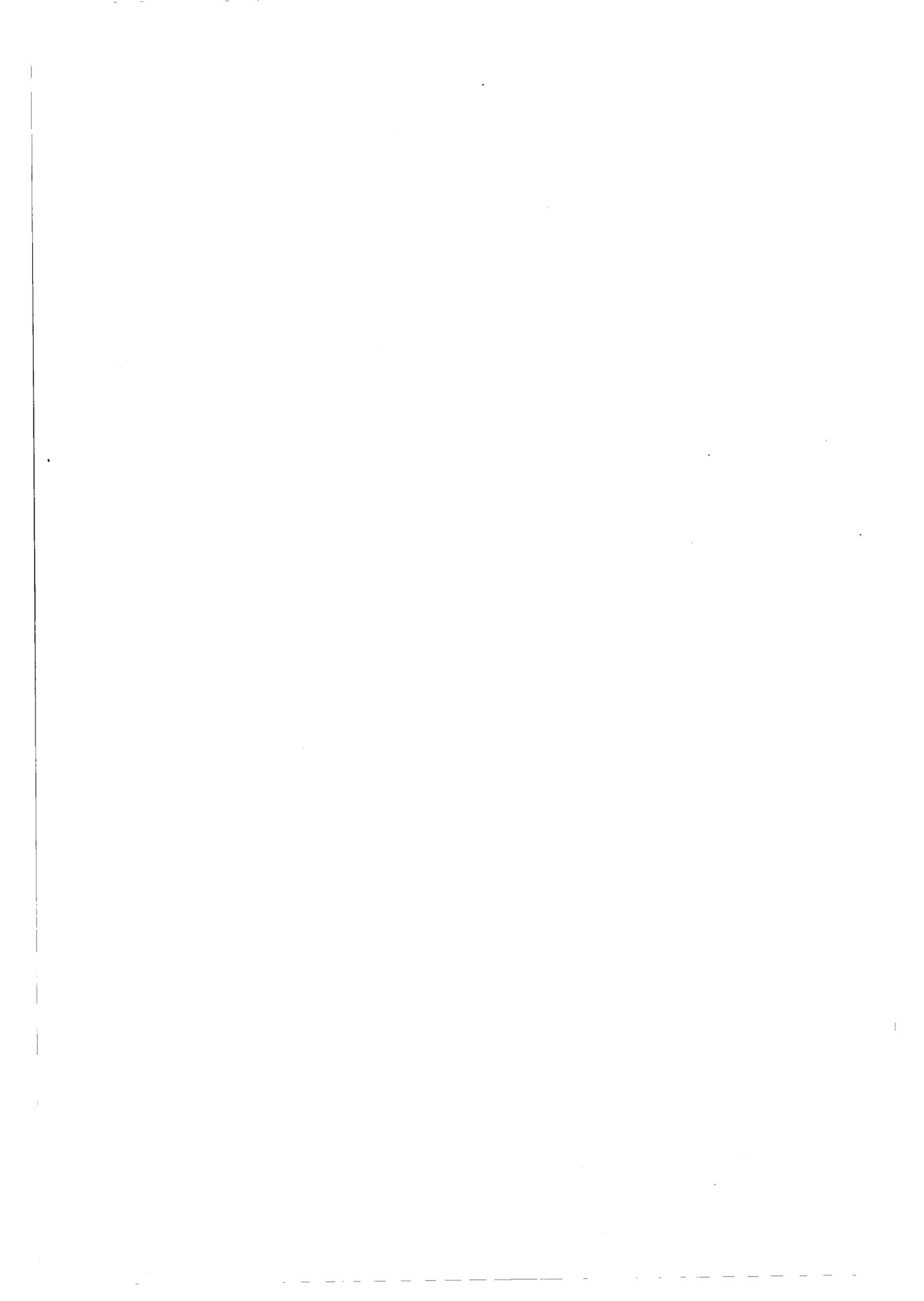
### 函 数 論

時 …… 4 月 1 日 ・ 2 日

所 …… 信 州 大 学

---

1 日	9.30 ~ 11.45	普通講演	1 ~ 10
	13.00 ~ 14.50	普通講演	11 ~ 17
	15.00 ~ 16.00	特別講演	
2 日	9.00 ~ 12.20	普通講演	18 ~ 31
	13.30 ~ 14.30	特別講演	



1. 佐官謙一 (阪市大理) Quasisymmetric functions compatible with a Fuchsian group

$G$  を Fuchs 群,  $\Lambda(G)$  をその limit set とする. 実直線  $R$  から  $R$  の上への増加な位相写像  $h$  で,  $0$  と  $1$  を固定し  $\rho$ -condition をみたし,  $G$  と compatible なものを考える  $\sigma$  を  $\Lambda(G)$  及び  $0, 1, \infty$  を含む  $R \cup \{\infty\}$  の  $G$  不変閉部分集合とする. 上半平面の擬等角自己同型  $f$  で,  $G$  と compatible であり  $f|\sigma = h|\sigma$  をみたすものの全体を  $F(G, h, \sigma)$  であらわす.  $F(G, h, \sigma) \neq \emptyset$  のとき  $F(G, h, \sigma)$  に属す写像の complex dilatation のノルムの下限を  $k(G, h, \sigma)$  であらわす. ここでは, 極値擬等角写像を特徴づける Hamilton の等式及び L. Bers による Poincaré 級数を用いた考察等をもとに, 次の結果等が得られることを述べたい.

定理.  $G, h, \sigma$  を上記のものとし,  $G_1$  を  $G$  の部分群で  $G$  における  $G_1$  の指数  $[G:G_1] < \infty$ ,  $F(G_1, h, \sigma) \neq \emptyset$  をみたすものとする. このとき  $F(G, h, \sigma) \neq \emptyset$  で,  $k(G, h, \sigma) = k(G_1, h, \sigma)$ .

2. 山田陽 (東工大・理) Marden の定数について

$G$  を上半平面  $H$  上の Fuchs 群とする.  $r > 0$  と  $z \in H$  を固定したとき,  $G$  の部分集合  $\{g \in G | d(z, gz) < 2r\}$  から生成される  $G$  の部分群を  $G^{z,r}$  とかく, ここで  $d(\cdot)$  は Poincaré metric  $|dz|/|Imz|$  による hyperbolic distance. Marden は 1974 年,  $G^{z,r}$  について次の結果を得た.

定理. 正数  $r > 0$  が存在して, 任意の Fuchs 群  $G$  と任意の  $z \in H$  に対して,  $G^{z,r}$  は cyclic または infinite dihedral. ここでは上の定理の定数  $r$  の best possible な値について報告する.

定理 1. Marden の定理における  $r$  の best possible な値は

$$\sinh^{-1} \left\{ \left( 4 \cos^2 \frac{\pi}{7} - 3 \right) / \left( 8 \cos \frac{\pi}{7} + 7 \right) \right\}^{1/2} = 0.13146 \dots$$

定理 2. Marden の定理で, 特に  $G$  を torsion free な Fuchs 群に限ると,  $r$  の best possible な値は

$$\sinh^{-1} 1 = \ln(1 + \sqrt{2}) = 0.88137 \dots$$

3. 野田洋二 (東工大・理) 指数函数の特徴づけについて

任意の複素数  $w$  に対して  $f(z) = w$  の根が全てある一直線上に分布している整函数は指数函数になることが知られている. ここでは “一直線上” という条件がある程度弱められることを示す. 定理 1.  $f(z)$  は超越整函数. 任意の複素数  $w$  に対して  $f(z) = w$  の根が全てある帯状領域

$S_w$  (幅は  $w$  に依存しないとす) に含まれるとする. そのとき  $f(z) = ae^{Az} + b$ . ここで  $a, b, A$  は定数である. 定理 2.  $f(z)$  は超越整函数.  $G$  は  $C$  内の開集合. 任意の  $w \in G$  に対して,  $f(z) = w$  の根は有限個を除いて全て, ある直線  $L_w$  上に分布しているとする. そのとき  $f(z) = ae^{Az} + b$ . ここで  $a, b, A$  は定数である.

4. 戸田暢茂 (名大教養) 退化した関数系の第二基本定理について

$f = (f_0, \dots, f_n) (n \geq 2)$  を有限平面での超越的な関数系,  $X$  を  $f_0, \dots, f_n$  の間の  $C$ -係数の 1 次結合 ( $\neq 0$ ) で「一般位置」にあるものの集まり,  $\lambda = \dim \{ (c_0, \dots, c_n) \in C^{n+1}; c_0 f_0 + \dots + c_n f_n = 0 \}$  とする.  $\lambda > 0$  のとき  $f$  は退化しているという.  $F_1, \dots, F_q$  を  $X$  の任意の  $q$  個の元としたとき, 次のことが成立する.

定理 1.  $\lambda = 1$  のとき,

$$(q-n-2)T(r, f) < \sum_{j=1}^q N(r, 0, F_j) + S(r).$$

定理 2.  $f$  が “special exponential type” のとき,

$$(q-n-\lambda-1)T(r, f) < \sum_{j=1}^q N(r, 0, F_j) + o(T(r, f)).$$

定理 1 は,  $\lambda = 1$  のとき「Cartan の予想」が成立することを示し, また定理 2 は Shiffman の結果 (Indiana Univ. Math. J. 28 (1979)) の精密化である.

5. 吉田英信 (千葉大・理) 滑らかな growth をもつ 整関数の Julia 方向

$M(r, f) = \max_{|z|=r} |f(z)|$  の growth の滑らかな整関数  $f(z)$  は単純な boundary behaviors を示すはずでず. ここでは, 次の 2 つの滑らかな条件

$$(i) \quad \frac{\log M(x_0 \cdot r, f)}{\log M(r, f)} \leq x_0^\mu \quad (r \geq r_0)$$

なる  $\mu < \frac{1}{2}$ ,  $x_0 > 1$ ,  $r_0$  が存在する.

$$(ii) \quad \log M(2r, f) \sim \log M(r, f) \quad (r \rightarrow \infty)$$

を考えて,

定理 1.  $f(z)$  が (i) を満たせば, どの方向も Julia 方向か又は, それを含むある角領域で一様に  $\infty$  へ行くかである.

定理 2.  $f(z)$  が (ii) を満たせば,  $f(z)$  の Julia 方向は, 丁度, 集合  $E(f) = \{ \arg z_n; f(z_n) = 0 \}$  の極限点となる.

この定理 2 について, slow growth を持つ関数でも, 必ずしも定理 2 が成立しないし, 又,  $\Lambda(2r) \sim \Lambda(r)$  なる任意の  $\log r$  の凸, 増加関数  $\Lambda(r)$  と  $|z|=1$  の任意の閉集合  $E$  に対して,  $\log M(r, f) \sim \Lambda(r) (r \rightarrow \infty)$  で  $E$  を丁度 Julia 方向とするものがあることを注意する.

6. 斎藤三郎 (群馬大・工) Some inequalities for analytic functions with a finite Dirichlet integral on the unit disc

$D$  を複素平面上の単位円板  $|z| < 1$  とするとき, 任意の非負の実数  $q$  に対して次の不等式を得た. 定理  $f(0)=0$  と正規化された  $D$  上の有限な Dirichlet 積分をもつすべての解析関数  $f(z)$  に対して不等式

$$\frac{q}{\pi} \iint_D |\exp f(z)|^2 (1-|z|^2)^{q-1} dx dy \leq \exp \left\{ \frac{1}{\pi(q+1)} \iint_D |f'(z)|^2 dx dy \right\}, \quad (z=x+iy)$$

が成立する. ここで, 等号が成立するための完全なる条件は  $f(z)$  がある  $u (\in D)$  に対して  $(q+1) \log(1/(1-\bar{u}z))$  と表わされることである. ただし,  $q=0$  の場合には左辺の面積分は線積分  $\frac{1}{2\pi} \int_{\partial D} |\exp f(z)|^2 |dz|$  で置きかえられるものとする. —証明は N. Aronszajn と L. Schwartz の再生核の一般論を用いて与えられる. 定理の等号部分の命題の証明は,  $q=1$  の場合ですら核関数の理論を用いない不等式のいかなる証明にも相当な困難が生じるであろうことを示しているようにみえる.

7. 谷口雅彦 (京大・理)  $\Gamma_{\mu,0}^k$ —周期再生微分の周期の変分公式

楠先生との共同研究で開リーマン面上の種々の正則微分のディリクレ・ノルムに関する連続性を得たが, 楠先生はその応用として特にクラス  $O''$  のリーマン面上の周期行列の変分公式を導びかれた. ここでは一般のリーマン面上の非分離サイクルに対する  $\Gamma_{\mu,0}^k$ —周期再生微分の周期に対し同様の変分公式が成立することを報告する. 特に  $\mu$  をあるリーマン面  $R$  上のベルトラミ微分,  $R_t$  ( $t \in R$ ) を  $t\mu$  に対応するリーマン面 (従って,  $R=R_0$ ),  $c$  を  $R_0$  (及び各  $R_t$ ) 上のサイクル,  $\sigma_t$  を  $R_t$  上の  $c$  に対する  $\Gamma_{\mu,0}^k$ —周期再生微分,  $\theta = \sigma_0 + i^* \sigma_0$  とすると

$$\frac{d}{dt} [\|\sigma_t\|_{R_t}^2]_{t=0} = \operatorname{Re} \iint_R \mu \theta^2$$

を得る.

なお,  $\sigma_t$  が一般の  $\Gamma_{\mu,0}^k$ —周期再生微分で  $\mu$  がコンパクトな台を持つときは, 及川先生が同様の変分公式を示された.

8. 米谷文男 (京都工繊大・工業短大部) 挙動空間の変形

任意のリーマン面  $R$  上, 与えられた実数列  $\{a_j, b_j\}$  ( $a_j \neq 0$ ) に対して, 次の条件を満足する微分の空間  $\Gamma_x$  が存在する; (i)  $\Gamma_x \subset \Gamma_{hs}$ , (ii)  $\Gamma_x + \Gamma_x^* = \Gamma_h$ , (iii)  $\Gamma_x = \bar{\Gamma}_x$ , (iv)  $\forall \omega \in \Gamma_x, \forall j$  に対し  $a_j \int_{A_j} \omega = b_j \int_{B_j} \omega$  ( $A_j, B_j$  は標準ホモ

ロジー基底). このような空間  $\Gamma_x$  を挙動空間とよび, 有理型微分  $\varphi$  がある境界近傍において  $\Gamma_x$  の元と  $\Gamma_{eo}$  の元の和として表現されるとき,  $\varphi$  は  $\Gamma_x$ —挙動をもつという.  $\Gamma_x$ —挙動を持ち適当に規格化された第1種, 第2種, 第3種の有理型微分は一意的に存在する. ここで  $R$  上の Beltrami 微分  $\mu dz dz^{-1}$  ( $\mu \in C^2, \|\mu\|_{\infty} \leq k < 1$ ) によるリーマン面  $R^\mu$ , 恒等写像  $i_\mu: R^\mu \rightarrow R$  を考える. この擬等角写像  $i_\mu$  は  $R$  上の挙動空間  $\Gamma_x(R)$  から  $R^\mu$  上の一つの挙動空間  $\Gamma_x(R^\mu)$  を誘導する. そこで各  $R^\mu$  上規格化された  $\Gamma_x(R^\mu)$ —挙動をもつ有理型微分はある意味での  $\mu$  に関する解析性をもつ. 例えば  $t$  をパラメーターとする Beltrami 微分  $\mu(z, t) dz dz^{-1}$  が  $t$  に関し正則に動くときこの第1種微分の周期行列の各要素は正則に動く.

9. 山下慎二 (都立大・理) 双曲的把氏族

開円板  $U = \{|z| < 1\}$  での有理型関数  $f$  による円板  $U(t) = \{|z| < t\}, 0 < t < 1$ , のリーマン像の球面積を  $S(t)$  とすれば,  $f$  がネバンリナの意味の有界型であるための必要十分条件は清水アールホース特徴関数  $\int_0^r \pi^{-1} t^{-1} S(t) dt, 0 < r < 1$ , が, 有界であることである.  $U$  での正則関数  $f$  による  $U(t)$  のリーマン像のユークリッド面積を  $E(t)$  とすれば,  $f$  がハーディ族  $H^2$  に含まれるための必要十分条件は  $\int_0^r \pi^{-1} t^{-1} E(t) dt, 0 < r < 1$ , が有界であることである. そこで  $U$  での有界正則関数  $f, |f| < 1$ , による  $U(t)$  のリーマン像の非ユークリッド面積を  $N(t)$  とすれば,  $\int_0^r \pi^{-1} t^{-1} N(t) dt, 0 < r < 1$ , が有界であるための必要十分条件は何か? その一つは,  $f$  が双曲的ハーディ族  $H^1$  に含まれること, すなわち,  $\frac{1}{2} \log((1+|f|)/(1-|f|))$  が  $U$  での調和関数で押えられることである. 詳細は Mathematica Scandinavica に発表予定である.

10. 酒井良 (広島大・理) 劣調和関数の劣平均値の性質について

二年前に筆者は二つの理由から次の予想を提出した. 予想.  $W$  を面積  $m(W)$  が有限な平面領域とし,  $v$  を  $W$  上の  $L^p(m)$  関数 ( $1 \leq p < +\infty$ ) で  $W$  上  $v(z) \geq 1$  とすれば, 次をみたす平面領域  $\tilde{W}$  が存在する. (1)  $W \subset \tilde{W}$ , (2)  $m(\tilde{W}) = \int_W v dm$ , (3) 任意の  $\tilde{W}$  上の劣調和な  $L^q(m)$  関数  $s$  ( $q$  は  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$  をみたす) に対して,

$$\int_W sv dm \leq \int_{\tilde{W}} s dm.$$

ここでは  $p = +\infty$  の場合も含めて予想の正しいことを報告する.  $\tilde{W}$  は一意的ではないが,  $\int_W v dm > m(W)$  で

$p > 1$  のときは、集合の包含関係 “ $\subset$ ” に関して最小の領域  $\tilde{W}_0$  が存在し、したがって上の (1)~(3) をみたと任意の領域  $\tilde{W}$  は、 $\tilde{W} \supset \tilde{W}_0$ ,  $m(\tilde{W} \setminus \tilde{W}_0) = 0$  により特徴づけられる。 $p=1$  のときも capacity zero の集合を除いて、同様の特徴づけを得る。

**11. 黒沢隆英 (鹿児島大教養) ( $\alpha, p$ )-thinness の諸定義間の関連について**

$n$  次元ユークリッド空間  $\mathbf{R}^n$  上の正測度  $\mu$  の  $d$  次元 Riesz potential  $U_\alpha^\mu(x)$  は次のように定義される。 $U_\alpha^\mu(x) = \int |x-y|^{\alpha-n} d\mu(y)$ , ( $0 < \alpha < n$ ).  $\mathbf{R}^n$  の Borel set  $E$  が  $x_0 \in \mathbf{R}^n$  で  $\alpha$ -thin であるというのは、正測度  $\mu$  が存在して  $\liminf_{E \ni x \rightarrow x_0} U_\alpha^\mu(x) > U_\alpha^\mu(x_0)$  が成り立つときである。この  $\alpha$ -thinness に関して同値な条件が種々得られている。

$0 < \alpha < n, p > 1$  とし ( $\alpha, p$ )-thinness について同様の問題を考えるときに、( $\alpha, p$ )-thinness の定義については基本的には次の 3 つが考えられる。すなわち

- (1)  $f \in L_p^+$  が存在して  $\liminf_{E \ni x \rightarrow x_0} U_\alpha f(x) > U_\alpha f(x_0)$
- (2)  $f \in L_p^+$  が存在して  $\liminf_{E \ni x \rightarrow x_0} |x|^{(n-\alpha p)/p} U_\alpha f(x) > 0$
- (3) 正測度  $\mu$  が存在して、 $\liminf_{E \ni x \rightarrow x_0} U_{\alpha, p}^\mu(x) > U_{\alpha, p}^\mu(x_0)$ ,

ここで  $U_{\alpha, p}^\mu(x)$  は非線形ポテンシャルで次の式で定義される。

$$U_{\alpha, p}^\mu(x) = \int |x-y|^{\alpha-n} dy \left( \int |y-z|^{\alpha-n} d\mu(z) \right)^{1/(p-1)}.$$

ここでは (1), (2), (3) の条件の Wiener's criterion fine topology との関係に触れながら (1), (2), (3) は一般的には同値ではないことについて述べる。

**12. 山本裕陸 (高知大・理)  $\mathbf{R}^N$  における extremal distance に関する null sets と調和関数について**

$\mathbf{R}^N (N \geq 3)$  における 2 次の extremal distance に関して除去可能な compact 集合  $E$  を, Väisälä に従い  $NED_2$ -set であると呼ぶ。  $G$  は  $E$  を含む有界領域とし,  $G-E$  で Dirichlet 積分有限な調和関数族を  $HD^2(G-E)$ , この部分族で  $E$  の近くで flux 0 の挙動を持つものを  $KD^2(G-E)$ ,  $E$  の近くで normal derivative 0 の挙動を持つものを  $\widetilde{HD}^2(G-E)$  で表す。これらの関数族に関して除去可能な集合全体をそれぞれ  $N_{HD^2}$ ,  $N_{KD^2}$ ,  $N_{\widetilde{HD}^2}$  で表す。この講演では次のことを報告する。

- (1)  $E \in \{NED_2\text{-set}\} \Leftrightarrow E \in N_{\widetilde{HD}^2}$ .
- (2)  $E \in N_{DH^2} \Leftrightarrow E^c$  の Aleksandrov compactification 内での 2 次の extremal distance に関して  $E$  は除去可能。
- (3)  $N_{\widetilde{HD}^2} \supseteq N_{KD^2} \supseteq N_{HD^2}$ .

**13. 水田義弘 (広島大・総合科学) 優調和関数の境界値について**

半空間  $D = \{x_n > 0\}$  上の非負優調和関数は  $u(x) = cx_n + G(x, \mu) + P(x, \nu)$ ,  $x = (x_1, \dots, x_n) \in D$ , と書くことができる。ここで,  $c$  は定数,  $G(x, \mu)$  は  $D$  上の測度  $\mu$  のグリーンポテンシャル  $P(x, \nu)$  は  $\partial D$  上の測度  $\nu$  のポアソン積分である。 $n \geq 3$  のとき

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0, x \in D-E_1} x_n^{-1} u(x) &= c + 2(n-2) \int |y|^{-n} y_n d\mu(y) + c_n \int |y|^{-n} d\nu(y), \\ \lim_{x \rightarrow 0, x \in D-E_2} x_n^{-1} |x|^n \{u(x) - cx_n\} &= c_n \nu(\{0\}), \\ c_n &= \pi^{-n} 2^n \Gamma(n/2), \end{aligned}$$

$$\lim_{|x| \rightarrow 0, x \in D-E_3} x_n^{-1} \{u(x) - cx_n\} = 0$$

となる集合  $E_1, E_2, E_3$  が存在する。ただし  $E_1, E_2$  は  $0$  で  $E_3$  は  $\infty$  で “minimally thin” である。この結果が最善のものであることも知られている。本講演の目的は, minimally thin である集合にウィナー型の評価式を与えることである。

**14. 池上輝男 (阪市大・理) Choquet 境界と正則境界点について**

調和空間  $X$  の可解な完閉化  $X^*$  に伴う Dirichlet 問題に関する正則境界点の理論に最も関係の深い Choquet 境界は  $X^*$  で連続,  $X$  で優調和な関数の cone  $S^*$  による Choquet 境界,  $Ch_{S^*} X^*$ , であろうと思われる。これに関する結果を報告する。

I.  $X^*$  が他の完閉化  $X^{**}$  の quotient であり, それぞれの調和境界が canonical mapping  $\pi$  で 1 対 1 に対応しているとき,

$$Ch_{S^*} X^* \subset \pi(Ch_{S^{**}} X^{**})$$

II.  $X$  から compact subset  $K$  を除いた  $X_1 = (X \setminus K)$  の  $X^*$  における閉包を  $X_1$  の完閉化  $X_1^*$  と考えると

$$(Ch_{S^*} X_1^*) \cap (X^* \setminus X) \subset Ch_{S^*} X^*$$

逆の包含関係は一般には成り立たないが,  $X^*$  の調和境界の各点で weak barrier が存在すれば成り立つ。

これらの結果が正則境界点について 1976 年秋に発表した結果と類似していることに注意したい。

**15. 村沢忠司 (京都府立大) 逆播散測度について**

$\Omega \subset \mathbf{R}^n (n \geq 3)$  は正則境界  $\partial\Omega$  を持つ有界な領域とする。ニュートン核  $\varphi_N$  に対する測度  $\mu$  のニュートン・ポテンシャルを  $\varphi_N \mu(x) = \int |x-y|^{2-n} d\mu(y)$  と定義する。次の問題を考える。「 $\mu$  は  $\partial\Omega$  上の非負の測度とする。このとき

$$\begin{aligned} \varphi_N \nu(x) &= \varphi_N \mu(x) & x \in \mathbf{R}^n \setminus \bar{\Omega} \\ \varphi_N \nu(x) &\geq \varphi_N \mu(x) & x \in \mathbf{R}^n \end{aligned} \quad \dots (*)$$

をみたす非負の測度  $\nu$  が  $\bar{\Omega}$  上に存在するか。」一般に, このような測度  $\nu$  の存在は唯一でない。いま,  $\partial\Omega$  上の非負測度  $\mu$  に関して, 集合  $M(\mu) = \{\nu \mid \text{supp } \nu \subset \bar{\Omega}, \nu \text{ は}$

関係式(\*)をみたす)を考える。

**定理.**  $M(\mu)$  は convex, weakly compact な集合である。

この講演において,  $M(\mu)$  の元の特徴づけと  $M(\mu)$  の性質について 2, 3 の結果を報告する。

**16. 二宮信幸 (阪市大・理) 集合の可容性と可測性について**

$R^m(m \geq 3)$  において, ニュートン核についてポテンシャルとエネルギー積分を考え, コンパクト集合  $F$  の容量  $C(F)$ , 任意点集合  $E$  の内容量  $C^i(E)$ , 外容量  $C^e(E)$  を定義する. 常に  $C^i(E) \leq C^e(E)$  であるが, 両者が相等しいとき共通の値を  $C(E)$  で表わし,  $E$  は可容であるといわれる. エネルギー積分有限な正の測度の全体を  $\mathcal{E}$  で表わすとき,  $E$  が可容であるということと  $\mathcal{E}$  のすべての測度について可測であるということとの関係を引継ぎ研究する。

**定理.**  $E$  が可容, かつすべての球面測度  $\lambda$  の  $E$  への掃散測度  $\lambda_E$  について可測であるならば,  $E$  は  $\mathcal{E}$  のすべての測度について可測である。

**17. 伊藤正之 (名大・理)  $R^1$  上の Hunt 核と Choquet の問題**

合成核が与えられた時, それがいつ Hunt 核になるかは仲々困難な問題である.  $R^1$  において, それへの具体的な十分条件を与えるのが第1の目的である.  $N$  を  $R^1$  における合成核,  $N_1$  をその  $(0, \infty)$  への制限,  $N_2$  をその  $(-\infty, 0)$  への制限を原点に関して対称にした  $(0, \infty)$  上の測度とする.  $\frac{d^2}{dx^2} N_j \geq 0$  in  $(0, \infty)$  (超関数の意) かつそれが対数凸であれば ( $j=1, 2$ ),  $N$  は Hunt 核と非負定数の和である. 又  $N_j$  が対数凸,  $-\frac{d}{dt} N_j$  が対数凸であっても, 上の結論は成立しない. 従って TV-不等式に関する Choquet の問題は正しくない。

## 特別講演

**佐藤宏樹 (静岡大・理) Klein 群の空間の境界と保型形式**

**1. Teichmüller 空間の境界の様相については多くの美しい結果が知られている (Abikoff [1, 2], Bers [3, 4], Harvey [11], Maskit [15]) しかし Schottky 空間の境界に関しては殆んど知られていない (Bers [5], Chuckrow [8], Jørgensen-Marden-Maskit [13], Sato [16, 17].) 本講演に於いてはまず Abikoff [2], Bers [3] に従って augmented Teichmüller space について述べる. 次にこの講演の主要なテーマである augmented Schottky space と保型形式について Sato [16, 17] に従って述べる. 最後に Klein 群と 3-manifolds に関して述べたい。**

**2.  $\Gamma$  を有限生成 Fuchs 群とする. Teichmüller 空間  $T(\Gamma)$  の境界は  $b$ -groups (regular  $b$ -groups, partially degenerate groups, totally degenerate groups) から成る. augmented Teichmüller space とは Teichmüller 空間にその境界の一部, regular  $b$ -groups を付け加えた空間である. Abikoff はこのとき次の結果を得た: (1)  $\{G_i\}$  を augmented Teichmüller space  $\hat{T}(\Gamma)$  の元の任意の列とすると,  $g_n(G_n)$  が  $\hat{T}(\Gamma)$  のある元に収束するような  $\{G_i\}$  の部分列  $\{G_{i_n}\}$  と  $T(\Gamma)$  の Teichmüller modular 群  $\text{Mod } \Gamma$  の元の列  $\{g_n\}$  が存在する. (2)  $\text{Mod } \Gamma$  は  $\hat{T}(\Gamma)$  へ元ごと連続な拡張をもつ.  $\hat{R}(\Gamma) = \hat{T}(\Gamma)/\text{Mod } \Gamma$  はコンパクトである. (3)  $T(\Gamma)$  上  $\text{Mod } \Gamma$  の作用は第一種である。**

**3. 一方 Bers [4] は nodes もちのリーマン面 (nodes**

をもたないリーマン面もその特別な場合とみなす) の全体の集合を考えた.  $S$  を  $r$  個の parts と  $k$  個の nodes をもつリーマン面とする. 点  $(\tau, t) = (\tau_1, \dots, \tau_r, t_1, \dots, t_k) \in C^{3g-3}$  から 1 次変換群  $G_{\tau, t}$  を combination theorems を用いて構成した. ここで  $\tau_j \in T(\Gamma_j)$ ,  $\Gamma_j$  は part  $\Sigma_j$  をあらわすある Fuchs 群.  $G_{\tau, t}$  が不連続群となる点  $(\tau, t)$  の全体を  $X(S)$  で表わす. このとき  $X(S)$  は deformations  $S' \rightarrow S$  の同値類と自然な 1 対 1 の対応がある.  $Y(S)$  を  $X(S)$  上の fiber 空間とすると,  $Y(S)$  は  $C^{3g-2}$  内の領域である. このとき Bers は, あらゆる整数  $q > 1$  とあらゆる  $(\tau_0, t_0) \in X(S)$  に対し,  $S_{\tau, t}$  上の regular  $q$ -differentials の基底をなす  $(2q-1)(g-1)$  個の正則函数  $\phi_j(\tau, t; z)$  ( $(\tau, t) \in X(S), Z, z \in \Omega_0(\tau, t)$ ) を構成した. ここで  $\Omega_0(\tau, t)$  は  $G_{\tau, t}$  の不連続の領域から elliptic vertices を除いた集合で,  $Z$  は空又は余次元 1 の閉集合  $\subset X - \{(\tau_0, t_0)\}$  である。

**4. 上の 2 と 3 で考えたことは, Schottky 空間に対してはどうであろうかということをも最初に考えたのは Bers [5] である. Sato [16, 17] により新しい自然な座標が Schottky 空間に導入され, それを用いて augmented Teichmüller space に対応する augmented Schottky space が導入された. 即ち従来は Schottky 空間の点を表わすために, 生成元の multipliers と固定点を用いられ. これは上のことを考えるとき大変不便で, 不十分に思われる. そこで新しい座標  $\tau = (t, \rho) \in D^* \times (C - \{0, 1\})^{2g-3}$  を導入した. ここで  $D^* = \{z | 0 < |z| < 1\}$ . ある方法により**

この  $\tau$  に 1 次変換群を対応させる。特に Schottky 群を表わす  $\tau$  の全体が Schottky 空間  $\mathcal{S}_g$  である。  $\tau$  の元  $t$  と  $\rho$  は  $\tau$  が表わすリーマン面  $S(\tau)$  上の loops の長さに関する具体的な意味をもつ量である。  $t_i=0$  又は  $\rho_j=1$  となる点  $\tau=(t_1, \dots, t_g; \rho_1, \dots, \rho_{2g-3})$  すべてを  $\mathcal{S}_g$  に付け加えた空間が augmented Schottky space  $\hat{\mathcal{S}}_g^*$  である。

**定理 1.**  $\hat{\mathcal{S}}_g^*$  の各元は nodes もちのリーマン面を表わす。逆に任意の nodes もちの閉リーマン面は  $\hat{\mathcal{S}}_g^*$  の元  $\tau$  により表わされる。

5. 次に  $\mathcal{S}_g^*$  上の fiber 空間  $\mathcal{F}\hat{\mathcal{S}}_g^*$  を考える。このとき次の結果を得る。

**定理 2.**  $g>1, q>1$  を整数とする。このとき次のような  $(2q-1)(g-1)$  個の正則函数  $\sigma_j(\tau, z), (\tau, z) \in \mathcal{F}\hat{\mathcal{S}}_g^*$  が存在する。  $\theta_j(\tau, \hat{z})$  は  $\mathcal{F}\hat{\mathcal{S}}_g^* \setminus Z$  の各元  $\tau$  に対して、  $S(\tau)$  上の regular  $q$ -differentials の基底である。ここで  $\theta_j(\tau, \hat{z})$  は  $\sigma_j(\tau, z)$  を  $S(\tau)$  上におとした函数である。又  $Z$  は余次元が 1 である analytic subvariety である。

**定理 3.**  $g>1, \tau_0 \in \hat{\mathcal{S}}_g^*$  とする。このとき次のような  $\tau_0$  の近傍  $N$  と  $g$  個の正則函数  $\theta_j(\tau, \hat{z}), \tau \in N, \hat{z} \in S(\tau)$ , が存在する: 各  $\tau \in N$  に対し  $\theta_j(\tau, \hat{z})$  は  $S(\tau)$  上の 1 次独立な regular 1-forms である。

6. 最後に Klein 群と 3-manifolds について若干述べたい。 Greenberg [10] と Marden [14] を空間群に関する第 1 期の研究とすれば、 Thurston, Sullivan, Gromov 等のトポロジーからの影響をうけての Bers [6, 7] Hubbard-Masur [12], Earle-Marden [9] の仕事は第 2 期のはじま

りといえるであろう。今後の発展が期待される分野であると思われる。

7. 参考文献として次のをあげておく。

- [1] W. Abikoff: Acta Math. 134 (1975), 211-237.
- [2] W. Abikoff: Ann. of Math. 105 (1977), 29-44.
- [3] L. Bers: Ann. of Math. 91 (1970), 570-600.
- [4] L. Bers: Ann. of Math. Studies 79 (1974), 43-55.
- [5] L. Bers: Advances in Math. 16 (1975), 332-361.
- [6] L. Bers: Acta Math. 141 (1978), 74-98.
- [7] L. Bers: The action of the modular group on the complex boundary (to appear).
- [8] V. Chuckrow: Ann. of Math. 88 (1968), 47-61.
- [9] C. Earle and A. Marden: (to appear).
- [10] L. Greenberg: Ann. of Math. 84 (1966), 433-441.
- [11] W. Harvey: Discrete Groups and Automorphic Functions (1977), 295-348
- [12] J. Hubbard and H. Masur: Acta Math. 142 (1979), 221-274.
- [13] T. Jørgensen, A. Marden and B. Maskit: Duke Math. 46 (1979), 441-446.
- [14] A. Marden: Ann. of Math. 99 (1974), 383-462.
- [15] B. Maskit: Ann. of Math. 91 (1970), 607-639.
- [16] H. Sato: Nagoya Math. J. 76 (1979), 151-175.
- [17] H. Sato: On augmented Schottky spaces and automorphic forms, II (to appear).

4 月 2 日

### 18. 幸原 昭 (姫路工大) 多変数 pseudo-holomorphic 函数の繁茂性について

領域  $D \subset \mathbb{C}^n$ , 複素数値函数  $a(z) \in C^\infty(D)$  に対して、  $\mathcal{O} = \{u | u: D \rightarrow \mathbb{C}, \bar{\partial}u = \overline{a(z)}\bar{\partial}u\}$  とおき、各  $u \in \mathcal{O}$  を pseudo-holomorphic (p. h.) 函数という。  $\mathcal{O}$  は  $\mathbb{R}$  上の線形空間であるが、p. h. 函数論が繁茂性を持つとは  $\dim \mathcal{O} = \infty$  のことである (G. A. Magomedov and V. P. Palamodov). p. h. 函数論が繁茂性を持つとき、係数  $a(z)$  の満たすべき条件を求め、かかる条件下における p. h. 函数の性質について述べる。

### 19. 木村 郁雄 (神戸大・教養) 正則函数のイデアルについて

$X$  を点  $a \in \mathbb{C}^n$  の近傍  $U$  で与えられた解析的集合、  $I$  をそのイデアルの層とする。  $A = X$  を  $U$  内の閉集合、  $J$  を  $U$  における連接層で次の条件をみたすとする:

$$(E) I = \text{rad } J; \quad (G) I|_{(X-A)} = J|_{(X-A)}.$$

このとき次がなりたつ。

**定理.**  $\text{prof } J_a \geq \dim_a A + 1$  ならば  $I_a = J_a$ . とくに  $\dim_a A = 0$  ならば逆もなりたつ。

証明には G. Scheja, Math. Ann. 144 (1961), 345-360 の Satz III の Kor. を用いる。

上述の定理は、  $I$  が未知のとき、とくに  $A$  が  $X$  の特異点の集合  $S$  に等しいときには、条件 (E) および (G) をみたす  $J$  は比較的発見しやすいので、  $X$  に対し  $I$  がどのような元で生成されるかを調べるのに利用できる。

### 20. 阪井 章 (姫路工大) $n$ 変数整関数による一様近似について

$\mathbb{C}^n$  の閉集合  $T$  に対して次の条件を考える。

(\*)  $\mathbb{C}^n$  で定義された非負値  $C^\infty$  関数  $\rho$  で、ある正定数  $c$  に対して

$$\sum_{j,k} \frac{\partial^2 \rho(z)}{\partial z_j \partial \bar{z}_k} t_j \bar{t}_k \geq c |t|^2, \quad z \in \mathbb{C}^n, t \in \mathbb{C}^n$$

をみたすものがある、 $T$  は次のようにかける：

$$T = \{z \in \mathbb{C}^n : \rho(z) = 0\}.$$

次の結果を報告する。

**定理**  $T$  が条件(\*)をみたすとき、 $T$  上の任意の連続関数は  $n$  変数の整関数によって  $T$  上一様に近似される。

$T = \mathbb{R}^n$  は条件(\*)をみたす。(したがって、 $T = \mathbb{R}^1$  のときは、Carleman の定理に一致する)

**21. 藤田 収** (奈良女子大・理) 正則写像の臨界点について

$V, W$  をそれぞれ  $m$  次元、 $n$  次元の複素多様体、 $f$  を  $V$  から  $W$  への正則写像とする。局所座標に関する  $f$  の函数行列の階数が  $\min(m, n)$  より小さくなる  $V$  の点を  $f$  の臨界点と呼び、その全体を  $\Sigma$  で表わす。

**定理 1.**  $\Sigma$  が空でないとき、 $\Sigma$  は  $V$  における解析集合で、その既約成分の次元は、 $1 < n \leq m$  ならば少なくとも  $n-1$  次元、 $m < n < 2m-1$  ならば少なくとも  $2m-n-1$  次元である。(  $m=n$  のときは自明)。

次の定理は西野氏の 2 変数整関数についての結果の拡張である。

**定理 2.** 上の情勢のもとで、特に  $V$  を  $n+1$  次元 Stein 多様体とし、 $V$  上で Cousin 第 2 問題がつねに解けるものとする。 $\mathfrak{D} = f(V)$  の任意の点  $y$  上の fiber  $f^{-1}(y)$  が  $V$  における解析集合として 1 次元既約で、Riemann 面として複素平面と解析的に同値ならば  $f$  の臨界点は存在しない。(結局  $(V, f, \mathfrak{D})$  は hol. C-bundle となる)

**22. 近藤誠造** (京都府立大) 固有集合の解析接続に関する一注意

$n > q \geq m > 0$  とする。 $X^n$  (resp.  $Y^m$ ) を  $n$  (resp.  $m$ ) 次元連結複素多様体で可算基をもつとする。 $\varphi: X^n \rightarrow Y^m$  を  $X^n$  の任意の点で  $\text{rank} = m$  で  $Y^m$  の上への解析写像とする。ここですべての fiber  $\varphi^{-1}(y), y \in Y^m$ , は既約 compact で、 $F$  を  $X^n$  の中の閉集合で  $q$  次元一般既約固有集合  $\Gamma$  (即ち  $q$  次元既約固有集合の germ を  $X^n$  中解析接続可能なかぎり接続したもの、 $X^n$  の中で閉集合になるとは限らない) の可算和集合として表わされているものとする。このとき任意の一つの  $\Gamma$  に関して、 $\varphi(\Gamma)$  が  $\text{capacity} > 0$  ならば  $Y^m - \varphi(\Gamma)$  は  $\text{capacity} = 0$  である。以上は田所 (J. Math. Soc. Japan 1965 p. 289 定理 IV) に対する注意である。証明は  $X^n$  中の任意の  $q$  次擬凹状集合  $E$  と  $E$  の中の  $q$  次元一般固有集合  $\Gamma$  に対して、 $E$  の  $\Gamma$  に関する  $\text{dérivés}$  なるもの (空間中のものと fiber  $\varphi^{-1}(y)$  上のもの) を定義して両者が  $\text{capacity} = 0$  を除いて一致することを証明してなされる。

**23. 梶原穰二** (九大理), **西原 賢** (福工大). DFN 空間における連続な境界をもつ領域の擬凸性のクザン I

問題による特徴付け

$E$  を DFN 空間、即ち、espace dual fort d'un espace de Fréchet nucléaire であって、基底をもつものとする。

$\Omega$  を  $E$  の連続な境界をもつ領域とする。この時、 $\Omega$  が擬凸領域であることと、 $E$  の任意の凸領域  $P$  に対して、 $\Omega \cap P$  がクザン I 領域であることと同値であることを示す。

[1] P. Robin, Le probleme du  $\bar{\partial}$  sur un espace de Hilbert, Bull. Soc. Math. France, 107 (1979), 225-240.

[2] J. Kajiwara, Some characterization of Stein manifold through the notion of locally regular boundary points, Kōdai Math. Sem. Rep., 16 (1964), 191-198.

**24. 竹内 茂** (岐阜大・教育) スタイン等質空間について

連結複素リー群  $G$  の等質空間  $M$  が連結な等方性群  $H$  をもっていたとする。 $M = G/H$  とかけるがこの時  $M$  がスタイン多様体になるための条件を求めたい。この問題は、Y. Matsushima: Nagoya Math. J. 18 (1960) p. 153~164. により考察されたが最近類似の結果を異なった証明法で得たので報告する。

$G$  の極大コンパクト部分群  $K$  で  $K \cap H$  かつ  $H$  の極大コンパクト部分群になっているものとする。 $g, h, k$  を  $G, H, K$  のリー代数、 $\pi: g \rightarrow g/h$  を自然な射影としたとき、 $\beta_K(G/H) := \dim_{\mathbb{C}} \pi(k) \cap \sqrt{-1}\pi(k)$  とおく。また  $k^{\circ} := k + \sqrt{-1}k$  とすれば複素リー代数  $k^{\circ}$  に対応する  $G$  の連結複素閉部分群 ( $\equiv K^{\circ}$  とおく) が定まる。

**定理 1.** (必要条件)  $G/H$  がスタインならば  $\beta_K(G/H) = 0, (\forall K)$

**定理 2.** (十分条件)  $K^{\circ}H = HK^{\circ}$  かつ  $K^{\circ} \cap H$  の連結成分は有限個、かつ  $\beta_K(G/H) = 0, (\exists K) \Rightarrow G/H$ : スタイン。

**25. 難波 誠** (東北大・理) Isolated points of special subvarieties of Jacobian varieties.

$V$  をコンパクトリーマン面、 $S^n V$  をその  $n$ -th symmetric product、 $J(V)$  を Jacobian variety、 $\varphi: S^n V \rightarrow J(V)$  を Jacobi map とする。 $W_{n,r} = \{t \in J(V) \mid \dim \varphi^{-1}(t) \geq r\}$  は  $J(V)$  の closed complex subspace である。ここでは、 $W_{n,r}$  の点  $t$  が  $W_{n,r}$  の isolated point となるための、ひとつの簡単な十分条件を与え、その応用をひとつ述べる。

**26. 難波 誠** (東北大・理) 方程式  $y^p = f(x)$  で定義されたコンパクト・リーマン面の同値問題

$n$  を自然数、 $f_1(x), f_2(x)$  を  $x$  の有理函数とする。 $V_1, V_2$  を次式で定義されたコンパクトリーマン面とする：

$$V_1: y^n = f_1(x),$$

$$V_2: y^n = f_2(x).$$

自然に生ずる問題として、「 $V_1$  と  $V_2$  とは、いつ等角同値か?」。ここでは  $n=p$  を素数として、更にもうひとつの条件を付けて、この問題を解く。次に、自己同型群について言及する。

**27. 赤堀隆夫 (琉球大・理), 宮嶋公夫 (鹿児島大・教養) 強擬凸実超曲面上の CR- 構造の倉西族について**

孤立特異点のみを持つ3次元以上の正規スタイン空間は、H. Rossi の定理により、境界上の強擬凸 CR- 構造により一意に決定される事が知られている。倉西は、孤立特異点の変形に対し、CR- 構造の変形を通じたアプローチを試み、次のような CR- 構造の変形における存在定理を証明している。 $(X, 0)$  を3次元以上の孤立特異点、 $M$  を  $X=0$  内の強擬凸実超曲面とする。

**定理.** パラメータに  $C^\infty$  に depend する (倉西の意味で) universal な  $M$  上の CR- 構造の局所変形族が存在する。

本講演では、 $\dim X \geq 5$  の時、パラメータに複素解析的に depend する (倉西の意味で) universal な  $M$  上の CR- 構造の局所変形族の構成について報告する。

**28. 渡辺公夫 (筑波大・数学系), 大柳茂樹 (筑波大・数学系) Relations among  $P_f, P_a$  and  $P_g$ .**

$(X, x)$  を2次元正規特異点とする。 $(X, x)$  の解析的不変量として、 $p_f, p_a, p_g$  がある。これらは、特異点除去  $\pi: \tilde{X} \rightarrow X$  に対して、 $p_f = (\text{例外集合 } A = \pi^{-1}(x) \text{ 上の基本サイクルの仮想種数})$ ,  $p_a = \sup (A \text{ 上の正サイクルの仮想種数})$ ,  $p_g = \dim \mathcal{C}(R^1 \pi_* \mathcal{O}_{\tilde{X}})_x$  と、それぞれ、定義され、これらは、いずれも  $\pi$  のとり方にはよらない。これらの間に " $0 \leq p_f \leq p_a \leq p_g$ " が成立し、" $p_f = 0 \Rightarrow p_a = 0 \Rightarrow p_g = 0$ " なる事が、Artin により示された。また、Wagreich により " $p_f = 1 \Rightarrow p_a = 1$ " が示された。今回の講演では " $p_g \geq 2$  かつ  $\mathcal{O}_{X,x}: \text{Gorenstein} \Rightarrow p_f < p_g$ " を報告する。これは、サマーセミナー '79 の講演の中で報告した " $p_g = 2$  かつ  $\mathcal{O}_{X,x}: \text{Gorenstein} \Rightarrow p_a = 1$ " (吉永・大柳: Sci. Rep. Yokohama National Univ.) の拡張となっている。

**29. 渡辺公夫 (筑波大・数学系) Asymptotic behavior of  $\delta_m$  for quasihomogeneous singularities**

$(X, x)$  を  $n$  次元正規孤立特異点とする。 $x$  の (十分小さい) Stein 近傍  $U$  を一つ選ぶ。 $\Gamma(U - \{x\}, \mathcal{O}(mK))$  の元で、 $U - \{x\}$  上の正則  $m$  重  $n$  形式とみたとき、 $x$  の近傍で  $L^{2/m}$ -可積分となる元全体のなす部分空間を  $L^{2/m}(U - \{x\})$  と表す。このとき特異点  $(X, x)$  の  $m$ - 種数  $\delta_m$  を  $\delta_m = \dim \Gamma(U - \{x\}, \mathcal{O}(mK)) / L^{2/m}(U - \{x\})$ , ( $m \geq 1$ ) で定義する。 $\delta_1$  は幾何種数に一致する。 $X$  が重み  $(q_0/d, q_1/d, \dots, q_n/d)$  の擬斉次多項式で定義されているとき、 $\delta_m \leq \# \{(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{N}^{n+1} \mid m(d - (q_0 + q_1 + \dots + q_n)) \geq \sum_{i=0}^n \lambda_i q_i\}$ ,

$d > m\{d - (q_0 + q_1 + \dots + q_n)\}$  なら等号が成り立つ (53年秋)。ここでは、 $m$  の如何にかかわらず、 $\delta_m$  が計算できることを示す。その結果として、 $r = \sum_{i=1}^n (q_i/d_i) < 1$  のとき、

$\delta = \limsup \delta_m / m^n = (1/n!) (1-r)^n (d^{n+1}/q_0 q_1 \dots q_n)$  が得られる。2次元の場合、重みが異なるのに、 $\delta$  が同じになる特異点が存在する事情を解明する。

**30. 吉永悦男 (横浜国大・教育) 鈴木正彦 (筑波大・数学系) Normal forms of non-degenerate quasihomogeneous functions with inner modality  $\leq 4$ .**

孤立特異点をもつ擬斉次正則関数の芽  $f: (C^n, 0) \rightarrow (C, 0)$  に対し、 $\varphi_1, \dots, \varphi_m$  を  $\mathcal{O}_{C^n, 0}/\Delta(f)$  の単項式の基とし、 $m_0(f) = \#\{\varphi_i \mid \text{degree } \varphi_i \geq 1\}$  と定義し  $f$  の inner modality という。Arnol'd は  $m_0(f) = 0, 1$  の  $f$  の normal forms をすべて決定した。我々は次を得た:

**定理 1.** (1)  $m_0 = 2$  なる  $f$  の normal forms はすべて決定され 20 classes を得る。

(2)  $m_0 = 3$  なる  $f$  については 24 classes を得る。

(3)  $m_0 = 4$  なる  $f$  については 28 classes を得る。

次に、 $m_0(f) = k+1$  で  $\#\{\varphi_i \mid \text{degree } \varphi_i > 1\} < k+1$  なる  $f$  を  $m_0 = k$  の境界という。このとき、我々は次の結果を得た。

**定理 2.**  $k=0, 1, 2, 3$  に対して、 $m_0(f) = k+1$  なる  $f$  は  $m_0 = k$  の境界のすくなくとも 1 つに deform される。

**31. 坪井昭二 (鹿児島大・教養) On local moduli of nonsingular normalizations of surfaces with ordinary singularities**

$W = \mathbb{P}^3(C)$ ,  $S$  を  $W$  中の通常特異点を持った超曲面、 $\Delta$  を  $S$  の二重曲線、 $\Phi_S$  を  $S$  の  $W$  中での infinitesimal な equisingular displacements の層とする。この時の  $S$  の非特異正規化  $X$  の複素構造の変形の local moduli 数について、次の定理が成立。ただし、 $\mathfrak{F} = \Omega_W^{-1}([S] - \Delta) \otimes K_W$  とおく。**定理 1.**  $S$  が正則 ( $\Leftrightarrow H^1(S, \Phi_S) = 0$ ) の場合;  $H^0(X, T_X) = H^0(W, \mathfrak{F}) = 0$  ( $i=1, 2$ ) ならば、 $X$  の local moduli 数  $m(X)$  は定義できて、 $m(X) = \dim H^1(X, T_X) = \dim H^0(S, \Phi_S) - 15 + \dim H^3(W, \mathfrak{F})$ 。

**定理 2.**  $S$  が三重点を持たない場合;  $H^0(X, T_X) = H^1(W, \mathfrak{F}) = 0$  であって、かつ  $S$  が effectively parametrized complete equisingular displacements family に属しているならば、 $X$  の local moduli 数は定義できて

$$m(X) = \dim H^1(X, T_X) = \dim H^0(S, \Phi_S) - 15 - \dim H^2(W, \mathfrak{F}) + \dim H^3(W, \mathfrak{F}).$$

今吉洋一 (東北大・理) リーマン面の正則族とタイヒミューラー空間

擬等角写像, クライン群, タイヒミューラー空間の理論をリーマン面の正則族, 及びそれに関連する話題へ応用することを考える.

$\bar{X}$  を 2 次元複素多様体,  $C$  を  $\bar{X}$  における 1 次元非特異解析的集合又は空集合とする. 複素平面上の単位円板を  $D$ , それから原点を除いたものを  $D^*$  とする. そして, 固有正則写像  $\pi: \bar{X} \rightarrow D^*$  は次の条件をみたすものとする.

- 1)  $\bar{\pi}$  は  $\bar{X}$  の各点で最大階数をもつ,
- 2)  $X = \bar{X} - C, \pi = \bar{\pi}|_X$  とおくと,  $D^*$  の各点上のファイバー  $S_t = \pi^{-1}(t)$  は連結で, リーマン面とみて一定のタイプ  $(g, n)$  である. ただし  $2g - 2 + n > 0$  とする.

このとき,  $(X, \pi, D^*)$  は, タイプ  $(g, n)$  のリーマン面の正則族であると言う.

上半平面  $U$  に作用する有限生成, 第一種フックス群  $G$  で, リーマン面  $U/G$  がタイプ  $(g, n)$  になるものをもってきて固定する.  $G$  のタイヒミューラー空間を  $T(G)$ , 下半平面  $L$  上で定義された 2 次微分  $\phi \in T(G)$  に対して,  $\phi$  の定める擬フックス群を  $G_\phi$ , その成分で上半平面に対応するものを  $D_\phi$  とする.  $\rho: D \rightarrow D^*$  を普遍被覆とすれば, 被覆変換群  $\Gamma$  は 1 つの放物的変換  $\gamma$  で生成されるが, その固定点は  $\tau=1$  と仮定する. このとき, 正則写像  $\Phi: D \rightarrow T(G)$  が存在して, 各  $\tau \in D$  に対し,  $D_{\phi(\tau)}/G_{\phi(\tau)}$  は  $S_{\rho(\tau)}$  と等角同値になる. さらに,  $T(G)$  のモデューラー群  $\text{Mod}(G)$  の元  $M$  が存在して  $\Phi \circ \gamma = M \circ \Phi$  を満す.

定理 1. ([5], [6])

タイプ  $(g, n)$  のリーマン面の正則族  $(X, \pi, D^*)$  に対して,  $\phi_0 \in \overline{T(G)}$  が存在して,  $\tau=1$  における任意の尖点領域中で  $\tau$  が 1 に近づくとき,  $\Phi(\tau)$  は  $\phi_0$  に一様に収束する. そして  $\phi \in T(G)$  と  $M$  が有限位数であること,  $\phi_0 \in \partial T(G)$  と  $M$  が無限位数であることは, それぞれ同値である. さらに  $\phi_0 \in \partial T(G)$  の定める境界群は regular  $b$ -group である.

定理 2 ([5], [6], [8])

タイプ  $(g, n)$  のリーマン面の正則族  $(X, \pi, D^*)$  に対して, その完備化  $(\bar{X}, \bar{\pi}, D)$  が構成できて, その原点上のファイバーは, nodes をもつタイプ  $(g, n)$  のリーマン面の位数有限な解析的自己同型群による商空間として表される.

タイヒミューラー空間の理論の著しい応用として, グリフィス [4] による任意次元  $n$  の代数多様体  $X_0$  の一意化がある. つまり,  $X_0$  は普遍被覆空間が  $C^n$  内の有界なベルグマン領域と双正則になるようなザリスキー開集合  $X$  を含む.

ここでは, 2 次元の場合, より精密なことがいえることを述べる. 任意の代数曲面  $X_0$  に対して, そのザリスキー開集合  $X$ , 普遍被覆空間が単位円板  $D$  になるような有限タイプのリーマン面  $R$ , 及び正則写像  $\pi: X \rightarrow R$  が存在して,  $(X, \pi, R)$  はタイプ  $(g, n)$  のリーマン面の正則族になる. 普遍被覆  $\rho: D \rightarrow R$  の被覆変換群を  $\Gamma$  とすれば, 正則写像  $\Phi: D \rightarrow T(G)$  が存在して, 各  $\tau \in D$  に対して,  $D_{\phi(\tau)}/G_{\phi(\tau)}$  は  $S_{\rho(\tau)}$  と等角同値になる.  $\Gamma$  の尖点達の集合を  $C$ , 各  $\tau \in D \cup C$  に対して,  $G_{\phi(\tau)}$  の尖点達の集合を  $P_{\phi(\tau)}$  とおく.

$$\mathfrak{D} = \{(\tau, w) \mid \tau \in D, w \in D_{\phi(\tau)}\},$$

$$\hat{\mathfrak{D}} = \{(\tau, w) \mid \tau \in D \cup C, w \in D_{\phi(\tau)} \cup P_{\phi(\tau)}\}$$

とおけば,  $\mathfrak{D}$  は  $C^2$  内の有界なベルグマン領域で,  $X$  の普遍被覆空間になり, その被覆変換群  $\mathfrak{G}$  は  $\Gamma$  と  $G$  の半直積と同型である. このとき次のことが証明される.

定理 3 ([6])

$\hat{\mathfrak{D}}$  には, ハウスドルフ位相が定義され,  $\mathfrak{G}$  の各元は  $\hat{\mathfrak{D}}$  の位相同型写像に拡張される. そして, 商空間  $\hat{\mathfrak{D}}/\mathfrak{G}$  は 2 次元コンパクト正規複素解析空間になり, もとの  $X_0$  と双有理型同値である.

また, ポアンカレ級数, ポアンカレアイゼンシュタイン級数を用いて次のことを得る.

定理 4 ([7])

$\mathfrak{D}$  上の  $\mathfrak{G}$  に関する同じ重さの保型形式  $\varphi_0, \dots, \varphi_N$  を構成して, それらが  $\hat{\mathfrak{D}}/\mathfrak{G}$  から  $N$  次元射影空間  $P_N(C)$  の中への双有理型な埋めこみを与えるようにできる.

参 考 文 献

[1] Bers, L. Uniformization, Moduli and Kleinian Groups. Bull. of London Math. Soc. 4 (1972) 257-300.  
 [2] Bers, L. Spaces of degenerating Riemann sur-

faces. Ann. of Math. Studies 79 (1974) 43-55.  
 [3] Bers, L. On Hilbert's 22nd problem. Proceedings of Symposia in pure Mathematics, Vol. 28 (1976), 559-

609.

- [4] Griffiths, P.A. Complex analytic properties of certain Zariski-open sets on algebraic varieties. *Ann. of Math.* 94 (1971) 21–51.
- [5] Imayoshi, Y. Holomorphic families of Riemann surfaces and Teichmüller spaces, to appear in the Proceedings of 1978 Stony Brook conference on Riemann surfaces and Kleinian groups.
- [6] Imayoshi, Y. Holomorphic families of Riemann surfaces and Teichmüller spaces, II. *Tôhoku Math. J.* 31 (1980) 469–489.
- [7] Imayoshi, Y. Holomorphic families of Riemann surfaces and Teichmüller spaces, III, to appear in *Tôhoku Math. J.*
- [8] Nishino, T. Nouvelles recherches sur les fonctions entières de plusieurs variables complexes, *V. J. Math. Kyoto Univ.* 15 (1975) 527–553.

