

1979
October

日本数学会

昭和54年秋季総合分科会

講演アブストラクト

函 数 論

時 …… 10月3日・4日

所 …… 京都大学理学部

3日	9.30 ~ 12.00	普通講演	1 ~ 10
	13.30 ~ 16.00	普通講演	11 ~ 20
	16.15 ~ 17.15	特別講演	
4日	10.00 ~ 12.00	普通講演	21 ~ 28
	13.30 ~ 15.30	普通講演	29 ~ 35
	15.45 ~ 16.45	特別講演	



1. 古関健一 擬解析関数の一次結合について

$f_1(z), f_2(z)$ を $f_1(0)=f_2(0)=0, f_1(1)=f_2(1)=1, f_1(\infty)=f_2(\infty)=\infty$ なる全平面上の擬解析関数とする。 $g_s(z)=(1-s)f_1(z)+sf_2(z), 0 \leq s \leq 1$, と置く。 s に無関係な定数 $k < 1$ があって、 $g_s(z)$ の complex dilatation の絶対値が k を越えないとき、各々の s に対して $g_s(z)$ は全平面を全平面に一对一に写す。従ってまた擬解析関数となる。

2. 橋本有司 (愛知工大) n 価代数型関数についての一注意

$w(z)$ を n 価代数型関数とし、 $w(z)$ の定義方程式を $f_0(z)w^n + f_1(z)w^{n-1} + \dots + f_n(z) = 0$ とする。いま、 (f_0, f_1, \dots, f_n) をこの代数型関数の係数よりつくられる函数系とし、その係数の間の一次独立な一次関係の最大個数が $n-1$ の場合を考える。このとき、ある代数函数 $w(t)$ (定義方程式は $w^n + p_1(t)w^{n-1} + \dots + p_n(t) = 0, p_1(t), \dots, p_n(t)$ は t の高々一次式) と有理型函数 $t = \varphi(z)$ が存在して、 $z = z_0$ で $w(z)$ がとる値は、 $t = \varphi(z_0)$ で代数函数 $w(t)$ がとる値に等しくなる。なお、これを用いれば、 n 価代数型関数の deficiency および Picard constant に関する結果 (Niino-Ozawa, Toda および Ozawa, Aogai) の証明の一部が簡略化される。

3. 戸田暢茂 (名大教養) Wiman の定理の一つの拡張

$f(z)$ を定数でない、位数 ρ , 劣位数 μ の $|z| < \infty$ での有理型函数とし、 $\mu(r, f) = \min_{|z|=r} |f(z)|$ とおく。「 $f(z)$ が整函数で $\rho < 1/2$ ならば $\limsup_{r \rightarrow \infty} \mu(r, f) = \infty$ 」なることは「Wiman の定

理」としてよく知られている。

そして、この定理の精密化、拡張として興味ある結果が数多く得られている。しかし、有理型函数で劣位数が丁度 $1/2$ になっている場合についての結果は見当らない。ここでは、この場合に対しての次の結果を報告する。

定理. f が条件 1) $\rho = \mu = 1/2$ かつ $\lim_{r \rightarrow \infty} T(r, f) / r^{1/2} = 0$; 2) $N(r, f) / T(r, f) < 2^{-1} (\log r)^{-2} (r \geq r_0 > 0)$ をみたしているならば、 $\limsup_{r \rightarrow \infty} \mu(r, f) = \infty$.

f の零点、極に制限を加えると、条件 1) は少し弱めることができる。

4. 上田英靖 (東工大理) 整函数の zero-one set について

以下、 f, g は整函数、 ρ_f でその位数を表わす。また、 $f = a \rightarrow g = a$ とは、 z_n が $f - a$ の $\nu(n)$ 位の零点のとき、 z_n は $g - a$ の位数 $\nu(n)$ 以上の零点であることを表わす。さらに、 $E(a, k, f) = \{z \in \mathbf{C}; z \text{ は } f - a \text{ の位数 } \leq k \text{ の零点}\}$ とする。このとき、次の事が成り立つ。

1. (i) f は $\rho_f < \infty$ で超越とし、その zero-one set が $(\{a_n\}_1^\infty, \{b_n\}_1^N)$ であるとする。(N は 2 以上の自然数か ∞) さらに、 f が $\sum_{c \neq \infty} \delta(c, f) > 0$ を満たすならば、 $(\{a_n\}_1^\infty, \{b_n\}_{n_0+1}^N)$ (n_0 は $N-1$ 以下の自然数) はいかなる整函数の zero-one set にもならない。(ii) f は $\rho_f < \infty$ で超越とし、その zero-one set が $(\{a_n\}_1^m, \{b_n\}_1^\infty)$ (m は自然数) とする。 $E \subseteq \phi \neq E \subseteq \{b_n\}_1^\infty$ なる任意の集合とすると、 $(\{a_n\}_1^m, E)$ はいかなる整函数の zero-one set にもならない。

2. f, g は非定数とし、次の (i) (ii) を満たすとする。

(i) $f=0 \Rightarrow g=0, f=1 \Rightarrow g=1$ (ii) $E(a, k,$

$f) = E(a, k, g)$ (k は2以上の自然数か ∞)
なる $a (\neq 0, 1)$ がある。このとき $f = g$ か $g = S(f)$ 。ここで S は $0, 1$ を固定し、 a と ∞ を交換する一次変換。なお、(ii)の仮定を(ii)'; $f = a \rightarrow g = a, f = a$ の根は少なくとも一つ存在する。に替えても同様の結果を得る。

5. 木村 茂 (宇都宮大教育) On a characterization of the cosine function

Edrei は0点と1点がすべて real な整函数を A-function と名づけ、real でない A-function について特徴づけをした。real A-function については、cosine function 以外にも、存在することは知られている (Bieberbach)。ここでは小沢先生の合成函数の考え方をういて、次の結果を述べる。

「 $F(z)$ は real entire で A-function とする。 m は5または $2^j (j=1, 2, \dots)$ とし、 m 次の多項式 P_m と整函数 $f_m(z)$ を用いて、 $F(z) = P_m(f_m(z))$ とかけていれば、

$$F(z) = a \cos \sqrt{az^2 + bz + c} + \beta \text{ である。}$$

ここですべての定数は実数で、 a, b, c は、ある条件式を満たす。」

6. 新濃清志 (金沢大工)・吹田信之 (東工大理) 合成函数の増大度について

$f(z), g(z)$ を整函数とする。 $\log M(r, f(g))$ の上下からの sharp な評価はよく知られているが、 $T(r, f(g))$ の評価でまだ満足すべきものはない。 $T(r, f(g))$ について得られたことを報告する。

定理 1. 任意な正数 ϵ に対して、 $M(r, g) > ((2+\epsilon)/\epsilon)|g(0)|$ ならば、 $T(r, f(g)) \leq (1+\epsilon)T(M(r, g), f)$ 。特に $g(0)=0$ ならば、 $T(r, f(g)) \leq T(M(r, g), f)$ 。

これは次の意味で best possible である。

定理 2. $0 < \sigma < 1, \alpha > 1$ なる定数 σ と α に対して、 $T(r\sigma, f) > \sigma^\alpha T(r, f) (r \geq r_0)$

かつ g の lower order が 0 ならば、

$$\limsup_{r \rightarrow \infty} T(r, f(g)) / T(M(r, g), f) = 1.$$

次に、 $T(r, f(g))$ の下からの評価を与える。

7. 占部博信 (京都教育大) 整函数族 $J(2\pi i)$ に属する函数の primeness について

整函数の族 $J(2\pi i)$ は次のように定義される、

$$J(2\pi i) = \{F(z) = z + H(z) \mid H(z) \text{ は } 2\pi i \text{ を周期とする周期整函数, } H(z + 2\pi i) = H(z)\}.$$

このとき、 $z + e^z$ や $z + e^{e^z}$ などは $J(2\pi i)$ に属する代表的な函数であり、これらは prime であるが、さらに、自然数 m に対して、 $z + e_m(z)$ ($e_m(z) = \exp(e_{m-1}(z)), e_0(z) = z$) も prime であることが知られている。

上の事実の一般化として、次の結果を報告したい。

定理 1. 整函数 $p(z)$ に対して、 $F(z) = z + p(e^z) (\in J(2\pi i))$ とする。このとき、 $e^{p(z)}$ が $2\pi i$ を周期とする周期函数であるとすれば、 $F(z)$ は prime である。

$J(2\pi i)$ に属する函数の分解に関する基本定理を利用すれば、一般に、整函数 $p(z)$ に対して、 $z + p(e^z)$ が prime であることと、 $ze^{p(z)}$ が prime であることは同値であることが示される。ところで、 $p(z)$ が定理1の仮定をみたせば、 $ze^{p(z)}$ は prime であるので、定理1が従う。従って、特に、整函数 $p(z)$ に対して、 $z + p(e^z)$ は prime であることがわかる。

定理1を使うと、以前の結果とも関連し、次のことが示される。

定理 2. $p(z), q(z)$ は整函数で、 $e^{p(z)}, e^{q(z)}$ が共に $2\pi i$ を周期とする周期函数であるとしよう。このとき、合成函数 $F(z) = (ze^{q(z)}) \circ (z + p(e^z))$ は uniquely-factorizable である。

8. 山下慎二 (都立大理) 非正規正則函数

単位開円板で正則な函数を g とし、 $A_p(g) =$

$\iint_{|z|<1} |g'(z)|^p dx dy, 0 < p < \infty (z = x + iy),$
 とおく。もし $A_2(g) < \infty$ ならば, g はレヒト
 とヴィルタネンのいみで $|z| < 1$ で正規である。
 非正規正則函数 f でしかも $A_p(f) < \infty$ が任意
 の $p, 0 < p < 2$, について成立するものを作れ
 ば, $A_2(g) < \infty$ は g が正規であるための十分
 条件として sharp である。函数 f は
 $-B(z) \log(1-z)$ で与えられる, 但し, B は
 ブラシュケ積でその零点 $\{z_n\}$ は 1 を集積点に
 もち, $1 - |z_{n+1}| \leq c(1 - |z_n|) < c, 0 < c < 1,$
 $n = 1, 2, \dots,$ をみたすものとする。アレンとベル
 ナは非正規正則函数 h で $A_1(h) < \infty$ をみたす
 ものを作った (J. Math. Soc. Japan 24 (19
 72)) が, 我々の f は 1 と 2 との gap を完全に
 埋める。

9. 斎藤三郎 (群馬大工) A characterization of the adjoint L-kernel of Szegö type

Riemann 面上の characteristic をもつ Szegö
 核や Szegö 型核のときにも成立する命題の特別
 な場合として次の定理が得られた: 定理 G を平面
 上の regular region, $\hat{L}(z, u)$ を G 上の Szegö
 核 $\hat{K}(z, \bar{u})$ に対する adjoint L -核とする。この
 とき, 有限 Dirichlet 積分をもつ G 上のすべて
 の解析函数 $h(z)$ に対して次の等式が成立する:

$$\frac{1}{\pi} \iint_G |h'(z)|^2 dx dy = \int_{\partial G} \int_{\partial G} |h(z_1) - h(z_2)| \hat{L}(z_1, z_2) |dz_1| |dz_2|.$$

さらに $G \times G$ 上の 2 変数函数 $\hat{L}(z_1, z_2)$ は, 任
 意の 1 つの非定数 $h(z)$ に対して $G \times G$ 上のある
 meromorphic functions の族のうちで, 上記の
 等式を成立させる函数として完全に特徴付けられ
 る。証明は $h(z)$ の Szegö 核による積分変換
 $f_h(z_1, z_2) = \int_{\partial G} h(z) \overline{\hat{K}(z, \bar{z}_1)} \hat{K}(z, \bar{z}_2) dz$ を考
 え, G 上の Szegö space とそれ自身との直積空間

における性質を考察することによって与えられる。

10. 井上克己 (東北大理) Remarks on the limit sets of Kleinian groups

G が有限個のクライン群 G_1, \dots, G_s と斜航的変
 換 f_1, \dots, f_t から Maskit の Combination Theorems
 I, II を用いて作られているとする。 ($s+t \geq 2$)
 $A(G_i) (i=1, \dots, s)$ を G_i の極限集合とし, $A_N(G) =$
 $A(G) - \bigcup_{i \in G} g \left(\bigcup_{i=1}^s A(G_i) \right)$ と定めると次のことが
 成立する。

- (1) $A_N(G)$ は空か, 2 点からなるか, あるい
 は連続体の濃度をもつ集合である。
- (2) $A_N(G)$ に不動点をもつものは, 楕円の変
 換か, 斜航的変換に限る。

更に上記の G が初等群, 擬フックス群, あるい
 は退化群から作られており, G の残留極限集合,
 $A_0(G) = L_1(G) \cup L_2(G)$ が空でないとする

- (3) $L_1(G) \subset A_N(G)$
- (4) $L_2(G) = \phi$

が成立する。

11. 加藤崇雄 (山口大理) On Weierstrass points whose first non-gaps are three

S を genus $g (\geq 4)$ の compact Riemann
 面とする。3 を最初の非空隙値にもつ S 上の
 Weierstrass 点の個数は $g = 4$ ならば 12 以下,
 $g \geq 5$ ならば $g + 2$ 以下であることは古典的な定
 理 (たとえば Hensel - Landsberg の本に有る)
 より容易にわかる。本講演では '同一面上には 3
 を最初の非空隙値にもつ非空隙列 (Weierstrass
 列) は高々 2 種類しか存在しない' ことを報告す
 る。さらにそれらの非空隙列がどのようなものか
 について述べる。 $g = 4$ の場合を詳しく調べるこ
 とによって S の自己等角写像群の位数がちょうど 3
 になるような S の定義方程式をすべて求めること
 ができる。

12. 栗林 暉和 (中央大理工) 関田 英太郎
(大府大教養) **On a family of Riemann surfaces I**

この講演の目的は

$$x^4 + y^4 + 2ax^2y^2 + 2bx^2 + 2cy^2 + 1 = 0$$

で定義された Riemann 面の族 (a, b, c をパラメータとして動かす) のもつ性質を述べることである。

この族の Riemann 面は可換な 2 つの elliptic-hyperelliptic involutions σ_1, σ_2 をもつという性質で特性化される non-hyperelliptic な genus 3 の Riemann 面である。ここに $a^2, b^2, c^2 \neq 1$, そして, $1 + 2abc - a^2 - b^2 - c^2 \neq 0$.

複素 2 次元射影空間 P^2 における座標 X, Y, Z で $X^4 + Y^4 + Z^4 + 2aX^2Y^2 + 2bX^2Z^2 + 2cY^2Z^2 = 0$ と表すとき, 同型であるための必要十分な条件が non-singular な P^2 の 1 次変換で移り得ることであることを用いて, 等角同値であるためのパラメータ a, b, c の関係をしらべ, この族に入れた解析構造に関する, a, b, c の解析性を考察する。

13. 柴 雅和 (京大理) **Koebe の一般化された一意化定理について**

任意の平面領域がいわゆる極小平行截線領域に等角写像されうることをのべた Koebe の一般化された一意化定理の, 有限種数開 Riemann 面の拡張に関しては, M. Mori の結果 (1963) がある。そこでの截線に関わる議論は, Koebe のものとは異なる。ここでは, Koebe-Courant の補題を用いる古典的証明もまた可能であることを示したい。それには, 種数 $p (\geq 1)$ の開 Riemann 面上の, Kusunoki の半完全標準微分 (半完全な, L_1 -主関数の ∂ -微分) はこの面の上に高々 $(2p-2)$ 個の零点しかもたないことを示すことが重要な手がかりを与える — この事実はそれ自身閉 Riemann 面上のよく知られた結果の拡張を与えているという点で興味あることと思われる。

14. 松井 邦光 (同志社大工) 西田 和夫
(同志社大工) **Note on the Riemann-Roch theorem on open Riemann surfaces**

R を開リーマン面, $\{R_n\}$ を開領域による R の近似, W を理想境界の bordered 近傍, $R_n \cap W = W_n, L': C^\infty(\partial W) \rightarrow H(\bar{W})$ (resp. $L_n: C^\infty(\partial W) \rightarrow H(\bar{W}_n)$) を $HD(R)$ (resp. $HD(R_n)$) の部分空間 X (resp. X_n) に対応する山口氏の regular operator, $\{P_i\}$ を R の有限箇の点集合, V_i を P_i の局所近傍, $V = \sum V_i, D: C^\infty(\partial V) \rightarrow H(\bar{V})$ を Dirichlet operator とし, $L = L'$ on $\partial W, L = D$ on ∂V (resp. $L_n = L'_n$ on $\partial W, L_n = D$ on ∂V), $s \in H(\bar{V} - \cup P_i), p$ を $p - s = L(p - s)$ on $W \cup V$ の R 上の解, p_n を $p - s = L_n(p - s)$ on $W_n \cup V$ の R_n 上の解とする。いまもし $X_n \Rightarrow X$ なら (i) $X_n \ni 1 \notin V_n$ 且 $X \ni 1$, 又は (ii) $X_n \ni 1 \notin V_n$ 且 $X \ni 1$, の時 $\|p - p_n\|_{R_n} \rightarrow 0$, (iii) $X_n \ni 1 \notin V_n$ 且 $X \ni 1$ の時 $\|dp - dp_n\|_{R_n} \rightarrow 0$ がいえる。(iii) の応用として, X_n, X を適当にとる時, 水本氏のリーマンロックの定理は本質的には吉田氏のリーマンロックの定理の特別な場合に帰着する事が示される。

15. 小川 亘 (北大理) **非有界な Dirichlet 解の境解値について**

平面上の有界領域 G の境界 ∂G 上に非有界, 連続, 可解な境界値 f が与えられたとする。その Dirichlet 解を H_f^G とする。 p_0 を正則境界点とした時, $\lim_{G \ni z \rightarrow p_0} H_f^G(z) = f(p_0)$ は必ずしも成り立たない。ここでは, これが成り立つための一つの十分条件を与える。

定理. G, f, H_f^G, p_0 は上の通りとする。

- [I] $f(p_0)$ が有限値の時, p_0 のある近傍 V があり, $\iint_{G \cap V} |H_f^G(z)| dx dy < \infty$ なら $\lim_{G \ni z \rightarrow p_0} H_f^G(z) = f(p_0)$
[II] $f(p_0) = +\infty$ の時, p_0 のある近傍 V があり,

$\iint_{G \cap V} H_{\max\{f,0\}}^G(z) dx dy < \infty$ なら $\lim_{G \ni z \rightarrow p_0} H_f^G(z) = +\infty$

〔Ⅲ〕 $f(p_0) = -\infty$ の時、 p_0 のある近傍 V があり、

$\iint_{G \cap V} H_{\max\{f,0\}}^G(z) dx dy < \infty$ なら $\lim_{G \ni z \rightarrow p_0} H_f^G(z) = -\infty$

ここで、 $f(p_0) = +\infty (-\infty)$ で $\lim_{G \ni z \rightarrow p_0} H_f^G(z) = -\infty$

($\overline{\lim}_{G \ni z \rightarrow p_0} H_f^G(z) = +\infty$) なる例があるから、〔Ⅱ〕と

〔Ⅲ〕の仮定を落とせない。

16. 倉持善治郎 (北大理) 長坂行雄 (北大理) 非有界な境界値に対する Dirichlet 問題について

Ω を z -平面の有界領域とする。 Ω の境界 $\partial\Omega$ 上の $\pm\infty$ を許す実数値連続関数 $\varphi(z)$ が、Perron-Brelot の方法による Dirichlet 問題について可解であるとき、その解を H_φ で表わす。Brelot の例などから、 $\varphi(z)$ が有界でないときは、 $z_0 \in \partial\Omega$ に barrier があっても、一般には、 $(*) \lim_{z \rightarrow z_0} H_\varphi(z) = \varphi(z_0)$ は成り立たない。ここでは次のことを示す。定理。 $z_0 \in \partial\Omega$ に barrier があって、 H_φ が z_0 のある近傍と Ω の共通部分で Dirichlet 積分が有限であるときは、 $(*)$ が成り立つ。

17. 村澤忠司 (京府大生活科学) 調和空間の compactification と調和関数の表現について

Hunt と Wheeden は、Euclidean Space における Lipschitz domain に対して Euclidean boundary と Martin boundary との関係についての結果を得た。その論文においては、ある性質をもった核関数を構成し、それが重要な働きをなしていることを述べている。他の人々によって、これらの一般化した結果が、Brelot の調和空間に対して得られている。この講演では、Bauer の調和空間 (X, \mathcal{M}) において、 X のある種の compactification X^{**} を考え、核関数を構成することによって、そこでの調和関数の表現について考える。さらに X の ideal boundary Δ^{**} の境界点の Dirichlet 問題に関する regular 性についての

結果を導く。また、「Martin の compact 化での Martin boundary 上に、 $\{z\}$ が positive harmonic measure をもつ minimal irregular point z が存在しうる」(M. G. Shur) ことが知られているが、ここでの compact 化の境界 Δ^{**} に対しては、上述のようなことが起こらない。

18. 池上輝男 (阪市大理) 調和空間の simplicial compactification について

調和空間 X の可解な完閉化 X^* における Dirichlet 問題の正則点の研究に Choquet 理論を応用するため次の simplicial compactification を導入する。

調和境界 Γ にまで連続的に延長できる優調和関数の全体を \mathcal{A} とし、 \mathcal{A} により Γ 上の Borel 測度の集合上に順序 \ll を「 $\mu \ll \nu \iff \mu(\Delta) \leq \nu(\Delta) \forall \Delta \in \mathcal{A}$ 」で定義する。この順序により各 Dirac 測度 $\varepsilon_x (x \in X \cup \Gamma)$ が唯一つの extremal 測度をもつとき X^* を simplicial とよぶ。勿論、任意の可解な完閉化は simplicial ではない。又 simplicial であることと同値な条件も与えられる。

更に精密な結果を得るために Boboc - Cornea が X の relatively compact open set に対して与えた条件 weakly determining と類似の条件をつけて考察する。このとき Choquet 境界と正則境界点の集合 Δ_{reg} とは一致する。従ってこの条件の下で「 $\Gamma \setminus \Delta_{\text{reg}}$ が polar」から「Keldych operator は Dirichlet 解に限る」ことがでて、春の学会で報告した結果の逆が成り立つ。

19. 二宮信幸 (阪市大理) 集合が可容であるための条件

$R^m (m \geq 3)$ において、ニュートン・ポテンシャル

$$U^\mu(x) = \int |x-y|^{2-m} d\mu(y)$$

及びエネルギー積分

$$\|\mu\|^2 = \iint |x-y|^{2-m} d\mu(y) d\mu(x)$$

を考える。エネルギー積分有限な正の測度の集合を \mathcal{C} 、コンパクト集合 F の容量を $C(F)$ 、任意点集合 E の内、外容量を $C^i(E)$ 、 $C^e(E)$ とする。常に $C^i(E) \leq C^e(E)$ であるが、両者が相等しいときに E は可容であるといわれる。有名な Choquet の理論は解析集合の可容性を論ずることを目標としたものであるが、ここでは内、外掃散ポテンシャルを使って次の定理が証明できることを報告したい。

定理. 集合 E が \mathcal{C} に属する全質量有限なすべて

の正の測度について可測であるならば、 E は常に可容である。

20. 洪姫植 (日大理工) ある第1種積分方程式と一重層

昨年秋季の本会において、解として境界に二重層をおいた超関数解を持つ第一種フレドホルム型積分方程式の例を示した。今回は境界に一重層において解が求められる場合の例を示す。

特別講演

水田義弘 (広大総合科学) ポテンシャルの連続性と Beppo Levi 関数の境界値について

1. リースポテンシャルの連続性

n 次元ユークリッド空間 R^n において、測度 μ の α 次のリースポテンシャルは、次の様に定義される。

$$U_\alpha^\mu(x) = \int |x-y|^{\alpha-n} d\mu(y)$$

このようなリースポテンシャルをすべて連続にする最も弱い位相を α -細位相という。集合 E が点 x_0 で α -尖細であるとは、ある測度 ν が存在し

$$\liminf_{x \rightarrow x_0, x \in E} U_\alpha^\nu(x) > U_\alpha^\nu(x_0)$$

となるときをいう。 x_0 を含む集合 V が x_0 の α -細位相に関する近傍であるための必要十分条件は、 $R^n - V$ が x_0 で α -尖細であることである。また、集合 E が x_0 で α -尖細であるための必要十分条件は、 α 次のリース容量 C_α を用いて

$$(1) \sum_{k=1}^{\infty} 2^{-k(n-\alpha)} C_\alpha(E_k) < \infty, E_k = \left\{ x \in E; \frac{1}{2^{-k+1}} \leq |x-x_0| < \frac{1}{2^{-k}} \right\}$$

なることである。以上から、 $S = \{|x|=1\}$ 上の C_α 容量零の集合を除いた σ に対し

$$\lim_{r \rightarrow 0} U_\alpha^\mu(x_0 + r\sigma) = U_\alpha^\mu(x_0)$$

なることが示される。

つぎに、 μ が L^p 関数 f を密度としてもつとき ($d\mu = f dy$ なるとき)を考えよう。このためにベッセル容量 $B_{\alpha,p}$ (cf. [7])を利用して、集合 E が x_0 で (α, p) -尖細であることを次のときで定義する。

$$\int_0^1 [r^{\alpha p - n} B_{\alpha,p}(E(x_0, r))]^{1/(p-1)} \frac{dr}{r} < \infty$$

ここで、 $E(x_0, r) = E \cap B_r(x_0)$ 、 $B_r(x_0) = \{|x-x_0| < r\}$ 。

以下、 $0 < \alpha < n$ 、 $1 < p < \infty$ は常に仮定する。

定理1 (Meyers [8; Th. 3.1])。関数 $f \in L^p$ は非負とすると、つぎの条件(2)を満たす点 x_0 に対し x_0 で (α, p) -尖細である集合 E が存在し、 $\lim_{x \rightarrow x_0, x \in E} U_\alpha^f(x) = U_\alpha^f(x_0)$ が成立する(このとき、 U_α^f は x_0 で (α, p) -細連続であるという)。

$$(2) \int_0^1 [r^{\alpha p - n} \int_{B_r(x_0)} f(y)^p dy]^{1/(p-1)} \frac{dr}{r} < \infty$$

条件(2)が成立しない x_0 の集合は $B_{\alpha,p}$ 容量零をもつ。すべての U_α^f 、 $f \in L^p$ を連続とする最弱位相に関する開集合を(1)と同じタイプの Wiener 型評価式で特徴づける方法を知らない。定理1によると、 U_α^f は $B_{\alpha,p}$ 容量零の集合を除いて、各点で (α, p) -細連続であることがわかる。

定理 2 ([11; Th. 1]). もし

$$\int |x_0 - y|^{\alpha p - n} f(y)^p dy < \infty$$

ならば, S 上の $B_{\alpha, p}$ 容量零の集合を除いた σ で

$$\lim_{r \rightarrow 0} U_{\alpha}^f(x_0 + r\sigma) = U_{\alpha}^f(x_0)$$

が成立する.

この定理が定理 1 から直接導き出せるかどうかわからない.

\mathbf{R}^n の無限遠点 ∞ での挙動を調べてみよう. Landkof [6] は, ニュートンポテンシャル U_2^{μ} のエネルギーが有限 ($\int U_2^{\mu} d\mu < \infty$) ならば, S 上ほとんどすべての σ に対し

$$\lim_{r \rightarrow \infty} U_2^{\mu}(r\sigma) = 0$$

となることを示した. これはつぎのように改良できる.

定理 3 ([5; Th. 3.3]). $U_{\alpha}^{\mu} \neq \infty$ なら, つぎの性質をもつ集合 E が存在する.

$$(i) \sum_{k=1}^{\infty} 2^{-k(n-\alpha)} C_{\alpha}(E_k) < \infty, \\ E_k = \{x \in E; 2^{-k} \leq |x| < 2^{-k+1}\}$$

$$(ii) \lim_{|x| \rightarrow \infty} x \in E U_{\alpha}^{\mu}(x) = 0$$

$U_{\alpha}^f, f \in L^p$ は, つぎの容量を利用することにより, さらに良い結果をもつ.

$$C_{\alpha, p}(E; G) = \inf \left\{ \int |g(y)|^p dy \right\}$$

ここで, 下限は, $U_{\alpha}^g(x) \geq 1 (\forall x \in E), g = 0 (\mathbf{R}^n - G)$ 上なる g 全体でとられる. また G は開集合である.

定理 4 ([5; Th. 4.5]). $\alpha p \leq n$ のとき, つぎの性質をもつ集合 E が存在する.

$$(i) \sum_{k=1}^{\infty} 2^{-k(n-\alpha p)} C_{\alpha, p}(E_k; G_k) < \infty$$

$$(ii) \lim_{|x| \rightarrow \infty, x \in E} |x|^{(n-\alpha p)/p} U_{\alpha}^f(x) = 0$$

ここで $E_k = \{x \in E; 2^k \leq |x| < 2^{k+1}\}, G_k = \{2^k < |x| < 2^{k+2}\}$ とする.

定理 3, 4 の系として, 原点から発する半直線に沿う極限値の存在を議論することができる.

Fefferman [4] は, \mathbf{R}^n 上の関数 $u \in C^1$ が $|\text{grad } u| \in L^p, 1 < p < n$, ならば, ある定数 C が

存在しほとんどすべての (x_1, \dots, x_{n-1}) に対し $\lim_{x_n \rightarrow \infty} u(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n) = C$ となることを示した. この結果と関連しているように思えるつぎの結果がある (Ohtsuka [13; Th. 9.1.2]).

u は, p 次の極値的長さ ∞ の曲線族を除けば, ∞ に終る曲線に沿って一定の値に近づく.

しかしながら座標軸に平行な直線全体の p 次の極値的長さは ∞ であるので両者の結果は互いに関係しない. ここで, Fefferman の結果の改良を与える前に, Beppo Levi 関数について述べてみたい.

開集合 $G \subset \mathbf{R}^n$ 上の関数 $u \in L_{\text{loc}}^p$ の m 回の (超関数の意味の) 微分がすべて L_{loc}^p の関数であるとき, つぎの性質をもつ関数 u^* が存在する.

$$(i) G \text{ 上 a.e. に } u^* = u$$

$$(ii) \forall \varepsilon > 0, \exists \omega (\text{開集合}) \text{ s.t. } B_{m, p}(\omega) < \varepsilon \text{ かつ } u \text{ は } G - \omega \text{ 上の関数とみて連続}$$

$$(iii) G \text{ 上 a.e. に } u^* \text{ は } m \text{ 回 (普通の意味で) 微分可能で, その微分は } L_{\text{loc}}^p \text{ の関数である.}$$

(ii)(iii) の性質をもつ関数を G 上局所 (m, p) -細連続であるという. とくに m 回の微分が L^p の関数であれば, G 上 (m, p) -細連続であるという. また Deny-Lions [2] に従って, 位数 (m, p) をもつ Beppo Levi 関数と呼ぶ.

定理 5 ([9; Th. 3.1]). $m, p < n$ のとき, \mathbf{R}^n 上の (m, p) -細連続関数 u に対して, $B_{m, p}$ 容量零の集合を除き

$$u(x) = \sum_{|\lambda|=m} a_{\lambda} \int \frac{(x-y)^{\lambda}}{|x-y|^n} \left(\frac{\partial}{\partial y} \right)^{\lambda} u(y) dy + P(x)$$

が成立する. ここで, a_{λ} は u に関しない定数, P は高々 $(m-1)$ 次の多項式である.

この定理を利用すると, Fefferman の扱った u は, $|u(x) - P| \leq \text{const.} \int |x-y|^{1-n} |\text{grad } u(y)| dy$ を満たす. P は定数である. したがって, つぎの定理が Fefferman の結果を改良する.

定理 6 ([10; Prop. 1]). $\alpha p < n, f \in L^p$ のときつぎの性質をもつ \mathbf{R}^{n-1} 上の集合 E が存在する.

(i) $B_{\alpha, p}(E \times \{0\}) = 0$

(ii) $(x_1, \dots, x_{n-1}) \in \mathbf{R}^{n-1} - E$ に対し

$$\lim_{x_n \rightarrow \infty} U_{\infty}^f(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n) = 0$$

2. 半空間上の (m, p) -細連続関数の境界値

Carleson [1] は、複素平面内の単位円 U で定義された連続関数 u が

$$(3) \int_U |\text{grad } u(x)|^2 (1 - |x|^2) dx < \infty, \\ 0 \leq \alpha < 1,$$

を満たせば、 ∂U 上の $C_{2-\alpha}$ 容量零の集合を除いた σ で有限な極限値 $\lim_{r \rightarrow 1} u(r\sigma)$ が存在することを示した。Wallin [14] はこの結果を \mathbf{R}^n に拡張するとき、議論を容易にする為 \mathbf{R}^n の半空間 $\mathbf{R}_+^n = \{x = (x_1, \dots, x_n); x_n > 0\}$ 上の関数 u で (3) と同じタイプの条件

$$\int_G |\text{grad } u(x)|^2 x_n^\alpha dx < \infty, \quad 0 \leq \alpha < 1,$$

(任意の有界開集合 $G \subset \mathbf{R}_+^n$ に対して)

を満足するものに対し、 $\lim_{x_n \rightarrow 0} u(x_1, \dots, x_n)$ の存在を調べた。ここではさらに一般化してみよう。

定理 7 ([12; Th. 3]). $0 \leq \alpha < p-1$, u は \mathbf{R}_+^n 上局所 (m, p) -細連続かつ

$$(4) \sum_{|\lambda|=m} \int_G \left| \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^\lambda u \right|^p x_n^\alpha dx < \infty$$

(任意の有界開集合 $G \subset \mathbf{R}_+^n$ に対して)

としよう。このとき、 $\partial \mathbf{R}_+^n$ 上の $B_{m-\alpha/p, p}$ 容量零の集合を除いた (x_1, \dots, x_{n-1}) で有限な極限値 $\lim_{x_n \rightarrow 0} u(x_1, \dots, x_{n-1})$ をもつ。

$p=2$ のとき、 $B_{\beta, p}(E) = 0 \Leftrightarrow C_{\beta, p}(E) = 0$ なることを注意する。

定理 8 ([12; Th. 4]). 前定理と同じ仮定を満たす u に対し、つぎの性質をもつ集合 E_1, E_2 が存在する。

(i) $mp - \alpha < n$ のとき $C_{mp-\alpha}(E_1) = 0$; $mp - \alpha \geq n$ のとき $E_1 = \emptyset$

(ii) $B_{m-\alpha/p, p}(E_2) = 0$

(iii) $\forall \xi \in \partial \mathbf{R}_+^n - (E_1 \cup E_2)$ に対し、 $\exists C_\xi \in \mathbf{R}$, $\exists A_\xi \subset S$ s.t. $B_{m-\alpha/p, p}(A_\xi) = 0$;

$$\lim_{r \rightarrow 0} u(\xi + r\sigma) = C_\xi \quad (\forall \sigma \in S - A_\xi)$$

定理 8, 9 の u は一般に non-tangential (angular) な極限値をもたない。調和、または多調和であるという条件を追加すれば、non-tangential な極限値をもつことを示そう。

定理 9 ([12; Th. 2]). u が \mathbf{R}_+^n 上 $(m+1)$ 調和、すなわち、 $\Delta^{m+1} u = 0$ かつ条件 (4) を満足すれば、 $\partial \mathbf{R}_+^n$ 上の $B_{m-\alpha/p, p}$ 容量零の集合を除いて non-tangential な極限値をもつ。

これは、Carleson, Wallin 等の結果 ($p=2, 0 \leq \alpha < 1$) の一般化を与える。

Diederich [3] は \mathbf{R}_+^n 上の非負調和関数 u は $\partial \mathbf{R}_+^n$ 上はほとんどすべての ξ に対し、ある実数 l が存在して

$$(5) \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r^n} \int_{B_r(\xi) \cap \mathbf{R}_+^n} |u(x) - l| dx = 0$$

なることを示した。調和関数の平均値定理から (5) を満たす ξ で u は non-tangential な極限値 l をもつ。条件 (4) を満たす u に対し除外集合をもって (5) が成立することを示しその結果として定理 9 が証明できる。

定理 10 ([12; Th. 6]). 定理 8 の u に対し、つぎの性質をもつ集合 $E \subset \partial \mathbf{R}_+^n$ が存在する。

(i) $B_{m-\alpha/p, p}(E) = 0$

(ii) $\forall \xi \in \partial \mathbf{R}_+^n - E$ に対し、 $\exists l_\xi \in \mathbf{R}$ s.t.

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r^n} \int_{B_r(\xi) \cap \mathbf{R}_+^n} |u(x) - l_\xi|^q dx = 0$$

ここで、 $q > 1$ は、 α, p, m, n によって定まる定数である。

References

- [1] L. Carleson, Selected problems on exceptional sets, Van Nostrand, Princeton, 1967.
- [2] J. Deny and J. L. Lions, Les espaces du type de Beppo Levi, Ann. Inst. Fourier 5 (1955), 305-370.

- [3] J. R. Diederich, Natural limits for harmonic and superharmonic functions, *Trans. Amer. Math. Soc.* 224 (1976), 381-397.
- [4] C. Fefferman, Convergence on almost every line for functions with gradient in $L^p(\mathbb{R}^N)$, *Ann. Inst. Fourier* 24 (1974), 159-164.
- [5] T. Kurokawa and Y. Mizuta, On the order at infinity of Riesz potentials, *Hiroshima Math. J.* 9 (1979), 533-545.
- [6] N. S. Landkof, *Foundations of modern potential theory*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1972.
- [7] N. G. Meyers, A theory of capacities for potentials in Lebesgue classes, *Math. Scand.* 26 (1970), 255-292.
- [8] N. G. Meyers, Continuity properties of potentials, *Duke Math. J.* 42 (1975), 157-166.
- [9] Y. Mizuta, Integral representations of Beppo Levi functions of higher order, *Hiroshima Math. J.* 4 (1974), 375-396.
- [10] Y. Mizuta, On the limits of p -precise functions along lines parallel to the coordinate axes of \mathbb{R}^n , *Hiroshima Math. J.* 6 (1976), 353-357.
- [11] Y. Mizuta, On the radial limits of potentials and angular limits of harmonic functions, *Hiroshima Math. J.* 8 (1978), 415-437.
- [12] Y. Mizuta, Existence of various boundary limits of Beppo Levi functions of higher order, to appear in *Hiroshima Math. J.* 9.
- [13] M. Ohtsuka, Extremal length and precise functions in 3-space, *Lecture Notes*, Hiroshima Univ., 1973.
- [14] H. Wallin, On the existence of boundary values of a class of Beppo Levi functions, *Trans. Amer. Math. Soc.* 120 (1965), 510-525.

21. 渡辺公夫 (筑波大数学系) **On minimal singularities**

(X, x) を 2次元正規特異点とし, その算術種数, 幾何種数を, それぞれ $p_a(X, x), p_g(X, x)$ とする. (X, x) の minimal resolution を $\pi: \tilde{X} \rightarrow X$ とし, exceptional set $\pi^{-1}(x)$ を A とおく. A の connected proper analytic subset A' は, その交点行列が負定値であるから, 可縮となる. 以下, A' を blow down して得られる 2次元正規特異点を (X', x') とする. Laufer は, 最小楕円型特異点 ($p_a(X, x) = 1$ and $p_g(X', x') = 0, \forall A' \subset A$) を定義し, 『 (X, x) : 最小楕円型 $\Leftrightarrow p_g = 1$ and Gorenstein』を示した. そこで, 『 (X, x) : minimal $\Leftrightarrow p_a \geq 1$ and $p_g(X, x) > p_g(X', x'), \forall A' \subset A$ 』と定義すると, 多重種数の第 2 基本定理より 『Gorenstein \Rightarrow minimal』が成り立つ (54 年春). この定理の部分的な逆として 『minimal and $p_a = 1 \Rightarrow$ Gorenstein』が得られる. 従って, 弱楕円型特異点においては, Gorenstein と minimality は同値となる.

22. 渡辺公夫 (筑波大数学系) **Plurigenera formulae for surface singularities**

2次元正規特異点 (X, x) の minimal resolution を, $\pi: \tilde{X} \rightarrow X$ とし, $A = \pi^{-1}(x)$ とおく. A の weighted dual graph を G とする. G の vertex A_i に対して, A_i の種数が正か, あるいは, 種数が 0 で A_i が分岐点になっているとき, A_i を center という. 高々 1 個の center をもつ graph を star shape という. minimal good resolution が star shape となる (X, x) の δ_m を求める公式は, 既に知られている (54 年春). ここでは, star shape を一般化した almost star shape と呼ばれる G に対しての δ_m の公式を与える.

star shape の graph から center を除いた各連結成分を枝という. almost star shape とは, 末端が  のように分かれた枝を許容する graph をいう. この公式により, 有理型特異点で, $0 \leq \delta_m \leq 1, \forall m \geq 1$, となるものが完全に分類される. 以上の結果より, 数個の例外を除いて, $0 \leq \delta_m \leq 1, \forall m \geq 1$, となる 2次元正規特異点の分類が完了する.

23. 大柳茂樹 (筑波大数学系) **On normal surface singularities of type $*\tilde{A}_n, *\tilde{D}_n$ and $*\tilde{E}_n$.**

(X, x) を正規二次元特異点とし, G をその最小特異点除去の双対グラフとする. 有理二重点は G が A_n, D_n, E_n の何れかであり, 商特異点は G が形としてこれらに等しく ($*A_n$ 等と表す) 頂点の重みに或る条件が付くものとして特徴付けられる. そこで, この重みの条件を取った時に (X, x) が何であるかを考え, 次の結果を得た. 「 G が $*A_n, *D_n, *E_n$ の何れかならば, (X, x) は, 有理型である。」また, 有理二重点を分類する手がかりとしたグラフに, 可縮ではないが $\tilde{A}_n, \tilde{D}_n, \tilde{E}_n$ があつた. そこで, これらに可縮性を保証する重みを与え $*\tilde{A}_n$ 等と表し, 先と同様に対応する (X, x) を考える. この時, 次を得た. 「 G が $*\tilde{A}_n, *\tilde{D}_n, *\tilde{E}_n$ の何れかならば, (X, x) は, 有理型か最小楕円型であり, 両者の判定が容易にされる。」更に, Arnold の bimodal 特異点の最小特異点除去を求めると, その双対グラフは $*\tilde{D}_n, *\tilde{E}_n$ となっている事がわかる.

24. 都丸 正 (神奈川大工) **C^* -作用を持つ正規二次元特異点の δ_m - 種数について**

C^* 作用をもつ正規二次元特異点の構造は Orlik-Wagreich Pinkham によりほとんど解明されてい

るが、ここでは渡辺公夫氏によって近頃研究されている δ_m -種数の m の挙動について、それらの特異点のある分類を与える。また、この応用として $\limsup_{m \rightarrow \infty} \delta_m / m^2$ と、変形との若干のつながりがあることが分る。

25. 瀧島都夫 (埼玉大教育) **Quotients of $C^m - \{0\}$ by diagonal C^* -actions**

(X, O_X) を解析空間, $\pi: (\tilde{X}, O_{\tilde{X}}) \rightarrow (X, O_X)$ を特異点解消とすると、 $x \in X$ が有理特異点であるとは、 $(R^i \pi_* O_{\tilde{X}})_x = 0$ ($i > 0$) となることと定義する。また $x \in X$ が rigid であるとは、任意の局所平坦変形が局所単純となることとする。Proc. Amer. Math. Soc. 72 (1978) において、 M を複素多様体、 G を M 上に固有に作用する複素 Lie 変換群とすると、商空間 M/G は有理特異点のみを持ち、 $\text{codim } S(M/G) \geq 3$ なら、 M/G は rigid であることを示した。

ここでは、この結果を用い、 $C^m - \{0\}$ の対角 C^* -作用による商空間について調べる。 q_1, \dots, q_m を $(q_1, \dots, q_m) = 1$ なる正整数とし、 $\rho: C^* \times C^m \rightarrow C^m$, $\rho(t, z_1, \dots, z_m) = (t^{q_1} z_1, \dots, t^{q_m} z_m)$ を C^m 上の対角 C^* -作用とする。また $\bar{q}_i = (q_1, \dots, \hat{q}_i, \dots, q_m)$, $q'_i = q_i / \bar{q}_1 \dots \hat{q}_i \dots \bar{q}_m$, $\delta(q_1, \dots, q_m) = \text{Max}\{\delta: (q'_1, \dots, q'_\delta) \neq 1\}$ とおく。このとき、次が証明される。

定理. $C^m - \{0\} / C^*$ は有理特異点のみを持ち、 $\delta(q_1, \dots, q_m) \leq m - 3$ ($m \geq 3$) なら $C^m - \{0\} / C^*$ は rigid である。

26. 群 敏昭 (早大理工) **強擬凸な開集合の境界上の De Rham コホモロジー**

(reduced) 解析空間 X 内の相対コンパクト開集合を D , その境界を B とする。 B は Andreotti-Grauert の意味で強擬凸とする。 $H_B^p F$ を B に台をもつ local cohomology の層とする。

(1) $F \in \text{coh.}(X) \Rightarrow H_B^p F = 0, p = 0,$

$2 \leq p \leq \text{prof } F - 1, p \geq \text{embedim } X + 1$ に対し。

(2) D Stein, $F \in \text{coh.}(X) \Rightarrow \Gamma(D, F) \cong \Gamma(B, H_B^p F), H^p(B, H_B^p F) = 0,$

$1 \leq p \leq \text{prof } F - 2,$ および $p \geq \text{dim } F$ に対して。

(3) $B \cap \text{Sing}(X) = \emptyset$ とする。 Ω_X^p を X 上の p 次正則型式の層とすると

$$H^*(B, C) \cong H^*(B, H_B^1 \Omega_X^p).$$

さらに D が Stein なら、 $p \leq \text{dim } X - 2$ に対し $H^p(B, C) \cong h^p \Gamma(B, H_B^1 \Omega_X^p)$

(4) D Stein で D 上ポアンカレ補題が成立てば、 $H^p(D, C) \cong H^p(B, C),$

$$p \leq \min_q \text{prof } \Omega_X^q - 2.$$

27. 群 敏昭 (早大理工) **強擬凸領域の境界までなめらかな正則型式の De Rham コホモロジー**

M を C, r -多様体、 Ω_M^p を M 上の (コーシー-リーマン作用素による) 正則微分型式のつくる層の複体とする。このとき $H^*(M, C) \cong H^*(M, \Omega_M^p)$ とくに $M = B$ が解析空間 X 内の相対コンパクト開集合 D の強擬凸境界であるとして、このとき、

$$H^p(B, C) \cong h^p \Gamma(B, \Omega_B^p), p \leq \text{dim } X - 2.$$

境界 B までなめらかな D 上の正則微分型式の層 $\Omega_X^p(B)$ を、

$$\begin{array}{ccc} \Omega_X^p(B) & \longrightarrow & \Omega_B^p \\ \downarrow \eta^p & & \downarrow \beta^p \\ j_*(\Omega_X^p|D) & \longrightarrow & H_B^1 \Omega_X^p \longrightarrow 0 \end{array}$$

で定義する。但 $j: D \rightarrow X$ inclusion で、 β^p は Bochner-Lewy extension で定義される。このとき

$$H^*(D, C) \cong H^*(X, \Omega_X^*(B)).$$

D が Stein なら、 $p \leq \text{dim } X - 2$ に対し、

$$H^p(D, C) \cong h^p \Gamma(\bar{D}, \Omega_X^*(B)).$$

28. 阪井 章 (姫路工大) C^n における Carleman 型の近似定理について

C^n の部分集合 T に対して、 T の近傍 U と、 U で強多重劣調和な非負 C^∞ 関数 ρ があって、 $T =$

$\{z \in U : \rho(z) = 0\}$ と表わされるとき, T は totally real であるという.

(totally realな部分多様体はこの性質を有する) 次の結果を報告する.

「領域 G の閉部分集合 T が totally real であるとき, T の Stein 近傍 B があって, T 上のすべての連続関数は, B で正則な関数によって, T の上で一様に近似される。」

29. 藤田 収 (奈良女大理) 多変数正則関数の系について

$n+1$ 次元 Stein 多様体 V 上で正則な n 個の関数の系 $f_1(p), \dots, f_n(p)$ を考え, 方程式 $y_i = f_i(p)$ ($i=1, \dots, n$) によって定義される V から \mathbf{C}^n への写像を f , f による V の像を \mathcal{D} として, 次の条件を仮定する.

1° V の任意の点において, f_1, \dots, f_n の V の局所座標に関する関数行列の階数は n である.

2° 任意の $y \in \mathcal{D}$ に対して, fibre $f^{-1}(y)$ は V における解析集合として既約で, 複素平面 \mathbf{C} と解析的に同値である.

定理. 上の情勢のもとで (V, f, \mathcal{D}) は \mathcal{D} 上の, \mathbf{C} を fibre とする, holomorphic fibre bundle である. 更に, \mathcal{D} は \mathbf{C}^n における ordre $n-2$ の擬凸状域である. (註)

以上は, 西野氏の結果 (J. Math. Kyoto Univ. 9 (1969), p. 258 Th. 1) の1つの方向への拡張である.

注) 田所氏 (J. Math. Soc. Japan, 17 (1965), p. 281) の意味のもので, 普通の擬凸状域より制限が弱い.

30. 小柳良平 (九大理) Stein 多様体の列に関する Fornaess の例

$\{D_n\}$ を複素多様体 S 上の単連結領域の単調増加列とし, D をその極限とする. L を可換複素リ一群とする. J. Kajiwar [2] は, もし S が Stein

多様体ならば, 標準写像 $\pi : H^1(D, \mathcal{A}_L) \rightarrow \lim H^1(D_n, \mathcal{A}_L)$ は単射であることを示した.

一方, J. E. Fornaess [1] は, 三重円板と正則同型な M_n の増加列で, その極限 M が Stein でない例を作った. 本講演では, この例が, S が Stein でないとき π が単射とは限らぬ例を与えることを示す.

[1] J. E. Fornaess, An increasing sequence of Stein manifolds whose limit is not Stein, Math. Ann. 223 (1976), 275-277.

[2] J. Kajiwa, Some extensions of Cartan-Behnke-Stein's theorem, Pub. Res. Inst. Math. Sci. Kyoto Univ. 2 (1966), 133-156.

[3] R. Koyanagi, L'exemple de Fornaess d'une suite de variétés de Stein, Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ. (to appear).

31. 西原 賢 (福岡工大) 射影的代数多様体の領域の岡の原理による特徴づけ

Oka は \mathbf{C}^n の正則領域では Cousin の第 II 問題が位相的に可解なら解析的に可解であることを示した. L を複素リ一群 \mathcal{A}_L , \mathcal{E}_L° をそれぞれ L に値をもつ正則写像, 連続写像の芽のなす層とする. Grauert は Stein 空間 X に対して標準写像 $j : H^1(X, \mathcal{A}_L) \rightarrow H^1(X, \mathcal{E}_L^\circ)$ は双射であることを示し, 岡の原理を一般化した. 一方 Kajiwar, Leiterer らによって逆に岡の原理が成り立てば Stein かという問題が研究された. Kajiwar-Nishihara は X が 2次元 Stein 多様体の領域のとき, j が単射となるような L が存在すれば X は Stein であることを示した. さらに Kajiwar は高次元 Stein 多様体の連続な境界をもつ領域に対して岡の原理による特徴づけを行なった. Leiterer は n 次元 Stein 多様体の領域 X に対して, $H^1(X, \mathcal{O}) = 0$ で $L = GL(2n, \mathbf{C})$ に対して j が単射なら Stein であることを示した. この講演では X が \mathbf{P}^n の subvariety の領域であ

Th. Ω domain $\not\subseteq X$ proj. subvar. $\subset \mathbb{P}^n$

$$H^1(\Omega, \mathcal{O}) = 0$$

$$H^1(\Omega, \sigma_{GL(n+1, \mathbb{C})}) \rightarrow H^1(\Omega, C_{GL(n+1, \mathbb{C})}) \text{ injective } \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow \Omega \text{ is Stein} \\ \text{if } \Omega \text{ is Stein} \\ \text{then } H^1(\Omega, \sigma_{GL(n+1, \mathbb{C})}) = 0 \end{array} \right.$$

る場合に岡の原理により X の特徴づけを行う。

32. 東川和夫 (富山大理) 鈴木正昭 (富山大理) **On the holomorphic sectional curvature of Bergman metric**

Kobayashi, Klembeck らの結果より次が予想される。 \mathbb{C}^n の有界な擬凸領域の Bergman metric の holomorphic sectional curvature (H. S. C と略記) $\leq -C < 0$ 。ここでは、この予想を支持する例をいくつかのべる。例えば Thullen domain $D_p = \{|z|^2 + |w|^2 < 1\}$ をとる。

($0 \leq p < 1$)。点 (z, w) における D_p の s 方向の H. S. C を $H_s(z, w)$ とすれば、 $-\varphi_1(p) \leq H_s(z, w) \leq -\varphi_2(p)$ 。ここで φ_1, φ_2 は p のみにより定まる正定数。具体的に H. S. C を計算しさらにその max, min を求める。さらに次のこともわかる。

- (1) 点 (z, w) が弱擬凸な境界点 $(e^{i\theta}, 0)$ へ近づくととき H. S. C は負定数に近づかない。強擬凸な境界点へ近づくととき H. S. C は負定数へ近づく。
- (2) $p \approx p' < 1$ のとき D_p と $D_{p'}$ は双正則同値でない。(これは既知の結果である。)

Klembeck: Indian Math. J. 1978

33. 喜多通武 (上智大理工) **The Riemann-Hilbert problem in several complex variables**

2次元連結 Stein 多様体 X において $H^2(X, \mathbb{Z}) = 0$ の条件下、任意の divisor D と任意の $\pi_1(X - D, *)$ より $GL_q(\mathbb{C})$ への表現 ρ を与えられた時、Riemann-Hilbert の問題は見掛けの特異点なしに解くことができるが、3次元以上になると、2次元で用いた函数論的手法では同じ様にして見掛けの特異点を消すことは出来ぬことを H. Lindel (1967) による3次元 normal analytic ring で Macaulay ring でないものの例を用いて、3次元多重円板内特別の divisor と表現を構成して示す。

34. 野口潤次郎 (阪大教養) **A lemma on logarithmic derivatives and a Big Picard Theorem**

$\Delta^* = \{|z| \geq 1\}$ を ∞ を中心とする punctured disc とし M をコンパクト、ケーラー多様体とする。 $f: \Delta^* \rightarrow M$ を正則曲線、 ω を M 上の高々対数的極をもつ 1-形式、 $f^*\omega = \zeta dz$ とおく。

補題 1. $m(r, \zeta) = O(\log T_f(r)) + O(\log r) \parallel (= S(r))$ 。この応用を述べる。 M を射影代数的とし、 D を M 上の因子 $\{\omega_i\}_{i=1}^{n+1}$ ($n = \dim M$) を $H^0(M, \Omega_M^1(\log D))$ 内の族で $\omega_1 \wedge \dots \wedge \omega_n \wedge \dots \wedge \omega_{n+1}$, $1 \leq i \leq n+1$, は一次独立なものとする。

定理 2. $f: \Delta^* \rightarrow M$ が $\{\omega_i\}_{i=1}^{n+1}$ に関して非退化ならば、各 f によらない $K > 0$ があって、 $KT_f(r) < \bar{N}_f(r, D) + S(r)$ 。 X を準アーベル多様体 A 内の一般型代数多様体、 W を A の閉部分群の平行移動で X に含まれているものの和集合とすると、 W は X 内の真閉集合となる。定理 3. 正則曲線 $f: \Delta^* \rightarrow X$ は $f(\Delta^*) \not\subseteq W$ ならば、 $\Delta = \Delta^* \cup \{\infty\}$ 上に正則に拡張される。

35. 藤本坦孝 (名大教養) **$P^N(\mathbb{C})$ への有理型写像について**

$P^N(\mathbb{C})$ への一般の位置にある超平面 H_1, \dots, H_{N+2} , および \mathbb{C}^n 上の因子 ν_1, \dots, ν_{N+2} に対し、 \mathbb{C}^n から $P^N(\mathbb{C})$ への非退化な有理型写像で、各因子 $[H_i]$ の pull-back が ν_i であるものの全体を \mathcal{F} とする。 \mathcal{F} は $N+2$ 以上の代数的に独立な元を含まない事がわかっているが、今回は、つねに $\#\mathcal{F} < \infty$ が成り立つ事を報告する。又、この応用として、双正則写像 $r: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, および非退化有理型写像 $f: \mathbb{C}^n \rightarrow P^N(\mathbb{C})$ に対し、一般の位置にある超平面、 H_1, \dots, H_{N+2} の因子としてのひきもとどしが r 不変であるとき、 $f \circ r^{j_0} = f$ となる正整数 j_0 が存在する事を示す。ここで、 $j_0 = 1$ と取れない。例えば、 $r(z) = z + 2\pi$, $H_i =$

$\{w_i = 0\} (1 \leq i \leq N+1)$, $H_{N+2} = \{w_1 + \dots + w_{N+1} = 0\}$ とし, $f(z) = \exp \sin \frac{z}{N+1} : \exp \sin \frac{z+2\pi}{N+1} : \dots : \exp \sin \frac{z+2N\pi}{N+1}$ とおけば上記の

仮定をみたすが $f \circ \pi \neq f$ である。更に, これらの結果と関連して, 周期整関数について Borel の定理の類比が成り立つ事を示す。

特別講演

阪井 章 (姫路工大) 正則関数による一様近似について

1. この一様近似の問題というのは, \mathbf{C}^n の部分集合 S の上の連続関数 f が, S の近傍で正則な関数によって, S の上で一様に近似される(このとき, f は $H(S)$ に属するという)ための, あるいは, S のある定まった近傍 B で正則な関数によって S の上で一様に近似される(このとき f は $H(S, B)$ に属するという)ための条件を求めることである。そのうちとくに, S が内点をもたない場合に, 連続関数全体 $C(S)$ と $H(S)$ または $H(S, B)$ との関係について主に述べる。(S が内点をもつ場合も重要であるが, このときは S で連続で S の内部で正則な関数の全体 $A(S)$ を考えることになる。)

2. S がコンパクト集合 K であるとき, 次の結果がある。

定理 A. M が totally real な部分多様体であるとき, 任意の $K \subset M$ について $H(K) = C(K)$ 。

これは Weierstrass の定理 ($M = \mathbf{R}^n$) の拡張と考えることができる。この定理は, M が実解析的であるとき Wells [5] により, M が C^k 級であるとき Hörmander と Wermer [1] により証明された(他にも多くの人の貢献がある。)

M が totally real な C^∞ 部分多様体のとき, M の近傍 U と, U で強多重劣調和な非負 C^∞ 関数 ρ があって

$$M = \{z \in U : \rho(z) = 0\}$$

となる。そこでこの性質をもつ集合を一般に totally real set ということにする。

定理 1. ([3]) T が \mathbf{C}^n の totally real set であるとき, 任意の $K \subset T$ に対して $H(K) = C(K)$ 。

証明は次の段階に従う。(i) 強い凸性をもつ K の近傍系 $\{U_\epsilon\}$ を構成する。(ii) $f \in C^\infty(U)$ に対して, T 上で f と一致し, $|\bar{\partial}F(z)| \leq c |d\rho(z)|^{n+1}$ をみたす $F \in C^\infty(U)$ を構成する。(iii) U_ϵ において $\bar{\partial}u = \bar{\partial}F$ の Hörmander による L^2 解 u_ϵ を用いて $f_\epsilon = F - u_\epsilon$ が求める近似関数。

3. S がコンパクトでない場合

定理 2. ([4]) T が \mathbf{C}^n の領域 G の totally real な閉部分集合であるとき, T の Stein 近傍 B があって, $H(T, B) = C(T)$ 。

この定理は Carleman の定理 ($H(\mathbf{R}^1, \mathbf{C}^1) = C(\mathbf{R}^1)$) の拡張とみなすことができる。 T が totally real な部分多様体のとき, Nunemacher [2] によって Henkin 核を用いて証明された。一般の totally real set に対してこの方法を用いることは困難である。定理 1 の方法と, Carleman の方法を拡張して証明される。

4. 以上のことと関連して, 次の話題についても述べたい。

1°) 任意の $K \subset S$ に対して $H(K) = C(K)$ が成り立つような, totally real でない S の例 (Mergelyan による一つの定理の拡張を用いる。)

2°) peak interpolation set への応用

3°) CR 多様体上の CR 関数の一様近似

[1] L. Hörmander and J. Wermer: Uniform approximation on compact subset in \mathbf{C}^n ,

Math. Scand., 23 (1968), 5-21.

[2] J. Nunemaehner : Approximation theory on totally real submanifolds, Math. Ann., 224 (1976), 129-141.

[3] A. Sakai : Uniform approximation in several complex variables, Osaka J. Math., 15 (1978), 589-611.

[4] A. Sakai : Uniform approximation on totally real sets (to appear).

[5] R. O. Wells Jr. : Holomorphic approximation on real-analytic submanifolds of a complex manifold, Proc. Amer. Math. Soc. 17 (1966) 1272-1275.





