

1979
April

日本数学会

昭和 54 年 年 会

講演アブストラクト

函 数 論

時 …… 4 月 5 日 ・ 6 日

所 …… 名 古 屋 工 業 大 学

5 日	9.00 ~ 12.15	普通講演	1 ~ 14
	13.30 ~ 15.15	普通講演	15 ~ 21
	15.30 ~ 16.30	特別講演	
6 日	9.00 ~ 12.00	普通講演	22 ~ 34
	13.15 ~ 14.10	普通講演	35 ~ 39
	14.30 ~ 15.30	特別講演	



1. 上原正宏 (阪府大工) Nehari 問題について

Szegő 型の weighted kernels $K_\lambda(z, \bar{\zeta})$, $L_\lambda(z, \zeta)$ に対して “ $L_\lambda(z, \zeta)$ が領域 D 内に零点を持たないような $\lambda(z)$ を特徴付けよ” という Nehari の問題がある (1950). weight $\lambda(z)$ の class $ONP(D)$ を導入する: D 内に零点を持たない正則函数 $P(z)$ が存在し, 境界上で $|P(z)|^2 = \lambda(z)$ を満たすとき $\lambda(z)$ は $ONP(D)$ に属するという. このとき次のことが分かる.

定理 1. D が単連結ならば,

$$L_\lambda(z, \zeta) = \frac{1}{2\pi(z-\bar{\zeta})} \longleftrightarrow \lambda(z) = \text{const.}, D \text{ は円板}$$

定理 2. $\lambda(z) \in ONP(D) \longleftrightarrow K_\lambda(z, \bar{\zeta}) K_{1/\lambda}(z, \bar{\zeta}) = K(z, \bar{\zeta})^2 \longrightarrow L_\lambda(z, \zeta) \neq 0, z \in D.$

定理 3. $\lambda(z) \in ONP(D), P(\zeta) = 1 \longleftrightarrow L_\lambda(z, \zeta) \neq 0, z \in \bar{D}, \lambda(z) |K_\lambda(z, \bar{\zeta})|^2 |dz| = |K(z, \bar{\zeta})|^2 |dz|, z \in \partial D.$

2. 斎藤三郎 (群馬大工) Approximation of the Bergman norm by the norms of the direct product of two Szegő spaces

G を平面上の有界な regular region, $H_{21/2}(G)$ を G 上の正則函数の H_2 -Hardy 族からなる Szegő space とする. G 上の 2 乗可積分な正則函数 $f(z)$ は G 上広義一様収束の意味でも, $f(z) = \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(z) \psi_j(z)$ ($\varphi_j, \psi_j \in H_{21/2}(G)$) と展開されるが, 本講では等式

$$\frac{1}{\pi} \iint_G |f(z)|^2 dx dy$$

$$= \min \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{\partial G} \varphi_j(z_1) \overline{\psi_k(z_1)} |dz_1| \right.$$

$$\left. \times \frac{1}{2\pi} \int_{\partial G} \psi_j(z_2) \overline{\psi_k(z_2)} |dz_2| \right\} (z = x + iy)$$

をなしたたせる $f(z)$ についての必要十分条件が与えられる. ここで, \min は G 上 $f(z) = \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(z) \psi_j(z)$ を

みたく $G \times G$ 上のすべての正則函数 $\sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(z_1) \psi_j(z_2)$

に対して考えられる. その条件は命題の表現に比べて驚くほど簡潔で, $f(z) dz$ が G 上 exact であることである. 証明は直積空間の理論と既に論じられた Bergman norm と Szegő norm に関する 2 つの型の不等式の併用によってなされる.

3. 上田英靖 (東工大) 実軸上のみ零点をもつ有限位数整函数についての一致の定理

f および g を, それらの zero-one set が, 重複度まで含めて一致するような整函数とする. このとき, 必ずしも $f \equiv g$ とは限らないことはよく知られている. 従って, $f \equiv g$ を結論するためには, f と g に対して, それ以外の何らかの条件を仮定しなければならない. ここでは, 題目に述べたような整函数について, $f \equiv g$ となるための, 一つの十分条件を与える. それは次のようなものである.

f と g について次のことを仮定する. (i) 位数は有限である. (ii) zero-one set は重複度まで含めて一致する. (iii) 零点は少なくとも一つ存在し, しかも全て実軸上にある. (iv) one set が二つ以上の相異なる複素数から成っていれば, それらの全てが実軸に平行な一直線にあることはない. この仮定の下では $f \equiv g$ が成立する. ここで, 仮定の (iv) を落とすことは出来ない.

4. 戸田暢茂 (名大教養) Note on the Nevanlinna proximity function of slowly growing meromorphic functions

$f(z)$ を $|z| < \infty$ での定数でない有理型関数としたとき, 集合: $E = \{a; m(r, a) \rightarrow \infty (r \rightarrow \infty)\}$ について調べたことについて報告する. Damodaran によれば $T(r, f) = 0 ((\log r)^2)$ のとき, E は高々 1 つの元を含むのみであり, Lewis によれば, capacity zero の任意の集合 A と 「 $\lambda(r) \rightarrow \infty (r \rightarrow \infty)$ 」なる $\lambda(r)$ が与えられたとき, $T(r, f) = 0 (\lambda(r) (\log r)^2)$ で $E = A$ なる関数 f が存在する. これに対して, $\liminf_{r \rightarrow \infty} T(r, f) / (\log r)^2 < \infty$ なる関数 f に対しても, E が高々 1 つの元を含むのみであることが Tumura の方法を応用することによってわかる. 関数系の場合にも類似の結果を示すことができる.

5. 瀬川重男 (大同工大) Harmonic majoration of quasi-bounded type

開 Riemann 面 R 上の正則函数 f で $\log^+ |f|$ が quasi-bounded harmonic majorant をもつものの class を $AS(R)$ と表し, Smirnov class と呼ぶ. R 上の Lindelöf 正則函数の class $AL(R)$ と $AS(R)$ に関する開 Riemann 面の null class O_{AL} と O_{AS} について “一般の開 Riemann 面では $O_G < O_{AL} < O_{AS}$, genus 有限の開 Riemann 面では $O_G = O_{AL}$ ” であることが知られている. ここでは “genus 有限の開 Riemann 面では $O_{AL} = O_{AS}$ ” であることを報告する.

6. 長田彰夫 (岐阜薬大) n 重連結領域におけるある極値問題についての 1 注意

n 個の解析曲線 $\Gamma_1, \dots, \Gamma_n$ を境界にもつ、平面上の n 重連結領域を D とする。 Γ_1 上の部分弧 r と D 内の一点 ζ を固定し、次のような関数族 $S(r, \zeta)$ を考える：
 $f \in S(r, \zeta)$ は D 上正則、単葉かつ $|f| < 1$ 。更に正規化条件として、 $f(\zeta) = 0$ 、 r 上連続にのび、そこで $|f| = 1$ とする。

$S(r, \zeta)$ に対し、極値問題 $\inf \{|f(\zeta)| : f \in S(r, \zeta)\}$ を考え、その解を与える。但し $r = \Gamma_1$ なら結果は周知である。これの応用として、有界単葉関数についての 1 つの不等式を導く。

7. 堀内龍太郎 (京都産業大理) ワイアストラス点の理論からの一結果

種数 g の任意のコンパクトリーマン面上に、 g 次の有理型関数が存在するかという問題を考える。種数 g の超楕円のリーマン面上に、 g 以下の奇数次の有理型関数が存在しないことはなく知られている。 $(g \geq 2)$ よってすぐに次のことが分る。 $g=1, 2$ の場合は明らかに存在する。 $g=3$ のとき、超楕円のならば存在しないがそうでなければ任意のワイアストラス点の最初の空隙値は 3 だから存在する。

さて $g=4$ の場合、超楕円のならば存在することは明らかだが、そうでない時も常に存在することを言いたい。又 $g=5$ の場合、超楕円のならば存在しないが、そうでない時は最初の空隙値が 3 又は 5 のワイアストラス点が 1 点あれば存在することが言えるが、すべてのワイアストラス点の最初の空隙値が 4 である場合は存在するかどうか分っていない。

8. 栗林暲和 (中大理工) On the lumbda function in the space of moduli

genus 1 の compact Riemann 面

$$(1) y^2 = x(x-1)(x-\lambda), \lambda \in \mathbb{C} - \{0, 1\}$$

において、 λ をパラメータとみなすとき、周知のように、Riemann 面の moduli の空間として上半平面 H をうる。そして λ を H 上の関数とみなすとき、 λ は H から $[0, 1, \infty]$ を除いた複素球面上への等角写像である。この関数は H における modular 関数でその modular 群は

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad b \equiv 1, b \equiv 0, c \equiv 0, d \equiv 1 \pmod{2} \\ ad - bc = 1$$

となる。これらの古典的な事実の証明は楕円関数論のたすけを借りて行われ重要な関係式

$$(2) \lambda(\tau) = \left(\frac{\vartheta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} (0, \tau)}{\vartheta \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (0, \tau)} \right)^4$$

が得られる。ところで、関係式 (2) から容易に、Theta constants の変換公式を用いれば λ 関数の modular 性は出る。ゆえに本質的なのは楕円関数論ではなくて Theta 関数論であるように思われる。したがって、本講演の目的はこの線に沿って、genus 3 の compact Riemann 面

$$(3) y^4 = x(x-1)(x-t), t \in \mathbb{C} - \{0, 1\}$$

の族のつくる moduli の空間における関数 t を考察することにある。まず、(3) の 1 つの canonical な homology basis を調べる。Picard の記号と類似なものを用いて、それは

$$A_1 = \alpha_1 - \beta_1, A_2 = (\alpha_2 - \gamma_2) + (\beta_3 - \gamma_3),$$

$$A_3 = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_3 - \beta_3)$$

$$B_1 = (\alpha_2 - \beta_2), B_2 = (\alpha_3 - \gamma_3) + (\beta_4 - \gamma_4), B_3 = \alpha_3 - \gamma_3$$

で与えられる。それに対応した Riemann 行列の canonical form は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & i & 0 & -(1+i)/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & i & (1+i)/2 \\ 0 & 0 & 1 & -(1+i)/2 & (1+i)/2 & \tau/2 + (1+i)/2 \end{pmatrix}$$

で与えられる。ここに τ は (3) の第 1 種微分の 1 つ、 dx/y^2 の B_3 -period と A_1 -period との比である。つぎに、 t をわれわれの方法 (楕円関数論を用いない) で Theta constants の比で表し λ 関数と類似な結果をうる。

9. 柴 雅和 (京大理) 閉 Riemann 面の自己等角写像に関する Hurwitz の定理とその一般化

R を種数 > 1 の閉 Riemann 面、 κ を R の自己等角写像とし、 κ がひきおこす R の 1 次元 (整係数) homology 群 $H_1(R)$ の自己同型を κ_* とかく。もし $\kappa_* = id$ 。ならば $\kappa = id$ 。である (Hurwitz)。

ここでは、このよく知られた定理の新しい証明を与える。この目的のために、Lefschetz の不動点定理と、有限型 Riemann 面から輪環面への解析写像の存在に関する Abel の定理 (1978 年春・名大) の 1 つの系などを利用する。

さらにはもっと一般に、不動点 P をもつ自己等角写像 κ が、適当な 2 つの cycles C, C' に対して $\kappa(C) \times C' = C \times C' = 1$ をみだし、また P でのみちように 2 位の極をもつ $R - C$ で完全 (exact) な Abel 微分が存在するならば、 $\kappa = id$ 。である。これは Hurwitz の定理の、Accola によるものとは別の型の一般化を与える。また自己等角写像の不動点の特性をも示している。

10. 渡辺 治 (愛知教育大) 開リーマン面上のアーベル面積とテーター関数

開リーマン面上のアーベル積分論の応用として、開リーマン面上のテーター関数を定義する：開リーマン面 W をその普遍被覆面 \hat{W} とフックス群 Γ を用いて W/Γ で示

す。\$z_0\$ を \$\widehat{W}\$ の固定点、\$k(z, \zeta) dz \overline{d\zeta}\$ を \$\Gamma_{ase}(W)\$ の再生微分の \$\widehat{W}\$ への引きもどし、\$\Gamma \ni A\$ に対して次のよう
におこう。

$$\phi(A) = \left(\int_{z_0}^{Az_0} k(z, \zeta) d\overline{\zeta} \right) dz,$$

$$\sigma(z, A) = \int_{z_0}^z \phi(A), \quad \sigma(A) = -\frac{1}{4\pi} \|\phi(A)\|^2.$$

定理 I. \$\xi(A, z) = \exp\{2(\sigma(z, A) + \sigma(A))\}\$ とおくと \$\xi(A, z)\$ は \$\Gamma\$ に関する \$\widehat{W}\$ 上の保型因子である。

\$W\$ 上の第一種半完全標準微分 \$\{\varphi_{A_j}, \varphi_{B_j}\}_{j=1}^g\$、但し \$g\$ は \$W\$ の種数 (\$\le \infty\$) で、\$\{A_j, B_j\}_{j=1}^g\$ は \$W\$ の標準ホモロジー基 (mod \$\partial W\$)、に対して \$\{\varphi_{A_j}\}_{j=1}^g\$ で張られる \$\Gamma_{ase}\$ の部分空間を \$\Gamma_A\$ で示し、\$\{\omega_{A_j}\}_{j=1}^g\$ を \$\Gamma_A\$ 内の \$W\$ 上の正規微分とする。

定理 II. \$\xi(A, z)\$ の相対保型関数を \$\vartheta(z)\$ とする。
\$\Gamma_A\$ 上に自然に 2 次形式

$$q(z, w) = \sum \ell_{jk} \omega_{A_j}(z) \omega_{A_k}(w)$$

が定まり、もし \$\Gamma_A \perp = \Gamma_{ae}\$ であれば

$$\vartheta(z) = \theta(z) \exp(2\pi i Q(z, z)),$$

$$\text{但し } Q(z, z) = \int_{z_0}^z \int_{z_0}^z q(z, w) dz dw,$$

は次をみたとす。

$$(1) \vartheta(\widehat{A}_j z) = \vartheta(z),$$

$$(2) \vartheta(\widehat{B}_j z) = \vartheta(z) \exp(2 \int_{z_0}^z \omega_{A_j} + \tau_{j,j})$$

但し \$\widehat{A}_j\$ や \$\widehat{B}_j\$ はサイクル \$A_j\$ や \$B_j\$ に対応する \$\Gamma\$ の元を示す。また \$\Gamma_{jk} = \int_{B_k} \omega_{A_j}\$。

11. 大内 修 (東大理) リーマン面の自己等角写像の個数

与えられた種数 \$g\$ で与えられた個数 \$t\$ 個の punctures を持つリーマン面の自己等角写像の個数の最大値を \$N(g, t)\$ とおくと、評価

$$(*) N(g, t) \leq 12(g-1) + 6t$$

が知られている。Heins, 及川, 辻, 加藤は \$N(0, t)\$, \$N(1, t)\$, \$N(2, t)\$, \$N(3, t)\$, \$N(g, 1)\$, \$N(g, 2)\$, \$N\$

\$(g, 3)\$ を求めた。ここではそれ以外の \$(g, t)\$ で、

\$(*)\$ の等号を満たすものを求めたい。

次の場合は等号が成立する：\$(g, t) = (4, 6)\$, \$(5, 12)\$, \$(5, 24)\$, \$(6, 15)\$, \$(7, 12)\$, \$(10, 6)\$, \$(10, 9)\$, \$(10, 12)\$, \$(10, 18)\$, \$(10, 36)\$, ……。次の場合はまだわからない：\$(4, 12)\$, \$(4, 18)\$, \$(4, 36)\$, \$(5, 16)\$, \$(5, 48)\$, \$(6, 12)\$ ……。それ以外は等号は成立しないことがいえる。

12. 楠 幸男 (京大理) ・谷口雅彦 (京大理) A continuity property of holomorphic differentials

under quasiconformal deformations

L. Ahlfors などにより示された閉リーマン面上の第一種正規微分に関する評価を一般のリーマン面に対し拡張しようとするとき種々の困難に出会うが、次のような場合には同様の結果が得られる。すなわち \$R_0\$ を楕円のクラス \$O^n\$ の面 \$\{A_j, B_j\}\$ を適当な条件を満たす modulo 分離曲線の標準ホモロジー基底、\$f\$ と \$R_0\$ から他の \$R\$ 上への \$C^2\$ 一擬等角写像。\$\theta_{R_0}\$ と \$\theta_R\$ とをそれぞれ \$R_0\$ と \$R\$ 上での同じ \$A_j\$ 一周期をもつ正則微分とすると、楠により一般化された周期関係式などを用いることにより

$$\|\theta_R \circ f - \theta_{R_0}\|_{R_0} \leq \frac{2k}{1-k} \|\theta_{R_0}\|_{R_0}$$

が成立することが示せる。ここで \$k = \frac{sup}{R_0} |f_z|/|f_{\bar{z}}|\$ である。これから \$R_0\$ の Teichmüller 空間上でのある種の連続性が示せ、更にノルムや \$B_j\$ 一周期の連続性などがわかる。

また正則周期再生微分に対しては \$R_0\$ が \$O_{HD}\$ ならば同様の評価が示せる。関連した話題についてもふれたい。

13. 赤座 暢 (金沢大学理) ・古沢治司 (金沢女子短大) ある Klein 群に関する Poincaré 級数の収束幅について

\$G\$ を不連続群、\$E\$ をその limit set とする。

$$S_i(z) = \frac{a_i z + b_i}{c_i z + d_i}, \quad (a_i d_i - b_i c_i = 1) \quad (a = 0, 1, 2, \dots)$$

……) を \$G\$ の任意の元とする。\$S_0(z) = Ix\$ は identity である。\$G\$ の収束幅 \$P(G)\$ は

$$P(G) = \inf \{ \mu > 0; \sum_{i=1}^{\infty} |C_i|^{-\mu} < +\infty, S_i \infty \neq \infty \}$$

で定義される。

今 \$G\$ を有限生成 Klein 群で \$\{I\} = \{g; g(\infty) = \infty, g \in G\}\$ とし、\$F\$ をその Ford の基本領域とする。\$T_{\lambda, r}(z)\$ を

$$(i) \left\{ \bigcap_{g \in G - \{I\}} \text{ext } \overline{I(g)} \right\} \supset \{I(U_{\lambda, r}) \cup I(T_{\lambda, r^{-1}})\},$$

$$(ii) \overline{I(T_{\lambda, r})} \cap I(T_{\lambda, r^{-1}}) = \emptyset$$

なる loxodromic な変換とする。ここで \$I(S)\$ は \$S\$ の isometric circle。\$\lambda\$ を \$\partial F\$ と \$\{I(T_{\lambda, r}) \cup I(T_{\lambda, r^{-1}})\}\$ の距離、\$r\$ を \$I(T_{\lambda, r})\$ の半径とする。

\$G\$ と巡回群 \$\langle T_{\lambda, r} \rangle\$ の自由積をつくり

$$G_{\lambda, r} = G * \langle T_{\lambda, r} \rangle$$

であらわすと \$G_{\lambda, r}\$ は又有限生成 Klein 群である。

更に \$G_{\lambda, r}\$ の部分群 \$G'_{\lambda, r}\$ を次の様につくる。

$$G'_{\lambda, r} = \langle P T_{\lambda, r}^{\epsilon} P^{-1}; P \in G, \epsilon = \pm 1 \rangle$$

\$G'_{\lambda, r}\$ は無限生成自由群である。ここでは \$G, G_{\lambda, r}\$

G'_i, τ の収束幅をそれぞれ $P(G), P(G_i, \tau), P(G'_i, \tau)$ としたとき、それらの間の関係についてのべる。

14. 古沢治司(金沢女子短大) Klein 群の Limit Set についての定理とその応用

定理 1. $\{C_i, C'_i\}_{i=1}^{\infty}$ は互いに内点を共有しない円の集合とする。 V_i は C_i の外部を C'_i の内部に写像する 1 次変換とする。さらに C_i は $dV_i(x)=dx$ をみたすものとする。 V_i で生成される群を Γ とし、 Γ の Ford Polygon を P とする。このとき、

$$m_i(A \cap \bar{P}) = 0 \text{ かつ } \sum |c|^{-2i} < +\infty \text{ ならば}$$

$$m_i(A) = 0. \text{ ここで } A \text{ は } \Gamma \text{ の Limit Set とし}$$

$\sum |c|^{-2i}$ は t 次元の Poincaré 級数を示す。

G は単位円 U に作用する有限生成 Fuchs 群とする。 U/G が型 $(g; n; m)$ のとき G は型 $g; n; m$ をもつという。 $d(A)$ は G の Limit Set A の Hausdorff 次元とする。このとき次の定理が得られる。

定理 2. G_0, G_1 が同じ型の面をもつとき G_0 の擬等角変形 $G_\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ が存在して、 α が β に十分近いとき $(0 \leq \beta \leq 1)$ 。

$$|\log d(A_\alpha) - \log d(A_\beta)| < \gamma_1 \frac{|\alpha - \beta| k}{1 - k^2}$$

と表わされる。ここで K は常数で、 $k < 1$ 。

さらに以上の結果の応用にもふれたい。

15. 伊藤正之(名大理) On the supports of super-exponential Hunt convolution kernels

局所コンパクトアーベル群 G 上の Hunt 合成核

$N = \int_0^\infty \alpha_t dt$ が与えられた時、それが sub-exponential (即ち、 G より正数の作る乗法群への表現 φ が存在して、 φN が有界となる) か super-exponential (sub-exponential でない) であるかの判定は大変重要である。なぜなら、 N が sub-exponential であれば、Levy-Khinehine の定理を通じて、 $(\alpha_t)t \geq 0$ の生成作用素が決定されるからである。一般に Hunt 合成核の台は G 内の閉半群であることはよく知られている。ここではまず、 N が super-exponential であれば、その台は決して G の部分群にならないことを報告し、それを用いて、具体的に N が sub-exponential であるか否かの判定条件を与える。

16. 鈴木紀明(名大理)・伊藤正之(名大理) A^* -優調和性と A^* の正の固有元の生成する凸錐について

V を第 2 可算公理を満す局所 compact Hausdorff 空間 X 上の regular Hunt 核、 M^+ を X 上の正測度全体とする。 V を定義する半群の生成作用素を A とし、その共役を A^* とする。 $\mu \in M^+$ は $A^* \mu \in M^+$ のとき、 A^* -superharmonic と言う。このとき μ は potential part と harmonic part に一意に分解される。

$$S = \{\mu \in M^+; (A^*)^n \mu \in M^+ \text{ for all } n \geq 0\}$$

$S_\infty \{\lambda \in S; (A^*)^n \mu \text{ は } \forall n \geq 0 \text{ に対して potential part のみ}\}$

とおくと、ある仮定のもとに S は M^+ の中で closed convex cone をなす。 S の extreme ray を決定し、Choquet の定理を用いて、その extreme rays 上の測度によって S の元を発生する。更に $S_\infty \neq \{0\}$ と A^* に関する eigen element の存在との同値性が導びかれ、 S_∞ は eigen element により張られることがわかる。特に V を 2 階楕円偏微分作用素の Green 関数とすれば、M.V. Noviskii [Math. Nauk. Izv. 1975] の結果が整理される。

17. 水田義弘(広島大理) On the existence of non-tangential limits of polyharmonic functions

領域 $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ 上の関数 u が、 $\xi \in \partial\Omega$ で non-tangential な極限值をもつとは、任意の ε を頂点にもつ(開)錐 Γ で、

$$\bar{\Gamma} - \{\xi\} \subset \Gamma' \subset \Omega$$

なる別の ε を頂点にもつ錐 Γ' が存在するようなものに対して

$$\lim_{x \rightarrow \xi, x \in \Gamma} u(x)$$

が存在して有限であるときをいう。

$\rho(x) = \text{distance}(X, \partial\Omega)$, $B_{\beta, p}$ は指数 (β, p) のベッセル容量を表わす。

定理. k, m は正の整数、 α, p は実数で、 $k \leq m+1$, $p > 1$ かつ $\alpha < mp$ とする。 Ω 上の関数 $u \in C^\infty(\Omega)$ は次の条件を満足するものとする。すなわち

$$i) \Delta^k u = 0 \text{ on } \Omega,$$

$$ii) \sum_{|\alpha| \leq m} \int_{\Omega} |D^\alpha u(x)|^p \rho(x)^\alpha dx < \infty.$$

このとき、 $\partial\Omega$ の部分集合 E で、 $B_{m-\frac{\alpha}{p}, p}(E) = 0$ かつ任意の $\xi \in \partial\Omega - E$ で u が non-tangential な極限值をもつような集合が存在する。

この定理は、Carleson, Tsuji, Wallin 等の結果の一般化を与える。

18. 岸 精一(名大理) On Hunt convolution kernels whose semi-groups are of local type

Hunt 合成核でその半群の生成作用素が local operator になるものを local type の Hunt 合成核と呼ぶ。局所 compact abel 群 G 上にその support から生成される閉部分群が G 全体になる local type の Hunt 合成核 N が存在すれば、 G は連結である。逆に G が連結ならば、上の性質を満す Hunt 合成核が存在する。また G が第 2 可算公理を満すとき、 N が G の (Haar 測度に関し) 絶対連続であるという仮定を付加すると、 G は $\mathbb{R}^n \times T^m$ ($0 \leq n < \infty, 0 \leq m \leq \infty$) に同型となる。逆に G が $\mathbb{R}^n \times$

T^m に同型であれば, そのような Hunt 合成核 N がいつも存在する. また局所 compact abel 群上の local type の Hunt 合成核は M. ITO 氏の結果を用いて subexponential であることが導かれる. 従って絶対連続な Hunt 合成核の生成作用素は具体的な形で決定することができる.

19. 池上輝男 (阪市大理) 調和空間の resolvable compactification と Keldych operator

X を Bauer の調和空間, X^* を X の resolvable compactification, X^* の調和境界を Γ とする. 写像

$$\mathcal{L} : (X, C(\Gamma)) \rightarrow \mathcal{H}(X) \text{ (} X \text{ 上の調和関数)}$$

は次の条件みたすとき, Keldych operator とよばれる:

- 1) $f \in C(\Gamma)$ を fix すると $\mathcal{L}_f(x) \in \cdot(X)$
- 2) $x \in X$ を fix すると $\mathcal{L}_f(x)$ は $C(\Gamma)$ 上の正の linear functional.
- 3) S_0 で X 上の superharmonic, 下に有界, Γ 上に連続的に延長されるものの全体を表わすとき,
 $s \in S_0, f \in C(\Gamma), f \leq s \implies \mathcal{L}_f \leq s.$

このとき, 次の結果が得られる

- i) $\Gamma \setminus \text{Ch}(S_0)$ が polar
- ii) \mathcal{L} を Keldych operator とすると $\mathcal{L}_f = H_f$
 $\forall f \in C(\Gamma)$
- iii) $\Gamma \setminus A_{reg}$ が polar

において i) \implies ii) \implies iii)

但し $\text{Ch}(S_0)$ は S_0 -Choquet boundary, A_{reg} は regular boundary points の全体である.

又, Keldych operator にある制限を加えると iii) \implies i) が得られる.

20. 川村道彦 (福井大学教育) Picard 原理の非斉次性

$P(z)$ を $\Omega : 0 < |z| < 1$ 上の密度 ($\bar{\Omega} : < |z| \leq 1$ 上の非負局所 Hölder 連続関数) とする. 方程式 $\Delta u = Pu$ の $|z|=1$ で境界値 0 をもつ Ω 上の正解の生成系が唯一

つのとき P に対して Picard 原理が成り立つという. 中井先生は Picard 原理の成り立つような二つの密度の和で定義される密度でも Picard 原理が成り立たないような例を示した. ここでは, この例が特異な例ではなくしてむしろ普通の事であることを指摘したい, 即ち次の事実が成り立つ事を報告する:

定理. 任意の密度は Picard 原理の成り立つ二つの密度を和に分解できる.

21. 中井三留 (名大工) ・多田俊政 (大同工大) Picard 原理における Dirichlet 積分の役割

$\Omega : 0 < |z| < 1$ 上の密度 P の方程式 $Lu = (\Delta - P)u = 0$ の補助方程式 $Lu = \Delta u + z \rho \log e \cdot \nu u = 0$ (e は P -単位) の Ω 上のすべての有界な解が (又は $\log e$ で) $z=0$ の近傍で有限な Dirichlet 積分を持つとき, P を **D 型** (又は **強 D 型**); 又 $\int_{\Omega} P(z) dx dy < +\infty$ のとき P を **有限型**; L (又は \hat{L}) について $z=0$ で Picard の原理 (又は Riemann の定理) が成り立つとき P を **P 型** (又は **R 型**) と言うことにする. 次の二定理を報告する:

定理 1.
$$\int_{\Omega} |\rho \log e(z)|^2 dx dy = \int_{\Omega} (1 - e(z)) P(z) dx dy \leq +\infty$$

定理 2. 回転不変密度 P が **D 型** となる必要条件は e_j を $(P + j^2/|z|^2)$ -単位としてとき

$$\int_0^1 \left(\frac{e_1(r)}{e_0(r)} \right)^2 \frac{dr}{r} < +\infty.$$

この応用として次の関係を示す:

$$\text{有限型} \iff \text{強 D 型} \iff \text{D 型} \iff \text{R 型} \iff \text{P 型}.$$

二個所の \iff 中は次の例からわかる: $P_2(z) = |z|^{-2}$ は **D 型** で非強 **D 型**; $P_{2,2}(z) = |z|^{-2} (\log |z|)^2$ とするとき $cP_{2,2}$ は **R 型** ($c > 0$) で **D 型** ($c > 1$) 又は非 **D 型** ($c \geq 1$).

特別講演

栗林暉和 (中大理工) On Weierstrass points and automorphisms of Riemann surfaces of genus three

この講演の目的は genus 3 の Riemann 面の自己同型群 G を考察し, すべての群 G とそれに付随する Riemann 面の方程式と群 G の構造を明らかにすることである. H を G の cyclic な部分群で maximum order をもつものとする. n を G の位数, m を H の位数とする.

§1 では, Riemann 球上の cyclic covering である Riemann 面について考察する, 主として Riemann-

Hurwitz の関係式を用いてつぎの定理を得る:

Theorem 1. (i) Hyperelliptic Case.

- (1) $m = 2.$ $y^2 = x(x-1)(x-\alpha_1)\cdots(x-\alpha_5)$
- (2) $m = 4.$ (a) $y^2 = x^8 + ax^4 + 1$
 (b) $y^2 = x(x^2-1)(x^2-\alpha_1)(x^2-\alpha_2)$
- (3) $m = 6.$ $y^2 = x(x^3-1)(x^3-\alpha)$
- (4) $u = 8.$ $y^2 = x^8 - 1$
- (5) $m = 12.$ $y^2 = x(x^6-1)$
- (6) $m = 14.$ $y^2 = x^7 - 1$

(ii) Non-hyperelliptic Case.

- (1) $m = 3$. $y^3 = x(x-1)(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)$
- (2) $m = 4$. $y^4 = x(x-1)(x-\alpha)$
- (3) $m = 6$. $y^3 = x(x-1)(x-\alpha)(x-(1-\alpha))$
- (4) $m = 7$. $y^3 + yx^3 + x = 0$
- (5) $m = 8$. $y^4 = x(x^2-1)$
- (6) $m = 9$. $y^3 = x(x^3-1)$
- (7) $m = 12$. $y^4 = x^3 - 1$

Corollary. Hyperelliptic の場合,

- (1) $m = 2$. $\#(G) = 2$
- (2) $m = 4$. $\#(G) = 16, 8, 4$
- (3) $m = 6$. $\#(G) = 12$
- (4) $m = 8$. $\#(G) = 32$
- (5) $m = 12$. $\#(G) = 48$
- (6) $m = 14$. $\#(G) = 14$

§2 では $y^2 = x(x-1)(x-t_1)(x-t_2)$ で定義された Riemann 面の自己同型群をしらべる. そのために P^2 における canonical model を考察する. すなわち, canonical model は

$$Y^3Z = X(X-Z)(X-t_1Z)(X-t_2Z)$$

であって,

$$X' = a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z,$$

$$Y' = a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z,$$

$$Z' = a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z,$$

とおき, 行列 (a_{ij}) $1 \leq i, j \leq 3$ が自己同型であるように定める. そのために Weierstrass 点の性質を利用する. つぎの定理を得る:

Theorem 2.

- (1) $y^2 = x(x-1)\left(x - \frac{1-i}{2}\right)\left(x - \frac{1+i}{2}\right)$, $\#(G) = 48$
- (2) $y^3 = x(x^3-1)$, $\#(G) = 9$
- (3) $y^3 = x(x-1)(x-t)(x-(1-t))$, $\#(G) = 6$
- (4) $y^3 = x(x-1)(y-t_1)(y-t_2)$, $\#(G) = 3$

自己同型群 G はつぎのように行列で表される;

- (1) $\begin{pmatrix} \zeta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \zeta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sqrt{3}\zeta_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\zeta_2 & 2 \\ 0 & \zeta_2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sqrt{3}\zeta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega\zeta_2 - 2\omega \\ 0 & \zeta_2 & 1 \end{pmatrix},$
 $\begin{pmatrix} \sqrt{3}\zeta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{\omega}\zeta_2 & -2\overline{\omega} \\ 0 & \zeta_2 & 0 \end{pmatrix}$. ここに $\zeta_1^4 = \zeta_2^3 = -\omega^3 = 1$.
- (2) $\begin{pmatrix} \zeta^3 & 0 & 0 \\ 0 & \zeta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \zeta^9 = 1.$ (4) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \zeta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \zeta^3 = 1.$
- (3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \zeta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & \zeta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \zeta_1^3 = \zeta_2^3 = 1.$

§3 では $y^4 = x(x-1)(x-t)$ で定義された Riemann 面の自己同型群をしらべる. canonical model は

$$Y^4 + XZ(X-Z)(X-tZ) = 0$$

によって与えられる. §2 と同様に行列 (a_{ij}) を Weierstrass 点

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, P_\infty = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, P_t = \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を利用してつぎの定理を得る:

Theorem 3.

- (1) $y^4 = x(x-1)(x-(-1))$, $\#(G) = 96$.
- (2) $y^4 = x(x-1)(x-\omega)$, $\omega = (1 \pm \sqrt{3}i)/2$, $\#(G) = 48$
- (3) $y^4 = x(x-1)(x-t)$.

自己同型群 G は Th. 2 同様行列で表される.

§4 では Weierstrass 点で特長づけられる所の

$$(1) x^4 + y^4 + 3(x^2y^2 + x^2 + y^2) + 1 = 0$$

で定義された Riemann 面の自己同型群と

$$(2) y^3 + x + x^3y = 0$$

で定義された Riemann 面の自己同型群をしらべる.

(1) では $\#(G) = 24$. (2) では $\#(G) = 168$. Th. 2 と同様, 各 G は行列で表される. 例えば (2) の自己同型群 G については

$$\sigma = \begin{pmatrix} \zeta & 0 & 0 \\ 0 & \zeta^3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tau = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} \omega_1 & y_1 & 1 \\ y_1 & 1 & \omega_1 \\ 1 & \omega_1 & y_1 \end{pmatrix}$$

で生成される. ここに $\zeta = \exp(2\pi i/7)$, そして, $\omega_1 = (\zeta + \zeta^6)^{-1}$, $y_1 = \zeta^2 + \zeta^5$. (1) は方程式

$$x^4 + y^4 + 2ax^2y^2 + 2bx^2 + 2cy^2 + 1 = 0$$

で定義される Riemann 面の特別な場合である.

ただし, $a^2, b^2, c^2 \neq 1$. そして $1 + 2abc - a^2 - b^2 - c^2 \neq 0$. この Riemann 面はつぎの § でしらべる.

§5 では order $m \leq 4$ で $n > 4$ である場合の可能性を Riemann-Hurwitz の関係式でまず check する; r を分岐点の数とすると $r \geq 3$ で分岐点 P_i の分岐度数を ν_i とするとき,

(i) $r \geq 5$ ならば $n \leq 8$

- (1) $n = 8$ $\nu_1 = 2, \nu_2 = 2, \nu_3 = 2, \nu_4 = 2, \nu_5 = 2$
- (2) $n = 6$ $\nu_1 = 2, \nu_2 = 2, \nu_3 = 2, \nu_4 = 3, \nu_5 = 3$

(ii) $r = 4$ ならば $n \leq 24$

- (1) $n = 24$ $\nu_1 = 2, \nu_2 = 2, \nu_3 = 2, \nu_4 = 3$
- (2) $n = 16$ $\nu_1 = 2, \nu_2 = 2, \nu_3 = 2, \nu_4 = 4$
- (3) $n = 12$ $\nu_1 = 2, \nu_2 = 2, \nu_3 = 3, \nu_4 = 3$

- (4) $n=8$ $\nu_1=2, \nu_2=2, \nu_3=4, \nu_4=4$
 (5) $n=6$ $\nu_1=3, \nu_3=3, \nu_3=3, \nu_4=3$
 (iii) $r=3$ ならば $n \leq 48$
 (1) $n=48$ $\nu_1=3, \nu_2=3, \nu_3=4$
 (2) $n=24$ $\nu_1=3, \nu_2=4, \nu_3=4$
 (3) $n=16$ $\nu_1=4, \nu_2=4, \nu_3=4$

つぎに、このような分岐をする Riemann 面が存在するかどうか考察する。つぎの定理をうる：

定理 4. 上記の表中下記の場合のみが存在する：

- (i) (1) (a₁) $y^2=x(x^2-1)(x^2-t)(x^2-1/t)$
 (a₂) $y^2=(x^2-1)(x^2-t_1^2)(x^2-t_2^2)$
 $(x^2-t_1^2/t_2^2)$
 (b) $x^4+y^4+2ax^2y^2+2b(x^2+y^2)+1=0$
 (2) $a(x^4+y^4+1)$
 $+b(x^3y+y^3x+x^3+y^3+x+y)$
 $+c(x^2y^2+x^2+y^2)+d(x^2y+xy^2+xy)=0$
 (ii) (1) $x^4+y^4+2a(x^2y^2+x^2+y^2)+1=0$
 (2) (a) $y^2=x^8+2ax^4+1$
 (b) $x^4+y^4+2ax^2y^2+1=0$
 (4) $y^2=x(x^2-1)(x^2-t)(x^2-1/t)$

定理 5. $\#(G)=n \leq 4$ の Riemann 面は

- (1) $n=4$ (a) $y^2=x(x^2-1)(x^2-t_1)(x-t_2)$
 (b) $x^4+y^4+2ax^2y^2+2bx^2+2cy^2+1=0$
 (2) $n=3$ $y^3=x(x-1)(x-t_1)(x-t_2)$
 (3) $n=2$ (a) $y^2=x(x-1)(x-t_1)\cdots(x-t_5)$
 (b) $y^4+(a_0x^2+a_1x+b)y^2+x^4+a_2x^3+a_3x^2+a_4x+1=0$

で表される。ここに (a) は hyperelliptic, (b) は non-hyperelliptic.

References

- [1] A. Hurwitz, Uber algebraischen Gebilde mit eindeutige Transformationen in sich, Math. Ann.
 [2] A. Kuribayashi-K. Komiya, On Weierstrass points of non-hyperelliptic compact Riemann surfaces of genus three, Hiroshima Math. J. 7 (1977) 743-768.
 [3] R. Tsuji, Conformal automorphisms of compact bordered Riemann surfaces of genus 3, Kodai Math. Sem. Rep. 27 (1976) 271-290.

4 月 6 日

22. 野口潤次郎 (阪大教養) 代数多様体内の正則曲線の値分布についての注意

V を複素射影的非特異代数多様体, $f: C \rightarrow V$ を正則曲線, D を V の超曲面 (因子) とする. 以前次の定理を報告した:

定理 A. $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n+1}$ ($n = \dim V$) を V 上の高々 D に沿って対数的極を持つ第三種アーベル微分で, $\omega_1 \wedge \dots \wedge \omega_i \wedge \dots \wedge \omega_{n+1}$, $1 \leq i \leq n+1$, が一次独立なものとす. $f: C \rightarrow V$ が $\{\omega_i\}_{i=1}^{n+1}$ に関して非退化ならば, 正定数 κ があって次の第二主要定理型の不等式が成立する:

$$(*) \quad \kappa T_f(r) < \bar{N}_f(r, D) + S(r)$$

ここでは次を示す:

定理 B. (*) の κ は各 f に依らないものとれる.

定理 C. 正則写像 $f: C^m \rightarrow V$ についても, 定理 A の仮定と同様な仮定のもとで, (*) と同様な型の不等式が成立する.

23. 今吉洋一 (東北大理) タイヒミュラー空間の代数曲面の一変化への応用

P.A. Griffiths は, タイヒミュラー空間を用いて, 複素数体 C 上の任意の n 次元射影的代数多様体 X に対して, その Zariski 開集合 Y を適当にとれば, Y の普

遍被覆空間 D は C^n の有界な Bergman 領域になることを示した.

特に X が 2 次元のとき, D に尖点全体を付加したものを D^+ とすれば, D^+ に自然に Hausdorff 位相が導入され, 被覆変換群 T の各元は D^+ の位相自己同型写像に拡張される. T^+ を T から誘導される D^+ の位相自己同型群とすれば, D^+/T^+ は 2 次元コンパクト正規解析空間で, もとの X と双有理型同型になる. 以上のことは, 一昨年秋の学会で報告した.

ここでは, T に関する D 上の保型形式達を適当に構成して, それらが D^+/T^+ から射影空間 P_N 内のある射影的代数曲面の上への双有理型写像を与えるようにできることを報告する.

なお以上のことは, 一般の次元に拡張が可能である.

24. 上田哲生 (京大理) 位相的自明な法バンドルをもつコンパクト複素曲線の近傍について

二次元複素多様体の中のコンパクト非特異既約曲線 C で自己交点数が零のものを考える. C の type を, 「因子 C を定める正則関数の系 $\{w_i\}$ で $|w_i/w_\mu| = 1 + O(|w_i|^k)$ なるものとれる」ような k たちの上限 $\leq +\infty$ とする. $r_{(p)}$ で点 p と C との距離を表わす.

定理 1. C の type が n (有限) のとき任意の $\epsilon > 0$

に対して (C のある近傍) C 上の強擬凸函数 $\phi_{(p)}$ で $\phi_{(p)} \sim 1/r_{(p)}^{n+\epsilon}$ ($p \rightarrow C$) なるものがある。

定理 2. C の type が n (有限) とする. (C の近傍) C 上の擬凸函数 $\Psi_{(p)}$ がある $\epsilon > 0$ に対して $\Psi_{(p)} = o(1/r_{(p)}^{n+\epsilon})$ ならば, $\Psi_{(p)}$ は定数である。

定理 3. C の type が無限, C の法バンドル $\in \mathcal{E}$, ならば, 因子 C を定める系 $\{\omega_i\}$ で $|\omega_i/\omega_\mu| = 1$ なるものがある. ただし $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cup \mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_0 = \{E \in \text{Pic}(C) \mid \text{位数有限}\}$, $\mathcal{E}_1 = \{E \in \text{Pic}(C) \mid \log(1/d(E^k, 1)) = o(\log k) (k \rightarrow \infty)\}$, d は $\text{Pic}(C)$ における距離を表わす。

25. 船橋賢一 (名大理) Normal Holomorphic Maps について I.

Lehto-Virtanen (Acta math. Vol. 97, 1957) によって, 研究された, normal meromorphic function の理論を S. Kobayashi 等による Hyperbolic Manifold の理論との関連の下に, 高次元の多様体への写像の場合に拡張することを考える。

一般に, 等質有界領域 D から解析空間 N への正則写像 f が normal であるとは, $C-O$ 位相で $\{f \circ G; G \in \text{Aut } D\}$ が $\text{Hol}(D, N)$ 内で relative compact なことであると定義する。

このとき以下の事が成立する。

命題

Hermitian manifold (N, ds_N^2) に対して, 正則写像 $f: D \rightarrow N$ が normal ならば, ある定数 $C \geq 0$ が存在して

$$f^* ds_N^2 \leq C ds_D^2$$

(ここで, ds_D^2 は D の Bergman metric.)

以下 $A = \{|z| < 1\} \subset C$ とする。

定理. (A generalization of Big Picard theorem). N を complex space (second countable) とする. $f: A^* = \{0 < |z| < 1\} \rightarrow N$ が normal すなわち, $\pi: A \rightarrow A^*$ を universal covering としたとき $f \circ \pi$ が normal ならば, f は holomorphic map $\tilde{f}: A \rightarrow N$ に extend されうる。

またこの定理の精密化にもふれる。

26. 船橋賢一 (名大理) Normal Holomorphic Maps について II.

ここでは, 古典的な有界正則函数の漸近値に関する Lindelöf の定理を高次元の多様体への正則写像の場合に拡張することを考える。

定理. f を単位円板 A から, complex space N への normal holomorphic map とする. f が $z_0 \in \partial A$ においてある A 内の z_0 を終点とする Jordan curve J にそって, asymptotic value $P \in N$ をもてば, f は実は

z_0 において angular limit P をもつ。

上記の定理は $N = P^1$ の場合の Lehto-Virtanen の結果の一般化であるが, Lindelöf の定理の究極的な形と思われるものとして次の定理を得た。

定理. (A generalization of Lindelöf's theorem). N : complex space とする. $f: A \rightarrow N$: 任意の正則写像とする. f が $z_0 \in \partial A$ において, A 内の z_0 を終点とする Jordan curve J にそって asymptotic value $P \in N$ をもつが, f は z_0 で angular limit P をもたなければ, P は N の nonhyperbolic point である。の集積。

よってとくに N が hyperbolic complex space のとき Lindelöf の定理が成立する。

27. 青本和彦 (名大理) Lekchetz 輪体と Abel の加法公式のひとつの拡張について

$\pi: V \rightarrow W$ を解析的射とし, $V_w = \pi^{-1}(w)$ 上の微分形式 φ_w に対して, 積分

$$\int_{\Gamma_w} \varphi_w, w \in H_*(\pi^{-1}(w), E)$$

(E 局所系) を考えるとき, 各臨界点 $w = c_i$ に応ずる (Pham の意味で一般化した) Lekchetz 輪体 l_i を一般ファイバー $\pi^{-1}(w)$ に同位に変形したとき一般には線型関係が成り立つ:

$$\sum \alpha_i \int_{l_i} \varphi_w = 0$$

この等式が或意味で古典的 Abel の加法公式のひとつの一般化になる事を示す. 特に hyperlog (Grassmann 座標についての), Schläfli 関数などの加法定理を得る。

28. 大沢健夫 (京大数理研) weakly 1-complete manifold について (Levi 問題)

X を weakly 1-complete manifold とし E を X 上の holomorphic vector bundle とする. φ を X の exhaustion function とし, 実数 c に対し, $X_c := \{x; \varphi(x) < c\}$ とおく. このとき X_c と $E|_{X_c}$ について次の形の Levi 問題が考えられる. 「 $\{x_i\}_{i=1, 2, \dots}$ を X_c の点からなる点列で X_c 内に集積点をもたないものとするとき, 写像

$$s: \{x_i\} \rightarrow E|_{X_c}$$

で, $s(x_i) \in E_{x_i}$ (E_{x_i} は x_i における E の fibre) をみたすものに対し, 正則断面

$$\tilde{s}: X_c \rightarrow E|_{X_c}$$

で, $\tilde{s}(x_i) = s(x_i)$ をみたすものが存在するか。」これは次の形で解ける; E の階数 r にのみよる X 上の実 $(1, 1)$ 形式 ω が存在して, X_c のある compact subset K を除いた残りで $\sqrt{-1} \theta(E) - I_r \omega \geq 0$ ならよい. 但し $\theta(E)$ は E の曲率形式, I_r は r 次単位行列。

29. 渡辺 清 (神戸大教養) 射影代数多様体の被覆空間について

D を C^n の有界領域, Γ を $\text{Aut}(D)$ の離散な部分群とすると, D/Γ がコンパクトならば D は正則領域になることはよく知られている. 最近, Carlson-Harvey は, M がコンパクト Moishezon 多様体, D が M の被覆多様体でしかもある Stein 多様体の領域であるとき, D が Stein 多様体になることを示した. ここでは, D が一般に他の多様体の領域になっていない場合を他の条件を付加して考えてみる. すなわち, 次の定理を示す: M を射影代数多様体, D を M の被覆多様体とする. このとき, $H^1(D, O^*) = 0$ が成り立つならば, D は Stein 多様体でありしかも $H^p(D, Z) = 0$ を満たす. ただし, O^* は可逆な正則関数の芽のなす層を, Z は整数のなす単純層を表わす. ここで, 条件 $H^1(D, O^*) = 0$ は, $H^1(D, O) = 0$ に変えることはできない. ただし, O は正則関数の芽のなす層を表わす. それは, $M = D = P_2(C)$, $i: D \rightarrow M$ を恒等写像としたものを考えればよい.

30. 梶原壤二 (九大理)・風間英明 (九大教養) 高次元の非 Stein 領域における岡の原理の成立について

Kajiwara-Kazama [Math. Ann. 204 (1973), 1-12] によれば $H^p(D, AL) = 0$ が成立するような Lie 群 L が存在するような 2 次元 Stein 多様体の領域 D は Stein である. この方法により, 梶原一西原は岡の原理が成立するような Lie 群 L が存在すれば D は Stein であることを示し, 梶原は高次元の連続な境界をもつ領域に拡張した. 最近 Leiterer は Stein 多様体の $H^1(D, O) = 0$ をみたく領域 D は任意の $GL(n, C)$ に対して岡の原理が成立すれば Stein であることを示した. 本講演では $H^1(D, O) = 0$ をみたく (非 Stein) 領域 D において岡の原理が成立するような Lie 群 L を与える. これらは, 岡の原理による Stein 性の特徴付を求める志賀浩二, 穴のあいた多重円板に対する岡の原理の成立を求める Palamodov や足立正久の問題に対する, あの場合は肯定的な, ある場合は否定的な, したがってすっきりしない解答である. 次元が 2 の時は L に無関係な, 次元 ≥ 3 の時は L に依存する解答である.

31. 梶原壤二 (九大理)・張田珠潮 (金沢大理) $C^m \times R^n$ の領域の正則被について

昨秋, 酒井一張田は混合型変数に対する Hartogs-Osgood の定理について述べたが, 本講演では $C^m \times R^n$ の領域 D で $z \in C^m$ について正則, $x \in R^n$ について実解析的な関数の同時接続, 即ち, 正則被について論じる.

32. 梶原壤二 (九大理)・菅原宜子 (福工大) Grassmann 多様体の積空間の領域の上の有理型関数の

商表示について

昨秋, 佐々木-菅原-濃野は射影空間の積空間の上の領域の上の有理型関数の商表示について論じたが, 本講演では有限次元の Grassmann 多様体の必ずしも有限個でない積空間の上の領域の上の有理型関数の商表示について論じる.

33. 西原 賢 (九大理) スタイン空間の領域の岡の原理による特徴づけ

Grauert [Math. Ann. 135, 263-273 (1958)] は Stein 空間上での岡の原理に関連して Stein 空間上の解析的ファイバーバンドルが位相的に自明であれば解析的にも自明であることを示した. 逆に岡の原理が成り立てば Stein であるかという Grauert の定理の逆について 1978 年梶原一西原は 2 次元 Stein 多様体の領域 D について次の肯定的な解答を与えた. A_G, C_G をそれぞれ Lie 群 G に値をもつ正則写像, 連続写像の芽の層とすると, D が Stein であるための必要十分条件は $H^1(D, A_G) \rightarrow H^1(D, C_G)$ が単射であることである. さらに梶原は n 次元の Stein 多様体の連続な境界をもつ領域 D の Stein 性の岡の原理による特徴付けを与えた. Leiterer は Stein 多様体 M の領域 D 上の位相的に自明なすべての解析的ベクトルバンドルは解析的にも自明であるという性質と $H^1(D, O) = 0$ が成り立てば D は Stein であることを示した. 講演者は Leiterer の結果の Stein 空間への拡張について話す.

34. 山口博史 (滋賀大教育) 開リーマン面の動きについて

D は複素 2 次元の多様体, A は z -平面上の円板, π は D から A への解析写像であって次の条件をみたすものとする.

- (i) $\pi: D \rightarrow A$ は submersion であり, 各 $z \in A$ に対して, fiber $\pi^{-1}(z)$ は空でなくて既約である;
- (ii) D は Stein manifold である.

上の如き性質をもつ 2 つの triples (D_1, A, π) (D_2, A, π) を考えよう. ここでは, 各 $z \in A$ を固定するとき, $D_1(z)$ と $D_2(z)$ とは開リーマン面として同値であるという仮定を設けると, いかなる条件下で D_1 から D_2 の上への, $z = z, W = \varphi(z, w)$ という形の解析変換が存在するかを問題とする. 及びそれに関連してリーマン面 $R(z)$ が $z \in A$ とともに函数論的に動くときの Dirichlet 問題の解の動きについての性質などを述べる.

35. 古島幹雄 (九大理) 複素解析空間の商空間について

R を complex space (X, O) 上の proper equivalence

relation とする. その時, Cartan [Contr. Funct. Theory, Bombay, (1960), 1-15] は次の定理を示した: 商空間 $(X/R \ O/R)$ が Complex space になるためには, X/R が local- O/R -separable である事が必要十分である. その証明に於て, Remmert の projection theorem [Math. Ann. 133 (1957), 328-370] 及び Grauert の proper coherence theorem [Publ. Math. I.H.E.S., 5, (1960)] を用いている. 本講演においては, 上記 Cartan の結果を Kuhlmann [Arch. Math 15, (1964), 81-90] の semi-proper mapping theorem を用いて, 次のように拡張する: 定理. R を maximal complex space (X, O) 上の semi-proper equivalence relation とする. X/R が局所コンパクトであれば, $(X/R \ O/R)$ が (maximal) complex space になるためには, X/R が local- O/R -separable であることが必要十分である.

36. 鈴木昌和 (九大工) 内分岐正則領域について

1. Fornaess [Math. Ann. 234 (1978)] は次の様な興味ある内分岐領域の例を提示した. つまり \mathbb{C}^2 上の (2 葉の) analytically ramified domain $D \xrightarrow{\pi} \mathbb{C}^2$ で, 任意の点 $P \in \mathbb{C}^2$ に対し或る近傍 U_P を取れば $\pi^{-1}(U_P)$ は Stein 多様体であるにもかかわらず, D 自身は Stein 多様体でない. そういう例である.

我々はここで, 彼の得た領域 D が正則領域でないことに注意する (D の正則包が \mathbb{C}^2 になってしまう). 任意の点 $P \in \mathbb{C}^2$ に対し, 上の $\pi^{-1}(U_P)$ は正則域だから, この例は, 内分岐正則領域は局所的な特徴づけが出来ない事を意味しているように思われる.

2. (x, y) 空間 \mathbb{C}^2 で領域 $\Gamma: |x| < 1, r < |y| < 1$ と固四面の列 $L_\nu: x = \varphi_\nu(y), |y| < 1, \nu = 1, 2, \dots$ を考える. 但し各 φ_ν は $|y| < 1$ で $0 < |\varphi_\nu(y)| < 1$ なる一価正則関数で $\lim_{\nu \rightarrow \infty} \varphi_\nu(y) = 0$ (一様収束) とする. この時, 次のことを容易に示すことが出来る. 「 $f(x, y): \Gamma$ で一価正則, 且つ各 $\nu (= 1, 2, \dots)$ に対し $f(\varphi_\nu(y), y)$ は $|y| < 1$ へ一価正則に解析接続出来るとすると, $f(x, y)$ は $A: |x| < 1, |y| < 1$ へ一価正則に解析接続される.」このことから正則領域の境界の連続性定理 (G. Julia 1926 の定式化で) を内分岐正則領域の場合に得ることが出来るが, 1. で述べた Fornaess の領域はこの性質を満たさないのである.

37. 濃野聖晴 (福岡教育大) Siciak の定理の Legendre 級数による証明

“各変数毎に正則な関数 f はすべての変数に関して正則である”. という Hartogs の正則性定理の \mathbb{C}^n 低次元部分集合への拡張は F.E. Browder [Canad. J. Math.,

13 (1961), 650-656], R.H. Cameron-D.A. Storvick [Trans. Amer. Math. Soc., 125 (1966), 7-12], J. Siciak [Zeszyty Nauk. UJ 13 (1969), 53-70] 等によって為され, それぞれ, 三角級数, Legendre 級数, Chebyshev 級数を用いた証明を与えている. R.H. Cameron-D.A. Storvick は f の有界性を仮定しているが, J. Siciak は f の有界性を仮定していない. 本講演では R.H. Cameron-D.A. Storvick の方法によって Siciak の定理を証明する.

38. 安達謙三 (長崎大教育) Continuation of A^∞ functions from submanifolds to strongly pseudoconvex domains

M を \mathbb{C}^n 内の C^∞ 部分多様体, $A^k(M), 0 \leq k \leq \infty$, を M 上で正則 \bar{M} で C^k 級な関数の全体とする. G.M. Henkin [1] は次のことを示した. \mathbb{C}^n 内の C^∞ 境界をもつ強擬凸領域 D 内の一般の位置にある C^∞ 部分多様体 M 上の有界正則関数を D 上の有界正則関数へ拡張する作用素 L が存在する. さらにこの L は $A^0(M)$ から $A^0(D)$ への作用素にもなっている. 本講演では L は $A^\infty(M)$ から $A^\infty(D)$ への作用素でもあることを Y.T. Siu [2] の方法を使って示す.

[1] G. M. Henkin, Continuation of bounded holomorphic functions from submanifolds in general position to strictly pseudoconvex domains, Izv. Akad. Nauk SSSR 36 (1972), 540-567.

[2] Y.T. Siu, The $\bar{\partial}$ problem with uniform bounds on derivatives, Math. Ann., 207 (1974), 163-176.

39. 浦田敏夫 (愛知教育大) Taut 解析空間への正則写像について

X を compact 連結解析空間, Y を taut 解析空間とする.

定理 1. $\forall x \in X, \forall y \in Y$ に対して

$\{f \in \text{Hol}(X, Y); f(x) = y\}$ は有限である.

定理 2.

$\{f \in \text{Hol}(X, Y); f(X) = Y \text{ and } f^{-1}(y) \text{ is connected for every } y \in Y\}$

は有限である.

これらは W. Kaup, Ann. Inst. Fourier 18 (1968), 303-330 にある定理の一般化である. 証明には H. Cartan による解析空間の商空間と W. Kaup による $\text{Hol}(X, Y)$ 上の複素解析構造を用いる.

渡辺公夫 (筑波大) 正規孤立特異点の多重種数について

正規二次元特異点において, Artin[2] の有理二重点, Brieskorn[3] の商特異点, Wagreich[12] の(弱)楕円型特異点, Laufer[9] の最小楕円型特異点の研究等があり, また特殊な楕円型特異点の研究として Hirzebruch[5] の cusp 特異点, Saito[10] の単純楕円型特異点等がある。これらの分類の指標となるものが, 特異点の幾何種数である。一方, Burns[4] は高次元の有理型特異点を定義し, すべての商特異点と Arnold[1] の特異点が有理型特異点であることを示した。ここでは, 幾何種数を拡張した多重種数の立場から正規孤立特異点について考察する。

(X, x) を n 次元正規孤立特異点とし, $\pi: \tilde{X} \rightarrow X$ をその resolution とする。 π は proper より $R^i \pi_* O_{\tilde{X}}$ は, coherent で, $\text{supp}(R^i \pi_* O_{\tilde{X}}) \subset \{x\} (1 \leq i \leq n-1)$ 。従って, $\dim C(R^i \pi_* O_{\tilde{X}})_x < \infty$ 。特に, $\dim C(R^{n-1} \pi_* O_{\tilde{X}})_x$ を特異点 (X, x) の幾何種数といい, p_g と書くことにする。総ての $i (1 \leq i \leq n-1)$ に対して, $(R^i \pi_* O_{\tilde{X}})_x = \{0\}$ となる特異点を有理型特異点という。特異点 x の近傍 U と $U - \{x\}$ 上で定義された正則 n -型式で零にならない (non-vanishing) のものが存在するとき, (X, x) を, (暫定的に) primary Gorenstein ということにする。 $O_{X, x}$ に Cohen-Macaulay という条件が加われば, primary Gorenstein のとき, $O_{X, x}$ は Gorenstein ring になる。 $O_{X, x}$ が Cohen-Macaulay ring なら, $1 \leq i \leq n-2$ に対して, $(R^i \pi_* O_{\tilde{X}})_x = \{0\}$ 。 primary Gorenstein の場合, 特異点の有理性の判定に関しては, Burns[4] の結果がある: (X, x, ω) を primary Gorenstein 特異点とする。このとき, (X, x) が有理型特異点であるための必要十分条件は, ω が x の近傍で二乗可積分となることである。この定理より, Burns は, 有理二重点の有理性から帰納的に, Arnold の特異点の有理性を証明した。さらに商特異点がある有理型であることも示している。他の有理型特異点の例として, 例-II と例-V-(i) (53年春) がある。

Laufer[8] と Yau[16] により, 幾何種数 p_g は, resolution によらずに定義された: x の(十分小さい) Stein 近傍 U を一つ選ぶ。 $\Gamma(U - \{x\}, O(K))$ の元を $U - \{x\}$ 上の正則 n -型式とみたとき, x の近傍で, L^2 -可積分となる元全体のなす部分空間を $L^2(U - \{x\})$ と表わす。但し, $K = K_{U - \{x\}}$ とする。このとき, $p_g =$

$\dim \Gamma(U - \{x\}, O(K))/L^2(U - \{x\})$ が成り立つ。この結果より, 例-V については, p_g は, (r_0, r_1, \dots, r_n) から完全に決定されることが示される: $p_g = \#\{(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{N}^{n+1} \mid d - (q_0 + q_1 + \dots + q_n) \geq q_0 \lambda_0 + q_1 \lambda_1 + \dots + q_n \lambda_n\}$ (53年春)。

次に, 特異点 (X, x) の多重種数 δ_m を $\delta_m = \dim \Gamma(U - \{x\}, O(mK))/L^{2/m}(U - \{x\}) (m \geq 1)$ で定義する。但し, $L^{2/m}(U - \{x\})$ は $\Gamma(U - \{x\}, O(mK))$ の元であって, $U - \{x\}$ 上の正則 m -重 n -型式とみたとき, x の近傍で $L^{2/m}$ -可積分となるもの全体のなす部分空間を表わす。 (X, x) の resolution $\pi: \tilde{X} \rightarrow X$ において, $\pi^{-1}(x)$ を既約分解したとき, すべての既約成分が余次元 1 で, 特異点が正規交叉のときは, $L^{2/m}(U - \{x\}) \cong L^{2/m}(\tilde{U} - A) \cong \Gamma(\tilde{U}, O(mK + (m-1)[A]))$, ($\tilde{U} = \pi^{-1}(U)$, $A = \pi^{-1}(x)$) が成り立つ (cf. Sakai[11])。二・三の例について, δ_m を計算してみよう。「primary Gorenstein 特異点 (X, x) が有理型なら, すべての m に対して, $\delta_m = 0$ 」より, 例-II と例-V-(i) においては, すべての m に対して $\delta_m = 0$ 。勿論, 定義より, 例-IV についても, すべての m に対して, $\delta_m = 0$ 。例-III では, すべての m に対して $\delta_m = 1$ となり, 例-V においては, 「 $\delta_m \leq \#\{(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{N}^{n+1} \mid m(d - (q_0 + q_1 + \dots + q_n)) \geq \lambda_0 q_0 + \lambda_1 q_1 + \dots + \lambda_n q_n\}$, $d > m(d - (q_0 + q_1 + \dots + q_n))$ なら, 等号が成り立つ。」より, (ii) の場合, すべての m に対して, $\delta_m = 1$ 。 (iii) の場合には $\delta_m \sim n^m$ が成り立つ (53年秋)。さらに, 例-VI においてもすべての m に対して, $\delta_m = 1$ となる (54年春)。

後半では, 対象を二次元に限って, 考察をすすめていく。 δ_m に似た量として, Knöller[7] により r_m が定義されている: $r_m = \dim \Gamma(\tilde{U} - A, O(mK))/\Gamma(\tilde{U}, O(mK))$ 。この r_m は有理二重点を特徴付けている: (X, x) が有理二重点 \iff すべての m に対して, $r_m = 0$ 。有理二重点は種々の特徴付けをもっている。これと似た現象が商特異点と δ_m についても成り立つ: (X, x) が商特異点 \iff すべての m に対して, $\delta_m = 0$ (53年秋)。

$p_g = 1$ となる特異点を楕円型特異点といい, すべての m に対して, $\delta_m = 1$ となる特異点を純楕円型特異点という。正規二次元特異点の resolution の双対グラフが分かれば, それが有理型特異点かどうかの判定ができる。Laufer[9] は, このことから, 最小楕円型特異点という定義を与えた: resolution の例外集合において, すべての連結真部分集合が有理型特異点の例外集合となると

き, (X, x) を最小楕円型特異点という。さらに, Laufer は [9] で最小楕円型特異点を算術的に特徴付けた: (X, x) が最小楕円型特異点 $\iff p_g=1$ かつ Gorenstein.

ところで, 典型的な楕円型特異点である単純楕円型特異点と cusp 特異点は純楕円型特異点であった。この事実の逆は一般には成り立たないであろうと思われる。ただ, Gorenstein の仮定のもとに, 解かれている: (X, x) は純楕円型特異点であり, かつ Gorenstein である $\iff (X, x)$ は単純楕円型特異点か, あるいは, cusp 特異点である (54年春)。単純楕円型特異点は cusp 特異点の specialization である (Karras[6])。一般に, δ_m の変化は deformation と密接にかかわりあっている。

例-I $(n-1)$ -次元複素多様体 V 上の positive な直線束を F とする。 F の双対 F^* の全空間を \tilde{X} とし, 零断面を blow down して得られる正規孤立特異点を (X, x) とする。

例-II 例-Iにおいて, F^* として k_0 がとれるとき。

例-III 例-Iにおいて, $k_0=1$ のとき。

例-II と例-III はいずれも primary Gorenstein である。

例-IV \mathbb{C}^n に作用する有限群 G に対し, \mathbb{C}^n/G と同型な特異点を商特異点という。

例-V $f(z_0, z_1, \dots, z_n)$ を非退化擬斉次多項式とする。 $X = \{f=0\}$ は原点で孤立特異点をもつ。重みを $(\frac{q_0}{d}, \frac{q_1}{d}, \dots, \frac{q_n}{d})$ とし, その総和を r とする。 $r > 1$, $r=1$, $r < 1$ に応じて, それぞれ, 例-V-(i), 例-V-(ii), 例-V-(iii) とする。

例-IV Γ を Hilbert のモジュラー群とする。 H^n/Γ のコンパクト化に伴い, 正規孤立特異点が生じる。この特異点を cusp 特異点という。 primary Gorenstein である。

参考文献

[1] Arnold, V.: Normal forms for functions near degenerate critical points, the Weyl group of A_k , D_k , E_k and Lagrangian singularities. *Func. Anal. App.* 6 (1972).

[2] Artin, M.: On isolated rational singularities of surfaces. *Amer. J. Math.* 88, 129-136 (1964).
 [3] Brieskorn, E.: Rationale Singularitäten Komplexer Flächen. *Invent. Math.* 4, 336-358 (1968).
 [4] Burns, D.: On rational Singularities in Dimension > 2 . *Math. Ann.* 211, 237-244 (1974).
 [5] Hirzebruch, F.: Hilbert Modular Surfaces. *L'Enseignement mathém.*, t. XIX, fasc. 3-4.
 [6] Karras, U.: Deformations of cusp singularities. *Proceedings of Symposia in Pure Mathematics Vol. XXX, Part 1*, 37-44 (1977).
 [7] Knöller, F.W.: 2-dimensionale Singularitäten und Differentialformen. *Math. Ann.* 206, 205-213 (1973).
 [8] Laufer, H.B.: On rational singularities. *Amer. J. Math.* 94, 597-608 (1972).
 [9] —: On minimally elliptic singularities. *Amer. J. Math.* 99, 1257-1295 (1977).
 [10] Saito, K.: Einfach-elliptische Singularitäten. *Invent. Math.* 23, 289-325 (1974).
 [11] Sakai, F.: Kodaira dimensions of complements of divisors. *Complex analysis and algebraic geometry: A collection of paper, dedicated to K. Kodaira.* Tokyo, Iwanami. (1977).
 [12] Wagreich, P.: Elliptic singularities of surfaces. *Amer. J. Math.* 92, 419-454 (1970).
 [13] Watanabe, K.: On the geometric genus of isolated singularities defined by weighted homogeneous polynomial. (preprint).
 [14] —: On purely elliptic singularities. (preprint).
 [15] —: Two-dimensional quotient singularities and integrable differential forms (preprint).
 [16] Yau, S. S. T.: Two theorems on higher dimensional singularities. *Math. Ann.* 231, 55-59 (1977).

時間が不足していますので, 講演者は講演時間を厳守して下さい。



