野口様

1978
October

# 日本数学会

## 昭和53年秋季例会

# 講演アブストラクト

## 函数論

時………10月4日・5日

所………東京電機大学

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4日（水） | 9：30～12：00 | 普通講演 | 1～11 |
| | 13：00～15：10 | 普通講演 | 12～19 |
| | 15：30～16：30 | 特別講演 | |
| 5日（木） | 9：00～12：20 | 普通講演 | 20～35 |
| | 13：30～14：30 | 特別講演 | |

# 10 月 4 日

## 1. 新 保 経 彦(東工大理) ある積分不等式について

Dは$\infty$を含み、境界$\Gamma$が有限個の互に素な解析曲線からなる平面領域とする。このときある$n-1$個の点($n=$Dの連結度)$a_1, a_2, \cdots, a_{n-1} \in D$をとると次が成り立つ:fを各$a_j$ ($1 \leqq j \leqq n-1$)で0となる、Hardy族$H^1(D)$に属する関数とすれば,

$$\int_{\Gamma_\lambda} |f(z)||dz| \leqq e^{\lambda} \int_{\Gamma} |f(\zeta)||d\zeta|,$$

ここで$\Gamma_\lambda$は、Dの$\infty$を極とするGreen関数gの等高線[$g=\lambda$]である。又fがさらに$f(\infty)=0$ならば、右辺の$e^{\lambda}$は1に置き換えられる。$n=1$の場合は、単位円板での劣調和関数の原点中心の円周上の平均値は半径の増加関数であるという事と同じである。$n>1$のときも証明は初等的かつ単純である。問題は、fが各$a_j$で0になるという条件が本質的かどうかということであるが、目下のところ不明である。なお、$\{a_j\}$はgのcritical pointsの集合である。

## 2. 斎 藤 三 郎(群馬大工) The Dirichlet norm and the norm of Szegö type

先にBergman normとSzegö normの間に一般化された等周不等式が成立することを述べたが、他の方向として、たとえば次の型の不等式が成立することが示される:Sを任意のcompact bordered Riemann面、$i\,dW(z;t)$をtに極をもつGreenの微分とするとき、$\partial S$上2乗可積な境界値$f'(z)$をもつS上の任意のexactでanalyticな微分$f'(z)\,dz$に対して、

$$\iint_S |f'(z)|^2\,dxdy \leqq (1/2)\int_{\partial S} |f'(z)\,dz|^2 / i\,dW(z,t), \quad z=x+iy.$$

実際には非常に一般的な命題からの系としてこれは得られるが、この系はRudin核のSzegö型核における位置をも示す。ここではある2つのSzegö型空間の直積とexactなBergman空間との関係を核函数の理論を用いて論ずるわけであるが、とくに解析函数のDirichlet normはその直積空間のnormで近似されることや、S×Sの対角線に沿って零となる直積空間の部分空間の直交補空間に属する函数のSzegö型の積分による表示が可能であることなどが分かる。

3. 小 林 昇 治・吹 田 信 之（東工大理） On analytic diameters and centers of compact sets

平面の compact set K（$\notin N_B$）に対して、

$$\beta(K)=\frac{1}{\gamma(K)}\inf_{z\in\mathbf{C}}\sup\{|f''(\infty)-zf'(\infty)|:f\in H^\infty(K^c),\|f\|_\infty\leqq 1,\ f(\infty)=0\}$$

とおく．ここに$\gamma(K)$はKのanalytic capacity. infをとる点の集合を$c(K)$とかく。

**定理1.** f：extremal ⇨ $f'(\infty)=0$．系．extremal functionはuniqueに存在．

**定理2.** diam $c(K)\leqq 2\beta(K)$．次にKがm個の互いにdisjointなcontinuaから成るとき、

**定理3.** $c(K)$は一点又は線分．　**定理4.** $m\geqq 2$ ⇨ $\beta(K)>\gamma(K)$．

**例1.** $K_1\subset K_2$でも$\beta(K_1)>\beta(K_2)$となる例．

**例2.** $m=2$，$m=4$のとき$c(K)$が一点でない線分になる例．以上の結果はS．Minsker提出の問題のいくつかに否定的解答を与える。

4. 占 部 博 信（京都教育大） Periodic entire functions of infinite order which together with their derivatives are prime

整函数の合成を演算とした分解に関し、周期整函数でprimeなものが存在するというGrossの問題があった。これに対してOzawa先生は位数有限のときにその様な例を与えられ、続いて、Baker-Yangにより位数無限なときに同様な例が与えられた。しかし、これらの例では、その導函数がやはりprimeであるかどうかは不明であると思う。

本講演では、位数無限大な周期整函数で、各階の導函数も含めて、primeな函数を例示したい。すなわち、

**定理.** $h(z)$を$h(0)\neq 0$なる整函数で、位数$\rho(h(e^z))<\infty$，かつ、ある$n_0$が定まって、$n\geqq n_0$なる各nに対して$h(z)$はn位の零点を持つと仮定し、$P(z)$（$\not\equiv$ 定数）と$Q(z)$は多項式でmはある整数として、

$$F(z)=h(e^z)\cdot\exp[mz+P(e^{-z})+Q(e^z)]$$

とする。このとき、$F^{(k)}(z)$はprimeである（$k\geqq 0$）。

この定理の証明に本質的なのは、T．Kobayashi氏の定理（Kōdai Math. Sem. Rep., **28**(1976), 33−37）とYang-Urabeの補題（J．London Math. Soc. (2), **14**(1976), 153−159）である。

5. 黒　川　都史子（三重大教育） On exceptionally ramified meromorphic functions

孤立真性特異点の近傍ではexceptionally ramified meromorphic functionsが存在しないことはよく知られている。ここではperfect setでもそのようなものがあることを報告する。

**定理：** Eをsuccessive ratios $\{\xi_n\}$をもったCantor setで条件：$\xi_{n+1}=o(\xi_n^5)$をみたすとするならば、Eの各点をessential singularityとしてもちEの補集合でexceptionally ramifiedな有理型関数は存在しない。

6. 橋　本　有　司（愛知工大） 2価代数型函数についての一注意

$w(z)$を2価代数型函数とし、$w(z)$の定義方程式を$f_0(z)w^2+f_1(z)w+f_2(z)=0$とする。いま、$(f_0, f_1, f_2)$をこの代数型函数の係数よりつくられる函数系とし、それがdegenerateな場合を考える。このとき、ある周期2の楕円的分数1次変換Aが存在して、(1) zがwの通常点ならば、そこでとる値$w_1, w_2$は$w_2=Aw_1$，(2) zがwの分岐点ならば、そこでとる値wはAの不動点、となる。なお、これを用いれば、2価代数型函数のdeficiencyおよびPicard constantに関する結果（K. Niino-M. Ozawa, Kōdai Math. Sem. Rep., **22**（1970）およびM. Ozawa, 同, **17**（1965））の一部が別の視点から証明される。

7. 鈴　木　順　二（三重大教育）・戸　田　暢　茂（名大教養） 単位円内での正則曲線の特性関数に対する一注意

$|z|<1$でのnon-degenerateな正則曲線Cに対する第二主要定理：$V_p(r)+\{T_{p+1}(r)-2T_p(r)+T_{p-1}(r)\}=\Omega_p(r)-\Omega_p(r_0)$　$(0<r_0<r<1\ ;\ p=1, \cdots, n-1)$において、一般的に

$$「2\Omega_p(r)\leqq K\log T_p(r)+O(\log\frac{1}{1-r})+O(1)\ (K>1,\ 定数、\ r\notin E),$$

$$ここにE：open\subset[r_0, 1)\ かつ\ \int_E\frac{dr}{(1-r)^\mu}<+\infty\ (\mu\geqq 1)\ .」$$

が成立している。(Weyl; Ann. Math. Studies, **12**).

これに対し,$|z|<\infty$の場合と同様に、次の事項が成立する。

**定理1.** $T_p(r)$の階数は皆等しい。lower order も同様.

**定理2.** Cの階数が有限ならば、すべてのrに対して、

$$2\,\Omega_p(r) \leqq K \log T_p(r) + O\left(\log \frac{1}{1-r}\right) + O(1).$$

**定理3.** $\limsup_{r\to 1} T_1(r) / \log \frac{1}{1-r} = \infty$ ならば、

$$\limsup_{r\to 1} T_p(r) / \log \frac{1}{1-r} = \infty \quad (p = 2, \cdots, n-1).$$

Defect relation への応用についても報告する。

## 8. 森　正　気（東北大理）　正則写像の位数と除外指数について

'76 年秋の学会で、$\mathbb{C}^n$ から $P^N\mathbb{C}$への有理型写像に対するEdrei－Fuchs の定理の一般化について述べたが、この講演では、$\mathbb{C}^n$ から正の line bundleをもつm次元コンパクト複素多様体（従って代数多様体）への正則写像に対しEdrei－Fuchsの定理の一般化が得られることについて述べる。定理：Mを正のline bundle　Lをもつm次元コンパクト複素多様体、f を$\mathbb{C}^n$からMへの位数有限な超越的正則写像で f（$\mathbb{C}^n$）はどのdivisor in $|L|$ にも含まれない（すなわち非退化）とする。そのとき、もしM上のm＋1 個のdivisors $\tilde{D}_1, \cdots, \tilde{D}_{m+1} \in |L|$で、$\tilde{D} = \tilde{D}_1 + \cdots + \tilde{D}_{m+1}$ はnormal　crossingsかつ$\delta(\tilde{D}_j, f) > 0$（$j = 1, \cdots, m+1$）をみたすものが存在したとすれば、fの　lower order は正である。

## 9. 加　藤　崇　雄（山口大理）　Non-hyperelliptic Weierstrass points of maximal weight

S をgenus g（＝8 or ≧ 11）のcompact　Riemann面、PをS内の点とする。S上の第1種abel 微分の基底がつくるWronskianのP に於ける零点の重複度をM(P)で表わす。S が hyperelliptic のときはM(P)の挙動は正確に知られている。S がnon-hyperelliptic の場合に次の事が得られた。(1) $0 \leqq M(P) \leqq (g^2 - 5g + 10)/2$，(2) 特にS上のある点P に対し、$M(P) = (g^2 - 5g + 10)/2$ ならばSは torus の2葉の被覆になる。(3) (2)をみたすPは各S上に高々 $2g-2$個。

## 10. 堀　内　龍太郎（京都産大理）　超楕円的リーマン面の正規被覆面について

超楕円的面の被覆面が超楕円的であるような被覆については、Farkas，Accola，Maclachlan，Kato等により調べられた。ここでは分岐正規被覆の場合にそのような被覆がすべて決定出来ることを報告する。一般に、超楕円的面$w^2 = f(z)$が超楕円的面$v^2 = g(z)$の被覆面とすると、被覆写像$\pi$は

$\pi(z, w) = (u, v) = (h(z), k(z)w)$，　h, k は z の有理関数，と表現されることが知られてい

る。正規被覆の場合、h(z)は被覆変換により不変である。被覆変換に超楕円的対合が含まれず、従って被覆変換群Gが一次変換の有限部分群に同型になることから、それがよく知られた5種類の群の場合を調べればよい。その際、Gがワイアストラス点の集合を不変にし、偶数位数の変換はワイアストラス点を固定しないことに注意すれば、被覆面、底面、G及び$\pi$が決定出来る。

## 11. 楠 幸男・谷口雅彦(京大理) Remarks on Fuchsian groups associated with open Riemann surfaces

リーマン面を、対応するFucks群が第1種か第2種かによって、type I, type IIと呼ぶことにすれば、type IIで$O_{AB}$に属する面の例はよく知られている(Myrberg)。ここでは逆に次の結果を報告する。

定理. Rが$O_{KD}$, $O_{A^0D}$, $O_{HD}^{\infty}$のいずれかに属せば、Rはtype Iである。特にRの種数が有限ならば、$O_{AD}$に属せばtype Iである。

種数有限な面に対しては更に次の結果を得る。

定理. Rが種数g $(<+\infty)$で$O_{AD,\,g+1}$に属せば、Rはtype Iである。特に$O_{SD}$に属する平面領域はtype Iである。ここで、$O_{AD,\,n}$は高々n - valentなAD函数が定数に限るような面のなす族である。

一方、type Iの面でも"大きい"境界をもつことがある。たとえば、SD函数をもちWidomの条件を満たすtype Iの平面領域が作れる。またPommerenkeの最近の研究との関連についても触れたい。

## 12. 米谷文男(阪大工) Compact bordered Riemann面上の挙動空間

リーマン面R上で複素調和微分のデリクレ内積による複素ヒルベルト空間の部分空間$\Gamma_x$が次の条件:(i)$\Gamma_x \subset \Gamma_{hse}$ (ii)固定された標準ホモロジー基底$\{A_j, B_j\}$に対し非零実数対$\{a_j, b_j\}$が存在し$a_j \int_{A_j} \omega = b_j \int_{B_j} \omega$, $\forall \omega \in \Gamma_x$, となる。(iii)$\Gamma_x = \overline{\Gamma}_x = \Gamma_x^{\perp *}$, を満足するときこれを挙動空間と呼び、任意の面における挙動空間の存在とリーマン-ロッホ型の定理は既に示した。ここでは更に、アーベル型の定理を制限付きの無限因子を許して定式化する。ところで挙動空間はよく知られた調和微分の空間からは構成し難い。そこで有限個の解析曲線で囲まれた種数有限の面上このような挙動空間を具体的に与える。そしてワイエルシュトラス点等の理論が、この境界付きの面上でも複素的に扱われ得ることを報告する。たとえば周期条件(ii)を満足し固定されたパラメーターに関し境界上で偶函数になっている半完全調和微分の空間は挙動空間の一例であり、ある意味でコンパク

トな面上の理論を導く。

## 13. 柴　雅和（京大理）有限連結領域の等角写像について

以下にのべる結果は有限Riemann面への拡張を容易に許すけれども、簡単のため平面領域についてのみ考察する。

Dをn（$\geqq 2$）重連結領域とする。その境界$C_1$，$C_2$，…，$C_n$は解析的Jordan閉曲線としてよい。よく知られた平行截線写像定理（Koebe, etc.）に関連した結果として、次を報告する：

(I)　Dは、$S_w=\{|w|\leqq\infty\}$を高々n葉におおい、任意の境界成分$\gamma_j$（$j=1,2,\cdots,n$）が$w=0$を（端点又は内点として）含む虚軸上の線分となるような、Riemann面$\Delta_n$と等角同値である。この際、$\infty\in S_w$に写るDの内点と原点に写る$C_j$上の点とは任意に指定できる。

(II)　Dは、単位円$U_w=\{|w|<1\}$上高々$\left[\frac{n(n+1)}{4}+3\right]$葉の被覆面に、$w=\pm 1$を端点にもつ長さ1未満の切り込みを実軸上にいくつかいれたものと等角同値である。この際、$w=0$に写るDの内点は指定できる。

これらの結果は一般化されたRiemann-Rochの定理を、積分の初等的性質、Rieszの表現定理と併用して証明される。

## 14. 栗林暲和（中央大理工）・小宮　要（山梨大教育）Weierstrass点とRiemann面の自己同型について

この講演の目的は種数3のコンパクトRiemann面の自己同型をすべて決定することである。われわれの方法は$\mathbf{P}^2$におけるcanonical modelを作り、つぎにWeierstrass点を考察する。自己等角写像でWeierstrass点はWeierstrass点に移るという初等的な事実を考慮すれば、Riemann面の自己同型を具体的に表示することが出来る。主定理はつぎの通りである。

| 自己同型群の位数 | | Riemann面の方程式 |
|---|---|---|
| (1) 168 | | $y^3+x+x^3y=0$ |
| (2) 96 | | $y^4=x(x^2-1)$ |
| (3) 48 | (i) | $\eta^2=\xi(\xi^6-1)$ |
| | (ii) | $y^3=x^4-1$ |
| (4) 32 | (i) | $\eta^2=\xi^8-1$ |
| (5) 24 | | $x^4+y^4+2\alpha(x^2+y^2+x^2y^2)+1=0$ |
| (6) 16 | (i) | $\eta^2=\xi^8+2\alpha\xi^4+1$　$(\alpha\neq 0,1)$ |
| | (ii) | $y^4=x(x-1)(x-\alpha)$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| (7) | 14 | (i) | $\eta^2 = \xi^7 - 1$ |
| (8) | 12 | (i) | $\eta^2 = \xi(\xi^2 - 1)(\xi^2 - \alpha) \quad (\alpha \neq -1)$ |
| (9) | 9 | | $y^3 = x(x^3 - 1)$ |
| (10) | 8 | (i) | $\eta^2 = \xi(\xi^2 - 1)(\xi^2 - \alpha)(\xi^2 - (\alpha - 1))$ |
| | | (i)′ | $\eta^2 = (\xi^2 - 1)(\xi^2 - \alpha^2)(\xi^2 - \beta^2)(\xi^2 - (\frac{\beta}{\alpha})^2)$ |
| | | (ii) | $x^4 + y^4 + 2\alpha x^2 y^2 + 2\beta(x^2 + y^2) + 1 = 0$ |
| (11) | 6 | (ii) | $y^3 = x(x-1)(x-\alpha)(x-(1-\alpha))$ |
| | | (ii)′ | torus上3次cyclicなもの。 |

以上は自己同型群の位数nが$\geqq 6$であるものである。$n < 6$の場合は、torus上のcyclic coveringである場合が問題である。

注意： R. TsujiがKŌDAI MATH. SEM. REP., **27** (1976), 271-290でRiemann面の自己同型について研究しておられるが不十分のように思われる。われわれはそこにおける彼の除外した場合もすべて調べた。

## 15. 倉 持 善治郎（北大理） Quasi Dirichlet harmonic函数の表示について

Rを$\notin O_g$なるリーマン面とし、UをR内の調和函数とする。$|U|^M = \min(M, |U|)$ とし

$$\lim_{M\to\infty} \frac{D(|U|^M)}{M} = \alpha < \infty$$

のとき、Uを$\mathfrak{N}(U) = \alpha$なQDHということにする。G(z)を正調和でSingularかつQDHのときG.Gという。

1）全質量有限なグリーンポテンシャルの質量が境界にあれば、それはG.Gであり、この逆も成立する。

2）UがQDHならば、$U^+ \leqq U_1$, $-U \leqq U_2$, $\mathfrak{N}(U_i) = \alpha$なるQDHかつQHBな$U_i$があり

$$U = U_1 - U_2.$$

ここで、$U_i = V_i + G_i$, $V_i$は$\mathfrak{N}(V_i) \leqq \alpha$なQDHかつQHB, $G_i$は$\mathfrak{N}(G_i) \leqq \alpha$なsingular函数．特に$\alpha = 0$, あるいはRの境界点がグリーン函数の正則点ならば、$G_i = 0$である。

## 16. 長 坂 行 雄（北大理） Iversen-Tsujiの定理について

集積値集合についてのIversen-Tsujiの定理に関連した次の結果を述べる。

Dをz－平面の領域（$\notin O_G$）とし、Dの固定した一点から出る正則なGreen曲線で$\partial D$の一点

bに終るもの全体を$L(b)$で表わし、$E_0 = \{ b \in \partial D \mid L(b) = \phi \}$とおく。

**定理**．$b_0$を$\partial D$の一点とし、Eは$\partial D$上の集合で$b_0 \in E$，$E_0 \subset E$，$b_0 \in \overline{\partial D - E}$かつDに関する調和測度0とする。このとき、D上の有界正則函数$w = f(z)$について

$$\varlimsup_{\substack{z \to b_0 \\ z \in D}} |f(z)| \leqq \varlimsup_{\substack{b \to b_0 \\ b \in \partial D - E}} \varlimsup_{\substack{z \to b \\ z \in L(b)}} |f(z)|$$

が成立つ。

証明は、$b_0$がDirichlet問題の正則点の場合と非正則点の場合に分けて行う。

## 17. 黒田　正・森　正気（東北大理）・高橋英則（一関工高専）

### Remarks on web groups

くもの巣群を特徴づける興味ある結果を得たので報告する。有限生成クライン群Gがくもの巣群とは、Gの各成分部分群が擬フックス群であるときを言う。ここでは、更に条件$\Lambda_0(G) \neq \phi$を付け加えたものをくもの巣群ということにする。

**定理1**．次の4つの命題は同値である。(1) Gはくもの巣群である。(2) Gは有限生成で$\Lambda_0(G) = L_2(G) \neq \phi$である。(3) Gは有限生成で$L_2(G)$の各元$\lambda$に対して$M(\lambda) = S(G)$である。(4) Gは有限生成で$L_2(G) \neq \phi$であり$L_2(G)$の任意の2つの元$\lambda$と$\lambda'$に対して$M(\lambda) = M(\lambda')$が成り立つ。

**定理2**．Gを$L_2(G) \neq \phi$な有限生成クライン群とする。このとき、Gの相異なるくもの巣の個数は、1個又は可算無限個である。

**定理3**．Gをくもの巣群とし、$\infty \in \Omega(G)$とする。$\{\sigma_n\}_{n=1}^{\infty}$をGの全てのセパレーターの集合とし、$\delta_n$で$\sigma_n$の直径を表すことにすると$\sum_{n=1}^{\infty} \delta_n^2$は収束する。

**系**．定理3と同じ状況で$\infty$を含まないGの全ての成分の直径の2乗和は収束する。

## 18. 洪　姙植（日大理工）　二重層の一つの応用

$$G(x, \xi) = x(1-\xi) \cdots x < \xi, \quad = \xi(1-x) \cdots x > \xi$$

を核とする第1種積分方程式$\int_0^1 G(x, \xi)\, h(\xi)\, d\xi = f(x)$の解が

$$h(x) = -f''(x) - f(0)\delta'(x) - f(1)\delta'(1-x)$$

となることを著者などはかって示した。これを多次元の場合に拡張する。$G(x, y, \xi, \eta)$を零境界値条件における$\Delta \equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$のグリーン関数とし、Sを境界とする領域Dにおいて第1種積分方程式

$$\iint_D G(x, y, \xi, \eta)\, h(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta = f(x, y)$$

の解が

$$h(x, y) = -\Delta f(x, y) + \frac{1}{2\pi}\int_S f(\xi_S, \eta_S)\frac{\partial}{\partial n}\delta(x-\xi_S, y-\eta_S)\, dS$$

であることを示す。$\frac{\partial \delta}{\partial n}$ は境界におかれた二重層である。

## 19. 二　宮　信　幸（阪市大理）　正型核について

局所コンパクトなハウスドルフ空間において、$k(P, Q)$ はPとQの連続関数で、対称〔$k(P, Q) = k(Q, P)$〕、P＝Qに対しては∞であることが許され、$n(P, Q)$ はPとQの連続関数で、$n(P, Q) = -n(Q, P)$ であるとする。当然常に $n(P, P) = 0$ である。測度 $\mu$ と $\nu$ に対して

$$k(\mu, \nu) = \int d\mu(P)\int k(P, Q)\, d\nu(Q)$$

とおく。nについても同様である。4つの負でない測度 $\mu_1$, $\mu_2$, $\nu_1$, $\nu_2$ があり、$\mu_1$ と $\mu_2$ の台は互に共通点のないコンパクト集合、$\nu_1$ と $\nu_2$ の台も互に共通点のないコンパクト集合、$\int d\mu_1 = a_1 \geqq 0$, $\int d\mu_2 = a_2 \geqq 0$, $\int d\nu_1 = b_1 \geqq 0$, $\int d\nu_2 = b_2 = 1$ であるとする。このような4つの測度に対して、

$$I(\mu_1, \mu_2; \nu_1, \nu_2) = k(\mu_1-\mu_2, \mu_1-\mu_2) + k(\nu_1-\nu_2, \nu_1-\nu_2) + 2n(\nu_1-\nu_2, \mu_1-\mu_2)$$

なる量を考え、これについて最小変分を試みる．得られた結果を利用して、対称な複素数値核

$$K(P, Q) = k(P, Q) + i\, n(P, Q)$$

が正型であるための条件をのべる。

# 特　別　講　演

## 戸　田　暢　茂（名大教養）　退化した関数系の値分布について

**0.　序**　有理型関数の値分布論の一般化として、代数型関数や関数系あるいは正則曲線などが多くの人々によって研究されている。これらの一般化において、きれいに拡張されたり、あるいは新しい局面が現われたりして、それぞれに興味ある結果が種々得られている。ここでは、$|z| < \infty$ における退化した関数系について、一つの同値関係を導入し、その応用としていくつかの問題を考

えてみたい。

**1. 同値関係** $f_0, f_1, \cdots f_n$ $(n \geqq 1)$ を共通零点を持たない整関数で、関数系 $f=(f_0, f_1, \cdots, f_n)$ は超越的であるとする。そして、Xを $f_0, f_1, \cdots, f_n$ の$\mathbb{C}$-係数の一次結合 $(\not\equiv 0)$ で一般位置にあるものの集まり；$\lambda$を $f_0, \cdots, f_n$ 間の$\mathbb{C}$上の一次関係で一次独立なものの最大個数とする。$0 \leqq \lambda \leqq n-1$ である。$g_1, \cdots, g_{n+1-\lambda}$ を$\mathbb{C}$上一次独立な $n+1-\lambda$ 個の，Xの任意の元としたとき，$g=(g_1, \cdots, g_{n+1-\lambda})$ は超越的な関数系であり、Xの任意の元は $g_1, \cdots, g_{n+1-\lambda}$ の$\mathbb{C}$-係数の一次結合で表される：

$$X \ni F, \quad F=\alpha_{F1} g_1 + \cdots + \alpha_{Fn+1-\lambda} g_{n+1-\lambda}.$$

このような $g_1, \cdots, g_{n+1-\lambda}$ をXの基と呼ぶことにする。

**補題1.** $|T(r, f)-T(r, g)|<O(1)$.

$X^0$ を $X-\{g_1, \cdots, g_{n+1-\lambda}\}$ の任意の部分集合とし、次の関係を導入する ([5])．

**定義.** (1) $X^0 \ni H_1, H_2$ s. t. $H_j=\alpha_{j1} g_1 + \cdots + \alpha_{jn+1-\lambda} g_{n+1-\lambda}$,

$H_1 \approx H_2 \Longleftrightarrow \exists i_0$ s. t. $\alpha_{1 i_0} \not\equiv 0$, $\alpha_{2 i_0} \not\equiv 0$ .

(2) $X^0 \ni F, G$, $F \sim G \Leftrightarrow F \approx G$ あるいは、$\exists H_1, \cdots, H_s \in X^0$ s. t. $F \approx H_1$ , $H_1 \approx H_2$ , $\cdots$, $H_s \approx G$ . 明らかに、"$\sim$"は$X^0$ での同値関係である。$X^0/\sim=\{X_1^0, \cdots, X_p^0\}$ $(1 \leqq p \leqq n+1-\lambda)$ とおき、$A_t=\{g_i ; \exists F \in X_t^0$ s. t. $\alpha_{Fi} \not\equiv 0\}$, $A_0=\{gi\}_{i=1}^{n+1-\lambda}-\bigcup_{t=1}^{p} A_t$ ; $\nu_t=A_t$ の元の個数 $(t=0, 1, \cdots, p)$ と定める。

i) $A_{t_1} \cap A_{t_2}=\phi$ $(t_1 \not\equiv t_2)$ ; ii) $\sum_{t=0}^{p} \nu_t=n+1-\lambda$ である。以下、$g_1, \cdots, g_{n+1-\lambda}$ および$X^0$ を適当にとることによって、いくつかの結果が得られることを報告する。

**2. 除外一次結合** 新濃－小沢 ([3]) の結果は、代数型関数の値分布に対して新しい局面をもたらした。先ず、その延長線上にある次の結果を述べる。

**定理1.** (1) $X \ni \exists F_1, \cdots, F_{n+1+\nu}, G_1, \cdots, G_\mu$ $(0 \leqq \nu \leqq \lambda-1)$ s. t. $\sum_{i=1}^{n+1+\nu} \delta(F_i)+\delta(G_k) > n+1+\nu$ $(k=1, \cdots, \mu) \Rightarrow$ $\nu(p-1)+\mu \leqq \lambda$。ここに、pは $\{F_i\}_{i=1}^{n+1+\nu}$ から基を選び、残りを$X^0$ としたときのものである。$(\nu=0$ のとき ([5]))

(2) $X \ni \exists F_1, \cdots, F_{n+1-\lambda}$ (Xの基)、$H_1, \cdots, H_\nu, G_1, \cdots, G_\mu$ $(0 \leqq \nu_1 \leqq \lambda)$ s. t. $\sum_{i=1}^{n+1-\lambda} \delta(F_i)+\sum_{j=1}^{\nu} \delta(H_j)+\delta(G_k) > n+1-\lambda+\nu$ $(k=1, \cdots, \mu) \Rightarrow \mu \leqq \lambda+(\lambda-\nu) \cdot$ $\cdot (n-\lambda)$。

この応用として、すでに知られている除外一次結合の個数についていくつかの結果を得る。

**3. Cartanの予想** Cartan ([1]) は$\lambda=0$, $n-1$ のときに、次の不等式を示し、一般の$\lambda$に対しても成立するのではないかと（代数型関数に対して）予想した。

**Cartanの予想：** $X \ni F_1, \cdots, F_q$ に対し

$$(q-n-\lambda-1)\,T(r,f) < \sum_{i=1}^{q} N_{n-\lambda}(r, 0, F_i) + S(r).$$

Sung ([4]) がその学位論文でこれを証明したと言われていたが、正しくはなかった。ここでは、$q=n+\lambda+2$ のときには成立することを述べる。$X \ni {}^{\forall}F_1, \cdots, F_{n+\lambda+2}$ としたとき、$F_1, \cdots, F_{n+1-\lambda}$ はXの基であるとしてよく、$g_1, \cdots, g_{n+1-\lambda}$ の代りにこれらを用い、$X^0 = \{F_{n+2-\lambda}, \cdots, F_{n+\lambda+2}\}$ ととる。このとき、

**補題2.** $p=1$, $\nu_0=0$。([6])

**定理2.** $q=n+\lambda+2$ のとき、Cartanの予想は正しい。([6])

**系1.** $\sum_{i=1}^{n+\lambda+2} \delta(F_i) \leqq n+\lambda+1$ ([5])。"等号" $\Longleftrightarrow \exists i_0$, $\delta(F_{i_0})=0$, $\delta(F_i)=1$ $(i \neq i_0)$ ([6])。なお、定理2で"$n+\lambda+2$"は一般には減らせない。

**4. Nevanlinnaの定理**「$f(z)$を$|z|<\infty$での超越有理型関数、$a_i(z)$を$|z|<\infty$での有理型関数で$T(r, a_i) = o(T(r,f))$ $(r\to\infty)$ なるものとしたとき、$(1-o(1))\,T(r,f) < \sum_{i=1}^{3} \bar{N}(r, 0, f-a_i) + S(r)$。」がNevanlinna ([2]) によって与えられている。

一般の個数の場合にはまだ知られていない。ここでは、この定理を関数系の場合に拡張することを考える。$C(f)=\{a(z);\ |z|<\infty$で有理型かつ$T(r,a)=o(T(r,f))$ $(r\to\infty)\}$とし、$\mathbb{C}$の代りに$C(f)$を用い、$X$, $\lambda$に対応するものを$X_f$, $\lambda_f$とする。このとき、定理2の証明方法が応用できて、

**定理3.** $X_f \ni F_1, \cdots, F_{n+\lambda_f+2}$ を任意にとるとき、

$$(1-o(1))\,T(r,f) < \sum_{i=1}^{n+\lambda_f+2} N_{n-\lambda_f}(r, 0, F_i) + S(r)$$

を得る。


〔1〕 H. Cartan: Mathematica, **7** (1933), 5−31。

〔2〕 R. Nevanlinna: Le théorème de Picard–Borel……. Paris, 1929。

〔3〕 K. Niino-M. Ozawa: Kōdai Math. Sem. Rep., **22** (1970), 98–113; 178–187。

〔4〕 C. Sung: Dissertation, 1975.

〔5〕 N. Toda: Nagoya Math. J., **66** (1977), 37–52。

〔6〕 N. Toda: (to appear)。

## 10 月 5 日

**20.** 渡 辺 公 夫（筑波大数学系） Two-dimensional quotient singularities and integrable differential forms

$(X, x)$ を正規二次元特異点とし、$\pi : \tilde{X} \to X$ をその minimal resolution とする。$\pi^{-1}(x)$ は有限個の既約成分 $A_j$ $(j=1, \cdots, n)$ からなる。$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j A_j$ を $\tilde{X}$ の標準直線束 $K_{\tilde{X}}$ に numerically equivalent な因子とする，すなわち任意の $A_i$ に対して $K \cdot A_i = (\sum_{j=1}^{n} \lambda_j A_j) \cdot A_i$。$x$ の（十分小さい）Stein 近傍 $U$ を一つ選ぶ。$\Gamma(U-\{x\}, \mathcal{O}(mK))$ の元であって、$U-\{x\}$ 上の正則 m 重 2 型式とみたとき、$L^{2/m}$-可積分となるもの全体のなす部分空間を $L^{2/m}(U-\{x\})$ と表わす。但し $K=K_{U-\{x\}}$ とする。特異点 $x$ の多重種数を $\delta_m = \dim \Gamma(U-\{x\}, \mathcal{O}(mK)) / L^{2/m}(U-\{x\})$，$(m \geqq 1)$ で定義する。このとき、次の定理が証明される。**定理．**正規二次元特異点 $(X, x)$ に関して次の性質は同値である。
(i) $(X, x)$ は商特異点である。(ii) すべての j に対して、$A_j$ は非特異有理曲線であり、$-1 < \lambda_j \leqq 0$ である。(iii) 任意の $m\ (\geqq 1)$ に対して $\delta_m = 1$ である。

**21.** 吉 永 悦 男（横浜国大教育）・鈴 木 正 彦（筑波大数学系） On the topological types of Brieskorn–Pham type singularities

我々は、Milnor により quasihomogeneous singularities に対して定義された characteristic polynomial を用いて次の定理を示した：

**定理．**二つの Brieskorn–Pham type の多項式

$$f = z_1^{a_1} + \cdots\cdots + z_n^{a_n} \qquad a_1 \leqq \cdots\cdots \leqq a_n,\ a_i \in \mathbf{N}$$
$$g = z_1^{b_1} + \cdots\cdots + z_n^{b_n} \qquad b_1 \leqq \cdots\cdots \leqq b_n,\ b_i \in \mathbf{N}$$

の定義する $\mathbb{C}^n$ の hypersurfaces の topological type が等しいならば、$a_i = b_i$ $(i = 1, \cdots, n)$ がいえる。

上の定理で f，g を $(1; \frac{1}{a_1}, \cdots, \frac{1}{a_n})$，$(1; \frac{1}{b_1}, \cdots, \frac{1}{b_n})$ 型の quasihomogeneous とみると上の定理は「B - P type の singularities の topological types が等しければそれらの weights も等しい」とみなせる。しかし、characteristic polynomial を

使った議論では一般の isolated singularity をもつ quasihomogeneous singularities に対して上の定理の類型を証明できないことが実例でわかっている。

## 22. 大 沢 健 夫（京大数理研） Weakly 1−complete manifold の embedding について（反例）

X は weakly 1−complete manifold で、その上に positive line bundle B があるものとする。このとき X の任意の compact set K に対し次のような自然数 m が存在する。すなわち、$\Gamma(K, B^m)$ の元 $s_0, \cdots, s_N$ を適当にえらべばそれらの連比（$s_0 : \cdots : s_N$）は K から $P^N$ の中への一対一正則な写像を与える。これは中野の消滅定理を応用して示すことができるが、ではスタイン多様体の $\mathbb{C}^n$ へのうめこみ定理のように上の命題における K を X におきかえたものが成立するかどうかは B が positive であるというだけでは答は negative である。次の命題を用いて反例を作る：isolated hypersurface singularities $V_i$, $i=1,2,\cdots$, $\dim V_i = 2$ を与えたとき $\mathbb{C}^3$ から $\mathbb{C}$ への正則写像 $\varphi$ が存在して $\varphi^{-1}(0)$ の特異点 $x_1, x_2, \cdots$ における $\varphi^{-1}(0)$ の芽が $V_i$ の特異点における芽に同型になるようにできる（B. Strehl）。

## 23. 大 沢 健 夫（京大数理研） 法束が semi−negative でない exceptional embedding の例

複素多様体 X と X のコンパクト複素部分多様体 A が与えられたとき $N_{A/X}$（A の X における法束）は A の近傍の関数論的な性質を反映する。とりわけ顕著なのは Grauert の定理：「もし $N_{A/X}$ が " schwach negativ " ならば A は X において exceptional である。」であろう。彼は同時にこの定理の逆は成立しないことも反例によって示したが、その例においては $N_{A/X}$ が semi-negative になっているので次の命題が疑問として残っていた。すなわち、A が X において exceptional ならば $N_{A/X}$ は semi-negative であるか。ここでは、この疑問に対する否定的な解答を与える。反例は $P^1$ を余次元 2 の exceptional set として含む複素多様体 J で $N_{P^1/J} \cong H \oplus H^{-3}$ なるものを構成することによって与えられる。ただし、H は次数 1 の直線束をあらわす。

## 24. 酒 井 栄 一・張 田 珠 潮（金沢大理） 変数混合型Hartogs–Osgoodの定理について

“$D\subset \mathbf{C}^n$を連結な境界 $\partial D$をもつ有界開集合とするとき、$\partial D$のある近傍で正則な函数はD内にまで一価正則に解析接続される”というHartogs–Osgoodの定理を変数混合型の場合に拡張するのが目的である。

**定義.** 開集合$D\subset \mathbf{C}^n\times \mathbf{R}^m$において定義された函数 f で次の条件をみたすもの全体からなる族を F(D)とする：各点$(z^0, u^0)=(z_1^0,\cdots,z_n^0, u_1^0,\cdots,u_m^0)\in D$に対し、複素近傍 $C(z^0, u^0):=\{(z, w)\in \mathbf{C}^{n+m}; |z_k-z_k^0|<r_k, |w_j-u_j^0|<s_j, k=1,2,\cdots,n, j=1,2,\cdots,m\}$があって、固定された各点$(\zeta, \xi)\in C(z^0, u^0)\cap(\mathbf{C}^n\times\mathbf{R}^m)\subset D$に対して、

(i) $f(\zeta_1,\cdots,\zeta_{k-1}, z_k, \zeta_{k+1},\cdots,\zeta_n, \xi_1,\cdots,\xi_m)$は$\{z_k\in\mathbf{C}; |z_k-z^0_k|<r_k\}$で$z_k$について正則（$k=1,2,\cdots,n$）。

(ii) $f(\zeta_1,\cdots,\zeta_n,\xi_1,\cdots,\xi_{j-1}, u_j, \xi_{j+1},\cdots,\xi_m)$は$\{w_j\in\mathbf{C}; |w_j-u^0_j|<s_j\}$における正則函数に解析接続される（$j=1,2,\cdots,m$）。

**定理.** コンパクト集合$K\subset\mathbf{C}^n\times\mathbf{R}^m$（$n\geqq 1$, $m\geqq 1$），その境界$\partial K$は連結とする。$\partial K$の開近傍を$U\subset\mathbf{C}^n\times\mathbf{R}^m$とすると、$f\in F(U)$に対し、$\tilde{f}\in F(U\cup K)$が存在して、$\tilde{f}\mid U=f$である。

## 25. 高 瀬 正 仁（九大理） 分岐領域の一般化について

Generalized ramified domainを構成し、正則包の概念を一般化する。任意のgeneralized ramified domain（D, $\varphi$）に対してその正則包の存在を証明する。次に、通常の擬凸分岐領域（D, $\varphi$）を与えたとき、generalized ramified domainのcategoryでの正則包を利用することにより、Dをopen denseに含むGrauertの意味の K-complete complex scheme S(D)を構成する。2次元の場合はS(D)はKernerによる K-hullに一致することを証明する。

## 26. 佐々木 健 治（久留米大附設）・菅 原 宣 子（福岡工大）・濃 野 聖 晴（福岡教育大） 積空間における有理型関数族の接続

SをStein多様体，$\{P_i; i\in I\}$を有限次元の複素射影空間の必ずしも有限でない族とし、積空間$X=S\times\prod_{i\in I}P_i$上の被拡領域（D, $\varphi$）にて有理型関数の族$F=\{m_k; k\in K\}$を考察する。まずMalgrange (Lecture Note, Tata Inst. (1958)) の方法で、族Fに関する（D,

$\varphi$）の有理型被（$\widetilde{\lambda}_F$, $\widetilde{D}_F$, $\widetilde{\varphi}_F$）を作成する。我々の結果は：Iの有限部分集合Hと有限次元の多様体$S \times \prod_{i \in H} P_i$上の被拡領域（$\Delta$, $\Psi$）があって$\Delta$はStein多様体であり

$$\widetilde{D}_F = \Delta \times \prod_{i \in I-H} P_i$$

が成立する。これはKajiwara-Kazama(Mem.Fac.Kyushu Univ., **25** (1971))の結果の一般化である。

## 27. 佐々木 健 治（久留米大附設）・菅 原 宣 子（福岡工大）・濃 野 聖 晴（福岡教育大） 積空間における弱Poincaré問題

有理型関数の商表示につき、Hitotumatu-Kôta (Math.Ann., **125** (1952)) ではStein多様体は弱Poincaré型であり、Kajiwara-Sakai (N.M.J., **29** (1967)) ではStein多様体上の被拡領域は弱Poincaré型である。更にKajiwara (Mem.Fac.Kyushu Univ., **22** (1968)) では$P_n$の上の被拡領域（$\Omega$, $\varphi$）は$\Omega$上の有理型関数がすべて$P_n$に接続されるか、弱Poincaré型であるかのいずれかである。ここでは、前述の被拡領域$\Omega$上の任意の有理型関数mに対して$\Omega$の有限開被覆{$\Omega_\lambda$}があって各$\Omega_\lambda$上でmが正則関数の商$g_\lambda/h_\lambda$で表されることを示す。

これはKajiwara-Kazama (Mem.Fac.Kyushu Univ., **25** (1971)) の精密化と一般化である。

## 28. 梶 原 壤 二・西 原 賢（九大理） 2次元Stein多様体のStein領域の岡の原理による特徴付け

Kajiwara-Kazama [Math.Ann., **204** (1973)] は2次元のStein多様体Sの開集合$\Omega$は、複素Lie群Lがあって$H^1(\Omega, A_L) = 0$が成立すればSteinであることを示し、その際岡の原理に関するGrauert [Math.Ann., **135** (1958)] の定理が最良であることを述べた。今春KajiwaraはKôji ShigaとGrauertの仕事について語り合い、上の事に言及した折，Garuertの定理の逆が成立するかという質問を受けた。Shigaの質問に対する肯定的解答を与える。$E_L^r$ ($0 \leqq r \leqq \infty$) および$A_L$を、それぞれ、Lの中への$C^r$級および正則写像の芽の層とし、$j_r$ : $H^1(\Omega, A_L) \to H^1(\Omega, E_L^r)$を自然な写像とする。

**定理．** 次の命題は同値である。

(1) $\Omega$はStein多様体である。

(2) すべての複素Lie群Lに対して$j_0$は双射である。

(3) 複素Lie群Lがあって$j_0$は単射である。

(4) 複素Lie群Lがあって$j_\infty$は単射である。

## 29. 梶原壌二（九大理） 高次元Stein多様体のStein領域の岡の原理による特徴付け

Stein多様体Sの連続な実余1次元の境界をもつ開に対してKajiwara［Kōdai M.S.R., **26**（1975）］は複素Lie群Lがあって、S内の任意の解析的多重円板Pに対して$H^1(\Omega\cap P, A_L)=0$が成立すれば、$\Omega$はStein多様体であることを示した。今回は次の定理をえた。

**定理**．次の命題は同値である：

(1) $\Omega$はStein多様体である。

(2) すべての複素Lie群Lとすべての解析的多重円板Pに対して$j_0$： $H^1(\Omega\cap P, A_L)\to H^1(\Omega\cap P, E_L^0)$は双射である。

(3) 複素Lie群Lがあってすべての解析的多重円板Pに対して$j_0$は単射である。

(4) 複素Lie群Lがあってすべての解析的多重円板Pに対して$j_\infty$：$H^1(\Omega\cap P, A_L)\to H^1(\Omega\cap P, E_L)$は単射である。

この定理はGrauert［Math. Ann., **135**（1958）］の定理がこのような開に関する限り逆が成立することを示し、志賀浩二教授の質問に対する肯定的解答である。

## 30. 梶原壌二・高瀬正仁（九大理） 2トーラスの積多様体の消滅コホモロジーをもつ領域のStein性

m次の正方行列Xは、正則行列Pがあって$PXP^{-1}$が整元の対角行列である時、純整という。次の定理をえた。

**定理**．$T_1$，$T_2$を1次元の複素トーラス，Xをその積多様体、$\Omega$をその開とする。Lie環が非零純整行列Xをもつような複素線形群Lがあって$H^1(\Omega, A_L)=0$が成立すれば、$\Omega$はStein多様体である。

**系**．自然数mがあって $H^1(\Omega, A_{GL(m,C)})=0$または $H^1(\Omega, A_{SL(m,C)})=0$が成立すれば、$\Omega$はStein多様体である。

証明の筋書． Kajiwara［M.F.S. Kyushu Univ., **32**（1978）］によれば$\Omega$はハイパーを含まぬ擬凸開である。$T_i$を円板の商とみなすと、境界関数dが定義され$\varepsilon$だけ削った$\Omega(\varepsilon)$は擬凸である。$T_i$を$\mathbf{C}\cup\{\infty\}$上の有限葉分岐被覆とみなすとXの性質より岡の形状$\Omega'$が作成できてGrauert［Ann. Math., **68**（1958）］の意味で強凸であり、Remmert［C.R.

Paris, **243** (1956) ]に帰着させるとSteinである。これらで内から近似される$\Omega$もそうである。

31. 石村隆一・徳永章司・豊岡学・古島幹雄(九大理)
大域的切片によって芽が生成される領域

Stein空間に対するOka-Cartan-Serreの基本定理の逆について定理AについてはWakabayashi[J.M.S.J., **19** (1967), 489–492], 定理BについてはSerre[Coll.F.P.V. Brussels (1953), 57-68], Laufer[Ann.Math., **842** (1966), 102-118], Kajiwara–Kazama[Math.Ann., **204** (1973), 1 – 12]がある。本講演ではGrauert[Math. Ann., **133** (1957), 139–159]の定理7aに関連して、これらの中間に位置する次の問題を考える：Xを複素空間、YをXの開とし、Xの点xが定めるイデアルの層を$I_x$とし、次の条件を考える：(E) (X, Y)　X－Yの任意の点xに対して、$H^0(X, I_x)$は$H^0(Y, 0)$上$H^0(Y, I_x)$を生成する。さて、$A_x = \cap \{ y \in X \mid F(y) = 0, F \in H^0(X, I_x) \}$とおく。

定理．XのRemmert reductionが多様体であるとき, (E)(X, Y)が成立するための必要十分条件はYが正則凸で，$A_x \cap Y = \phi$ ($x \in X - Y$)が成立することである。

32. 石村隆一・徳永章司・豊岡学・古島幹雄(九大理)
Grauertの一定理について

RをStein空間、$R^*$をRの相対コンパクトな正則凸開集合、V(R)をRを底とするvector bundleとする。Grauert〔Math.Ann., **133** (1957), 139–159〕は定理7aにて次の定理を示した：有限個のV(R)の正則な切片$H_1$, $H_2$, …, $H_q$があって、すべての$R^*$上のV(R)の正則な切片Fは$R^*$上の正則関数$f_1$, $f_2$, …, $f_q$を用いて$F = \sum f_j H_j$と表される。Grauertはこの定理の証明に基本定理A, Bから導かれる前講演の(E) $(R, R^*)$を用いているが、本講演ではRがStein多様体であれば、$R^*$の正則凸性は必要でなく、Rの任意の相対コンパクトに対して上の定理は成立することを示す。

33. 宮嶋公夫(鹿児島大教養) 正則写像の変形に於ける倉西族の存在について

f：X→Yを、コンパクト複素多様体Xから複素多様体Yへの正則写像とする。固定したYへの正則写像の変形族において、$F: H^i(X, \Theta_X) \to H^i(X, f^*\Theta_Y)$ (i = 1,2)に関するある条件の下で、倉西族の存在が、堀川〔J. Math.Soc.Japan, **26** (1974), 372-396〕に

より証明されている。この一般化として、次の結果を得た：任意の正則写像 f ：X→Yに対し、これを中心とする倉西族が存在する。そのパラメータ空間Tは次の様にして実現される。正則写像 h ：$H^1(X, \mathfrak{L}^0) \supset W \to H^2(X, \mathfrak{L}^0)$ が存在して、$T = h^{-1}(0)$（ただし、 $H^i(X, \mathfrak{L}^0)$ は複体 $\mathfrak{L}^0 : 0 \to \Theta_X \to f^*\Theta_Y \to 0$ に関する i 次hypercohomologyを表す）。

## 34. 若　林　　功（東京農工大）　$P^2$ − curve の対数的小平次元

Cを$P^2$ の既約曲線とする。S. Iitaka, F.Sakai による一般論によれば、$P^2 - C$ の対数的小平次元$\bar{\kappa}(P^2 - C) = 2$であれば、$P^2 - C$ の解析的自己同型群は有限群になる。g(C)=Cのgenus, n＝Cの次数、とすると次が成立する事を示す。

**定理．**次の(I), (II), (III)のいずれの場合にも$\bar{\kappa}(P^2 - C) = 2$となる。

(I)　$g(C) \geqq 1$ , $n \geqq 4$。

(II)　g(C)= 0で、Cは少なくとも3つのcuspを持つ。

(III)　g(C)= 0で、Cは少なくとも2つの特異点を持ち、少なくとも1つは局所可約な特異点。

又、

(IV)　g(C)= 0で、Cは2つのcuspを持つならば、$\bar{\kappa}(P^2 - C) \geqq 0$。

## 35. 野　口　潤次郎（広島大理）　Rigidity of holomorphic curves in some surfaces

Bを準アーベル多様体A内の一般型曲面とする。このとき、次を示す。**定理1.** イ）Aの閉部分群の平行移動でBに含まれるものの全体$\mathfrak{T}$は有限族；ロ）自明でない正則曲線 f ：$\mathbb{C} \to B$の像は必ず、ある$\mathfrak{T}$の曲線に入る。

Vを複素準射影的非特異代数多様体、$T^1(V)$をV上の対数的1次型式のつくる線型空間とする。定理1より次が分る。**定理2.** $\dim V = 2 < \dim T^1(V)$とすると、正則曲線 f ：$\mathbb{C} \to V$は必ず代数的退化である。**注．**Vが完備なとき、これは落合氏により示されている。 $\dim V < \dim T^1(V)$なる条件だけで同様の結論が得られることが予想される（Blochの予想の一般化）。

# 特　別　講　演

**大　槻　　真（千葉大理）** 対数的接続に附随するChern類の公式について

**1.** 複素多様体M上の正則ベクトル束Eに、高々一位の対数的極をもつ有理型接続Dが与えられるとき、Dの留数とEのChern類との間に留数公式が成立する。ここでは、その公式の説明と、若干の応用及び問題について述べる。

**2.** Dの極をZとし、Zについて次の性質を仮定する：（H. 1）Zはnormal crossing （H. 2）$Z=\bigcup_{j\in\mathbf{N}} Z_j$をZの既約分解とすると、各成分$Z_j$は非特異である（H. 3）DはZにそって高々一位の対数的極をもつ（Deligne〔4〕），（H. 4）Mがコンパクトでない場合はDは完全積分可能であるとする。

$J=(j_1,\cdots,j_k)\in\mathbf{N}^k$に対して、$j_1,\cdots,j_k$のうちに、丁度p個の異なる添数$j_1^*,\cdots,j_p^*$があるとすれば、$J^*=\{j_1^*,\cdots,j_p^*\}$とおき、$j_m^*$がJ内に現われる回数を$a_m$とする（$1\leqq m\leqq p$）．

$Z_{J^*}=\bigcap_{m=1}^{p} Z_{j_m^*}$ は、Mの余次元pの部分多様体で、$Z_{J^*}=\bigcup_i Z_{J^*}^{(i)}$をその連結成分への分解とする。

次のことはよく知られている：

ｉ）Dの$Z_j$に沿う留数：$\mathrm{Res}_j D$，が、$\mathrm{End}\,E|Z_j$の正則切断として定まる（Deligne〔4〕）．

ii）$C_k(A)$をk次のChern多項式、$C_k(A_1,\cdots,A_k)$をその完全極形式とすると、$J=(j_1,\cdots,j_k)\in\mathbf{N}^k$に対して、$C_k(\mathrm{Res}_J D)=C_k(\mathrm{Res}_{j_1}D,\cdots,\mathrm{Res}_{j_k}D)$は、$Z_{J^*}$上の正則函数で、仮定（H. 4）によって、$Z_J^{(i)}$上で定数である．この値を$C_k(\mathrm{Res}_J D)^{(i)}$とおく。

この時次の定理が成立する。

**定理．** $H^k(M,\Omega^k)$において、

$$(1)\quad C_k(E)=(-1)^k\sum_{J\in\mathbf{N}^k}\Big[\sum_i\{C_k(\mathrm{Res}_J D)^{(i)}C_p(Z_{J^*}^{(i)})\}\prod_{m=1}^{p}C_1(Z_{j_m^*})^{a_m-1}\Big]$$

が成り立つ。ここで、$C_p(W)$は、余次元pの部分多様体Wの定める$H^p(M,\Omega^p)$のコホモロジー類。

**3.** 注意.ｉ）一般に$C_k(\mathrm{Res}_J D)^{(i)}$はｉによって異なる値をとり、それ自身興味深い事である。これがｉによらない場合、(1)は次のようになる。

(2) $$C_k(E) = (-1)^k \sum_{j_1, \cdots, j_k \in \mathbf{N}} C_k(\mathrm{Res}_J D) \prod_{m=1}^{k} C_1(Z_{j_m}).$$

ⅱ）EのAtiyahの意味でのChern類を、$C(E) \in H^1(M, \Omega^1(\mathrm{End}\, E))$とおくと（Atiyah〔1〕),

(3) $$C(E) = -\sum_{j \in \mathbf{N}} \mathrm{Res}_j D\, C_1(Z_j)$$

が成立することは容易にわかる。ただし、右辺で $\mathrm{Res}_j D$は $\mathrm{End}\, E|Z_j$の正則切断としてでなく、M上の End E－値カレントと解釈している。形式的に式(3)をChern多項式$C_k(A)$に代入すれば(1)を得るが、その正当化は難しく(1)式は、両辺がM上のカレントとみてコホモログなることを直接示すことによって得られる。

以下ではDは完全積分可能とする。

**4.** ⅰ）Hirzebruchの形式的Chern roots.

Dが積分可能ならば、$\mathrm{Res}_j D$と $\mathrm{Res}_k D$とは$Z_j \cap Z_k$上で可換になる。各$Z_J$（$J \in \mathbf{N}^k$）が連結ならば、$\mathrm{Res}_j D$の固有値を$\alpha_j^1, \cdots, \alpha_j^q$（$q =$ rank E）とおき、$\alpha_j^i$と$\alpha_k^i$とが互いに対応する固有値であるとすれば、(2)式は次のようにあらわされる：

ダメ

$$C_t(E) = \prod_{i=1}^{q} \left(1 - \sum_{j \in \mathbf{N}} \alpha_j^i C_1(Z_j)\, t\right)$$

ただし、$C_t(E) = \sum_{k=0}^{q} C_k(E) t^k$は total Chern class.これは、$-\sum_{j \in \mathbf{N}} \alpha_j^i C_1(Z_j)$ $(i = 1, \cdots, q)$が、Eの形式的Chern rootとよばれるものを$H^1(M, \Omega^1)$ 内で実現していることを示している。

ⅱ） $\dim M = 1$, M：コンパクトの場合。(2)式はコンパクトRiemann面上のFuchs型微分方程式のFuchsの関係式とよばれるものに他ならない。（T. Saito〔5〕）

ⅲ）Riemann－Hilbert問題との関連．一般に複素多様体Mとその因子Z、基本群$\pi_1(M-Z)$の表現$\rho : \pi_1(M-Z) \to GL(q, \mathbb{C})$ が与えられたとき、M上の正則ベクトル束$E_\rho$と、Zに高々一位の対数的極をもつ完全積分可能な$E_\rho$の接続Dとが存在して、Dの水平切断が表現$\rho$に附随する乗法的函数になるようにできる（Deligne〔4〕）。この定理と式(2)とから、たとえば次の結果が得られる。M：proj. alg. manifold, Z：smooth irreducible divisorで、$C_1(Z)^2 \neq 0$ in $H^4(M, \mathbf{Q})$, $\gamma$を$\pi_1(M-Z)$ の元で、Zを１回まわるものとすると$\rho(\gamma) \in GL(q, \mathbb{C})$の固有値は１の巾根である。

**5. 問題．** ⅰ） Mがコンパクトでない場合（Dは積分可能）、式(1)が、$H^{2k}(M, \mathbb{C})$ に於いて成立するか。

ii) M, Eが与えられたとして対数的極をもつEの接続が存在するか（積分可能でなくてよい）。

iii) (2)式は、K－理論の意味で表現 $\rho : \pi_1(M-Z) \to GL(q, \mathbb{C})$ を記述する数 $\alpha_j^1, \cdots, \alpha_j^q$ ( $j \in \mathbf{N}$ ) の間の関係式であるとみられるが、この関係式は十分条件にはほど遠い。その十分条件を求めること。

iv) $Z_J$ が連結でない場合, $C_k(\mathrm{Res}_J D)$が $Z_J$ の成分上で異なる値をとることは、そのモノドロミー表現においていかなる“ねじれ”を表しているのか。

v) Dの極を高々一位の極に限らず、より一般にした場合の留数公式を求む。Herrera－Liebermanによって留数を一般の場合にも定義することは可能であるが、その計算は容易でない。


〔1〕 M. F. Atiyah, Complex analytic connections in fibre bundles, Trans. Amer. Math. Soc., **85** (1957), 181-207.

〔2〕 R. Bott, Michigan J. Math. (1967).

〔3〕 S. S. Chern, Complex manifolds without potential theory.

〔4〕 P. Deligne, Equations différentielles à points singuliers réguliers.

〔5〕 T. Saito, Kōdai Math. Sem. Rep. (1958).