野口規

1978
April

日本数学会

昭和53年年会

講演アブストラクト

函数論

時 ……… 4月4日・5日

所 ……… 名古屋大学教養部 A館

<4日>	9：00～12：00	普通講演	1～11
	13：00～15：45	普通講演	12～21
	16：00～17：00	特別講演	
<5日>	9：00～12：15	普通講演	22～35
	13：30～14：30	特別講演	

4 月 4 日

1．斉 藤 三 郎（群馬大工）On the product of two Szegö kernel functions

Gを平面上の regular region，$H_2^{1/2}(G)$ と $\hat{K}(z,\bar{u})$ をG上の Szegö 空間と Szegö 核とする．$\rho\in L_2(\partial G)$（$p>1$）に対して，関数 $F_\rho(z_1,z_2)=\int_{\partial G}\rho(\zeta)\hat{K}(\zeta,\bar{z}_1)\hat{K}(\zeta,\bar{z}_2)d\zeta$ の直積 $H=H_2^{1/2}(G)\otimes H_2^{1/2}(G)$ 上での性質が論ぜられる：**定理1．** F_ρ がHに属する完全条件は ρ の analytic Hardy 族 $H_p(G)$ への射影がGの Bergman 空間に属することで，これはG×Gの対角線に沿って零となるHの部分空間 H_0 のHにおける直交補空間 $[H_0]^\perp$ に F_ρ が属する条件と同一である．

定理2． 任意の $f\in[H_0]^\perp$ は唯1つに定まる $H_2(G)$ 関数hによって，$f(z_1,z_2)=(1/2\pi)\int_{\partial G}h(\zeta)d\zeta\hat{K}(\zeta,\bar{z}_1)\hat{K}(\zeta,\bar{z}_2)d\zeta/i\,dw(\zeta,t)$ と表わされ，hはfによって具体的に表わされる：$h(z)=-w'(z,t)\left[\int_t^z(\sum_\nu X_\nu(f)\hat{L}(\zeta,t_\nu)^2+f(\zeta,\zeta))d\zeta\right]$．ここに，$dw(z,t)$ は Green's differential，t_ν はこの微分の零点ですべて単純とし，$X_\nu(f)$ はfによって唯1つに定まる定数の組，$\hat{L}(z,u)$ は Szegö 核の adjoint L－核である．**一般化された等周不等式**が本質的な役割を果す．

2．山 下 慎 二（都立大理）Beurling－Tsuji の定理は最良である

円板D：$|z|<1$ での中心 $z\in D$，半径 $a\in(0,+\infty)$ の非ユークリッド開円板を $H(z,a)$ とする；$H(z,+\infty)=D$（$\forall z\in D$）である．fはDで正則，$H(z,a)$ のfによるリーマン像のユークリッド面積を $A(z,a)$ と書くことにすれば，Beurling-Tsuji の定理：$A(0,+\infty)$（$=A(z,+\infty)$，$\forall z\in D$）$<+\infty$ ならばfはC：$|z|=1$ 上対数容量零の集合を除いて至るところで有限な角極限を持つ．この定理は次の意味で最良である．

定理． $\forall a,b\in(0,+\infty)$，$\exists f$，$A(z,a)<b$（$\forall z\in D$），しかもfはC上の各点で有限な角極限を持たない．

この定理は Bloch 函数の特徴づけによって得られる．

3．小 林 忠（東工大理）Entire functions with linearly distributed values

任意のwに対して $f(z)=w$ の根がすべてある一直線上にのみ分布している整函数 $f(z)$ は指数函数

となることが知られている．これに関連して次の結果を報告する．

定理． $f(z)$は劣位数有限な超越整函数で，$f(z)=1$の根は Re $z=1$，$f(z)=0$の根は Re $z=0$にのみ分布しているとする．この時$f(z)$はある特殊な多項式$P(t)$をもって

$$f(z)=P(\exp Az)$$

となる．

4．占部博信（京都教育大）A characterization of entire functions which are periodic mod a non-constant entire function of order less than one

定数$b\neq 0$に対して整函数の族$G(b)$を次のように定義する．$G(b)\equiv\{f(z)=h(z)+H(z)\mid H(z), h(z)$は非定数整函数で，$H(z+b)\equiv H(z)$かつ位数$\rho(h)<1\}$．このとき次の事実が成立する．

定理 $f_j(z)\in G(b_j)$とし，$f_j(z)$（$j=1, 2$）の零点の集合が位数を込めて一致したと仮定すれば，ある定数$c\neq 0$が存在して，$f_1(z)\equiv cf_2(z)$であり，従ってb_1/b_2は有理数である．この定理の系として，$H_j(z)$を$b_j(\neq 0)$を周期とする非定数周期整函数とするとき$H_j(z)$（$j=1, 2$）の不動点の集合が位数を込めて一致すれば，必然的に$H_1(z)\equiv H_2(z)$であり，b_1/b_2は有理数でなければならぬことがわかる．これらの結果の証明は Borel 型の unicity theorem を利用してなされる．

5．加藤正公（静岡大教養）函数系に関する二，三の注意

$f=(f_0, f_1, \cdots\cdots f_n)$を$|z|<\infty$での transcendental な函数系とし，f^pを$\ell(p)(=\binom{n+1}{p+1})$個の Wronskian $\| f_{i_0}, \cdots\cdots f_{i_p} \|$（$0\leqq i_0<\cdots\cdots<i_p\leqq n$）を成分に持つ“函数系”とする．また$A^p$を$\ell(p)$次元ベクトル空間の元とするとき，$X^p$を general position にある内積$(A^p, f^p)$の集合とする．ここでは，$X^p$の元$(A_i^p, f^p)$を$A_i^p$と表わすことにし，$\lambda$（resp. λ_p）を$f_0, \cdots\cdots, f_n$（resp. f^pの成分）の間の一次独立な一次関係の最大個数とする．このとき，λ_pのある性質を用いて得た，次の結果とこれに関連する結果について報告する．

定理． f^pは非定数，$p>k$（$k\geqq 0$，整数），$X^p\supset\{A_i^p\}_{i=1}^{2\ell(p)-p-3-k}$ s.t.

1) $\{A_i^p\}_{i=1}^{\ell(p)}$の中の任意の$p+1$個が一次独立，

2) $\delta(A^p_{\ell(p)+j})+\sum_{i=1}^{\ell(p)}\delta(A_i^p)>\ell(p)$（$j=1, \cdots\cdots \ell(p)-p-3-k$），

$\Rightarrow$ i) $\lambda_p=\ell(p)-p-2$; ii) $\{A_i^p\}_{i=1}^{\ell(p)}\ni A_{i_0}^p$ s.t. $A_{i_0}^p, A^p_{\ell(p)+1}, \cdots\cdots, A^p_{2\ell(p)-p-3-k}$

が比例関係にある．

6 。鈴木順二（三重大教育）・戸田暢茂（名大教養）有理型曲線の特性関数について

Weyl（Ann. of Math. Studies 12）によれば，non-degenerate な有理型曲線Cに対する第二主要定理：$V_p(R)+\{T_{p+1}(R)-2T_p(R)+T_{p-1}(R)\}=[\Omega_p(r)]_{r_0}^{R}$（$p=1, \cdots, n-1$）において，一般に

「$2\Omega_p(r)\leqq K\log T_p(r)+O(1)$（$K>1$，定数，$r\notin E$）ここに，E：open かつ $\int_E d\log r<+\infty$」が成立している．また，Ahlfors によれば，$T_p(r)$ の階数は皆等しい．これに対し，ここでは次の結果といくつかの応用について報告する．

定理 1． Cの階数が有限ならば，すべての r に対して

$$2\Omega_p(r)\leqq K\log T_p(r)+O(\log r)+O(1).$$

定理 2． $T_p(r)$ の lower order は皆等しい．

7 。伊 藤 順 一（中部工大）On the maximum modulus of subharmonic functions of finite lower order

I　函数 $u(z)$ は劣調和函数であって，$M(r)=\max_{|z|=r} u(z)$，$m(r)=\inf_{|z|=r} u(z)$ とするとき，Heins の定理を拡張して，Proc. Amer. Math. Soc.9（1958）において，「$0<\rho<1$ にて，(1)；$\limsup_{r\to\infty} r^{\rho}M(r)<\infty$，と(2)；$\limsup_{r_1, r_2\to\infty}\int_{r_1}^{r_2} r^{-1-\rho}\{m(r)\sin\rho\pi-\pi\mu^*(r)\cos\rho\pi\}dr\leq 0$，ただし，$\mu^*(r)=\mu(|z|<r)$，$\mu(e)$ は，B. set e 上の正の分布，とから(3)；$\lim_{r\to\infty} r^{-\rho}M(r)$ が存在する．」を得た．その後 Kjellberg が Math. Scand 8（1960）において，Hayman の予想を解いて，「(1)′；$\liminf_{r\to\infty} r^{-\delta}M(r)<\infty$ と(4)；$m(r)\leq\cos\pi\rho\, M(r)$ とから(1)を得た．

Anderson は Quart. J. Math 16（1965）において，「(1)′と(2)′；$\limsup_{r_1, r_2\to\infty}\int_{r_1}^{r_2} r^{-1-\rho}(m(r)-\cos\rho\pi M(r))dr\leq 0$ とから(3)を得た」今回は「(1)′のもと，(2)と(2)′とは equivalent である」という結果を証明する．

II　Valiron，Boas の定理の拡張として，Math. Anal. Appl.5（1962）において負の実軸上の B. set e にのみ mass 分布をもつ劣調和函数の genus q の C. P. について，equivalent な 4 条件を得た．今回は「分布が軸上に限られた劣調和函数において上記の equivalent な 4 条件が存在する」ことを証明する．I の Kjellberg の結果は，Duke Math. J.（1964）にて，Edrei によって有理型函数にまで拡げて考察されている．しかし「劣調和函数について上

記の equivalent 性が保たれるかどうか」という問題はなお残る．

8．小林昇治（東工大理）・吹田信之（東工大理）On subordination of subharmonic functions

R_j（$j=1,2$）を Riemann 面，$\pi_j : D=\{|z|<1\}\to R_j$ をその universal covering map とする．$S(R_j)=\{f : R_j$ 上 subharmonic$\}$，$S^+(R_j)=\{f\in S(R_j)$：下に有限$\}$とする．$f\in S(R_j)$ の least harmonic majorant を $\hat{f}$ とかく．ϕ を R_1 から R_2 の中への analytic map とする．

定理1．次は同値．1) $\hat{f}\circ\phi=\widehat{f\circ\phi}$，$\forall f\in S^+(R_2)$．2) $\exists\psi\in H^\infty(D)$，$|\psi|=1$ a.e. on ∂D，$\phi\circ\pi_1=\pi_2\circ\psi$．3) ϕ は Heins の意味で type Bl．

定理2．次は同値．1) $\hat{f}\circ\phi=\widehat{f\circ\phi}$，$\forall f\in S(R_2)$．2) $\exists\psi\in H^\infty(D)$．$\forall\alpha\in D$ に対し，$(\psi-\alpha)/(1-\bar{\alpha}\psi)$ は Blaschke 積，$\phi\circ\pi_1=\pi_2\circ\psi$．3) ϕ は Heins の意味で type Bl_1．

これらは J.V. Ryff による Hp norm の等号条件についての結果の一般化である．

9．酒　井　　良（広島大理）劣調和関数のみたす不等式とその応用

ν は z－平面上の2次元 Lebesgue 測度mに関する L^1 関数で，原点0を含むある領域D上 a.e. に $\nu(z)\geqq 1$ Dの補集合上 a.e. に $\nu(z)=0$ をみたすとする．我々は，もし $\int_D |f'|^2\nu\,dm<\infty$ をみたすD上の任意の解析関数 f に対して，$f'(0)=\int_D f'\nu\,dm/\int\nu\,dm$ が成り立つならば $D\subset\Delta\equiv\{|z|<(\int\nu\,dm/\pi)^{1/2}\}$ であることをすでにみた．ここでは同じ仮定のもとで $\int s\nu\,dm\leqq\int_\Delta s\,dm$ がすべての Δ 上の劣調和な L^1 関数 s に対して成り立つことを報告する．応用として，exact な Bergman metric の曲率が－4以下であることを示す（吹田の予想，１９７２）．等号のおきる場合についても述べる．

10．田　中　　博（北大理）リーマン面上での Koebe の定理について

Rをリーマン面とし，dを倉持容量から定義される距離函数とする．ℓ_1，ℓ_2 を点aから出る正則な Green 曲線で，$d(\ell_1,\ell_2)>0$ となるものとする．$\{C_n\}$ をRの弧の列で理想境界へ収束し，かつ $\ell_k\cap C_n\neq\phi$（$k=1,2$；$n=1,2,\cdots\cdots$）とする．f はR上の正則函数で $\max\{|f(z)-w|;z\in C_n\}\to 0$（$n\to\infty$）を満すとする．このとき，もしwがfの Beurling の意味での ordinary point ならば，$f\equiv w$ である．

11．倉 持 善治郎（北大理）特異点の近傍での解析函数

Riemann 面R上にα－Martin（α＝K或はN）位相があるとする．pをα－sing．な点，Gをpの fine 近傍とするとき，G上にはα＝Kならば，有界正則函数はないし，α＝Nで第1種，第2種でも類似の事実が成立するが，pが sing．な点でないときも似た現象が起きる．$p\in \Delta_1^{\alpha}-\Delta_s^{\alpha}$ $F_n\to p$，F_n閉集合，$v(F_n)$上の（$|f(z)|\leqq 1$）或は$D_v(f(z))\leqq 1$ならばF_n上の$f(z)$の振動を$O_s(f(z))$をξ_nで表わすとき

$$\overline{\lim}\ \frac{-\log \xi_n}{r}=\infty \tag{1}$$

但しF_nは　$\{K(z,p)=r\}$と$\{K(z,p)=\alpha r\}$の間にあるものとする．

(1)が成立するときF_nを特異集合ということにするこの様なことはRが平面領域のときにはない，又これは$f(z)$が$z\to p$のときの過剰収束の条件である．

1) Gがpの fine 近傍でGがF_nの特異性をある程度保存し，$\overline{\lim_n}\, K_{F_n}(z,p)>0$ならば，$G\in O_{AB}$ このようなことは N-Martin 位相でもある程度成立する．

2) pが特異点ならば，この様なF_nは存在する．この意味で1)は sing．な点の場合の定理の拡張である．

3) この様なF_nと点pの実例は平面領域の double で作ることができる．

12．中 井 三 留（名工大）強 Picard 原理

PをΩ：$0<|z|<1$上の密度（即ちPは$0<|z|\leq 1$上の非負局所 Hölder 連続函数）とする．Ω上$\Delta u=Pu$ の任意の正解uが$u(z)=O\left(\log\frac{1}{|z|}\right)$（$z\to 0$）を満足する時，Pに対して強 Picard 原理が成り立つと言う．先づ Picard 原理（$z=0$のP楕円次元1）との関係は言葉通り"強 Picard 原理→Picard 原理"であることを注意し，ついで，"Pに対して強 Picard が成り立つ必要十分条件は

$$\int_{\Omega-E} P(z)\log\frac{1}{|z|}\,dx\,dy<+\infty$$

となる様な$z=0$において thin であるΩの閉集合Eが存在することである"ことを報告する．

13. 川村道彦（福井大教育）Picard 原理についての一注意

$P(z)$ を $\Omega: 0<|z|<1$ 上の密度（$\bar{\Omega}: 0<|z|\leqq 1$ 上の非負局所 Hölder 連続函数）とする．方程式 $\Delta u=Pu$ の $|z|=1$ で境界値 0 をもつ Ω 上の正解の生成系が唯一つのとき P に対して Picard 原理が成り立つという．P が $P(z)=P(|z|)$ を満すときは Nakai により $P(z)=O(|z|^{-2})$ ならば Picard 原理が成り立つことが知られている．ここでは，強い条件 $P(z)=P(|z|)$ を除去した一般の密度についても上の事が成り立つことを報告する：$P(z)=O(|z|^{-2})$ ならば Picard 原理が成り立つ．その一般化についても述べる．

14. 小川亘（北大理）Poisson 積分表示できる調和関数についての一条件

双曲的リーマン面 R 上の調和関数 h が Dirichlet 積分有限なら，これを普遍被覆面 $|z|<1$ 上で考えるとき，Poisson 積分表示できることが知られている．この条件を

$$D_R(\min(M,|h|)) \leqq \alpha_M \cdot M$$

$$\liminf_{M\to\infty} \alpha_M = 0 \tag{1}$$

と変えても同じことが言える．$\partial R_n \cap \{h>M\}$ で M，その他の ∂R_n で 0 とした R_n 上の調和関数 MW_n^M とし，$MW_n^M \to MW^M$ $(n\to\infty)$ で MW^M を決める．そうすると，(1)から MW^M $(M>0)$ が 0 に収束する部分列をもつことがわかり，h が quasi-bounded であることが言えるため．

15 伊藤正之（名大理）R^n 上の Hunt 核の分解について

R^n を n 次元 Euclid 空間，$S_n=\{-1,0,1\}^n$ とする．S_n の $\sigma=(\sigma_1,\sigma_2,\cdots\cdots,\sigma_n)$ に対して，$R_\sigma=\{(x_1,\cdots\cdots,x_n)\in R^n\ ;\ \mathrm{sgn}\,x_k=\sigma_k\}$（ただし，$\mathrm{sgn}\,t=0 \leftrightarrow t=0$）とする．Hunt 合成核を考える時，$CR_\sigma$ で 0 となる Hunt 合成核は，division，multiplication を考える上で大変便利である．先ず，R^n 上の Hunt 合成核 N が与えられた時，次の性質(i)，(ii)を持つ Hunt 合成核の族 $(N_\sigma)_{\sigma\in S_n}$ が定数倍を除き，只 1 つ存在することを報告する．

(i) $\forall\sigma\in S_n$ に対して，N_σ は CR_σ で 0 となる．

(ii) $N=\underset{\sigma\in S_n}{*} N_\sigma$ である．

この考察から，divisible convex cone の取り扱いが容易になるとともに，合成核がいつ

Hunt 核になるかの十分条件を与えることも出来る．

尚同様の取り扱いが $R^n \times Z^{N}\cancel{\times T^{q}}$ 上の Hunt 合成核に対しても可能である．

16，黒川隆英（鹿児島大教養）・水田義弘（広島大理）ポテンシャルの無限遠点における order について

ポテンシャルは無限遠点においてある意味で 0 になるような性質を持っている．ここでの目的は，どのように 0 になるかを調べることである．$\mathbf{R}^n$ を n 次元ユークリッド空間とし，$0<\alpha<n$ に対し，正の測度 μ の α 次の Riesz potential を U_α^μ，μ が密度 f を持つときは，U_α^f と書く．Borel set E の α 次 Riesz capacity $C_\alpha(E)$ は次のように定義される．$C_\alpha(E)=\sup\{\mu(\mathbf{R}^n)\ ;\ \mathrm{supp}\,\mu\subset E,\ U_\alpha^\mu(x)\leqq 1 \text{ on } \mathrm{supp}\,\mu\}$．また $1<p<\infty$ に対し，G を open set として $C_{\alpha,p}(E;G)$ を次のように定義する．$C_{\alpha,p}(E;G)=\inf\{\|f\|_p^p\ ;\ f\in L_p,\ f\geqq 0,\ f=0 \text{ on } G^c,\ U_\alpha^f(x)\geqq 1 \text{ on } E\}$．Borel set E が ∞ において α - thin であるというのは，$\sum_{k=0}^\infty 2^{k(n-\alpha)}C_\alpha(E_k)<+\infty$，また ∞ において (α,p)－thin であるというのは，$\sum_{k=0}^\infty C_{\alpha,p}(2^{-k}E_k\ ;B_6)<+\infty$ ということとする．ここで $E_k=\{x\in E\ ;\ 2^k\leqq|x|<2^{k+1}\}$，$B_6=\{|x|<6\}$ である．ポテンシャルは無限遠点において次のように 0 に収束する．

定理1． $\alpha<\beta\leqq n$，$\int(1+|y|)^{\beta-n}d\mu(y)<+\infty$ ならば，∞ において α - thin である Borel set E が存在し，
$$\lim_{x\in E^c,\,|x|\to\infty}|x|^{\beta-\alpha}U_\alpha^\mu(x)=\begin{cases}0 & \alpha<\beta<n\\ \mu(\mathbf{R}^n) & \beta=n\end{cases}.$$

定理2． $\alpha<\frac{\beta}{p}<n$，$\int(1+|y|)^{\beta-n}f^p(y)dy<+\infty$ ならば ∞ において (α,p) thin である Borel set E が存在し，
$$\lim_{x\in E^c,\,|x|\to\infty}|x|^{\frac{\beta-\alpha p}{p}}U_\alpha^f(x)=0.$$

17．山 本 裕 陸（高知大理）KD^p－null sets について

E を R^N 内のコンパクト集合，G は E を含む有限領域とする．G－E 内の p - precise 関数 u で，$\int|\nabla u|^{p-2}(\nabla u,\nabla\varphi)\,dx=0$ が E のある近傍で $|\nabla\varphi|=0$ かつ $C_0^\infty(G)$ に属する任意の φ に対して成立するようなものを $KD^p(G-E)$ で表わす．

関数族 KD^p に対して除去可能な E の集まりを N_{KD^p} で表わす．このとき，次の結果がいえる．

(1)．L.I.Hedberg が Ark. Mat. 12（1974）で考察した関数族 FD^p に対して除去可能な E の集まりを N_{FD^p} で表わす．$p\geqq 2$ のとき，$E\in N_{KD^p}\leftrightarrows E\in N_{FD^q}$（$q=p/(p-1)$）．

(2)．D は E を含む非有界領域で互いに素かつコンパクトな境界成分 α_0,α_1 をもつものとする．$E\in N_{KD^2}\leftrightarrows$ 全ての D に対して，α_0 と α_1 を D－E 内で結ぶ曲線族の 2 次の極値的距離と，α_0 と α_1 を D－E の Kerékjártó－Stoïlow コンパクト化内で結ぶ曲線族の 2 次の極値的距離は等しい．

18．石　田　　久（京都産大理）Deformations and types of some Riemann surfaces of infinite genus

双曲型リーマン面Rの一点 z_0 からでる regular Green line で角度 $0 \leq \alpha, \beta < 2\pi$ をもつものの間の $R-K_0$（K_0 は z_0 中心の閉円板）での extremal distance を $\lambda(\alpha,\beta)$ とし，その積分平均を $\delta(z_0) = \delta = \frac{1}{4\pi^2} \iint \lambda(\alpha,\beta)\, d\alpha\, d\beta$ と表わすと，「$R \in O_{HD} - O_G$ と $\delta = 0$ は同値」．reqular なリーマン面Rを Green line に沿って cut し radial slit region をつくる．slits の sewing によってRと等角同値な面ができる．slits を parameter t によって radial に動かすことで，Rの deformation を得る．各時刻tでの面R(t)でも $\delta(z_0, R(t)) = \delta(t)$ を構成すると「$\delta(t)$ は上半連続」．時刻 t_0 を境として面の type が変わるとき，$\delta(t)$ は連続にも，不連続にも動きうる．

19．赤座　暢（金沢大理）・古沢治司（金沢女子短大）Hausdorff dimension and Poincaré dimension for the Schottky cusp

$\{H_i, H_i'\}_{i=1}^{p}$ なる2p個（$p \geqq 2$）の互に素な円群でかこまれた基本領域をもつ Schottky 群G全体からなる空間を Classical Schottky space S という．Sの境界群の中に cusp とよばれる生成元の中に parabolic な元をふくむ群 G^* がある．前回の講演では唯一つの parabolic な生成元の場合を扱ったが，今回は少くも1つの loxodromic な生成元をもつ一般の cusp の場合にその limit set Eの Hausdorff 次元d(E) と Poincaré 次元 $P(G^*)$ の間にも，前回同様 $d(E) \leqq P(G^*)/2$ なる関係の成立する事について述べる．

20．佐々木　武　彦（山形大教育）第一種の residual limit points について

Gを有限生成 Klein 群とし $\Lambda_0(G)$ をその residual limit set とする．$\Lambda_0(G)$ は第一種と第二種に分けられ夫々 $L_1(G)$，$L_2(G)$ と書かれる．この講演では $L_1(G)$ について得た結果を報告する．

定理　Gを有限生成 Klein 群とし γ をGの元とする．もし γ が一つの不動点を $L_1(G)$ にもてば γ は elliptic か loxodromic である．更に γ が elliptic のときには γ と不動点を共有する loxodromic な元が存在する．

証明には補助領域を用いるが $L_1(G)$ の点を特徴づける次の補題が基本的である．

補題　$p \in L_1(G)$，$q \neq p$ とする．すると次の性質をもつGの成分と元の組の列 $\{(\Delta_n, \delta_n)\}$ が存在する．$D_n = D(\Delta_n, q)$ とおくと，i）$p \in D_n$　ii）$D_n \supset \overline{D}_{n+1}$　iii）$\delta_n(D_1) = D_n$．

更に $L_2(G) = \phi$ なる群についても言及する．

21．佐　官　謙　一（阪市大理）Klein 群の quasi-stability について

$\mathbf{M}$を Möbius 変換群，M(G) を有限生成 Klein 群 $G=\langle \gamma_1, \gamma_2, \cdots\cdots, \gamma_k \rangle$に関する Beltrami coefficients からなる空間，Gの擬等角変形の全体を $\mathrm{Hom}_{qc}(G, \mathbf{M})$ であらわす．$\chi \in \mathrm{Hom}_{qc}(G, \mathbf{M})$ を$\mathbf{M}^k$の点 $(\chi(\gamma_1), \chi(\gamma_2), \cdots\cdots, \chi(\gamma_k))$ と考える．canonical holomorphic surjection $\Phi : \mathbf{M} \times M(G) \to \mathrm{Hom}_{qc}(G, \mathbf{M})$ を考え，M(G) の 0 の任意の開近傍Nに対し$\mathbf{M}^k$の $(\gamma_1, \gamma_2, \cdots\cdots, \gamma_k)$ の開近傍Uで，$U \cap \mathrm{Hom}_{qc}(G, \mathbf{M}) \subset \Phi(\mathbf{M} \times N)$ をみたすものが存在するときGは quasi-stable であるという．「すべての有限生成 Klein 群は quasi-stable である.」という Bers の予想に関し，Kruskal′(Soviet Math. Dokl. 15(1974),822–825)は肯定的に答えたが，その判読は難しい．ここでは，Bers，Maskit，Garbiner-Kra 等の諸結果にてらして，quasi-stable な群のもついくつかの性質をひきだし，B-group は quasi-stable であること等を示したい．

特　別　講　演

佐々木　武　彦（山形大教育）有限生成 Klein 群の residual limit set と生成元の集合

Gを Klein 群とし$\Omega(G)$，$\Lambda(G)$ でそれぞれGの不連続領域，limit set を表わす．$\Omega(G)$ の成分をGの成分といい一般にΔで表わす．Lehner の本に$\Lambda(G)=\cup\,\partial\Delta$と書かれているが，1971年に Abikoff によって$\Lambda(G)\diagdown\cup\partial\Delta\neq\phi$なる群が発見されこの集合は residual limit set $\Lambda_0(G)$ と名付けられた．この講演では residual limit set が生成元の集合にとって重要であることをいう次の定理について述べる．

主定理　G：有限生成 Klein 群，S：Gの有限な生成元の集合．Gが関数群でも quasi-Fuchs 群の z_2-extension でもなければSは次の性質をもつ生成元の集合 S_0 に変えれる．

i) S_0 の各元はGの residual limit set に不動点をもつ loxodromic な元である．

ii) S_0 の元の個数はSの元の個数を越えない．

主定理の証明には補助領域が使われるのでその説明をする．Gを有限生成 Klein 群としΔ_1，Δ_2をGの成分とする．$\overline{\Delta_1}^c$の成分でΔ_2を含むものが存在する．それをΔ_1^*とする．$\overline{\Delta_1^*}^c$をΔ_1のΔ_2に関する補助領域と呼びD_{12}または$D(\Delta_1, \Delta_2)$と書く．同様にΔ_2のΔ_1に関する補助領域が定義されD_{21}等と書く．基本的な性質として次のことが成り立つ．

i) $D_{12} \supset \Delta_1$, $D_{21} \supset \Delta_2$

ii) $\partial D_{12} \subset \partial \Delta_1$, $\partial D_{21} \subset \partial \Delta_2$

iii) $D_{12} \cap D_{21} = \phi$

iv) $\partial D_{12} \cap \partial D_{21} = \partial \Delta_1 \cap \partial \Delta_2$

これらの性質より二つの成分の位置関係は互に外部にある Jordan 閉曲線で囲まれた補助領域間の位置関係と見なすことが出来て視覚的になる．また補助領域は二つより多くの成分の位置関係を見るのにも有効である．補助領域を用いて証明される次の二つの定理は主定理の証明に使われる．$G_\Delta = \{g \in G \mid g(\Delta) = \Delta\}$ とおく．

定理　G：有限生成 Klein 群，$\{\Delta_i\}$：G の成分の任意な集合．$\Rightarrow \Lambda(\bigcap_{i=1}^{n} G_{\Delta i}) = \bigcap_{i=1}^{n} \partial \Delta_i$.

$n \geqq 3$ のときは $\cap \partial \Delta_i$ は高々 2 点である．

もう一つの定理を述べる為に rotation order を定義する．γ をGの loxodromic な元とし，Δ をGの成分として γ の不動点は $\partial \Delta$ にあるとする．$\gamma^r \in G_\Delta$ となる最小の正整数 r を γ の Δ に関する rotation order と呼ぶ．

定理　G：有限生成 Klein 群，γ：Gの loxodromic な元，Δ_1, Δ_2：Gの成分．γ の不動点が $\partial \Delta_1 \cap \partial \Delta_2$ にあれば γ の Δ_1 に関する rotation order と Δ_2 に関する rotation order は等しい．

さて，主定理の証明は三段階に分けて行なわれるが補助領域が用いられる第二段階について説明を行う．

第二段階：与えられた loxodromic な元ばかりからなる生成元の集合をその元の個数をふやさずに少くとも一つ Λ_0(G) に不動点をもつ元を含む loxodromic な元ばかりからなる生成元の集合に変えること．

この為には二つの loxodromic な元から Λ_0(G) に不動点をもつ loxodromic な元を作る必要がありその構成法を与えるのが次の補題である．

補題　γ_i, γ_j：Gの loxodromic な元で不動点を共有しない．またそれらの 4 つの不動点は Λ_0(G) にはない．すると次のいづれかがいえると $\gamma_i \gamma_j^m$ が Λ_0(G) に不動点をもつ loxodromic な元になる整数mが存在する．

i) γ_i, γ_j の 4 つの不動点全てを境界にもつGの成分はない．

ii) γ_i の不動点が境界にのっている成分を Δ とする．γ_i の Δ に関する rotation order は1より大でかつ $D(\Delta, \gamma_i(\Delta))$ に γ_j の不動点がある．

iii) Δ は ii) と同じものとする．γ_i の Δ に関する rotation order は2より大で γ_j の不動点は

$\partial D(\Delta, \gamma_i(\Delta))$ にある.

この補題にひっかからない場合を吟味することにより第二段階の証明が完了する.

〔1〕 W. Abikoff, Ann of Math. Studies, 66(1971),1-5.

〔2〕 ______, Acta Math., 130(1973),127-144.

〔3〕 L. V. Ahlfors, Amer. J. Math., 86(1964),413-429.

〔4〕 B. Maskit, Ann of Math., 91(1970),607-639.

〔5〕 ______, Ann of Math. Studies, 79(1974),349-367.

〔6〕 T. Sasaki, Tôhoku Math. J., 28(1976),267-276.

〔7〕 ______, Tôhoku Math. J., 29(1977),427-437.

〔8〕 ______, to appear in Osaka J. Math.

4 月 5 日

22. 柴　雅　和（京大理）有限型 Riemann 面から torus への解析写像

R_0 を種数 g（$\geqq 1$）の閉 Riemann 面，T を torus とする．R_0 上に N（$\geqq 0$）個の異なる点 p_1，……，p_N をとり，$R_N = R_0 - \{p_1, \cdots\cdots, p_N\}$ とおく．$H_1(R_N)$，$H_1(T)$ を R_N，T の 1 次元 $\mathbf{Z}$ 係数 homology 群とする．$N = 0$ の時の M.Gerstenhaber の結果に対して，**定理1．** $N \geqq 1$ ならば，任意の群準同型 $\eta : H_1(R_N) \to H_1(T)$ を誘導する解析的な写像 $f_N : R_N \to T$ がつねに存在する．さらに $\rho : \mathbf{C} \to T$ を T の普遍被覆写像とする時，$\rho^{-1} \circ f$ の p_1，……，p_N での挙動（Laurent 展開の主要部）も explicit に表現できる．また **定理2．** p_1，……，p_N での対数極をもたない特異性 S が，ある定まった $2g$ 個の線型汎函数 L_1，……，L_{2g} に関して $L_j(S) \in \mathbf{Z}$（$1 \leq j \leq 2g$）をみたすならば，R_0（従って R_N）が T を有限葉に被覆することと $\rho^{-1} \circ f_N$ が主要部 S をもつ解析写像 $f_N : R_N \to T$ が存在することとは同値．**定理3．** $\eta : H_1(R_N) \to H_1(T)$ をひきおこす解析的な $f_N : R_N \to T$ は一般に無限に多く存在するがある正規化を行えば unique．この結果を用いれば各 η に対して g 個の複素数を（ある意味で）unique に対応せしめうる．

23. 加　藤　崇　雄（山口大文理）$\tilde{g}$－hyperellipticity について

genus g の compact Riemann 面 S が $\tilde{g}$-hyperelliptic であるとは S の involution T が存在して $S/\langle T\rangle$ の genus が $\tilde{g}$ になることと定義する．S 上の divisor D に対し $\ell(D)$ を高々 D にのみ pole をもつ S 上の有理型函数のつくる空間の次元とする．S 上の点 P で，g が奇数で $g \geqq 8\tilde{g}+3$ のときは $\ell(P^{g-1}) = (g+1)/2 - \tilde{g}$，$g$ が偶数で $g \geqq 8\tilde{g}+6$ のときは $\ell(P^{g-1}) = g/2 - \tilde{g}$，をみたすものが存在すれば S が $\tilde{g}$-hyperelliptic になることが予想される．$\tilde{g}=0$ のときは Clifford の定理（および Martens によるその拡張）によって明らかに予想は正しい．本講演では $\tilde{g}=1$，2 のときに予想が正しいことを報告する．また若干の関連した問題を述べる．

24. 栗林暲和（中央大理工）◦守谷良二（立正大教養）・吉田克明　Riemann 面の自己同型について

Riemann 面の方程式が与えられたとき，その自己同型の数を定めることは一般には簡単ではないように思われる．本講演ではつぎの基本的補題を用いて種数 3 の自己同型を具体的に決定する手段を

示す.

補題. Rを種数 $g \geqq 3$ の non-singular, non-hyperelliptic curve とする. R_0 をRの射影空間 P^{g-1} における canonical model とする. Rの自己同型を σ とすると σ は P^{g-1} の射影変換を R_0 に制限したものとして得られる.

われわれの手段は non-hyperelliptic な Riemann 面(種数3)の方程式から canonical model を具体的に決定する. それを用いて全く初等的な演算で自己同型を求める.

例 (1) $X^4+Y^4+Z^4=0$ は96個, (2) $X^4+Y^4+Z^4+3(X^2Y^2+Y^2Z^2+Z^2X^2)=0$ は24個, (3) $XY^3+YZ^3+ZX^3=0$ は168個. これらを3次の行列で示すことができる.

25. 水 本 久 夫(広島大総合科学)リーマン多様体上の差分法

〔3〕または〔4〕で述べたリーマン面上の差分法の高次元リーマン多様体の場合への拡張. 一般なリーマン多様体ではリーマン面の場合のように局所座標の変換による等角性と線分比不変性が成り立たないから, 共形的に平担なn次元リーマン多様体に制限し, リーマン多様体の立方体分割および共役な立方体分割, 複合立方体分割を定義し, その上に差分形式の自然拡張, 滑らかな拡張の概念を定義する(2次元の場合は〔3〕または〔4〕参照). **基本定理**: 差分形式の絶対2乗和ノルムに関して, 立方体分割の細分の列の上で調和差分形式の自然拡張の列がノルム収束するとき, その差分形式の滑らかな拡張は, リーマン多様体上の調和微分形式にディリクレノルムに関して, ノルム収束する.

26. 水 本 久 夫(広島大総合科学)高次元多様体上の調和差分形式

n次元多様体の多面体分割上に, 調和積分に関する de Rham-Kodaira の理論に類似な, 差分形式の直交分解定理が得られることを述べる. n次元多様体の多面体分割, 共役な多面体分割(〔1〕参照), 複合多面体を導入し, p次元単体($0 \leqq p \leqq n$), p階差分形式, 共役差分形式, 差分形式の差分および余差分の概念を定義する. p階差分形式の和分公式が導びかれ, それから直交分解定理が得られる. 〔5〕では $n=3$ の場合について述べたが, 今回の結果はその高次元の場合への拡張. なお, $n=2$ の場合については, 〔3〕または〔4〕を参照. 参考文献: 〔1〕P.Alexandroff & H. Hopf, Topology 1(1935). 〔2〕B.Eckmann, Comm. Math. Helv. **17**(1945), 240-255. 〔3〕H.Mizumoto, Hiroshima Math. J. **3**(1973), 277-332. 〔4〕水本著, 多様体上の差分法, 教育出版(1973). 〔5〕H.Mizumoto, Kōdai Math. Sem. Rep. **27**(1976), 257-270.

27．薮田公三（京工繊大工短大部）Szegö核函数と実部が正の正則函数

Dを$\mathbf{C}^n$の中の境界が滑かな強擬凸領域，$F=\{(z,z);z\in\partial D\}$，$A(D)=\{$Dで正則，$\overline{D}$で連続な函数の全体$\}$とする．このとき，Bergman核函数と同じく，

定理1． DのSzegö核函数$S(z,\zeta):D\times D\to\mathbf{C}$は，$\overline{D}\times\overline{D}\setminus F$まで連続に拡張されて，$S(z,\zeta)\in C^{\infty}(\overline{D}\times\overline{D}\setminus F)$である．とくに$\zeta\in D$をとめると$S(z,\zeta)\in A(D)$．

これを使って，この場合のHerglotzの定理を得る．

定理2． $a\in D$とする．$f(z)$がDで正則，$\mathrm{Re}f(z)>0$なための必要十分条件は，fが次の形をしていることである．

$$f(z)=\frac{1}{S(z,a)}\int_{\partial D}\left[2S(z,\zeta)S(\zeta,a)-\frac{S(z,a)|S(a,\zeta)|^2}{S(a,a)}\right]d\nu(\zeta)+i\,\mathrm{Im}f(a),$$

ここでνは∂D上の非負測度で，かつ$\int\varphi(\zeta)\,d\nu(\zeta)=0\quad\varphi\in(\mathrm{Re}A(D))^{\perp}_{L^2(\partial D)}$．

28．安達謙三（長崎大教育）乗法的クザン問題について

DをC^2－境界をもつ$\mathbf{C}^n$内の強凸領域とする．E.L.Stout（1973）は有界なデータをもつ乗法的クザン問題はD上で有界な解をもつことを示した．$N^p(D)$，$(1\leqq p\leqq\infty)$をD上の正則函数fで$(\log^+|f|)^p$が調和優函数をもつものの全体，$A(D)$をDで正則で$\overline{D}$で連続な函数のつくる空間とすると，$N^p(D)$，$(1<p\leqq\infty)$，と$A(D)$に対しても乗法的クザン問題が解けることを示す．

29．西原賢（九大理）ある種の無限次元複素多様体から可分Hilbert空間の中への単射正則写像の存在について

Xを可分な複素ヒルベルト空間Hをモデルとする複素多様体で次の条件1),2)を満たすものとする．

1) Xは第二可算公理を満たす．

2) Xはすべての点xと積多様体$X\times X$のすべての点(z,w) $(z\neq w)$に対してxの近傍$U(x)$，XからHへの正則写像f_x，X上の正則函数$g_{(z,w)}$が存在して次の条件 i),ii)を満たす．

i) $f_x|U(x)$は$U(x)$からHの中への正則同型な写像で，$g_{(z,w)}$は$g_{(z,w)}(z)\neq g_{(z,w)}(w)$を満たす．

ii) Xのすべての点yに対して，$\sup_{\zeta\in U(y)}\|f_x(\zeta)\|<+\infty$，$\sup_{\zeta\in U(y)}|g_{(z,w)}(\zeta)|<+\infty$が成り立つ．

n次元 Stein 多様体，Hの部分多様体およびH上の擬凸領域等はその例である．上のXに対して次の定理が成り立つ．

定理． 1),2) を満たす可分な無限次元複素ヒルベルト空間Hをモデルとする複素多様体Xの単射で immersion を定義するようなHへの正則写像が存在する．

30．鈴木正昭（富山大理）・東川和夫（富山大理）P^2-Dなる形の complete hyperbolic manifold の例

DをP^2内の代数曲線とする．R.Brody-M.L.Green は，P^2-Dが complete hyperbolic manifold になる例で，Dが non-singular である場合の最初のものとして次の結果を得ている．$d\in 2\mathbf{N}$と$\varepsilon\in\mathbf{C}-\{0\}$に対して，$P^2$内の代数曲線$D^d_\varepsilon$を次式で定義する．

$$Z_0^d+Z_1^d+Z_2^d+\varepsilon(Z_0Z_1)^{\frac{d}{2}}+\varepsilon(Z_0Z_2)^{\frac{d}{2}}=0.$$

“εが十分小のときD^d_εは non-singular で，そのとき$d\geq 50$ならば$P^2-D^d_\varepsilon$は complete hyperbolic manifold である．” 本講演では，戸田先生の結果（Tôhoku Math. J., 23(1971), 289−299.）を使えば$d\geq 30$のときの別証明が得られることを報告する．すなわち，

命題 (1) $\varepsilon^2\neq 4$，$d\geq 30$ 又は(2) $\varepsilon^2=2$，$d\geq 14$ ならば$\mathbf{C}\to P^2-D^d_\varepsilon$なる非定数正則写像は存在しない．

系 (1) $\varepsilon^2\neq 4$，$d\geq 30$ 又は(2) $\varepsilon^2=2$，$d\geq 14$ ならば$P^2-D^d_\varepsilon$は complete hyperbolic manifold である．

なお，“$\varepsilon^2\neq 2,4 \leftrightarrow D^d_\varepsilon$は non-singular.”が成立つ．

31．渡　辺　公　夫（筑波大数学系）Brieskorn 型特異点の有理性

Xを$z_0^{p_0}+z_1^{p_1}+\cdots\cdots+z_n^{p_n}=0$ ($n\geq 2$, $p_j\geq 2$) で定義される Brieskorn 型の超曲面とする．Xは原点で孤立特異点を持つ．この講演では，$\sum_{j=0}^{n}\frac{1}{p_j}>1$ のときに，Xが原点で有理特異点を持つことを示す．これは$n=2$，あるいは，$p_0=p_1=\cdots\cdots=p_n$のときは，既に知られた結果であった．我々は D.Burns によって与えられた定理「n次元複素解析空間Yの孤立特異点yに対して，yの近傍Uと，$U-\{y\}$で定義された零とならない正則n−型式ωが存在するとき，yが有理特異点であるための必要十分条件はωが二乗可積分になることである．」を使う．証明は，$\sum_{j=0}^{n}\frac{1}{p_j}>1$の条件のもとに二乗可積分となる正則n−型式を構成することによってなされる．以上の議論は quasi homogeneous 多項式で定義された超曲面が孤立特異点xを持つときにも通用し，重みの総和をrとすると「$r>1$ならxは有理特異点である．」も証明される．

32. 大 沢 健 夫（京大数理研）Weakly 1−complete manifoldについて

Weakly 1-complete manifold X上に positive な line bundle $\pi: B \to X$ があるとき，次の消滅定理が知られている．

$$H^{p,q}(X, B) = 0, \ (p+q > \dim X).$$

この定理はある意味で Stein 空間上の解析的連接層に関する Cartan の定理Bと Hodge 多様体上の positive line bundle に関する小平，中野の消滅定理の拡張になっている．定理の証明の要点は weakly 1-complete manifold においてBの positivity がXの exhaustion function の Levi form の退化を補い，C^n の強擬凸な領域と同様にある種の不等式がB値（p, q）型式の空間に対して成立することであった．この idea と Hörmander の方法に従い筆者は中野により予想されていた次の定理を証明した．**定理**：Weakly 1-complete manifold X上の line bundle BがXの compact set の外で positive なら，$\dim_{C} H^{p,q}(X, B) < \infty$（$p+q > \dim X$）．

33。赤 堀 隆 夫（京大数理研）The deformation of strongly pseudo−convex domain, I

Xを，次元が3以上の孤立特異点とする．この時Xの変形と$\widetilde{X}$（Xの resolution）の変形を比較することは興味があることと考えられる．勿論，Riemenshneider によってXの変形の family と$\widetilde{X}$の変形の family が一致はしないことはわかっている．Xの versal family は，Grauert, Invent. Math. 15 でその存在は証明されたが$\widetilde{X}$の versal family の存在は未解決であった．この論文では，変形の問題が微分方程式の解の問題になることを説明します．

定理1． $\widetilde{X}$を complex manifold Y の strongly pseudo-convex domain とする．この時$\widetilde{X}$の変形の family （parameter space はBとする）に対して unique に $B' \subset B$を parameter space としてもつ$\omega(s) \in \Gamma(\widetilde{X}, T'\widetilde{X} \otimes (T''\widetilde{X})^*)$が存在して

$$\bar{\partial}^{(1)}_{T'\widetilde{X}}\ \omega(s) + R(\omega(s)) = 0, \quad s \in B'$$

を満たす．逆に$\omega(s)$がこの$\widetilde{X}$の変形の family を unique に決める．

34。赤 堀 隆 夫（京大数理研）The deformation of strongly pseudo−convex domain, II

この論文では，$\widetilde{X}$の変形の versal family を構成するための準備として$\partial\widetilde{X}$ の versal family の構成をする（ここでの versal とは，倉西先生の Deformations of Isolated Singularities and $\bar{\partial}_b$ * で定義された意味）．このため少し boundary の変形について準備する．

$\partial\widetilde{X}$は，$\widetilde{X}$内の real co-dimension 1 の snbmanifold だから partially complex structure と呼ばれる structure がはいる．i.e., $°T'' \hookrightarrow CT\,\partial\widetilde{X}$, s.t., 1) $°T'' \cap °\overline{T}'' = 0$ and f-dim$(\,CT\partial\widetilde{X} / °T'' \oplus °\overline{T}''\,) = 1$, 2) $[\,\Gamma(°T''), \Gamma(°T'')\,] \subset \Gamma(°T'')$.

この $°T''$ structure の変形を考えるのだが，この変形の family と次の微分方程式の解の family が一対一の対応をなす．

(A) $\bar{\partial}^{(1)}_{T^1}\varphi + R_2(\varphi) + R_3(\varphi) = 0$, $\varphi \in \Gamma(M, T' \oplus (°T'')^*)$.

ここで，$CT\partial\widetilde{X} = °T'' \oplus °\overline{T}'' \oplus F$ を fix して $T' = °\overline{T}'' \oplus F$ とおいた．**定理．** analytic に depend した(A)の solution の family でかつ倉西の意味で versal なものが存在する．

35．赤　堀　隆　夫（京大数理研）The deformation of strongly pseudo-convex domain, Ⅲ

この論文で strongly pseudo-convex domain の versal family の存在が boundary ののversal family の存在に還元されることを示す．すなわち微分方程式の解の問題に直したが，実は，$\partial\widetilde{X}$ の，すなわち境界での condition の問題にしてそれがうまく解けることを示す．

特　別　講　演

鈴　木　昌　和（九大工）開代数曲面上の解析的な自己同型群について

1． F.Sakai〔1〕により，一般型の開代数多様体の解析的な自己同型は代数的な自己同型以外にない事が示されている．我々は先ず，曲面の場合に限って，超越的な解析的自己同型が存在するのはどの様な場合かをより詳しく調べたい．以下，木塚・鈴木・西野の共同研究である．方法は Sakai 氏と異なり，Ahlfors の被覆面の理論を応用する．

集積値集合． Mを非特異閉代数曲面，CをM上のコンパクトな曲線で特異点は全て normal crossing とし，(M, C)は極小とする．即ちCに含まれる，又はCと交わらないM上の exceptional な曲線 C_0 で，$M^* = M/C$ とCのM^*への像C^*が上と同じ条件をみたすことはないとする．$f : \Delta^* \to V$ を $\Delta^* = \{\, z \in \mathbf{C} \mid 0 < |z| < 1 \,\}$ から $V = M - C$ への正則写像で，f の $z=0$ における集積値集合 $S_f(0)$

がCと一致するとする．この時，Cは次のいずれかである．（Cの既約成分を$C_0, C_1, \cdots\cdots, C_q$とする）．

(i) Cは既約 non-singular elliptic curve.

(ii) Cは double point を1つもつ既約な rational curve.

以下各C_iは non-singular, rational で，

(iii) $(C_0, C_1) = (C_1, C_2) = \cdots\cdots = (C_q, C_0) = 1$, $i=0$, $j=q$を除く$j-i \geqq 2$に対し$(C_i, C_j) = 0$.

(iv) $q=4$, $(C_0, C_i) = 1$. $(C_0^2) = -1$又は-2, $(C_i^2) = -2$, $(i=1,2,3,4)$.

(v) $q=3$, $(C_0, C_i) = 1$, $(C_0^2) = -1$, $(C_i^2) = -n_i \leqq -2$, $\sum_1^3 (1 - \frac{1}{n_i^2}) \leqq 2$.

(vi) $q \geq 5$, $(C_0^2) = (C_1^2) = (C_{q-1}^2) = (C_q^2) = -2$, $(C_0, C_2) = (C_1, C_2) = (C_{q-2}, C_{q-1}) = (C_{q-2}, C_q) = 1$, $2 \leqq i \leqq q-3$に対し$(C_i, C_{i+1}) = 1$, それ以外の$i \neq j$に対し$(C_i, C_j) = 0$.

(vii) $(C_0, C_1) = (C_1, C_2) = \cdots\cdots = (C_{q-1}, C_q) = 1$, $j-i \geqq 2$に対し$(C_i, C_j) = 0$.

超越的な自己同型をもつ曲面. M, C, Vは上と同じとする．もしVの解析的な自己同型φで，Cの各点で超越特異点をもつものが存在すれば，Vは，

(1) R＝閉リーマン面－{有限個の点}の上の，regular fiber がP^1又は elliptic curve であるような compact curve の familly（その上の解析的な自己同型は fiber preserving）か．

(2) C^2又は$C \times C^*$又は$C^* \times C^*$又はそれを Zariski 閉集合として含むか．

(3) C^2上の$\sqrt{y\text{に関して4次のx, yの多項式}}$のリーマン面を desingularise したもの．

のいづれかに代数的に同型，となりそうであるが，まだいくつか不明な点がある状態．（特に(3)の場合は実際に起るだろうか？）．

2．C^2の解析的な自己同型が問題であるがこれはむずかしい．少し話を変え，（C上の）Affin 代数多様体Vの代数的な自己同型の群 alg-Aut(V) を考えよう．

alg-Aut(V)が連結な（有限次元の）リー群Gを部分群としてもち，作用$\varphi: G \times V \to V$ ($\varphi(g, x) = g(x)$, $g \in G$, $x \in V$)が実解析的であるとすると，或る自然数mを取れば，VからC^mの中への（C上）代数的な1対1正則写像δと，GからGL(m, C)への実解析的準同型μが存在し，$\delta(g(x)) = \mu(g)(\delta(x))$, $g \in G$, $x \in V$. 従って alg-Aut(V)の有限次元部分リー群はGL(m, C)の部分群と考えてさしつかえない（〔3〕）．

この事実を用いれば，alg-Aut(C^2)の（実－或いは複素－）解析的な 1-parameter 部分群$\{\varphi_t\}_{t \in K}$, ($K = R$ or C)，は或る$\alpha \in$ alg-Aut(V)による変換：$\varphi_t \to \phi_t = \alpha \circ \varphi_t \circ \alpha^{-1}$で次のいづれかになる．（$C^2$の座標をx, yとする）．

(i) $\{\varphi_t\}$ は直線族 x=const. を不変にする.

(ii) $\varphi_t(x,y)=(x,y)\exp At$, $A\in GL(2,\mathbf{C})$.

(iii) $\varphi_t(x,y)=(xe^{\lambda t},(y+x^m t)e^{m\lambda t})$, $\lambda\in\mathbf{C}^*$, $m\in\mathbf{N}$.

さきの事実からこれを導くのには次の lemma が重要な役割を果す：$\mathbf{C}^2$ 内の non-singular で$\mathbf{C}$と同型な代数曲線は$\mathbf{C}^2$ の代数的な自己同型で座標軸にもってくることが出来る(〔2〕).

以上〔3〕による.

3. さて$\mathbf{C}^2$ の解析的な自己同型の群に戻る.

anal-Aut($\mathbf{C}^2$)が複素乗法群$\mathbf{C}^*$ を部分群としてもち，その$\mathbf{C}^2$ への作用が解析的ならば，$\mathbf{C}^2$ の解析的な自己同型αと$m,n\in\mathbf{Z}$を適当にとることにより，$(\alpha\circ s\circ\alpha^{-1})(x,y)=(s^m x,s^n y)$，$s\in\mathbf{C}^*$，$(x,y)\in\mathbf{C}^2$，となる(〔3〕).

問題1. $\mathbf{C}^2$ 内の non-singular 解析的な曲線Sが$\mathbf{C}$と同型ならば$\mathbf{C}^2$ の解析的な変換αで，α(S)＝座標軸，となるものが存在するのではないか(Peschl，西野).

問題2. $\mathbf{C}^2$ の解析的な自己同型で両方の座標軸上の各点をfixするものの群を Aut*($\mathbf{C}^2$) とかく. Aut*($\mathbf{C}^2$) の有限次元部分リー群でその$\mathbf{C}^2$への作用が(実ー或いは複素ー)解析的であるもの，くらいは決定出来ないものだろうか.

〔1〕 F.Sakai, Kodaira dimensions of complements of divisors. Analysis and Algebraic Geometry (1977).

〔2〕 M.Suzuki, Propriétés topologiques des polynômes de deux variables complexes et automorphisme algébriques de l'espace C^2. J. Math. Soc. Japan (1974).

〔3〕 Sur les operations holomorphes du groupe additif complexe sur l'espace de deux variables complexes. Ann. scient. Ec. Norm. Sup. (1977).