

1977
October

野口義

日本数学会

昭和 52 年 秋 季 例 会

講演アブストラクト

函 数 論

時 …… 10 月 11 日 ・ 12 日

所 …… 東 京 理 科 大 学

11日	9.30 ~ 12.00	普通講演	1 ~ 11
	13.00 ~ 15.30	普通講演	12 ~ 21
	15.40 ~ 16.40	特別講演	
12日	9.30 ~ 12.00	普通講演	22 ~ 30
	13.00 ~ 15.00	普通講演	31 ~ 39
	15.10 ~ 16.10	特別講演	



第3日 10月11日(火)

第I会場 函数論

9:30~12:00

		分
1	古関 健一(岡山大理)	集積値集合論の第一定理について.....10
2	古関 健一(岡山大理)	調和関数の最大値の原理について.....10
3	古関 健一(岡山大理)	集積値集合論の第二定理について.....10
4	古関 健一(岡山大理)	Gross の定理について10
5	山下 慎二(都立大理)	円板内正則単葉函数の導函数の正規位数.....10
6	占部 博信(京都教育大)	ある種の整函数の合成による分解の一意性.....15
7	戸田 暢茂(名大教養)	Some notes on degenerate systems of entire functions15
8	林 美樹宏(茨城大理)	$H^\infty(R)$ のシロフ境界10
9	林 美樹宏(茨城大理)	$H^\infty(R)$ の不変部分空間について15
10	荷見 守助(茨城大理)	Hardy 族による平面領域の分類15
11	斎藤 三郎(群馬大工)	The Bergman norm and the Szegő norm15

13:00~15:30

12	木塚 崇(東北大理)	C^2 の automorphism が polynomial map となるための一条件について.....15
13	栗林 暉和(中央大理工) 小宮 要(山梨大教育)	On Weierstrass points of non-hyperelliptic compact Riemann surfaces of genus three15
14	谷口 雅彦(京大理)	閉 Riemann 面上の Strebel's density theorem について10
15	谷口 雅彦(京大理)	正則周期再生微分の幾何学的連続性について.....15
16	関川 久男(東北大理)	The outradius of the Teichmüller space15
17	今吉 洋一(東北大理)	Teichmüller 空間と代数曲面の一意化.....15
18	古沢 治司(金沢女子短大)	The Hausdorff dimension of singular sets of some discrete groups15
19	神谷 茂保(広大理)	B-group の elliptic な元の fixed points について15
20	赤座 暢(金沢大理)	On the Hausdorff dimension of some infinitely generated Schottky groups15
21	赤座 暢(金沢大理)	Schottky space の cusp の Poincaré 次元と limit set の Hausdorff 次元の問題について10

15:40~16:40 函数論特別講演

酒井 良(広大理)	Dirichlet 積分有限な解析函数について60
-----------	---------------------------------

第4日 10月12日(水)

第I会場 函数論

9:30~12:00

22	柴 雅和(京大理)	挙動空間の基本的性質.....15
23	吹田 信之(東工大理)	Pick-Nevalinna 問題について15
24	米谷 文男(阪大工)	Some linear operators on subclasses of square integrable differentials15
25	田中 博(北大理)	擬正則写像について.....15
26	池上 輝男(阪市大理)	解析写像の非正則境界点における挙動についての一一定理.....15

27	前田 文之 (広島大理)	非線型 Dirichlet-調和空間の分類問題	15
28	伊藤 正之 (名大理)	与えられた合成核の相対優越原理による最小上界	15
29	森 正気 (東北大理)	Holomorphic curves with maximal deficiency sum	10
30	寺田 俊明 (滋賀医大)	Lauricella の F_0 より生ずる保型函数	15
13:00~15:00			
31	砂田 利一 (名大理)	Reinhardt 領域の正則同値について	15
32	大沢 健夫 (京大教理研)	P^2 の Seminegative embedding の分解について	15
33	瀧島 郡夫 (埼玉大教育) 都丸 正 (筑波大)	On the rationality of quotient analytic spaces by compact complex Lie transformation groups	10
34	渡辺 公夫 (筑波大)	On nowhere vanishing holomorphic forms of certain rational double points	10
35	風間 英明 (九大教養)	弱 1-完備解析空間における近似定理について	10
36	梶原 壤二 (九大 理) 張田 珠潮 (金沢大理)	複素リー群の中への正則写像の接続について	10
37	梶原 壤二 (九大 理) 渡辺 清 (九大 理)	2次元の複素射影空間における消滅するコホモロジーを持つ領域について	10
38	梶原 壤二 (九大 理) 渡辺 清 (九大 理)	二つのリーマン面の積多様体における消滅コホモロジーを持つ領域について	10
39	渡辺 清 (九大 理)	あるKähler 曲面における Cousin 領域について	10
15:10~16:10 函数論特別講演			
	風間 英明 (九大教養)	Tetraeder 群と Oktaeder 群に関する不変コホモロジーと 孤立特異点の変形について	60

集積値集合論の第一定理について

古関 健一 岡山大・理

D を $|z| < 1$ なる開円板とし, Γ を $|z| = 1$ とし, $w = f(z)$ を D における有理型関数とする. $a \in \Gamma$ とし, R を a を含む不連続集合とする. $\bigcap_{r>0} \bigcup_{z \in U_r(a)} C_D(z) = E_D(a)$ とすれば

$C_D(a)$ の境界 $\subset E_D(a)$ の境界が成立する. ここに $U_r(a)$ は a の r 近傍, $C_D(a)$ は a に於ける集積値集合とする.

調和関数の最大値の原理について

古関 健一 岡山大・理

D を z 平面上の領域とし, 有限連結とする. Γ を D の境界の1つの成分とし, 且 Γ は固有連続体とする. $a \in \Gamma$ とし, R を a を含む不連続集合とする. a を中心とする円板 $|z-a| < r$ と D の交りに於ける, D 内調和関数 $h(z)$ の上限を S_r とし, $\lim_{r \rightarrow 0} S(r) = M_D(a)$ とする. $z \in \{|z-a| < r\} \cap (\Gamma - R)$ とし, $M_D(z)$ の上限の, $r \rightarrow 0$ とした極限値を $M_{\Gamma-R}(a)$ とする. このとき

$$M_D(a) = M_{\Gamma-R}(a)$$

が成立する.

集積値集合論の第二定理について

古関 健一 岡山大・理

D を $|z| < 1$ なる開円板, Γ をその境界, $w = f(z)$ を D に於ける有理型関数とする. $C_D(a)$, $E_D(a)$ を第一定理と同じものとすれば, $C_D(a) - E_D(a) \neq \emptyset$ なるとき, $C_D(a) - E_D(a)$ の各成分の中にある, 除外値は高々2つである.

Gross の定理について

古関 健一 岡山大・理

$w = f(z)$ を整関数とし, w 平面上の一点 α に於ける $f(z)$ の逆要素を $P(w, \alpha)$ とする. α を出発点とする半直線 $w - \alpha = e^{i\theta}$ に沿うて $P(w, \alpha)$ を解析接続するとき, ∞ に

到る前に接続不可能となる $\theta (0 \leq \theta \leq 2\pi)$ の個数は高々可算である.

円板内正則単葉函数の導函数の正規位数

山下 慎二 都立大・理

$D = \{|z| < 1\}$ で正則単葉函数の全体 S の各元 f の導函数 f' は正規であることは f' の正規位数 $b_f = \sup_{z \in D} (1 - |z|^2) |f''(z)| / (1 + |f'(z)|^2)$ が $b_f \leq 3$ をみたすことから直ちにわかるが, G. Piranian は $\sup_{f \in S} b_f = 3$ であることを示した. いま,

$$\|f\| = \sup_{z \in D} (1 - |z|^2) |f''(z)| / |f'(z)|,$$

$$B_r = \{f \in S; \|f\| \leq r\}$$

とおけば $B_r = S (r \geq 6)$ であることはかんたんに示せるから Piranian の結果は次の定理の $r=6$ のばあいである.

定理. $\sup_{f \in B_r} b_f = r/2 (0 \leq r \leq 6)$.

ある種の整函数の合成による分解の一意性

占部 博信 京都教育大

超越整函数の合成による分解とその一意性に関連する結果を報告する. 次の2つの函数族を考える: $b \neq 0$ (定数) のとき $P(b) \equiv \{H(z) \mid H(z+b) \equiv H(z) \text{ なる整函数}\}$ とし, $L(b) \equiv \{F(z) = H_1(z) + ze^{H_2(z)} \mid H_1, e^{H_2} \in P(b)\}$, $J(b) \equiv \{F(z) = H(z) + cz \mid H \in P(b), c \text{ は定数} (\neq 0)\}$ とおく.

このとき, 定理1. $F(z) \in L(b)$, $F(z) = f(g(z)) = f \circ g(z)$, f と g は非一次整函数 $\square f \in L(b) ({}^3 b' \neq 0)$ かつ $g \in J(b)$.

これを利用することにより次のような結果が証明できる. 定理2. $H(z) \in P(2\pi i)$, $h(z)$ を位数 $\rho(h(e^z)) < \infty$ なる整函数, $Q(z)$ を多項式とする. もし $H(z) + z \cdot \exp[z + h(e^z)]$ が prime ならば, $F(z) \equiv (H(z) + z \exp[z + h(e^z)]) \circ (z + Q(e^z))$ は uniquely factorizable である. 定理3. $H_1, H_2 \in P(2\pi i)$ とし, $z + H_2(z)$ は prime であるとする. このとき, $F(z) \equiv (H_1(z) + ze^{H_2(z)}) \circ (z + H_2(z))$ は uniquely factorizable である. 但し, $e_m(z) = \exp(e_{m-1}(z))$, $e_0(z) = z$, $m \geq 1$.

定理4. $H_1, e^{H_2} \in P(2\pi i)$ とし, $z + H_1(z)$ が prime であるとする. $F(z) \equiv (z + H_1(z)) e^{H_2(z)}$ は uniquely factorizable である. 実際, 函数方程式 $H_2(z) \equiv H_2(z + H_1(z))$ が

整函数解 $H_0(z)$ をもてば, $F(z) = (z \cdot e^{H_0(z)}) \circ (z + H_1(z))$, uniquely, さもなくば, $F(z)$ は prime である.

さらに次の事実が成立する. 定理5. $F, G \in J(b)$ で, $F = 0 \neq G = 0$ (位数も込めて) $\Leftrightarrow F = cG$ (c : 定数).

故に, $H, K \in P(b)$ のとき, H と K の不動点の集合が(位数も込めて)一致すれば $H(z) \equiv K(z)$ である.

Some notes on degenerate systems of entire functions

戸田 暢茂 名大・教養

$f = (f_0, f_1, \dots, f_n)$ を $|z| < \infty$ での transcendental な関数系, λ を f_0, \dots, f_n 間の \mathbb{C} 上の一次独立な一次関係の最大個数, X を f_0, \dots, f_n の \mathbb{C} -係数の一次結合で一般位置にあるものの集まりとする. このとき, 一般に, $\sum_{i=1}^{n+\lambda+2} \delta(F_i) \leq n + \lambda + 1$ ($F_i \in X$) であるが, ここでは, $\lambda > 0$ のときに $\sum_{i=1}^{n+\lambda+2} \delta(F_i)$ が大きくなる場合について調べた結果を報告する. すなわち,

Th. 1. $\lambda > 0$ のとき, $X \supset \{F_i\}_{i=1}^{n+\lambda+2}$ s.t.

$$\sum_{i=1}^{n+\lambda+2} \delta(F_i) = n + \lambda + 1$$

$\square \exists i_0$ s.t. $\delta(F_{i_0}) = 0$. 従って, $\delta(F_i) = 1$ ($i \neq i_0$).

Th. 2. $\lambda \geq 2$ のとき, $X \supset \{F_i\}_{i=1}^{n+\lambda+1}$ s.t.

(i) $\sum_{i=1}^{n+\lambda+1} \delta(F_i) > n + \lambda$, (ii) $\{F_i\}_{i=1}^{n+\lambda+1}$ の内に比例するものが2つある. $\square \{F_i\}_{i=1}^{n+\lambda+1}$ のなかには互に比例するものが $\lambda + 1$ 個ある.

$H^\infty(R)$ のシロフ境界

林 実樹広 茨城大・理

R を開リーマン面, $H^\infty(R)$ を R 上の有界な正則函数の作る環とする. R の $H^\infty(R)$ -コンパクト化を R^*_{BA} とすれば, その中で $H^\infty(R)$ のシロフ境界 $\mathbb{M}(R)$ が定義される.

定理1. R が Widom の条件を満たせば, シロフ境界 $\mathbb{M}(R)$ は Wiener の調和境界と同相である.

Widom の条件とは, 基本群 $\pi_1(R)$ から乗法群 $\{|z|=1\}$ への各準同型 θ に対して, θ を乗法周期とする有界な乗法的関数の全体を $H^\infty(R, \theta)$ とするとき, 次の事実と同値「すべての θ に対し, $H^\infty(R, \theta)$ は零以外の元を含む」より弱い条件のもとにも次の結果が得られる.

定理2. $H^\infty(R)$ が R^*_{BA} の点を分離するならば, シロフ境界 $\mathbb{M}(R)$ は extremely 不連結である.

これらの結果は, 平面の場合に知られている extremal function の一意性をこの種のリーマン面に対しても一般

化する.

$H^\infty(R)$ の不変部分空間について

林 実樹広 茨城大・理

Neville 一荷見は, ある種の条件を満たす開リーマン面 R に対して, $H^\infty(R)$ の不変部分空間の分類に成功した. この報告では, 彼等の与えた条件を整理してより弱い条件のもとでもこの分類が出来ることを示す.

$G(z, \varepsilon)$ を Green 函数, $a_0 \in R$ を固定して, Green 関数 $G(a_0, z)$ の特異点を $\{z_n\}_{n=1}^{\infty}$, 特異点 z_n の位数を G_n として, $g_n(z) = \exp\{-\sum_{k=1}^n c_k(G(z_k, z) + i^*G(z_k, z))\}$ とおく. g_n の乗法周期を γ_n とすると, 得られた条件は,

1) $\bigcup_{n=1}^{\infty} g_n H^\infty(R, \gamma_n^{-1})$ の linear span が $H^\infty(R)$ で weak* dense

2) $H^\infty(R, \gamma_0^{-1})$ は共通な inner 因子を持たないの2つで与えられる. この条件は, 単位円上の n -sheet Myrberg 型被覆面に対しては成立し, 無限種数のリーマン面で, 不変部分空間の分類の出来る例を与える. また, 単に Widom の条件を仮定しても部分的な結果が得られることにも注意する.

Hardy 族による平面領域の分類

荷見 守助 茨城大・理

$\varphi(t)$, $-\infty < t < \infty$, を定数でない非負減少凸函数とする. 平面領域 D に対し $H_\varphi(D)$ により, D 上の正則函数 $f(z)$ で $\varphi(\log|f(z)|)$ が D 上で調和優函数を持つものの全体を表す. また \mathcal{O}_φ により $H_\varphi(D) = \{\text{定数函数}\}$ なる平面領域 D 全体のなす集合を表す.

定理. 上の性質を持つ φ, ψ が次の性質を持つとする.

- (A) 任意の $\lambda > 0$ に対し, $\Psi(t)/\varphi(t-\lambda) \rightarrow 0$, $t \rightarrow +\infty$
 (B) $t/\varphi(t) \rightarrow 0$, $t \rightarrow +\infty$.

このとき, $\mathcal{O}_\psi \subsetneq \mathcal{O}_\varphi$.

この定理は Heins, Hejhal, 小林昇治, Obrock 等の結果の拡張である. $\varphi(t) = e^{pt}$ ($p > 0$) のときは, $H_\varphi = H^p$ であり, 上記定理は H^p による平面領域の分類問題, H_φ による Riemann 面の分類問題への肯定的解答を与える. 尚若干の注意も述べる.

The Bergman norm and the Szegő norm

斎藤 三郎 群馬大・工

主定理. G を平面上の有界な regular region, $H_2(G)$ を G 上の analytic な Hardy class とする. このとき, 任意な $\varphi, \psi \in H_2(G)$ に対して, 不等式: $(1/\pi) \iint_G |\varphi(z)\psi(z)|^2 dx dy \leq (1/2\pi) \int_{\partial G} |\varphi(z)|^2 ds_z (1/2\pi) \int_{\partial G} |\psi(z)|^2 ds_z$ ($z=x+iy$) が成立し; $\varphi\psi \neq 0$ に対して, 等号が成立する必要十分条件は G が単連結で, $\varphi\psi \equiv CK(z, u)^2$ の形の場合に限る. ここに K は Szegő 核で, C は定数である. 本講演ではこの定理の証明の方針と関連する問題が述べられる: 証明は D. A. Hejhal の結果と N. Aronszajn の核函数の一般論とを本質的に用いる. 等号部分が本論文の主要部で, 核函数の理論における豊かな問題を提起する. 別証の可能性, 不等式の拡張, 応用, Rudin 核の場合, multiplicative な函数や Riemann 面上の場合等についても述べる. なお主定理は単連結のときは Aronszajn により, 円環のときには吉川比呂作先生によって17年前に考えられたが, 円環の場合にすら等号問題は未解決であった.

\mathbb{C}^2 の automorphism が polynomial map となるための一条件について

木塚 崇 東北大・理

\mathbb{C}^2 内の一次元既約解析的集合 S の normalization \hat{S} の [開リーマン面としての] 種類 g と境界成分の個数 n の組 (g, n) を S の type と呼ぶ. 二変数多項式 $P(x, y)$ を考える. 任意の複素数値 α について $\{(x, y) \in \mathbb{C}^2 : P - \alpha = 0\}$ の既約成分のことを P の prime surface とする. 有限個の例外を除くすべての P の prime surface は同一の type (g_0, n_0) をもつことが知られている. $g_0 \geq 1$, 又は, $n_0 \geq 3$ のとき, P を一般型多項式と呼ぶ.

定理. T は \mathbb{C}^2 の automorphism とする. 少なくとも一つの一般型多項式 $P(x, y)$ について, $P(T(x, y))$ も多項式となるならば, T は polynomial map である.

更に, " S を \mathbb{C}^2 内の代数曲線とする. S の境界成分の個数 $n \geq 3$ のとき, S を代数曲線に変換するような \mathbb{C}^2 の automorphism は polynomial map である." が成立する.

On Weierstrass points of non-hyperelliptic compact Riemann surfaces of genus three.

栗林 暉和 中央大・理工
小宮 要 山梨大・教育

この講演の目的は種数3の non-hyperelliptic なリーマン面の方程式が,

$$y^3 - \gamma_2(x)y - \gamma_3(x) = 0$$

で与えられることを用いて, Weierstrass 点を研究することである. ここに $\gamma_2(x)$ は degree 3 または 3以下の多項式で $\gamma_3(x)$ は degree 5 または 4の多項式である. すなわち, この方程式からリーマン面の第1種微分の1つの基底を具体的に定め, Weierstrass 点が丁度12個あるリーマン面を決定する. この12という数は non-hyperelliptic compact な種数3のすべてのリーマン面がもち得る最小の数である. われわれの主定理はつぎの通りである:

丁度12個の Weierstrass 点をもつリーマン面は2つ存在してそれらの方程式は斉次座標で

- (1) $x^4 + y^4 + z^4 = 0$, または,
- (2) $x^4 + y^4 + z^4 + 3(x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2) = 0$

で与えられる.

閉 Riemann 面上の Strebel's density theorem について

谷口 雅彦 京大・理

閉 Riemann 面上の有理型二次微分 φ に対し, その任意の regular trajectory が閉じるとき, φ は高々二位の極を持ちかつ任意の二位の極で $\{\frac{a_2}{z^2} + \frac{a_1}{z} + \dots\} dz$ ($a_2 < 0$) なる展開を持つことが知られている. ここでは, 高々二位の極をもちかつ任意の二位の極で上述の展開を持つ, (閉 Riemann 面上の) 有理型二次微分全体のなす族を NA_2S , 閉じた trajectories をもつもの全体のなす族を CA_2S とするとき, 次の結果が成り立つことを報告する. **定理** CA_2S は NA_2S の中で次の意味で dense である. すなわち, 任意の $\varphi_0 \in NA_2S$ と $\epsilon > 0$ に対し CA_2S の元 φ で $\int |\varphi_0 - \varphi| < \epsilon$ なるものが存在する. これはノルム有限な有理型二次微分に対する Strebel の提起した density theorem の拡張を与える.

正則周期再生微分の幾何学的連続性について

谷口 雅彦 京大・理

T_g を種数 g の閉 marked Riemann 面のなす Teichmüller 空間とし, non-dividing 1-cycle c を固定する. $R \in T_g$ 上の c に対する正則周期再生微分 $\theta_{c,R}$ の Dirichlet ノルムが, T_g 上で連続であることはよく知られているが, 更に, 定理 $R, R_0 \in T_g, f_R$ を R_0 から R への Teichmüller 写像とすると $\lim_{R \rightarrow R_0} \|\theta_{c,R} \circ f_R - \theta_{c,R_0}\|_{R_0} = 0$, 一方 $\theta_{c,R}^2$ は閉じた trajectories をもち, 従って R の円環領域への分割を与える. かかる分割は T_g 上で様々に変化するが, 次のような連続性を得たことを報告する. 定理 $\theta_{c,R}^2$ の定める曲線族を $L(R)$ とし, $L(R)$ の元 c_i に対する円環領域の modulus を $m_{c_i,R}$ とするとき, (i) R が R_0 に十分近ければ $L(R)$ は $L(R_0)$ を含む. (ii) 任意の $c_i \in L(R_0)$ に対し, $\lim_{R \rightarrow R_0} m_{c_i,R} = m_{c_i,R_0}$, (iii) 曲線族 $L(R) - L(R_0)$ に対応する R 上の開集合の $|\theta_{c_i,R}^2|$ -面積は $R \rightarrow R_0$ のとき 0 に収束する.

The outradius of the Teichmüller space

関川 久男 東北大・理

Γ を $D = \{z \in \hat{\mathbb{C}}; |z| > 1\}$ を不変にする Fuchs 群とし, $B(D, \Gamma)$ を Γ に関する有界正則 2 次微分全体からなる Banach 空間 ($\phi \in B(D, \Gamma)$ のノルムは, $\|\phi\| = \sup\{(|z|^2 - 1)^2 |\phi(z)|; z \in D\}$) とする, Bers embedding により, Teichmüller 空間 $T(\Gamma)$ ($\dim T(\Gamma) > 0$) は $B(D, \Gamma)$ の有界領域と同一視できるから, $T(\Gamma)$ の outradius $o(\Gamma)$ を $o(\Gamma) = \sup\{\|\phi\|; \phi \in T(\Gamma)\}$ で定義する. Nehari, Hille, Earle 等により, $2 < o(\Gamma) \leq 6$, $o(1) = 6$ なることが知られている.

ここでは, Koebe の極値的関数の性質を用いることにより次のことを示す. 定理, Γ が有限生成第 1 種 Fuchs 群ならば, $o(\Gamma) < 6$ である. Chu の結果からこの定理における 6 はより小さな値で置き換えることはできない.

Teichmüller 空間と代数曲面の一意化

今吉 洋一 東北大・理

P. A. Griffiths (Ann. of Math., 94(1971), 21-51) は, Teichmüller 空間の理論を応用して任意次元の代数多様体 X の一意化を考察した. つまり X の空でない Zariski 開部分集合 V が与えられたとき, 適当に空でない Zariski 開部分集合 $U \subset V$ をとれば, U の普遍被覆空間 \tilde{U} は有界な Bergman 領域と双正則であることを示した. 従って, その被覆変換群を Γ とすれば, $U = \tilde{U}/\Gamma$ である.

ここでは, 特に $\dim X = 2$ の場合に, より精密なことが成立することを報告したい. つまり \tilde{U} にその境界の適当な部分 P を付加して, $\hat{U} = \tilde{U} \cup P/\Gamma$ を考えれば, 自然に \hat{U} は 2 次元のコンパクトな正規解析空間になり, さらに \hat{U} の X と双有理型同値であることを示す.

The Hausdorff dimension of singular sets of some discrete groups

古沢 治司 金沢女子短大

A. F. Beardon は [A. J. Math. 88(1966), p. 734] で, Fuchs 群 G が parabolic element を含むとき G の singular set E_G について Hausdorff dimension, $d(E_G) > \frac{1}{2}$ であることを示した. このことについて, もっと一般に, parabolic element を含む discrete group において成立することを証明した.

B-group の elliptic な元の fixed points について

神谷 茂保 広島大・理

単連結な不変成分をもつ有限生成, non-elementary Klein 群を B-group という. $E(G)$ を B-group G の elliptic な元によって固定される G の limit point 全体とする. 又 $E_e(G)$ ($E_d(G)$) を $E(G)$ の部分集合である elementary group (degenerate group) の元 G で conjugate な elliptic な元によって固定されるような点よりなるものとする. すると次のことが成立する.

$$(1) E(G) = E_e(G) + E_d(G).$$

- (2) $E_d(G) \neq \phi$ ならば, G は, regular ではない.
 (3) $z \in E_d(G)$ に対して, $G_z = \{E \mid E(z) = z, E \in G\}$ は, elliptic cyclic group であり, z は, G の不変成分 Δ_0 以外の成分の境界には, ありえない.

On the Hausdorff dimension of some infinitely generated Schottky groups

赤座 暢 金沢大・理

$\{H_i, H'_i\}_{i=1}^{\infty}$ を $\hat{\mathbb{C}} = \{z \mid |z| \leq +\infty\}$ で互に外部にあり, 有限な一点 Q に集積する円群とする. H_i の外部を H'_i の内部にうつす loxodromic な変換を T_i とすれば, $\{T_i, T_i^{-1}\}_{i=1}^{\infty}$ は無限生成の Schottky 群 G を生成する. $r(H)$ を円 $H \in \{H_i, H'_i\}_{i=1}^{\infty}$ の半径, $l(H) = \inf |z - \xi|$, $\forall z \in H$, $\forall \xi \in \{H_i, H'_i\}_{i=1}^{\infty} - \{H\}$ とし

$$r(H)/l(H) \leq K$$

なる制限をつけた群 G について, G の limit set E の Hausdorff 次元と, 円群の各円の computing function の間の関係をのべ, 有限生成の Schottky 群の場合の拡張した結果を得る.

Schottky space の cusp の Poincaré 次元と limit set の Hausdorff 次元の問題について

赤座 暢 金沢大・理

$\{H_i, H'_i\}_{i=1}^{\infty}$ を $\hat{\mathbb{C}} = \{z \mid |z| \leq +\infty\}$ で互に外部にある円群とする. H_i の外部を H'_i の内部にうつす loxodromic な変換を T_i とすれば, $\{T_i, T_i^{-1}\}_{i=1}^{\infty}$ は Schottky 群 G を生成する. 一般に Schottky 群の空間 S_g を考えたとき, その境界群は cusp と non-Kleinian 群からなる事が知られている. 少なくとも 1 つの生成元が parabolic になる cusp G_0 について, その limit set の Hausdorff 次元を μ_0 とする. $G \in VS_{(m)}(z) = (a_m z + b_m)/(c_m z + d_m)$ ($a_m d_m - b_m c_m = 1$) よりつくられた級数

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{G \in G_0} 1/|c_m|^{2\delta}$$

の収束する δ の下限 δ_0 を Poincaré 次元という. $\mu_0 \leq \delta_0$ は一般に有限生成 Fuchs 群について成立するが, cusp について $\mu_0 = \delta_0$ になるのではないかと予想される. Schottky 群 G に対しては成立する.

Dirichlet 積分有限な解析関数について

酒井 良 広島大・理

1. Riemann 面上に解析関数がどの位あるかは Behnke-Stein の定理により分る。我々の目標は Dirichlet 積分有限な解析関数についてその類似を考えることにある。問題のとらえ方は次の通りである。

Riemann 面 R 上に非定数解析関数があれば、 R は Stein 多様体であって、 R 上の任意の相異なる二点は解析関数によって分離される。このことは有界な解析関数に対しては成立しない。Myrberg の例の作り方で反例を作れる。しかし、とらえ方を変えて関数族の次元に着目すると R 上の有界な解析関数族 $AB(R)$ に対しては「 $\dim_{\mathbb{C}} AB(R) > 1$ ならば $\dim_{\mathbb{C}} AB(R) = \infty$ 」が成立し、弱い形ではあるが Behnke-Stein の定理の類似が成立している。そこで Dirichlet 積分有限な解析関数族 $AD(R)$ に対して次の問題を考える。

問題 I. $\dim_{\mathbb{C}} AD(R) > 1$ ならば $\dim_{\mathbb{C}} AD(R) = \infty$ か？

この問題は以前からある次の問題を解くことにより解決される。

問題 II. Riemann 面上に非定数 AD 関数があれば、非定数有界 AD 関数があるか？ (分類論の記号では $O_{AD} = O_{ABD}$ が成立するか？)

2. 問題 II を解くため次の極値問題を考える。 ξ を R 上の点とし τ をその局所助変数とし固定する。 $f(\xi) = 0, (df/d\tau)(\xi) = 1$ の条件のもとで $D(f)$ を最小にせよ。ここで、 f は R 上の解析関数で $D(f) = \int_R |f|^2 dx dy$ は f の Dirichlet 積分であり f の像領域の枚数もこめて測った面積である。この極値関数 F は一意的に存在するが我々はその像領域が原点中心の半径 $\sqrt{D(F)}/\pi$ の円板 (この面積は $D(F)$ である) に含まれることを主張し、したがって F が有界であることを示す。証明に用いられる主な補題は次の通りである。このうち補題 1 と補題 2 の (1) は知られている結

果である。

補題 1. (Ahlfors-Beurling). D を \mathbb{C} 上の Lebesgue 測度 $m(D)$ が有限な可測集合とすると任意の $z \in \mathbb{C}$ に対して、 $|\int_D \frac{dm(t)}{t-z}| \leq \sqrt{\pi m(D)}$.

補題 2. G を \mathbb{C} 上の領域でその境界 ∂G は有限個の相交わらない解析的な Jordan 閉曲線からなるものとする。

$\xi \in G$ を固定し、 $P_0(z; \xi), P_1(z; \xi)$ をそれぞれ G の極値水平截線写像、極値垂直截線写像とする。 $M(z; \xi) = (P_0(z; \xi) - P_1(z; \xi))/2$ とおくと、

(1) $\tau = z$ とおけば $F(z) = M(z; \xi)/M(\xi; \xi)$ であって F は ∂G 上まで解析接続できる。

(2) D を M の像領域とすると、任意の D の外点 w に対して $\log(M(z; \xi) - w)$ は G 上一個な分枝を持つ。

補題 3. D を \mathbb{C} 上の領域、 ν を \mathbb{C} 上の L^p 関数 ($1 \leq p < \infty$) で D 上 a. e. に $\nu(z) \geq 1, D^c$ 上 a. e. に $\nu(z) = 0$ なものとする。このとき、任意の $\varepsilon > 0$ に対して開集合 D_ε , 領域 \tilde{D}_ε で次をみたすものが存在する。

(1) $D \subset D_\varepsilon \subset \tilde{D}_\varepsilon$.

(2) $m(\tilde{D}_\varepsilon) < \infty, m(\tilde{D}_\varepsilon - D_\varepsilon) < \varepsilon$.

(3) 任意の \tilde{D}_ε 上の調和な L^q 関数 $(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1)$ h に対して、 $\int_D h \nu dm = \int_{D_\varepsilon} h dm$

3. 我々の主張から次のことが導かれる。

(1) (Ahlfors-Beurling)

$$C_0(\xi) = \sup \left\{ \frac{df}{d\tau}(\xi) : f \text{ は } D(f) \leq \pi \text{ なる解析関数} \right\}$$

$$C_B(\xi) = \sup \left\{ \frac{df}{d\tau}(\xi) : f \text{ は } \sup_{z \in R} |f(z)| \leq 1 \text{ なる解析関数} \right\}$$

とおくと、 $C_0(\xi) \leq C_B(\xi)$ が成立し、等号の成立する必要十分条件も分る。

(2) (Suita) metric $C_0(z) |dz|$ の曲率 $\kappa(z)$ は $\kappa(z) \leq -2$ をみたす。

(3) 任意の $f \in AD(R)$ に対して、 $f_n(\xi) = f(\xi), D(f_n - f) \rightarrow 0 (n \rightarrow \infty)$ をみたす有界 AD 関数の列 $\{f_n\}$ が存在する。

挙動空間の基本的性質

柴 雅和 京大・理

R を種数 $g(\leq \infty)$ の開 Riemann 面とし, 1つの標準近似列 $\mathcal{R} = \{R_n\}_{n=1}^{\infty}$ に関する標準 homology 基底 $\{A_j, B_j\}_{j=1}^g$ をとって固定する. R 上の 2乗可積分な複素微分のなす実 Hilbert 空間を Λ とし, $\Lambda_h = \{\lambda \in \Lambda \mid \lambda \text{ は調和}\}$, $\Lambda_{\infty} = \{\lambda \in \Lambda \mid \exists f_n \in C_0^{\infty}(R), \|df_n - \lambda\| \rightarrow 0\}$ とおく. 空間 Λ_0 は $\{\lambda \in \Lambda_h \mid \lambda \text{ は半完全, } \int_{A_j} \lambda, \int_{B_j} \lambda \in L_j, j=1, 2, \dots, g\}$ に含まれかつ $\Lambda_h = \Lambda_0 \oplus i\Lambda_0^*$ をみたすとする. 但し $\{L_j\}_{j=1}^g$ は複素平面の原点を通る直線の族. このとき, 定理: $V = R - \bar{R}_n, R_n \in \mathcal{R}$. φ は \bar{V} 上の C^1 微分で $\|\psi\|_V < \infty$ かつ V 内の A_j, B_j について $\int_{A_j} \varphi, \int_{B_j} \varphi \in L_j$ であるとすれば, 次の2つは同値: (i) V 上 $\varphi = \lambda_0 + \lambda_{\infty}$ ($\lambda_0 \in \Lambda_0, \lambda_{\infty} \in \Lambda_{\infty}$) とかける, (ii) V 上 $\omega \in \Lambda_0$ に対して $\langle \varphi, i\omega^* \rangle_V = -I_m \int_{\partial V} \Phi \bar{\omega} (\partial V \text{ の近傍で } d\Phi = \varphi)$.

上の定理は, 半完全標準微分の特徴づけ (Kusunoki) およびその Γ_X -挙動の場合への拡張 (Yoshida) の一般化を与える. このほか, 有限個の L_j を別の \tilde{L}_j でとりかえて新しい空間 $\tilde{\Lambda}_0$ を考えても定義する挙動はかわらないこと, この逆も正しいこと, さらに Abel の定理への応用などもおける.

Pick-Nevanlinna 問題について

吹田 信之 東工大・理

開リーマン面 $\Omega (\in O_{AB})$ 上での Pick-Nevanlinna 問題をつぎのように定式化する: 与えられた点列 $\{z_n\}, z_n \in \Omega$, 上で与えられた値 A_n を取る函数 $f(z)$ の中で f の sup norm を最小にせよ. 本講演では, Ω が平面領域, 点列が無数列の場合, 条件をみたす函数族が空でなければ, 最小値をとる函数がただ一つ存在すること. また Ω の境界が解析的で, z_n 上で 0 となる非定数の函数が存在すれば極値函数 $f_0(z)$ の絶対値は $\partial\Omega$ 上ほとんどいたるところ最小値 M_0 に等しくなることを示す.

Some linear operators on subclasses of square integrable differentials

米谷 文男 阪大・工

リーマン面上, デリクレ積分による二乗可積分複素微分の実又は複素数体上のヒルベルト空間 Λ において, 閉集合 $F, \Lambda_x \subset \Lambda_h$ に対し, 閉部分空間 $\chi = \Lambda_x + \Lambda_{\infty}, \chi_F = \{w \in \chi, \int_F w \bar{w} = 0\}$ を考える. χ から χ への線形作用素 L を χ における χ_F の直交補空間への射影とする. 今 F を互に素で滑らかな閉領域 F_i の有限和, $\{P_j\}$ を $R-F$ 上の F には集積しない孤立集合, Θ を $R-(P_j)$ 上の C^1 -閉微分で $R-F-(P_j)$ 上調和な微分の族とする. 微分 $\theta \in \Theta$ が $\int_{\partial F_i} \theta^* = 0$ を満足するならば, $R-(P_j)$ 上の調和微分 ψ が存在して $\psi - \theta \in \chi, L(\psi - \theta) = \psi - \theta$, これを χ_F^0 -主微分と呼ぶ. χ_F^0 -主微分 ψ は $(\varphi \in \Lambda_x; \varphi^F = \varphi)$ の差を除けば一意に定まる. χ_F^0 -主微分 ψ は適当な $\theta \in \Theta, \tau \in \Lambda_x^{\perp} + \Lambda_{\infty}^*$ によって $\psi = \tau - \theta^*$ と表現される. これを $\chi_F^0(\theta)$ -主微分と呼び, 例えば実ヒルベルト空間で考えて $\theta + \theta^*$ が $\Lambda_x - i\Lambda_x^*$ と $\Lambda_x^{\perp} - i\Lambda_x^*$ に直交するならば $\psi + i\psi^*$ は $\chi_F^0 + i\theta_1$ -主微分である. 主微分について述べる.

擬正則写像について

田中 博 北大・理

R を開リーマン面とする. $a, b \in R$ を結ぶ弧 C から出発して R の理想境界へ近づく曲線族全体のモジュールを $M(C)$ であらわす. さらに C に関する $M(C)$ の下限を $\rho(a, b; R)$ であらわす. このとき $R \in O_0$ ならば ρ は R 上の距離函数である. このときつぎを示す.

定理1. f を開リーマン面 R_1 から R_2 への K -擬正則写像とすれば, $K \cdot \rho(a, b; R_1) \geq \rho(f(a), f(b); R_2)$ が成り立つ.

この定理を使って, 孤立特異点に関するリーマンやワイヤシュトラスの定理が証明できることを示す.

定理2. (Heins の定理の拡張). $G \subset R$ が parabolic end で, f が G 上の有界な擬正則写像ならば, f は G の理想境界成分で極限を常にもつ.

以上の論法は次元に関係なく論ぜられるので, 3次元以上でも成り立つ.

解析写像の非正則境界点における挙動に いての一定理

池上 輝男 阪市大・理

f をリーマン面 R からリーマン面 R' への解析写像, $R \in \mathcal{O}_0$ とする. R の Martin compact 化 R^M における minimal boundary point $x_0 \in \Delta^*$ は R の Green 関数 G_y に対して $\liminf_{y \rightarrow x_0} G_y > 0$ であるとき completely irregular であると呼ばれる. f の x_0 における cluster set $f^*(x_0) = \bigcap \overline{f(U \cap R)}$; U は x_0 の R^M での近傍 (但し closure は R' の任意の compact 化を定めてそこでとる) に関して次の定理が得られる.

定理. x_0 が completely irregular であるとき, $f^*(x_0) \cap R' \neq \emptyset$ ならば $f^*(x_0) \cap R'$ は R' と一致するか, 又は唯1点よりなる集合である.

証明は次の potential 論的考察によって与えられる.

(1) f の fine cluster set $\hat{f}(x_0)$ に対しては定理と同じ結果が成り立つことが簡単に示される.

(2) $\hat{f}(x_0) \cap R' = \emptyset$ ならば R 上に正の superharmonic s が存在して $\text{fine } \lim_{a \rightarrow x_0} s(a) = +\infty$

(3) (1), (2) と R 上の正の superharmonic v に対する Naim の結果

$$\text{fime } \lim_{a \rightarrow x_0} \frac{v}{G_y} = \lim_{x_0} \inf \frac{v}{G_y}$$

をつかって定理が示される.

非線型 Dirichlet-調和空間の分類問題

前田 文之 広島大・理

Riemann 面の分類問題における調和函数に関する部分: (1) $\mathcal{O}_0 < \mathcal{O}_{HP} < \mathcal{O}_{HB} < \mathcal{O}_{HD} = \mathcal{O}_{HDB}$ は, 調和函数を $\Delta u = Pu$ の解に, Riemann 面を Riemann 空間に一般化して成立し, しかも(1)に追加して, (2): $\mathcal{O}_{HD} < \mathcal{O}_{HE} = \mathcal{O}_{HBE}$ が成立することが知られている. この分類図は, 自己共役で1が優調和な調和空間のクラスに対しても成立する. ここではもっと一般に, 調和構造としてある種の変分問題(非線型 Dirichlet 空間の構造を定める)の Euler 方程式の解の作る sheaf をもつ空間のクラスに対して, 同様の分類問題を考える. 一般には \mathcal{O}_{HB} と \mathcal{O}_{HD} との間には包含関係はないが, (1)(2)が成立するための十分条件を与えることが出来る. 特別な場合として, 非線型無限ネットワークの分類問題を論ずることが出来る.

与えられた合成核の 相対優越原理による最小上界

伊藤 正之 名大・理

X を局所コンパクトアーベル群, X 上の合成核 N_1, N_2 に対して, N_1 が N_2 に関して相対優越原理を満す時, $N_1 < N_2$ とかく. 与えられた合成核 $N \neq 0$ に対して, $S(N) = \{N' \neq 0 : N < N'\}$ とおく. 先ず, $S(N) \neq \emptyset$ ならば, $S(N)$ 内に $<$ に関して最小である合成核 N_0 が定数倍を除いて只1つ存在し N_0 は優越原理を満す. この時, N は N_0 に関して条件付劣調和であり, 又 $S(N)$ の各元は N_0 に関して優調和となる. 更に, N に付加的条件を加えると, N_1 は Hunt 合成核か又は exponential になり, 結局, 相対優越原理は, Hunt 合成核に関する相対優越原理か, 最大値原理に帰されることがわかる. 以上により, 相対優越原理は相対的な関係で決るのでなく, 優越原理に附随する性質であることがわかる.

Holomorphic curves with maximal deficiency sum.

森 正気 東北大・理

$f: \mathbb{C}^m \rightarrow \mathbb{P}^n$ を非退化正則写像とすると, \mathbb{P}^n の任意の q 個の一般の位置にある超平面 $\{H_\nu\}_{\nu=1}^q$ に対し, 次の Defect relation: $\sum_{\nu=1}^q \delta(H_\nu, f) \leq n+1$ が成立つ. (ここで $\delta(H_\nu, f)$ は H_ν の Nevanlinna deficiency を表わす). 一方 (*) 「 $n+1$ 個の一般の位置にある超平面 $\{H_\nu\}_{\nu=1}^{n+1}$ に対して $\sum_{\nu=1}^{n+1} \delta(H_\nu, f) = n+1$, が成立つならば f の order λ_f と lower order μ_f とは一致し $\lambda_f = \mu_f \in \mathbb{Z}^+ \text{ or } \infty$ である. この問題(*)をもう少し一般化できないだろうか? この講演ではこの問に関連して次の結果を報告する. “ $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{P}^n$ を有限な order λ_f をもつ非退化正則曲線とすると, もし \mathbb{P}^n の q ($n+1 \leq q \leq +\infty$) 個の一般の位置にある超平面 $\{H_\nu\}_{\nu=1}^q$ で H_ν の counting function $N(H_\nu, r)$ の order $\lambda_{N(H_\nu, r)}$ が $< \lambda_f$ ($\nu=0, \dots, n-1$), かつ $\sum_{\nu=1}^q \delta(H_\nu, f) = n+1$ なるものが存在するならば, $\lambda \in \mathbb{Z}^+$ である.

Lauricella の F_D より生ずる保型函数

寺田 俊明 滋賀医大

Lauricella の超幾何微分方程式

$$(L) \begin{cases} (x_i - x_j) \partial^2 F / \partial x_i \partial x_j + (\lambda_j - 1) \partial F / \partial x_i - (\lambda_i - 1) \partial F / \partial x_j = 0 (i \neq j) \\ x_i(x_i - 1) \partial^2 F / \partial x_i^2 + [x_i(x_i - 1) \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq i}}^{n+1} (1 - \lambda_q) / (x_i - x_q) \\ + \lambda_{0i} - 1 - (\lambda_{0i} + \lambda_{0n+1} - 2)x_i] \partial F / \partial x_i + (\lambda_i - 1) \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq i}}^{n+1} \lambda_q \\ (x_q - 1) / (x_i - x_q) \cdot \partial F / \partial x_q + \lambda_\infty (1 - \lambda_i) F = 0 \end{cases}$$

$(\lambda_0, \dots, \lambda_{n+1}, \lambda_\infty)$ は助変数, $\lambda_\infty = n + 1 - \sum_{\alpha=0}^{n+1} \lambda_\alpha$, $\lambda_{i_0 i_1 \dots i_p} = \sum_{\alpha=0}^p \lambda_{i_\alpha}$ ($-p$) は, $D = \mathbb{P}^n - \bigcup_j S_{ij}$ ($S_{ij} = \{x_i = x_j\}$, $i, j = 0, 1, \dots, n+1$; x_0, \dots, x_{n+1} は \mathbb{P}^n の斉次座標, $x_0 = 0$) の普遍被覆空間 \tilde{D} で正則な $n+1$ 個の一次独立な解 $(\omega) = (\omega_0, \dots, \omega_{n+1})$ を有つ。 (ω) は \tilde{D} を \mathbb{P}^n の中へ局所的に1対1に写像するが, (ω) による \tilde{D} の像が超球と同型であって, しかも $(\omega)^{-1}$ が一価であるための必要十分条件は $\lambda_{i_0 i_1 \dots i_p} \in \mathbb{Z}^{-1} \setminus \{0\}$ である。 $(\mathbb{Z}^{-1}$ は ± 1 を除く整数の逆数の集合)。このとき, $(\omega)^{-1}$ は超球での保型函数を定める。函数体はすべて純超越的で, 不連続群 Γ_0 は (L) のモノドロミー群により定義される。基本領域は D と $\bigcup_j S_{ij}$ の一部の和集合の像であり, すべての $\lambda_{i_0 i_1 \dots i_p} \in \mathbb{Z}^{-1}$ ならそれはコンパクトである。 D の自己同型群は, $n \geq 2$ のとき $n+3$ 次の置換全体 $= \{ (0, 1, 2, \dots, n+1, \infty) \}$ となりさらに D から D への定数でない写像は自己同型である。互換 (i, j) には x_i と x_j の交換が対応する。これを T_{ij} であらわす。 $\lambda_i = \lambda_j$ のとき, (ω) の T による引き戻しに適当な函数を掛けたものは又 (L) の解であり, $T_{ij}^{-1}(\omega)$ はスカラー倍を除いて (ω) の定数係数一次変換であらわされる。このような T_{ij} の作る群 Γ_1 と Γ_0 で生成される群 Γ は明らかに超球と同型な領域での不連続群であり, Γ は次の性質を持つ行列 M の全体である。 (λ_i) に対する trivial な条件が必要) 1. M の要素 $\in \mathbb{Z}(\xi) = (\xi = 1/m, m \text{ は } \lambda_i \text{ の分母の最小公倍数})$ 2. (L) のモノドロミー群により定義される2次形式を不変にする。この Γ による保型函数は1964年に志村氏が偏極ヤコビ多様体の族より得たものと同じである。

Reinhardt 領域の正則同値について

砂田 利一 名大・理

二つの, \mathbb{C}^n の中の領域が正則同値であるか否かを判定する簡単な条件を見つけることは, 大変重要な問題であるが,

一般的には困難である。ここでは, 原点を含む有界な Reinhardt 領域の class について考察する。歴史的には, 1931年に, P. Thullen が2次元の場合に完全な解答を与えた。すなわち, R -領域 $D_1, D_2 \subset \mathbb{C}^2$ が正則同値であるためには, ある $(z, w) \rightarrow (r_1 z, r_2 w)$ or $(z, w) \rightarrow (r_3 w, r_4 z)$ $r_i > 0$ の type の変換 φ で $\varphi(D_1) = D_2$ となるものが存在することが必要充分である。彼の方法は case-by-case で高次元では役に立たない。しかし群論的方法により, 次の一般化が証明される: 2つの R -領域 $D_1, D_2 \subset \mathbb{C}^n$ が正則同値である条件は, ある $\varphi(z_i) = r_i \cdot z_{\sigma(i)}$ ($r_i > 0$, $\sigma: \{1, \dots, n\}$ の permutation) の形の変換 $\varphi: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ で $\varphi(D_1) = D_2$ となること。

\mathbb{P}^1 の seminegative embedding の分解について

大沢 健夫 京大・数理研

この研究の動機を述べる。 X を analytic space Y の compact な subspace としたときに, どのような条件の下で X がより低次元の subspace へと "blow down" されるかという問題は多くの数学者の興味を惹いて来た。問題を正確に述べるならば, 我々は X を中心とする Y の modification を, proper holomorphic map $\varphi: Y \rightarrow \hat{Y}$ で, $\varphi|_{Y-X}$ が $Y-X$ を $\hat{Y}-\varphi(X)$ に biholomorphic にうつすものであると定義する。このとき, X にどんな条件をつければ X を中心とする Y の nontrivial な modification が存在するかというのが問題であって, $\varphi(X)$ が一点の場合には Grauert [3] により解かれ, 一般の場合にも様々な人が様々な条件の下で解いている。要点は X の近傍で正則凸なものごとれることの証明にある。そこで話を $X \cong \mathbb{P}^1$ に限って, X が complex manifold Y の submanifold で $N_{X/Y} \leq 0$ である場合にそこら辺の事情を詳しく調べてみた。

On the rationality of quotient analytic spaces by compact complex Lie transformation groups

瀧島 都夫 埼玉大・教
都丸 正 筑波大・数

(X, \mathcal{O}_X) を解析空間とすると, 特異点 $x \in X$ が有理であるとは, 特異点解消 $\pi: (\tilde{X}, \mathcal{O}_{\tilde{X}}) \rightarrow (X, \mathcal{O}_X)$ に対して, $(R^i \pi_* \mathcal{O}_{\tilde{X}})_x = 0$ ($i > 0$) となるときである。

(M, \mathcal{O}) を複素多様体, G を固有不連続に作用する M 上の変換群とすると, $H. Cartan$ により商空間 $(M/G, \mathcal{O}/G)$ は正規解析空間になる. $D. Burns$ (Math. Ann. 211(1974)) は M/G が有理特異点のみを持つことを示した.

ここでは, (M/\mathcal{O}) をまた複素多様体とし, G を M 上に正則に作用するコンパクト複素 Lie 変換群とする. このとき, 商空間 $(M/G, \mathcal{O}/M)$ は正規解析空間になることが, $H. Holmann$ によって示されている. この講演の目的は, M/G がまた有理特異点のみを持つかという問題に対する肯定的結果を報告することである. 証明は, $H. Holmann$ (Math. Ann. 142(1961), 150(1963)) の手法を用いて, $D. Burns$ の結果に帰着することによって行う.

On nowhere vanishing holomorphic forms of certain rational double points

渡辺 公夫 筑波大・数

$D. Burns$ は与えられた n 次元複素解析空間の孤立特異点がある有理特異点であるかどうかの判定条件として, 次の定理を得た— x の近傍 U に対して $U - \{x\}$ で定義された零とならない正則 n -形式を ω とするとき, x が有理特異点であるための必要十分条件は ω が二乗可積分になることである. これは $H. Laufer$ の与えた二次元の場合の判定法の一般化であった. ここで, 我々は複素鏡映群の交代的部分群による \mathbf{C}^n の商特異点 (X, x) (一般に, X は超曲面であるが, x は孤立特異点ではない) にも特異点を除いた x の近傍で零とならない正則 n -形式が存在して二乗可積分であることを示す. さらに $X \subset \mathbf{C}^{n+1}$ の定義式を $D(z_1, \dots, z_n) + z_{n+1}^2 = 0$ とすると, $D(z_1, \dots, z_n) + z_{n+1}^2 + \dots + z_{n+m}^2 = 0$ で定義される超曲面 $(Y, 0)$ にも同様の微分形式の存在することが系として示される. $n=2, m=1$ の場合が $Artin$ の有理二重点であり, $n=2, m \geq 1$ の場合が $Arnold$ の特異点である.

弱1-完備解析空間における近似定理について

風間 英明 九大・教養

(X, \mathcal{O}_x) を弱多重劣調和函数 $\Psi: X \rightarrow \mathbf{R}$ に関する弱1-完備解析空間とする. さらに B を X 上の正の直線バンド

ル, F を X 上の解析的连接層とする. このとき弱1-完備多様体に関する近似定理 ($M. F. S. Kyushu Univ. 27, 221-240, 1973$) と藤木一広中一野の消滅定理 ($A. Fujiki: P. R. I. M. S. Kyoto Univ. 10, 473-507, 1975$) を用いて, 次の近似定理が成り立つことを述べる.

定理, $c, d \in \mathbf{R} (c < d)$ に対して, 自然数 ρ が存在し, $p \geq \rho$ ならば制限写像 $H^0(X_d, F \otimes B^p) \rightarrow H^0(X_c, F \otimes B^p)$ は dense image をもつ, 但し $X_a := \{\Psi < a\} \ a \in \mathbf{R}$.

複素リー群の中への正則写像の接続について

梶原 壤二 九大・理

張田 珠潮 金沢大・理

$Adachi-Suzuki-Yoshida$ [$Pacific J. Math. 47(1973), 1-4$] は Stein 多様体上の領域 Ω から複素リー群 L の中への正則写像 f は Ω の正則被 $\tilde{\Omega}$ から L の中への正則写像に接続されることを示した. その際, 連結な位相群は単位元の任意近傍より生成されることを用いている. 一方, $Kazama$ [$Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ. 27(1973), 241-247$] は任意の複素リー群は擬凸であることを示した. ここでは上の $Kazama$ の結果を用いて別証明を与える. 最近 $Dloussky$ [$C. R. Acad. Sc. Paris 284(3 \text{ janvier } 1977), 65-67$] は Ω から解析的集合を除いたものの上での正則関数の接続について論じているが, ここでは L の中への写像について議論したい.

2次元の複素射影空間における消滅コホモロジーを持つ領域について

梶原 壤二 九大・理

渡辺 清 九大・理

$Kajiwara-Kazama$ [$Math. Ann. 204(1973), 1-12$] は, L を複素リー群, A_L を L 値正則写像芽全体の層とする時, 2次元の Stein 多様体の領域 Ω に対して, 複素リー群 L があって $H^1(\Omega, A_L) = 0$ であれば, Ω は Stein 多様体であることを示した. また $Kajiwara$ [$Math. Balkanica 3(1973), 184-187$] は, 2次元の複素射影空間 \mathbf{P}_2 の領域 Ω に対して可換複素リー群 L があって, $H^1(\Omega, A_L) = 0$ であれば, $\Omega = \mathbf{P}_2$ でなければ, Ω は Stein 多様体であることを示した. ここでは一般の複素リー群 L に対して $H^1(\Omega, A_L) = 0$ であれば, \mathbf{P}_2 の真部分領域 Ω は Stein 多様体であ

ることを示す。証明には上の Kajiwara-Kazama の方法と上記 梶原-張田の講演の方法を用いる。

ある Kähler 曲面における Cousin 領域について

二つのリーマン面の積多様体における消滅コホモロジーを持つ領域について

渡辺 清 九大・理

梶原 壤二 九大・理
渡辺 清 九大・理

Cartan, Behnke-Stein に依る「 C^2 の Cousin-I 領域は正則領域である」という定理の色々な拡張が試みられているが、ここでは次の形の一般化を行なう。 S を 2次元の Kähler 多様体とし、positive holomorphic bisectional curvature を持つとする。しかも S の各相対 compact な領域 D は、ある P^N の中に埋蔵されるものとする。 α_L で可換 Lie 群 L への正則写像の芽の層を表わすとき、定理 $D \subset S$ が境界点を持ち、 $H^1(D, \alpha_L) = 0$ ならば、 D は Stein 多様体である。証明は、鈴木理, G. Elencwajg 両氏に依る S 内の擬凸領域の特徴付けを用いて行なわれる。2次元においては、Frankel 予想が肯定的に解かれているので、 S が compact のときは、 S は P^2 と同型になり、上の結果は梶原先生及び著者の結果の拡張にもなっている。

X を開リーマン面、 Y を閉リーマン面とし、 Ω を積多様体 $X \times Y$ の領域とする。複素リー群 L があって、 $H^1(\Omega, \alpha_L) = 0$ であれば、 X の部分領域 Δ があって $\Omega = \Delta \times Y$ であるか、 Ω が Stein 多様体であるかのいずれかが成立することを証明する。証明には Weierstrass の gap theorem (例えば梶原, 朝倉書店146頁) を用いるため一位の極に対して与えた Kajiwara-Kazama の補題を高位の極に対して振張し、まず Ω の擬凸性を示し、次に最近の Brun [Ann.Inst. Fourier(1977), sous presse]. 用いる。

$$\begin{aligned}
 & \sum_{\alpha \in \mathbb{Z}} K_{\alpha} \bar{z}^{\alpha} X^{\alpha} \bar{X}^{\alpha} Y^{\alpha} \bar{Y}^{\alpha} \\
 & \cong \mathbb{C} \otimes |X|^2 |Y|^2 \quad \hookrightarrow 0 \\
 & \sum_{\alpha \in \mathbb{Z}} |K_{\alpha}| \bar{z}^{\alpha} X^{\alpha} \bar{X}^{\alpha} X^i \bar{X}^j \\
 & \cong \mathbb{C} |X|^4
 \end{aligned}
 \quad \begin{aligned}
 & E \rightarrow M \\
 & M: \text{phys.} \\
 & E \rightarrow M
 \end{aligned}$$

Tetraeder 群と Oktaeder 群に関する、不変コホモロジーと孤立特異点の変形について

風間 英明 九大・教養

本講演は Riemenschneider との Hamburg 大学における共同研究に関するものである。2次元の Quotient singularity $X = \mathbb{C}^2/G$ は Brieskorn [2] により、 G が Cyclic, Dieder, Tetraeder, Oktaeder そして Ikosaeder のときの5つの場合に分類されている。この講演では G が Tetraeder 及び Oktaeder のとき G -不変コホモロジー群を計算し、 X の無限小変形のベクトル空間 \mathbf{T}^1 の次元=versal な変形の底空間の次元を計算することを試みる。

Riemenschneider [3], Behnke-Riemenschneider [1] により、 G が Cyclic 及び Dieder であるときには次の事実を用いて $\dim \mathbf{T}^1$ が計算されている。

$i: X \rightarrow \mathbb{C}^2, \bar{i}: H^1(X - \{x_0\}, \Theta_{X - \{x_0\}})$
 $\longrightarrow H^1(X - \{x_0\}, i^* \Theta_{\mathbb{C}^2})$, 但し x_0 は X の孤立特異点で、 Θ は接バンドルとするとき、

$H^1(X - \{x_0\}, \Theta_{X - \{x_0\}}) = H^1(\mathbb{C}^2 - \{0\}, \Theta_{\mathbb{C}^2})^G$
 且つ $\mathbf{T}^1 = \text{Ker } \bar{i}$ が成り立つ、ここで $H^1(\mathbb{C}^2 - \{0\}, \Theta_{\mathbb{C}^2})^G$ G -不変部分群を表わす。したがって \mathbf{T}^1 を求めるには、与えられた G に対して G -不変コホモロジー群を計算し、さらに $\text{Ker } \bar{i}$ を計算すればよい。

G が Cyclic 及び Dieder のときには G の要素が簡単で不変コホモロジーを計算することは困難ではないが G が Tetraeder, Oktaeder, Ikosaeder の場合に、このことを計算するためには次の事実を必要とする。

\mathbb{C}^2 の座標を (u, v) , $\mathbb{C}^2 - \{0\}$ の Stein 被覆 $\mathcal{U} = \{U_0, U_1\}$, $U_0 := \{u \neq 0\}$, $U_1 := \{v \neq 0\}$ を考えると無限次元ベクトル空間 $H^1(\mathbb{C}^2 - \{0\}, \mathcal{O}) = H^1(\mathcal{U}, \mathcal{O})$ は基底 $\{1/u^k v^s : k \geq 1, s \geq 1\}$ を持つ。 $\varphi = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in GL(2, \mathbb{C})$ に対して、 $U'_0 := \{au + bv \neq 0\}$, $U'_1 := \{cu + dv \neq 0\}$ とおくと $\mathcal{U}' = \{U'_0, U'_1\}$ はまた $\mathbb{C}^2 - \{0\}$ の Stein 被覆であり $\varphi(1/u^i v^j) := 1/(au + bv)^i (cu + dv)^j \in H^1(\mathcal{U}', \mathcal{O}) = H^1(\mathbb{C}^2 - \{0\}, \mathcal{O})$ により定義される線型写像

$\varphi: H^1(\mathbb{C}^2 - \{0\}, \mathcal{O}) \longrightarrow H^1(\mathbb{C}^2 - \{0\}, \mathcal{O})$ を得る。 φ は $H^1(\mathbb{C}^2 - \{0\}, \mathcal{O})$ の基底 $\{1/u^i v^j\}$ を用いて、次のように書ける。

定理. $\varphi = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in GL(2, \mathbb{C})$ に対して、(i) $a \neq 0$ のとき、
 $\varphi(1/u^i v^j)$

$$= 1/\det \varphi \sum_{\alpha=1}^{i+j-1} (-1)^{i+\alpha} a^{j-\alpha} b^\alpha c^{i-\alpha} d^{\alpha-1} (1/u^{i+\alpha} v^{j-\alpha}).$$

(ii) $a = 0$ のとき、
 $\varphi(1/u^i v^j) = (1/b^j) \sum_{\alpha=0}^{i-1} (-1)^{\alpha+1} d^\alpha / c^{j+\alpha} (1/u^{j+\alpha} v^{i-\alpha}).$

上の定理を用いて G が Tetraeder の場合と Oktaeder の場合に G -不変コホモロジー群を計算し、その応用として Quotient singularity $\mathbb{C}^2/T_1: z_2^2 = z_1^3 + z_3^4$ に関して、異なった方法ですでに知られた結果であるが $\dim \mathbf{T}^1 = 6$ を計算してみる。さらに未知の場合 $\mathbb{C}^2/T_m, \mathbb{C}^2/O_m$ (T_m は Tetraeder 群を表わし、 O_m は Oktaeder 群を表わす。) についても、この方法により計算可能であることを述べる。

- [1] K. Behnke-O. Riemenschneider: to appear
- [2] E. Brieskorn: Inv. Math. 4, 336-358(1968)
- [3] O. Riemenschneider: Math. Ann. 209, 211-248(1974)



