野口

1975
April

日本数学会

昭和50年度
春季総合分科会

講演アブストラクト

函 数 論

時 4月4日・5日
所 大阪大学

4 月 4 日

1．西本勝之（日大工）　Nishimoto の fractional derivative および integral と zonal harmonics

筆者は先に fractional derivative と integral を Gourxat の定理を拡張して複素積分形で定義した（1変数および多変数の函数について）。今回はこの定義を zonal harmonics の Rodrigue's formula において order を fractional としたものに対して応用した結果の1部を報告する。一般に

$$P_\nu(z)=\frac{1}{2^\nu\Gamma(\nu+1)}\frac{d^\nu}{dz^\nu}(z^2-1)^\nu=\frac{1}{2^\nu\cdot 2\pi i}\int_C\frac{(\zeta^2-1)^\nu}{(\zeta-z)^{\nu+1}}d\zeta \qquad \text{-----}\ (1)$$

ただし $C=\{\underline{C},\ \overline{C}\}$。（$\underline{C}$，$\overline{C}$ については既報の通り）。

[I]　$C=\underline{C}$ で，$\zeta=1$，-1 が $\underline{C}$ の外部にある時，

$$\underline{c}P_\nu(z) = \frac{1}{2^\nu \cdot 2\pi i}\int_{-\infty}^{(0+)} \frac{\{(z+\eta)^2-1\}^\nu}{\eta^{\nu+1}} d\eta, \quad [\zeta - z = \eta]$$

------- (2)

[II] $C = \underline{C}$ で、$\mathrm{Re}(z) > 0$ とする。

$\zeta = z + a\xi$, $a = \sqrt{z^2-1} = |\sqrt{z^2-1}| \cdot e^{i\arg\sqrt{z^2-1}}$ $\equiv \delta e^{i\phi}$ ($\zeta \neq z$, $z^2 \neq 1$, $|\phi| \leqq \frac{\pi}{2}$) と

おくと $|z+1| > \delta > |z-1|$, よって

$\underline{C}$ の内部には $z, 1$ だけが存在し

$$\underline{c}P_\nu(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\underline{K}} \left\{ a\left(\frac{\xi^{-1}+\xi}{2}\right) + z \right\}^\nu \frac{1}{\xi} d\xi, \quad \left[\begin{array}{l}\underline{K}\text{は}\underline{C}\text{の}\xi \\ \text{平面への} \\ \text{写像}, \xi \neq 0\end{array}\right]$$

------- (3)

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left\{\sqrt{z^2-1} \cdot \cos(\theta - \phi) + z\right\}^\nu d\theta \quad \text{---(4)}$$

となる。これは *Laplace's first integral* と同形。

2. 木村 茂（宇都宮大教育）

On the value distribution of entire functions of order less than one.

49年年会で発表された Tsuzuki の定理の拡張を述べる。<u>定理</u>. $f(z)$ は order

が1より小さい整函数とし、$\{w_n\}_{n=1}^{\infty}$ は有界でない複素数列とする。このとき、$f(z)=w_n$ $(n=1,2,\cdots)$ のすべての根が、$\operatorname{Im} z \geqq 0$ にあるならば、$f(z)$ は高々2次式である。

3. 戸田暢茂（名大教養）Nevanlinnaの除外一次結合と一次関係の個数

$f=(f_0,\cdots,f_n)$ $(n\geqq 2)$ を $|z|<\infty$ での超越函数系，X を $f_0,\cdots,f_n$ の定数係数の，一般位置にある一次結合の集合，そして λ を $f_0,\cdots,f_n$ 間の定数係数の独立な一次関係の最大個数とする。このとき、次の結果を得たことを報告する。

定理. $X \ni F_0,\cdots,F_n$, $G_1,\cdots,G_k$ such that

i) $\{F_i\}_{i=0}^{n} \ni {}^{\forall}n$ 個は一次独立，

ii) $\sum_{i=0}^{n}\delta(F_i)+\delta(G_j) > n+1$ $(j=1,\cdots,k)$ $\Longrightarrow$

イ) $\lambda=k$, ロ) $1\leqq\lambda\leqq n-2$ のとき，${}^{\exists}i_0$ $(0\leqq i_0\leqq n)$ such that $F_{i_0}, G_1,\cdots,G_k$ は互に比例，

ハ) $\lambda=n-1$ のとき，$\{F_i\}_{i=0}^{n}\cup\{G_j\}_{j=1}^{n-1}$ は互に

比例しているn個ずつの組に分かれる。

これは，新濃－小沢の結果（Kōdai Math. Sem. Rep. 22）等の一般化を含む。

4．小沢　満（東工大理）　Unicity theorems for entire functions

$\mathcal{F}$は有限位数の整函数族とする。$f=a \longrightarrow g=a$とはfのa点はその位数も含めてgのa点であることとする。<u>定理1</u>. $f, g \in \mathcal{F}$，(A) $f=0 \rightarrow g=0$; $f=1 \rightleftarrows g=1$，(B) fの0点中位数が2または2以上のものが無限個ある。そのとき$f \equiv g$. <u>定理2</u>. $f, g \in \mathcal{F}$，(A). (B') f gともに非整数位数。そのとき$f \equiv g$. <u>定理3</u>. $f, g \in \mathcal{F}$，(A') $f=0 \rightleftarrows g=0$，$f=1 \rightleftarrows g=1$，(B'') $\delta(0, f)+\delta(0, g)>1$，そのとき$f \equiv g$であるか$fg \equiv 1$，$f=e^H$である。

以上の結果について報告する。

5．山下慎二（都立大理）　有界正則

函数の導函数について

fは円板 $D: |z|<1$ にて非常数正則有界, $|f|<1$, とする。周知の Schwarz-Pick の定理によれば,

$G(z;f)=(1-|z|^2)|f'(z)|/(1-|f(z)|^2)\leqq 1$, $z\in D$, である。fの Riemannian image 上の点 $f(z)$ を中心とする単葉擬円板 $\{w\in D: |w-f(z)|/|1-\overline{f(z)}w|<t\}$, $0<t\leqq 1$, がとれるならば, このような t の maximum を $d(z)\equiv d(z;f)$ とし, $f'(z)=0$ ならば $d(z)=d(z;f)=0$ とおく。<u>定理 1</u>.

$d(z;f)\leqq G(z;f)\leqq\{8d(z;f)\}^{1/2}$, $z\in D$. — 右辺は $d(z)<1/8$ のとき意味をもつ。円周 $C: |z|=1$ 上の点 w が第一種であるとは $\liminf G(z;f)=0$ が任意の, wに終る, いわゆる admissible arc に沿って $z\to w$ のとき成立するものをいう。wが第二種であるとは $\liminf G(z;f)>0$ が任意の, wを頂点の一つとする D内の三角形の内部から $z\to w$ のとき成立するものを

いう。定理 2. C 上の点は，測度零かつ Baire の第一類集合を除けば，すべて第一種か第二種である。——証明には定理 1 の不等式および $d(z)$ が非ユークリッド距離に関して一様連続であることを使う。

6. 山下慎二（都立大理） Almost locally univalent functions

D ; $|z|<1$ 内正則な函数 f が ALU であるとは，a $(0<a\leqq+\infty)$ および R $(0<R<1)$ が存在して，f は中心 z が円環 $A(R): R<|z|<1$ にあるかぎり，常に半径 a の非ユークリッド開円板で単葉であるときをいう。定理. 次の (1), (2), (3) は同値。(1) f は ALU. (2) R_1 $(0<R_1<1)$ があって $\sup(1-|z|^2)|f''(z)/f'(z)|<+\infty$, 但し，$z$ は $A(R_1)$ を走る。(3) 正数 b, D 内単葉函数 g および有限個の必ずしも相異ならぬ $z_j\in D$, $1\leqq j\leqq n$, があって

$$f'(z)=g'(z)^b\prod_{j=1}^{n}\frac{z-z_j}{1-\bar{z}_j z},\qquad z\in D.$$

—— ALUの概念は整函数にも拡張出来て同様な結果(より単純である)を得る。なお，D内ALUなfは正規とはかぎらず(Lappan)，一方、導函数f'は正規である(Yamashita)こともあわせて注意する。

7. 山下慎二(都立大理)　正規有理型函数について

Noshiroによれば，円板D；$|z|<1$内有理型函数fが正規であるための必要十分条件は実函数$F(z;f)=(1-|z|^2)|f'(z)|/(1+|f(z)|^2)$がDで有界であることである。数年前HaymanとStorvickはD内正則かつ正規，しかもその導函数は正規でない例を示した。いいかえると、$F(z;f)$の有界性は$F(z;f')$のそれをいみしない。これに関連して，定理1. fはD内有理型かつ正規であるとすれば、積函数$F(z;f)F(z;f')$はDで有界である。——よっ

て、もし $F(z_n; f') \longrightarrow +\infty$, $|z_n| \to 1$ ならば $F(z_n; f) \longrightarrow 0$ である。証明には局所単葉円板の非ユークリッド半径を使う。一般の有理型函数 f について、$F(z; f)$ の境界挙動を定理2で述べ、定理3では f が正規の場合について述べる。Dragosh の見方とは多少異なる。

8. 吉田英信（千葉大教養） Normal meromorphic functions について

単位円D内で normal な有理型な関数 $f(z)$ に関して、Noshiro [J. Fac. Sci. Hokkaido Univ. 7(1938)] に以下のことがらについての結果を加えたい。

1. 互いに異なる任意の定数 a, b, c, d に対する $f(z)=a$, $f(z)=b$, $f(z)=c$, $f(z)=d$ の各方程式の根を考えての、D内で normal な関数の characteristic property について。

2. second category に属する $f(z)$ の

T(r, f) の growth について（Ise [Nagoya Math. J. 34 (1969)] による，second kind に属するD内での有理型関数についても analogue な考察ができる）。ただし、D内をかわる z^* に対する正規族 $\{f_{z^*}(z)\}$, $f_{z^*}(z) = f((z - z^*)/(\overline{z^*}\cdot z - 1))$, が constant limit を許す時、f(z) は "second category" に属するという。これにより、例えば、その fundamental domain の1つの閉包が完全にD内にあるような Schwarz's triangle function f(z) の T(r, f) は

$$+\infty > \overline{\lim_{r\to 1}}\, T(r, f) / \log\left(\frac{1}{1-r}\right) > 0$$

を得る。

9. 村井隆［illegible］（名大理） On area integrals and radial variations of analytic function

解析函数の境界挙動を調べる。単位円周を $\mathbb{T}$ ($0 \le \theta < 2\pi$) と書く。単位開円板

$|z|<1$ 内に解析函数 f が与えられているとする。点 $\theta\in\mathbb{T}$ と中心を結ぶ線分の像の長さを $V(f,\theta)$，θ を頂点とする角領域の像面積を $A(f,\theta)$ とする。我々は $V(f,\theta)$　$A(f,\theta)$ を詳しく調べる。

古くから知られている様に、一つの函数 $f=\sum_{n=0}^{\infty}a_n z^n$ に対して、函数族 $\{f_\varepsilon=\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n a_n z^n;\ \varepsilon_n=1$ または $-1\}$ (Random Taylor series) を一つのものとしてとらえると、諸性質が簡潔に、係数のみの性質から反映する場合がある。我々も、問題を $V(f_\varepsilon,\theta)$, $A(f_\varepsilon,\theta)$ を考えることとしてとらえ、諸性質を調べる。

特別講演

小林 忠（東工大理）

整函数の零点分布について

1. 位数有限な整函数 $f(z)$ はその零点 $\{a\}$ からの基本乗積を用いて

$$f(z) = z^n e^{P(z)} \prod E\left(\frac{z}{a}, g_0\right)$$

なる表示が一意的に出来る。ここで $P(z)$ は多項式である。$\max\{P(z)$ の次数, $g_0\}$ をもって $f(z)$ の種数と定義する。

以下、角領域

$$A(\omega) \equiv \{ z \mid |\arg z| \leqq \omega \}$$

にのみ零点をもつ種数 g の整函数の族 $I_g(\omega)$ について論ずる。

2. <u>定理 1.</u> 自然数 g に対して、$f(z) \in I_g(\omega)$ ならば $\delta(0,f) > 0$ となる ω の最大値は $\pi/(2g+2)$ である。
（Ozawa, Kobayashi）

この結果は Edrei-Fuchs の拡張である。初等的な方法を用いて零点がすべて正の実数である場合と比較し、更に Shea の積分表示を利用して証明する。$\pi/(2q+2)$ が最大値となっていることは、Mittag-Leffler 函数を用いることによって直ちに示せる。

Valiron deficiency についても同様である。

<u>定理2</u>. 自然数 q に対して、

$f(z) \in I_q(\pi/2q+2)$ ならば $\Delta(0, f) > 0$ となる。ここで $\pi/(2q+2)$ は最良である。

3. 函数族 $I_q(\omega)$ の要素 $f(z)$ の下位数 ρ_f と種数 q との関係については次の定理がある。

<u>定理3</u>. $f(z) \in I_q(\omega)$ $\left(0 \leqq \omega < \frac{\pi}{2q}\right)$ ならば $q \leqq \rho_f$ となる。

以下の意味で $\pi/2q$ は最良である。

<u>定理4</u>. 自然数 q について $f(z) \in I_q\left(\frac{\pi}{2q}\right)$ でありかつ $\rho_f < q$ となる整函数が存

する。また定理3から次の結果も得られる。

<u>定理5</u>. $f(z)$は位数が無限の整函数でその零点はすべて実数ならば下位数も無限となる。

4. 最後に種数が零の整函数についてのある結果をのべる。

<u>定理6</u>. $f(z)$は位数が1より小さい整函数とし、$\{w_n\}_{n=1}^{\infty}$ は有界でない複素数列とする。この時、$f(z)=w_n$ $(n=1,2,3\cdots)$ のすべての根が角領域$A(\frac{\pi}{2})$にあるならば $f(z)$は高々2次の多項式である。

(Tsuzuki, Kobayashi)

参考文献

[1] Edrei-Fuchs On the growth of meromorphic functions with several deficient values, Trans. Amer. Math. Soc. 93 (1959).

[2] Kobayashi, On the deficiency of

an entire function of finite genus, Kōdai Math. Sem. Rep.

[3] Ozawa, Distribution of zeros and deficiency of a canonical product of genus one, Hokkaido Math. J. 3 (1974).

[4] Shea, On the Valiron deficiencies of meromorphic functions of finite order. Trans. Amer. Math. Soc. 124 (1966).

[5] Tsuzuki, On the value distribution of entire functions of order less than one, Kōdai Math. Semi. Rep.

4月5日

10. 小林昇治　（東工大理）　On Hp classification of plane domains

$0 < p \leqq \infty$ に対して、O_p を Hardy 族 $H_p(\Omega)$ が定数函数のみとなるような平面領域 Ω の族とする。O_G は parabolic な平面領域の族である。また、$O_p^- = \bigcup_{q<p} O_q$ とおく。Hejhal (classification theory for Hardy classes of analytic functions, Ann. Acad. Sci. Fenni. A.I. 566 (1973)) は次の classification scheme が成り立つことを証明した：$O_G \leqq O_1^- < O_1 \leqq O_{3/2}^- < O_{3/2} \leqq O_2^- < O_2 \leqq O_{5/2}^- < O_{5/2} \leqq O_3^- < O_3 \cdots < O_\infty^- < O_\infty$.

ここでは次の結果を報告する：定理．n を2以上の任意の自然数とすれば、$p > n/2$ なる任意の実数 p に対して、$O_{n/2} < O_p$.

11. 酒井　良（広島大理）　極値垂直

截線集合について

単葉型の Riemann 面 W は境界の各成分が虚軸に平行な線分または点からなる平面上の領域へ等角に写像される。実際ある極値問題の解として与えられる極値垂直截線写像 P_1 は上の写像になっている。極値垂直截線集合 $P_1(W)^c$ は各成分が虚軸に平行な線分または点からなるコンパクト集合というだけでなくいくつかの特性を持っている。この集合の族を $\mathcal{E}$ と書く。$E \in \mathcal{E}$ で F が E の閉部分集合ならば $F \in \mathcal{E}$ であるので、$E_n \in \mathcal{E}$ $(n=1, 2, \cdots)$ ならば、$\cap E_n \in \mathcal{E}$ である。ここでは i) コンパクト集合 E が $E \in \mathcal{E}$ となる必要十分条件 ii) $E_n \in \mathcal{E}$ で $\cup E_n$ がコンパクト集合のときに $\cup E_n \in \mathcal{E}$ となる十分条件、iii) $E \in \mathcal{E}$ のとき、E を含む領域上で定義された写像 φ による E の像 $\varphi(E)$ が $\varphi(E) \in \mathcal{E}$ となるための φ の十分条件について述べる。

12．吹田信之（東工大理） On some identities in kernel functions

Ωを双曲型のリーマン面とする。$C_\beta(z)$を$\partial\Omega$の容量、$k(z,\zeta)$をBergman kernelとするとき、昭和46年秋季例会において示した等式

$$\frac{\partial^2}{\partial z\partial\bar{z}}\log C_\beta(z)=\pi k(z,\bar{z})$$

の簡単な別証を示す。つぎにこの等式を利用して種々のBergman計量に関連する等式をみちびく。これ等の等式はHejhal氏が最近得た等式からも得られるものである。われわれはさらに曲率の評価から等式内の剰余項の評価を与える。

13．仲田正躬（山形大理） Bersの写像について

Gをnon-elementaryな有限生成Klein群、Ωをその不連続領域、$B_q(\Omega,G)$をΩ上の重さ$(-2q)$の正則な有界形式全体の

空間とする。ただし $q \geqq 2$ なる整数。次数が高々 $2q-2$ の一変数の複素多項式の空間 Π_{2q-2} は $v \cdot \gamma = v(\gamma(z))\gamma'(z)^{1-q}$ ($v \in \Pi_{2q-2}$, $\gamma \in G$) により G-module となる。Π_{2q-2} 係数の G の1次元 parabolic cohomology space $PH^1(G, \Pi_{2q-2})$ に対して Bers の写像 $\beta^* : B_q(\Omega, G) \longrightarrow PH^1(G, \Pi_{2q-2})$ は injective であるが surjective である必要はない。ここでは特に G を函数群とし、その不変成分を Δ, かつ $\Omega - \Delta \neq \phi$ なるものについて trivial Eichler integrals の空間 $E^{\circ}_{1-q}(\Omega-\Delta, G)$ と β^* の surjectivity との関係を Kra の分解 $PH^1_{\Omega-\Delta}(G, \Pi_{2q-2}) = \beta^*(B_q(\Omega, G)) + \alpha(E^{\circ}_{1-q}(\Omega-\Delta, G))$ (必ずしも一意でない。) に注目して調べる。又 Ω が連結な quasi-fuchsian group についての結果も報告する。

14. 佐々木武彦（山形大教育） Klein群の成分の共通境界について

GをKlein群とする。$\Lambda(G)$をGのlimit pointsの集合とし、その補集合を$\Omega(G)$、その各成分を$\Delta_1, \Delta_2, \cdots$で表わす。また$G_{\Delta_i}$で$\Delta_i$を不変にする$G$の部分群を表わす。このとき、共通部分群$G_{\Delta_i} \cap G_{\Delta_j}$と共通境界$\overline{\Delta}_i \cap \overline{\Delta}_j$の関係を調べる。正確にいうと$\Lambda(G_{\Delta_i} \cap G_{\Delta_j}) = \overline{\Delta}_i \cap \overline{\Delta}_j$の成立する為の条件をもとめる。

Gが関数群の場合については前回の講演で報告したが、今回は関数群とは限らない場合を調べる。$\overline{\Delta}_i \cap \overline{\Delta}_j$が一点よりなる場合とそうでない場合に分けて考えるが、得た結果はMaskitの結果を含むものとなっている。

15. 山本博夫（東北大理）　Bersの予想"$A_q(\Gamma) \subset B_q(\Gamma)$"について

Γを上半平面Uを不変にするfuchs群、$q \geq 2$なる整数とする。Γに関する重さ$-2q$の保型形式で条件

$$\iint_W y^{q-2}|\phi(z)|\,dx\,dy < \infty$$

を満たすものを$A_q(\Gamma)$、条件

$$\sup_{z\in W} y^q|\phi(z)| < \infty$$

を満たすもの全体を$B_q(\Gamma)$とあらわす。
ここにWはΓの基本集合である。

Bersの予想 $A_q(\Gamma) \subset B_q(\Gamma)$.

Γが有限生成のとき、この予想が正しいことが数編の論文に分けられ証明された。Γが無限生成のとき、この予想について次の結果が得られた。

定理 Γを無限生成fuchs群とする。このとき、もし

$$\inf\{\,|\mathrm{trace}\,T|\,;\,|\mathrm{trace}\,T|>2,\ T\in\Gamma\} > k > 2$$

なる定数kが存在するなら、Bersの予想は正しい。

16. 倉持善治郎 （北大理）

Analytic functions on ends of Riemann surfaces.

Gをリーマン面Rの end、Fを$G-F=G'$が連結な領域となる閉集合としR上にはMartinの位相が導入されているものとする。$G(z, p_0)$をG'のグリーン函数、$w=f(z)$: $z \in G'$ をw平面上への解析函数、γを∂G上の曲線、$w=f(z)$ はγ上で高々N葉、$U(z)$をγのG'上での調和量とする。若し$f(z)$がw平面上の容量正の集合を覆わないならば、

1) $f(z) \longrightarrow$ 収斂 ($z \to p \in \Delta_1 + G'$、$\lim_{z \to p} G'(z, p_0) > 0$) : ($z \xrightarrow{\text{H}} p$)

2) (1)の点を$f(p)$とすると $\overline{\lim}\, G'(z, p_0) = \delta(p) > 0$、この様な$f(p)$の集合は容量零であり、且この$f(z) \to f(p)$の状態は$|w-p|<a$上の一つの connected piece 内で収斂する。

3) $\sum U(p_i) \leqq N$: $U(p_i) = \overline{\lim}\, U(z)$、$f(p_i) = w$

$w=f(z)$ にするG'の球面面積有限の像を

有りことも略 同様.

上の事柄を $R \subset O_g$ の時考えると調和次元∞の境界要素 p（ドイツピー）の近傍に於ける函数の状態が僅かな集合 F を取り去ってもpを含む end と似た性質を有することがわかる。

17. 栗林暲和 （中央大理工）

On the periods of Riemann surfaces and partial differential equations of Appellian type

Riemann 面の一つの族 $\Omega(g, n, \{v_1, \cdots v_q\})$ の特別な場合として，$z \in \overline{\mathbb{C}} - \{0, 1, \infty\}$ をパラメーターとする族 $y^n = x^{m_1}(x-1)^{m_2}(x-z)^{m_3}$ を得る。この族と Fuchs 型の微分方程式との間には密接な関係がある。重要な問題の一つは微分方程式の解の比（Riemann 面の周期の比）のパラメーター z に関する逆関数に関するものである。

われわれはこの講演で，パラメーター

の数が1より大きい場合、Shimuraの導入した対称領域[2]と、これまで研究していた一般化されたTeichmüller space[1]とを用いて上記の問題の一つの解答を示す。そしてさらに、$y^2 = x(x-1)(x-z)$のとき、$1-z$がいわゆるλ関数で、θ-constantsの比で表わされるという古典的な定理の一般化を与える。

[1] A. KURIBAYASHI : On analytic families of Riemann surfaces. Nagoya J. 1966

[2] G. SHIMURA : On analytic families of polarized abelian varieties. Ann of Math. 1963

18. 米谷文男（阪大工） A remark on harmonic measures (Γ_{hm})

開リーマン面Rにおいて、各harmonic measure $u: du \in \Gamma_{hm}$は、Rのある種のコンパクト化R^*の各境界成分上、調和測

度 w に関して殆ど至る所定数になることが知られている。M. Watanabe は、この逆即ち "Dirichlet 積分有限な調和函数 u が、各境界成分上 w-a.e. に定数ならば、u は harmonic measure か" を考察され、(1) 境界成分が可算の場合はある付加条件の下に成立する。一方 (2) 境界成分が非可算の場合には成立しない例がある。これらのことを示し、可算の場合には成立するかどうか不明であるとして問題を残された。

ここでは境界成分が可算の場合にも成立しない簡単な例がある事を報告する。

19. 池上輝男（阪市大理） 調和空間の可解な compact 化と正則境界点について（II）

昨年秋の講演では調和空間の可解な compact 化の下での Dirichlet 問題の正則境界点の存在について論じた。今回はそ

の時定義した pseudo-strongly regular を extremal property で特徴づける。又、正則境界点になるための一つの新しい十分条件を与える。更に、harmonic boundary Γ の Šilov 境界としての特徴づけも考えてみたい。

得られた結果は

定理 1

$$\mathcal{S}_x^* = \{ H_f + p \mid f \in \mathbb{C}(\Delta),\ p \text{ は } \varliminf_x p = 0 \text{ となる potential} \}$$

$$M_x^* = \left\{ \mu \;\middle|\; \begin{array}{l} \Delta \text{上の確率測度}, \\ \int \varliminf (H_f + p)\, d\mu \leqq \varlimsup_x (H_f + p), \\ {}^\forall H_f + p \in \mathcal{S}_x^* \end{array} \right\}$$

$E^* = \{ x \mid M_x^* = \{\varepsilon_x\} \}$ とおくと、

x が pseudo-strongly regular $\rightleftarrows$ $x \in \Gamma \cap E^*$

定理 2

$\mathcal{U}(x)$ を $x \in \Delta$ の近傍系とする

$$\varliminf_{\mathcal{U}(x)} \left[\varlimsup_{a \to x} \hat{R}_1^{X - U(x)}(a) \right] = \alpha < 1$$

ならば x は regular.

20. 黒川隆英　（広島大理）　Dirichlet 空間における spectral synthesis と generalized balayage について

Newton Potential における balayage を定義するのに H. Cartan は projection methode を用いた。その方法を念頭におきながら、Dirichlet 空間 $D=D(X,\xi)$ における generalized balayage を考えるのに、Dの元の spectrum が導入される。それは potential については、その associated measure の support に一致する。generalized balayage のいくつかの定義の同値性とその Hilbert 空間における幾何学的背景について述べ、そしてそれらを保証するところのDの元の値の大小とDの内積の大小との関係、Dのある閉部分空間と pure potential のある集合との関係を与える spectral synthesis について触れる。

21. 伊藤正之（名大理）　Hunt 合成核から成る可解凸錐の一意性について

$n(\geq 1)$ 次元 Euclid 空間 R^n 上の Hunt 合成核を考察する。Hunt 合成核 N に対して、N に関する Hunt 合成核から成る可解凸錐（divisible convex cone）$C_R(N)$ の定義は昨春、昨秋の学会報告の中で述べた。もしそれが只一つであるなら

$$C_R(N) = \left\{ c\varepsilon + \int N_p \, d\nu(p) \; ; \; \begin{array}{l} c \geq 0 \\ \nu : R^+ \text{上の正測度} \end{array} \right\}$$

と表現されることがわかる。ただし、ε は Dirac 測度、$(N_p)_{p\geq 0}$ は N のレゾルベントである。ここでは劣 exponential 型の Hunt 合成核 N に対して、$C_R(N)$ は唯一であることを報告する。これから、R^n 上の劣 exponential 型の Hunt 合成核はある順序と可解凸錐によって分類されることがわかる。

22. 水田義弘　（広島大理）　BL-関数の境界値の存在について

n次元 Euclid 空間 R^n の上半空間を R^n_+（第n座標 x_n が正），超平面（$x_n=0$）を R^n_0，この上の変数を ξ で表わす。いま R^n_+ 上の連続関数 f に対して，(1) 各 $\partial f/\partial x_i$（$1\leqq i\leqq n$）が R^n_+ 上 a.e. に存在し可測，(2) R^n_+ 内の任意有界開集合 Ω に対して $\int_\Omega |\mathrm{grad}\, f(x)|^p x_n^\alpha\, dx < \infty$ とする。ただし，$\alpha \geqq 0$, $1+\alpha < p < n+\alpha$。

H. Wallin（Trans. AMS 120 (1965), 510–525）により，$p=2$, $0\leqq\alpha<1$ のとき得られた結果に関連して次の定理が成り立つ。

<u>定理1</u>　次数が $p-\alpha$ より低いすべての Riesz capacity が 0 である R^n_0 内の Borel 集合に属さない点 ξ で $\lim_{t\downarrow 0} f(\xi, t)$ が存在して有限である。

この定理がある意味で精密であることが次の定理からわかる。

定理２　集合 $E \subset R_0^n$ は、$p \geqq 2$ なら $p-\alpha$ 次の Riesz capacity が０で、$1<p<2$ なら $p-\alpha$ より大きいある次数の Riesz capacity が０であるとき、R_+^n 内の連続関数 f で (1), (2) を満たし、$\xi \in E$ ならば $\lim_{t \downarrow 0} f(\xi, t) = \infty$ なるものが存在する。

23．近藤誠造　（京都府大家政）

ぎ凸状領域における代数曲面の配列に関する一性質について

$\mathbb{C}^n$, $x_1, \cdots, x_n$ ($n \geqq 2$) の中の１つの領域 D をとる。字数制限のため次のものの定義は黒板で説明する：固有面 Σ，k 次元の固有（又は解析）集合 σ，固有面の配列 S，固有面の連続体 F，k 次元の一般の固有集合 σ'，D の中の代数曲面 Σ，C^r 級の固有函数 f.

<u>定理</u>　D を擬凸状領域とする。S を D の中の固有面の配列とする。もしも S が D の中の代数曲面の連続体 F を含めば、

必然的に$\mathfrak{S}$の固有面はすべてDの中の代数曲面となり且つ1つの有理函数$R(x_1,\cdots,x_n)$(≠定数)が存在してRは$\mathfrak{S}$の各固有面上定数値をとる。

<u>系</u>　$f(x_1,\cdots,x_n)$をぎ凸状領域Dで定義されたC^r級の固有函数とする。fが定義する固有面の配列$\mathfrak{S}$が上の定理の仮定をみたせばfは1つの有理函数$z=R(x_1,\cdots,x_n)$とリーマン球上のある領域で定義された1変数のC^r級の函数$\phi(z)$との合成函数である：$f=\phi(R)$.

上の定理の証明については岡先生の1934年のNote（広島大学紀要 pp. 93-98）に載っているHartogsの定理の拡張に関する定理をつかうことにより立ち所にできる。

24. 渡辺　清　（九大理）　Stein spaceとcompact Riemann面のproduct spaceにおけるLeviの問題について

1953年に岡先生によって$\mathbb{C}^n$の上の領域に対してLeviの問題 i.e.「擬凸領域は正則領域か？」が肯定的に解かれて以来、多くの人々によってその拡張がなされて来た。ここでは近年、中野先生を中心に発展しつつある weakly 1-complete space の研究の応用として上記のLeviの問題の拡張を試みる。すなわち、次の定理を示す。

<u>定理</u>　SをStein space、Rをcompact Riemann面とする。$\pi : S \times R \to S$をprojectionとし、Dを$S \times R$の領域とする。すると、次の(1), (2), (3)は互いに同値である。

(1)　Dはweakly 1-complete spaceである。i.e. D上にC^∞級多重劣調和函数φがあり、$\forall c \in \mathbb{R}$に対して、$D_c := \{x \in D ; \varphi(x) < c\} \Subset D$である。

(2)　Dは正則凸である。

(3)　DはStein spaceであるか、$D = \pi(D) \times R$である。

証明は、広中氏によって指摘された weakly 1-complete space における消滅定理を使ってなされる。

25. 照田良志子（奈良女大理）・吉岡恒夫（奈良女大理） Quelques groupes d'automorphismes analytiques de $\mathbb{C}^2$

fを2変数原始多項式，Pを定数でない1変数多項式とし、$\mathbb{C}^2$の自己同型のうちで，Gをfの任意の素面をどれかあるfの素面にうつすものの全体，Hを$p\circ f$を不変にするものの全体，Nをfを不変にするものの全体，Kをfの任意の素面をそれ自身にうつすものの全体とすると，4つの群 $G \supset H \supset N \supset K$ を得る。N, KはGの不変部分群。以上西野利雄氏による。fが$(0,1)$型のとき，西野氏の結果により簡単。fが$(0,2)$型のとき斉藤紘子氏の結果により，$x^m y^n$ 又は $x^m(x^l y + Q(x))^n$ に帰着する。前の場合，K

はHermes-Peschlの変換の全体で1変数の任意整函数をパラメータにもつ。$m=n=1$のとき$[N:K]=2$，そうでないとき$N=K$。Pが0を中心として位数kのとき，H/Nは位数kの巡回群。$G/K\approx\mathbb{C}^*$。後の場合，$N=K$でその元の形はやや複雑。やはり1変数の任意整函数をパラメータにもつ。Qの形によって$G=N$のこともあり$G/N\approx\mathbb{C}^*$のこともある。一般の場合ものべる。

26. 酒井文雄（高知大文理）

Defect relations and ramification

Wをn次元projective manifold，$B[R]$を半径Rのn次元ballとし，$f: B[R]\to W$を正則写像とする。DをW上の因子とする。次の記号を用いる。

$\psi=(2\pi)^{-1}\sqrt{-1}\log\|z\|^2$,

$\bar{N}(D,r)=\int_0^r\left(\int_{\mathrm{Supp}(f^*D)\cap B[t]}\psi^{n-1}\right)t^{-1}dt$,

$T(D,r)=\int_0^r\left(\int_{B[t]}f^*\omega\wedge\psi^{n-1}\right)t^{-1}dt$, $\omega\in C_1([D])$,

$$Ⓗ(D)=1-\limsup_{r\to R}[\bar{N}(D,r)/T(D,r)].$$

この時、一変数の類似として、次の defect relation が成り立つ。<u>定理</u>. $f: B[R]\to W$ を非退化な正則写像とする。$D_1,\cdots,D_k$ を W 上の非特異因子とし、$D_1+\cdots+D_k$ の特異点は高々 normal crossing、$\kappa(D,W)=n$ を仮定する。この時、$R=+\infty$ 又は $\liminf_{r\to R}[T(D,r)/-\log(R-r)]=+\infty$ ならば、

$$\sum_{i=1}^{k}\{\liminf_{r\to R}[T(D_i,r)/T(D,r)]\}Ⓗ(D_i)$$

$$\leqq\limsup_{r\to R}[-T(K,r)/T(D,r)].$$

但し、K は W の標準バンドル。特に $W=\mathbb{P}_n$、$D_i=d_i$ 次超曲面の時は、$\sum_{i=1}^{k}d_iⒽ(D_i)\leqq n+1$ となる。通常の重複度も込めた defect $\delta(D)$ に対しては明らかに、$\delta(D)\leqq Ⓗ(D)\leqq 1$ が成り立つ。また f が D 上で少なくとも e 重に分岐していれば、$Ⓗ(D)\geqq(1-(1/e))$ が成り立つ。

27. 渡辺　力　（金沢大教養）　整函数の0面が代数的となる例について

$n+1$ 複素変数整函数 $f(z,w)$ $(z=(z_1,\cdots,z_n))$ に対し、$A=\{(z,w)\in C^{n+1}\,;\,f(z,w)=0\}$ が代数的ならば次の事が直ちに分る。

$^\exists\tau\in R_+^n$, $^\exists r_0>0$, $^\exists l$: 正整数があって $\Delta_\tau=\{(z_1,\cdots,z_n)\in C^n\,;\,\frac{|z_1|}{\tau_1}=\cdots=\frac{|z_n|}{\tau_n}\}$ とおくとき、(i) $z\in\Delta_\tau$, $|z|\geq r_0$ なる z に対して $f(z,w)=0$ の根 w は $|w|<|z|^l$ をみたす。(ii) 原点を通り Δ_τ に含まれる複素直線 π に対し $f(z,0)|_\pi$ の零点の個数は $\pi(\subset\Delta_\tau)$ に関係なく一定である。但し $|z|^2=|z_1|^2+\cdots+|z_n|^2$

逆に整函数 $f(z,w)$ が上記二条件をみたせば A は代数的となる事が証明される。($n=1$ 即ち二変数の場合は(i)の条件のみでよい。) 証明の方法はまず二変数の場合について、L. I. Ronkin の定理、Jensen の公式等を使って最終的には定理：「Aが代数的 $\Longleftrightarrow$ $\overline{\lim_{r\to\infty}}\frac{N_f(r)}{\log r}<\infty$」に帰着させる。一般の場合は二変数の場合に成

立する事を利用し、最終的にはやはり上の定理に帰着させる。

28. 難波 誠 (東北大理) 位数2の代数函数の安定性について

Vをコンパクトリーマン面、$\mathbb{P}^1$を複素射影直線とする。V上の代数函数をVから$\mathbb{P}^1$への正則写像とみて、その全体$H(V,\mathbb{P}^1)$にcompact-open topologyを入れておく。さて$f \in H(V,\mathbb{P}^1)$が安定であるとは、$H(V,\mathbb{P}^1)$内のfのneighborhood Uが存在して、全ての$g \in U$に対してV上の自己同型aと$\mathbb{P}^1$の自己同型bとを適当にとると、gが$g = bfa$と書ける事であると定義する。この時次の定理が成立する事を示す。

<u>定理</u>　V上の位数2の代数函数は、安定である。

<u>注意</u>　位数2の代数函数が存在するようなVは、$\mathbb{P}^1$か、ellipticか、hyperelliptic

であり、それらに限る事が知られている。定理の証明は、それぞれに場合分けしておこなう。

29．尾野　功（筑波大数学系）・吉永悦男（筑波大数学系）　$M(-k)$により解消される孤立特異点の conductor number について

解析的集合Vの一点$0\in V$での conductor number を次のように定義する。IをVの特異点上で消えるV上の正則函数全体の芽のなす層。JをVの普偏分母全体の芽のなす層。このとき $\mathrm{Cond}\, V_0 := \min\{m \mid I_0^m \subset J\}$ と定義する。

一方，kを自然数とし，$\mathbb{C}^2(u,v)$と$\mathbb{C}^2(u_1,v_1)$とを変換 $u=\frac{1}{u_1}$，$v=u_1^k\cdot v_1$ により，はり合せた多様体を$M(-k)$とする。$\mathbb{P}_1 := \{v=0\}\cup\{v_1=0\}$ とおけば，$\Gamma(\mathbb{P}_1, \mathcal{O}_M)$は$\{v, uv, \cdots, u^k v\}$で生成される。そこで$G$を非負整数上で$(0,1),(1,1),\cdots,(k,1)$

で生成される半群とし，S を G の部分半群とするとき S の conductor number を $\mathrm{Cond}\, S := \sup\{q \mid {}^{\exists}p \text{ s.t. } (p,q) \in G - S\}$ で定義する。

今，S が有限生成的であり，$\{(p_1, q_1), \cdots, (p_n, q_n)\}$ をその生成系とすれば，これに対し正則写像 $\Phi : M(-k) \to \mathbb{C}^n$, $\Phi(u, v) = (u^{p_1}v^{q_1}, \cdots, u^{p_n}v^{q_n})$ が対応する。$V := \Phi(M(-k))$ とおく。このとき次を得る。

<u>定理</u>. $(0,1), (k,1) \in S$, V が 0 で孤立特異点で，Φ が V の resolution であれば，$\mathrm{Cond}\, V_0 = \mathrm{Cond}\, S$ となる。

特別講演

梶原壌二（九大理）

無限次元の空間におけるレビの問題とクザンの問題について

無限次元空間の正則領域の Cartan-Thullen 型の特徴附けは、例えば、Dineen [4], Matos [14], [15] によって与えられた。正則領域の擬凸性は、有限開位相をもつ vector 空間には、Bremermann [1] によって、可分な Banach 空間には Coeuré [3] によって示された。例えば、後者では、

__定理 1__. Banach 空間 E 上の領域 (X, p) に対して、命題 (1) ～ (4) は同値であり、可分な E 上の正則領域は (1) ～ (4) をみたす。

(1) E の任意の単位 vector a に対して、a 方向の距離関数 $d_a(x)$ について、$-\log d_a(x)$ は X 上で多重劣調和である。

(2) E 上の距離関数 $d(x)$ について、

$-\log d(x)$ は X 上で多重劣調和である。

(3) $d(x)\to 0$ のとき、$u(x)\to +\infty$ となるような X 上の多重劣調和関数 u がある。

(4) X の任意の compact 集合 K に対して、K の多重劣調和核 $\hat{K}$ は $d(\hat{K})>0$ をみたす。

逆に擬凸領域は正則領域かという Levi の問題について述べよう。複素平面 C の可算個の直積空間 C^N の単葉な領域については Hirschowitz [7] が、C^N の上の領域については Matos [16] が正則領域の擬凸性による特徴付けを得ている。Matos は U 上の正則関数が U の点を分けるときに次の定理を示している。

<u>定理 2</u>. C^N の上の領域 (U,φ) に対して命題 (1) ～ (5) は同値である。

(1) (U,φ) は正則領域である。

(2) (U,φ) は正則被である。

(3) (U,φ) は正則凸である。

(4) (U,φ) は局所擬凸，即ち任意有限

次元部分空間との切り口が擬凸である。

(5) 自然数 n, C^n の上の正則領域 (U_n, φ_n) があって、(U, φ) は $(U_n \times C^{N-n}, \varphi_n \times id)$ と同型である。

Gruman [6] は 有限開位相 Vector 空間または 可分な Hilbert 空間の局所擬凸領域は正則領域であることを示した。これらは単葉な場合に示されているが、Oka の結果と Hörmander [8] の方法を併用すれば、被拡領域に対して

<u>定理3</u>. 有限開位相 Vector 空間 または可分 Hilbert 空間の上の局所擬凸領域は正則領域である。

次に Cousin 問題については、Dineen [5] は U が単葉であるとき次の定理を示した。

<u>定理 4</u>. 有限開位相 Vector 空間の上の局所擬凸領域 (U, φ) に対して、
$H^p(U, \mathcal{O}) = 0$, $p \geqq 1$.

Kajiwara [9] は $(\bar{C}^N)$ の正則領域の

cohomology による特徴附けを与え、Serre および Laufer の定理が無限次元の場合にも拡張されることを示した。

<u>定理5</u>. $X=(\bar{C})^N$ または C^N とするとき、X の領域 U に対して命題 (1) ~ (5) は同値である。

(1) U は正則領域である。

(2) U は有理型領域である。

(3) U は局所擬凸である。

(4) U の各境界点は $X-U$ の有限位数の点の集合の触点で、$H^p(U, \theta)=0$, $p \geqq 1$.

(5) (4) の前半の条件の下で、

$\dim H^p(U, \theta)<+\infty$, $p \geqq 1$.

Oka の原理については、Kajiwara [10] は

<u>定理6</u>. L を Banach 多様体であるような複素 Lie 群、U を有限開位相を持つ複素 Vector 空間または、可分 Hilbert 空間の局所擬凸領域とする。U 上の L を構造群とする複素解析的主 fibre bundle が位相

的に同型であれば解析的に同型である。

系1. $H^1(U, \Theta) = 0$.

系2. Hilbert 空間 H の general linear group を $GL(H)$ と書くと、U 上の $GL(H)$ を構造群とする複素解析的主 fibre bundle は解析的に trivial である。

Kuiper [13] より得られる系2は、Bungart [2], p66 の問題の一つの肯定的解答である。

参考文献

[1] H. J. Bremermann, Pseudoconvex domains in linear topological spaces, Proc. Conf. Complex Anal. Minneapolis, Springer. (1964), 182-166.

[2] L. Bungart, On analytic fibre bundles-I. holomorphic fibre bundles with infinite dimensional fibres, Topology 7 (1968), 55-68.

[3] G. Coeuré, Fonctions plurisousharmoniques sur les espaces vectoriels topologiques et applications à l'étude des fonctions analytiques,

Ann. Inst. Fourier 20 (1970), 361-432.

[4] S. Dineen. The Cartan-Thullen Theorem for Banach spaces. Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa. 24 (1970), 667-676.

[5] S. Dineen, Sheaves of holomorphic functions on infinite dimensional vector spaces, Math. Ann. 202 (1973), 337-345.

[6] L. Gruman, The Levi problem in certain infinite dimensional vector spaces, Ilinois J. Math. 18 (1974), 20-26.

[7] A. Hirschowitz. Remarques sur les ouverts d'holomorphie d'un produit dénombrable de droites, Ann. Inst. Fourier 19 (1969), 219-229.

[8] L. Hörmander, An introduction to complex analysis in several variables, Van Nostrand, Princeton 1966.

[9] J. Kajiwara, La récipioque du théorème d'annulation et de finitude de cohomologie dans l'espace produit d'une famille

dénombrable de sphères de Rieman (à parraître).

[10] J. Kajiwara, Le principe d'Oka en dimension infinite (à parraître).

[11] J. Kajiwara and H. Kazama, Oka's principle for relative cohomology sets, Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ. 23 (1973), 33-70.

[12] J. Kajiwara and H. Kazama, Two dimensional complex manifold with vanishing cohomology sets, Math. Ann. 204 (1973), 1-12.

[13] N. H. Kuiper, The homotopy type of the unitary group of Hilbert space, Topology 3 (1965), 19-30.

[14] M. C. Matos, Sur les ouverts de τ-holomorphic dans les espaces de Banach séparables, C. R. Acad. Sci. Paris 27 (1970), 1165-1166.

[15] M. C. Matos, Domain of τ-holomorphy

in a separable Banach spaces, Math. Ann. 195 (1972). 273-278.

[16] M. C. Matos, The envelope of holomorphy of Riemann domains over a countable product of complex planes, Trans. Amer. Math. Soc. 167 (1972), 379-387.