1974
October

日 本 数 学 会

昭 和 49 年 秋 季 例 会

講 演 アブストラクト

函 数 論

時…… 10 月 12 日 ・ 13 日

所…… 京 都 大 学 理 学 部

12日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 11**
	13.00 ～ 15.20	普通講演	**12 ～ 20**
	15.30 ～ 17.00	特別講演	
13日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**21 ～ 31**
	13.00 ～ 15.00	普通講演	**32 ～ 38**
	15.20 ～ 16.50	特別講演	

10 月 12 日

1. **Chung-Chun Yang** (Naval Research Center)・**占部博信**（京都教育大）**On the permutability of entire functions of finite order.**

$f(z), g(z)$ を整函数とし，すべての z に対して $f(g(z))=g(f(z))$ が成り立つとき f と g は可換であるという．整函数の可換性については，I.N. Baker や V. Ganapathy Iyer 等の研究があるが，我々は f も g も共に正の有限位数をもち，かつ，互いに可換のとき，g と f はどういう関係にあるかを問題にする．ここで，次のような class を導入しよう．$\alpha\in H(\alpha\in \underline{H}$ resp.) とは，$\overline{\lim}_{r\to\infty}\log\log M(r,\alpha)/\log\log r<\infty$ ($\underline{\lim}_{r\to\infty}\log\log M(r,\alpha)/\log\log r<\infty$ resp.) のときとする．このとき次のことが成立する．**定理**．$f(z)=\alpha(z)\cdot e^{P(z)}$, $\alpha(z)\in H$ で $P(z)$ は非定数多項式とし，$g(z)$ は $f(z)$ と可換な正の有限位数をもつ整函数とすれば，ある定数 $a\neq 0$ が存在して $g(z)=af(z)$ である．――上の定理の証明には次の事実等が使われる．**補助定理**．$\beta(z)$ は位数 0 の整函数であって $\beta\notin\underline{H}$ とし，$f(z)$ を有限位数かつ正の下位数をもつ整函数とすれば，$\beta(f)$ の零点の収束指数は ∞ である．――上の定理において，$f'(z)=\alpha(z)e^{P(z)}$ と仮定するときは，その結論として，$g(z)=af(z)+b$ を得る．

2. **小林　忠**（東工大理）**ある種の整函数の下位数について**

次の結果を報告する．$f(z)$ は種数 $q(q\geqq 1)$ の整函数でその零点がすべて角領域 $\{z|\,|\arg z|\leqq\omega<\pi/2q\}$ にのみ分布しているならば，その位数 λ，下位数 μ は $q\leqq\mu\leqq\lambda\leqq q+1$ をみたす．ここで角領域の角度 π/q は best である．また $g(z)$ は位数が無限の整函数でその零点はすべて実数ならば下位数も無限となる．

3. **新濃清志**（横浜国大工）**整函数による合成函数の deficiency について**

次の二つの結果を報告する．(1) $1/2<\mu\leqq\lambda<+\infty$ なる実数 μ,λ に対して，次の性質をみたす order zero の超越整函数族 $\mathfrak{G}(\mu,\lambda)$ が存在する：$\mathfrak{G}(\mu,\lambda)$ の任意の元 f, order λ かつ lower order μ の任意の整函数 g と任意の有限な複素数 a に対して，つねに $\delta(a,f\circ g)=0$ が成立する．(2) f,g を超越整函数，a を $f(z)$ の Borel の除外値，g を有限 order とするならば，$\delta(a,f\circ g)=1$.

4. **小沢　満**（東工大理）**On certain criteria for the left-primeness of entire functions, II.**

春に報告した結果の持つ欠点の一つとしてつぎの例がある．$z\sin z+z$ には応用できない．理由．$F(z)=0$, $F'(z)=0$ が無限個の共通零点を持つ．この種の欠点を補う定理として，**定理 1.** F は有限位数の整函数．$F(z)=A$ の単根は少なくとも一個存在し，しかも有限個であり，同一重複度の重根が無限個あるとする．$F(z)=c$, $F'(z)=0$ の共通根は任意の $c\neq A$ に対して有限個である．そのとき $F(z)$ は entire の意味で左-素である．**定理 2.** F は整函数，A は定理 1 と同じで $N(r,A,F)-\bar{N}(r,A,F)\geqq Km(r,F)$, $N(r,0,F')-(N(r,A,F)-\bar{N}(r,A,F))\geqq km(r,F)$ が $K,k>0$ でなりたつとする．さらに任意の $c\neq A$ に対して $F(z)=c$; $F'(z)=0$ の共通根は有限個ならば，F は entire の意味で左-素である．――これらの応用についても報告する．

5. **小沢　満**（東工大理）**Sufficient conditions for an entire function to be pseudo-prime.**

つぎの定理とその応用について報告する．**定理．** F は超位数 $\hat{\rho}_F<q$（正の整数）の整函数．$F(z)=A$ の根 $\{a_n\}$ は $\sum 1/|a_n|^q=\infty$, $\sum 1/|a_n|^{q+1}<\infty$, $|\pi-\arg a_n|\leqq\pi/2(q+1)$ をみたす．そのとき $F(z)$ は entire の意味で右-素である．――証明には，Bieberbach, Tsuzuki, Kobayashi の諸結果を援用する．

6. **佐藤恒雄**（千葉大教養）**On the asymptotic behavior of algebroid functions of extremal growth.**

lower order μ が 1 より小さい整函数 $g(z)$ に対しては $\overline{\lim}_{r\to\infty}N(r,0)/\log M(r,g)\geqq(\sin\pi\mu)/\pi\mu$ が成り立つことがよく知られているが，このとき等号が成り立つならば Tauber 型の定理が成り立つ．本講演では，このことが，ある種の条件の下に，lower order が 1 より小さい n 価超越整代数型関数に対しても成り立つことを述べる．

7. **古田政義**（岡山大工）**Some remarks on the deficiencies of meromorphic functions of finite order.**

$f(z)$ を有限な order をもつ $|z|<\infty$ での有理型函数とする．このとき，$\delta(\infty,f')=1$ ならば $\delta(\infty,f)=1$ であることを示す．このことから，つぎの結果を得る．(i) $\delta(\infty,f)<1$ ならば $\sum_a\delta(a,f')<2$, (ii) $\sum_a\delta(a,f)=2$ and $\sum_a\delta(a,f')=2$ ならば $\sum_{a\neq\infty}\delta(a,f)=1$ and $\delta(\infty,f)=1$ であり，逆もまた成立する．さらに，$\sum_a\delta(a,f)=2$ ならば $\delta(0,f')=1$ であることは知られているが，$\delta(\infty,f')$ については，$\delta(\infty,f')=\delta(\infty,f)/(2-\delta(\infty,f))$ なる関係式をみたすことを示す．

8. **黒川都史子**（三重大教育）・**松本幾久二**（名大教養）**完全分岐値の個数について**

Nevanlinna 理論によれば $|z|<+\infty$ で有理型な函数はすべて高々4個しか完全分岐値をもちえない．ところでこのようなことが言える領域は $|z|<+\infty$ に限らない．実際ここで z-平面の perfect set E の補領域で E 内の少なくとも1点に特異点をもつ有理型函数がすべて高々4個の完全分岐値しかもちえなくなる E の存在を示す．証明はよく知られているように5個以上の完全分岐値をもつ函数は Lehto-Virtanen の意味で正規有理型函数であることを用いる．

9.　加藤正公（静岡大教養）・**戸田暢茂**（名大教養）**函数系の除外一次結合について**

$f=(f_0,\cdots,f_n)\,(n\geqq 3)$ を $|z|<\infty$ での transcendental な函数系，X を一般位置にある $f_0,\cdots,f_n$ の定数係数の一次結合の集合としたとき，**定理:** $X\ni {}^{\exists}F, F_0,\cdots,F_{n+1}$ such that i) $\{F_i\}_{i=0}^{n}$ 内の任意の $n-2$ 個は一次独立，ii) $\delta(F)+\delta(F_0)+\cdots+\delta(F_{n+1})>n+2\Rightarrow F=\alpha F_j\,(\alpha\neq 0$, 定数, $0\leqq j\leqq n)$；を得る．

10.　長田彰夫（岐阜薬大）**Annular functions の zeros と Fatou points**

D: $|z|<1$ 内の正則関数 $f(z)$ は，Γ: $|z|=1$ に拡がる単純閉曲線の列 $J_n\subset D$ があって，$\min_{z\in J_n}|f(z)|\to+\infty$ なるとき annular といわれる．特に $\{J_n\}$ が同心円列 $\{|z|=r_n\}$ なるとき strongly annular という．定義より，annular な $f(z)$ は無限個の zeros をもち，その limit points の全体 $Z'(f)$ は，Γ の閉部分集合である．無限積や無限級数の形の annular な例をつくることは簡明であるが，それらの zeros の分布については，$Z'(f)=\Gamma$ が唯一つの情報といってよい．Bagemihl-Erdös は「$f(z)$ が annular ならば $Z'(f)=\Gamma$ か?」を問題としていたが Barth-Schneider の例はこれを否定した．しかしこの例が strong であるか否かは不明でありこの問題は，strong annular なる条件下では未解決である．一方 $Z'(f)=\Gamma$ との関連で「Fatou points をもつ annular functions は存在するか?」が問題とされている (Bonar)．実際，Fatou points を全くもたない例もある．ここでは上記2問題に対する解答を述べる．

11.　吉田英信（千葉大教養）**単位円内で正則な関数の boundary behavior に関して**

Seidel (Holomorphic functions with spiral asymptotic path, Nagoya Math. J., **14** (1959)) の中のある定理と，それに関連した Faust (Nagoya Math. J., **20** (1962)) の結果の両証明をくわしくしらべることによって得られた，単位円内で正則な関数の boundary behavior に関する一つの **定理:** $f(z)$ を単位円内で正則な関数とせよ．$E(f)$ によって次の性質を持つ単位円周上の点の集合をあらわす；各点 $\tau\in E(f)$ に終る半径上に $\rho(z_n, z_{n+1})<M(\tau)\,(n=1,2,3,\cdots)$，但し，$M(\tau)$ は定数，を満すある点列 $\{z_n\}, |z_n|\to 1$, が存在する.——この時，σ-porosity の集合を除けば，$E(f)$ の各点は，∞ を Fatou value として持つ Fatou point かまたは $f(z)$ の angular Picard point である．さらに，この定理を spiral functions と annular functions に適用することによって得られる若干の結果を報告する．ここで，τ が $f(z)$ の angular Picard point であるとは，τ での Stolz angle $\Delta(\tau)$ に関する $f(z)$ の range を $R_{\Delta(\tau)}(f)$，τ での $f(z)$ の angular range を $A(f,\tau)$, $A(f,\tau)=\cap_{\Delta(\tau)}R_{\Delta(\tau)}(f)$，によってあらわすとき，$W$(全有限平面)$-A(f,\tau)$ が高々一点よりなることをいう．

12.　辻　良平（東京理大理）**$N(3,k)$ の決定について**

種数 g，境界成分数 k のすべての有限リーマン面の中で，その自己等角写像群の最大位数を $N(g,k)$ と表わす．この正確な値は，$g=0,1,2$ のとき，および $k=1,2,3$ のときにはそれぞれすでにしらべられている．ここでは，$g=3$ の場合について，その値が決定できたことを報告する．証明には，群の位数が大きい時には，面は特定の10種のいずれかになることを導びき，その面の第一種微分を用いて Weierstrass 点の位置を決めることにより，群の構造を完全に定める．結果は，$N(3,k)$ は 168, 96, 48, 24, 16, 14, 12, 9, 8, 6 のいずれかの値を取り，周期1008の k の周期関数となる．

13.　渡辺　治（愛知教育大）**開 Riemann 面上の双対定理について**

最近開 Riemann 面上の Riemann-Roch の定理について斎之内先生の無限因子を取り扱ったものと，柴氏による理想境界における双対定理としての取り扱いの2つの研究が示されたが，後者の研究も形式的には無限因子の取り扱いを避けてはいない．しかし両者の結果は完全に同一とはいえないので，両者の結果を統一することが問題になるが，ここでは開 Riemann 面 R がある種の零境界をもつとき，一方では斎之内先生の結果を拡張し他方では柴氏のそれと類似の結果を与える双対定理を示したい．そのために R の Kerékjártó-Stoïlow のコンパクト化 R^* 上の因子を適当に定義し，柴氏の定義した理想境界における因子と従来の因子を統一する．

14.　長坂行雄（北大理）**リーマン面上の Lindelöf 型の定理について**

R, R' は，O_G でないリーマン面，$\{R_n\}$ は R の近似列，φ は R から R' への解析写像，γ: $z=z(t), 0\leqq t<1$ は R 上の path で $t\to 1$ のとき R の境界に近づいてい

るものとする．$0<\delta<1$, $\Omega_n(\gamma;\delta)=\{z\in R \mid 1_{\gamma\cap(R-R_n)}(z)>\delta\}$, $\varphi(\gamma;\delta)=\cap_{n=1}^{\infty}\overline{\varphi(\Omega_n(\gamma;\delta))}$, $\varphi^{\cup}(\gamma)=\cup_{0<\delta<1}\varphi(\gamma;\delta)$ (閉包は R' の倉持コンパクト化 R'^{*}_{N} の中で考える.)
定理 1. $\lim_{t\to1}f(z(t))=b\in R'^{*}_{N}$ とする．もし $b\in R'$ ならば，$f^{\cup}(\gamma)=\{b\}$，もし $b\in\Delta_1-\Delta_S$ ならば，$f^{\cup}(\gamma)\cap(R'^{*}_{N}-\Delta_0)=\{b\}$ である．——L を $z_0\in R$ から発する Green 曲線の全体とする．Godefroid の定理と合せて，
定理 2. R 上の AD-函数 f は，Green 測度零の集合を除いてほとんどすべての $l\in L$ について $f^{\cup}(l)$ は，ただ 1 点からなる．

15.　田中　博（北大理）**リーマン面上の擬等角写像について**

R, R_1, R_2 を開リーマン面とする．$a, b\in R_0=R-K_0$ (K_0 は R 内の閉円板) に対して，a と b を R_0 内で結ぶ閉曲線の倉持容量の下限を $d(a,b)$ であらわす．このときつぎが成り立つことを示す．(1) $d(a,b)$ は R_0 上の距離函数である．(2) R の倉持境界点を極とする倉持核がすべて非有界ならば，R の d に関する完備化 R^{*}_{d} はコンパクトである．(3) f を R_1 から R_2 への擬等角写像とする．もし，R_1 と R_2 が (2) の仮定を満すリーマン面ならば，f は $(R_1)^{*}_{d}$ から $(R_2)^{*}_{d}$ への位相写像に拡張できる．

16.　斎藤三郎（芝浦工大）**Fuchsian groups に対する保型函数と Szegö 型核函数**

L. Bers (1965) は基本領域上の積分で定義された重さ $-2q$ ($q\geqq1$) の保型函数の作る Banach 空間を導入し，L. V. Ahlfors (1964) とともに Klein 群の研究に新しい転機を与えている．この理論はある重さのついた Bergman 核函数の研究と解せるが，とくに可測函数から holomorphic forms への射影作用素と自明な群に対する forms から任意の不連続群に対する forms への Poincaré series map の性質が鍵となっている (cf. Kra の本，第3章)．ここでは基本領域のある境界上の積分で定義された任意整数 order の保型函数の作る Banach 空間を導入し，Bers との関連において射影作用や Poincaré series map 等に対応する性質が述べられる：第一歩として主に群 G が parabolic と elliptic 要素を含まない第二種の有限生成 Fuchsian 群の場合に Szegö 型核函数を考え，面上の核函数の性質から保型函数に関する結果を導く．$q=0$ の場合には F. Forelli (1966) と C. J. Earle and A. Marden (1969) の conditional expectation operator より具体的な形を得るが $q=0, 1$ 以外のときには計算的に複雑になっている．

17.　佐々木武彦（山形大教育）**関数群の非不変成分について**

Klein 群 G が不変成分をもつとき関数群といわれるが，この群の二つの非不変成分に関する共通不変部分群および共通境界について調べ，それらの間の関係を明らかにする．**定理:** G は関数群とする．二つの非不変成分 Δ, Δ' に関する Fuchs 同値群 $\Gamma_{\Delta}, \Gamma_{\Delta'}$ が有限生成第1種ならば，共通不変部分群が放物巡回群であるための必要十分条件は共通境界が一点よりなることである．——次にこの定理より導かれるいくつかの結果を述べる．最後に B-group に関する Maskit の結果に言及する．

18.　仲田正躬（山形大理）**有限生成函数群の成分の個数について**

クライン群 G において $\Omega(G)$ をその不連続領域，$\Lambda(G)$ をその極限集合とする．$\Lambda(G)$ が有限集合の時 G を elementary group という．Δ_0 を $\Omega(G)$ の一つの成分とした時，任意の $g\in G$ について $g(\Delta_0)=\Delta_0$ が成り立つ時 Δ_0 を G の不変成分という．不変成分をもつクライン群を函数群という．non-elementary な有限生成函数群 G において，その不変成分 Δ_0 が特に単連結の時この G を B-群という．Δ, Δ' を $\Omega(G)$ の二つの成分とした時 Δ と Δ' が同値とは，ある $g\in G$ が存在して $g(\Delta)=\Delta'$ となる事とする．この時 P を $\Omega(G)$ の非同値な成分の個数，N を G の生成元の個数とした時次の事を証明する．**定理.** G を non-elementary な有限生成函数群，Δ_0 をその不変成分とする．この時 $P\leqq[(3/2)(N-1)-(g_0-2)]$ (G: B-群)，$P\leqq3(N-1)-(g_0-2)$ (G: B-群でない函数群)；ここで g_0 は Δ_0/G の種数，$[x]$ は x の整数部分をあらわす．

19.　佐藤宏樹（静岡大理）**Klein 群の空間の境界について**

F を第一種有限生成 Fuchs 群とし，そのタイヒミュラー空間を $T(F)$，境界を $\partial T(F)$ とする．$\varphi\in T(F)$ に対し quasi-Fuchsian 群 G_φ が対応し，$G_\varphi=w_\varphi F w_\varphi^{-1}$ なる q. c. map w_φ: $\hat{C}\to\hat{C}$ が存在する．今 $w_\varphi(U)/G_\varphi=S_\varphi$ が超楕円面なる φ をとる．**定理.** S_φ の2つの分岐点を互に近づけるという変形により G_φ は $\partial T(F)$ 上の cusp φ_0 に対応する境界群 G_{φ_0} へ行く．——証明は Bers の不等式を用いずに extremal length を用いて行なう．超楕円面に制限することなく，一般の面に対しても pinching を行なうことにより cusp に達することも同様に分る．この方法の利点は，Klein 群 G の空間 $T(G)$ の境界 $\partial T(G)$ が定義でき，対応 $G\to G_0$ (境界群) が同型なることが分れば，上の定理がこの空間の境界に対しても成り立つことが分るという点にある．たとえば Schottky 空間の境界に対しても適用できる．

20.　山本博夫（東北大理）**On limits of Kleinian**

or $0 \leqq (\mathrm{trace}\,\varphi(T))^2 \leqq 4$

groups.

定義. Klein 群 G' から Klein 群 G'' の上への isomorphism φ が，$0\leqq(\mathrm{trace}\ T)^2\leqq4$ $(T\in G')$ なら $(\mathrm{trace}\ \varphi(T))^2=(\mathrm{trace}\ T)^2$ が成り立つとき，φ は type preserving isomorphism であるという．Chuckrow は次の定理を証明した．**Chuckrow の定理.** $G=\{S_1,S_2,\cdots\}$, $G(n)=\{S_1(n),S_2(n),\cdots\}$ を Klein 群とする．〔仮定〕(i) すべての j について $\lim_{n\to\infty}S_j(n)=\Sigma_j$ が存在する，ここに Σ_j は Möbius 変換である．(ii) G から $G(n)$ への mapping φ_n: $S_j\mapsto S_j(n)$ は type preserving isomorphism である．〔結論〕mapping φ: $S_j\mapsto\Sigma_j$ は G から $\Gamma=\{\Sigma_1,\Sigma_2,\cdots\}$ の上への isomorphism で Γ は infinite order の elliptic element を含まない．——Chuckrow の定理に関し，次の結果を得た．**定理.** Chuckrow の定理と同じ仮定の下で，Γ は discrete である．——明らかにこの定理は次に示す Marden の定理を含む．**Marden の定理.** Schottky 空間の境界群は discrete である．

特 別 講 演

佐藤宏樹（静岡大理）　**Klein 群の空間——特に Teichmüller 空間——とその周辺について**

本講演においてまず Klein 群に関連する部門の内容を概観し，次に Klein 群の空間の理論を述べる．

1960 年頃までのこの方面の結果は Oikawa[7] に見事にまとめられ，また 1972 年名大での函数論研究連絡会における Oikawa-Sato の講演により 1970 年頃までの Klein 群と Eichler 積分に関する結果が述べられている．したがって Klein 群，Eichler 積分に関してはその後の結果，また関連する分野であるテーター函数に関しては最近の Rauch, Farkas の一連の結果を述べる．

本講演の中心は Klein 群の空間の理論の紹介であり，それは Klein 群の空間とその境界様相の 2 つに分けられる．

1. Klein 群の空間.

Klein 群の空間の研究のきっかけは Bers-Greenberg [3] にある．その中の 2 つの idea をもとにして Bers[2] は理論を構成し，Kra[4] が統一的に仕上げ，また Maskit[6] は別の角度から，系として同じ結果を出している．

G を有限生成 Klein 群，$M(G)$ を G に関する Beltrami 係数の空間とする．$\mu\in M(G)$ に対し Beltrami 方程式をみたす正規化された一意の解を w^μ とかく．μ,ν が同値であるとは，$w^\mu|\Lambda=w^\nu|\Lambda$ のとき（Λ は G の limit set)．μ,ν が強同値とは (i) $w^\mu|\Lambda=w^\nu|\Lambda$, (ii) D を G の不連続の領域 Ω の成分とするとき，各 D に対し w^μ と w^ν は D の ideal boundary を modulo としてホモトープなるときいう．$T(G)=M(G)/$同値を q.c. deformation space といい，$\tilde{T}(G)=M(G)/$(強同値) を強 q.c. deformation space という．

定理. ([2], [4], [6]) (1) $T(G)$ は複素解析多様体である．(2) $\tilde{T}(G)$ は $T(G)$ の holomorphic universal covering. (3) $\tilde{T}(G)$ は G の Fuchsian model のタイヒミュラー空間の積と同一視される．i.e., $\tilde{T}(G)\cong\tilde{T}(F_1)\times\cdots\times\tilde{T}(F_n)$. (4) $T(G)=\tilde{T}(G)/\Gamma(G)$; $\Gamma(G)$ は $\tilde{T}(G)$ 上不連続に作用する固定点なしの群．(5) $T(G)\cong T_0(G)\times\cdots\times T_0(G_n)$; $G_1,\cdots,G_n$ は Ω の成分の inequivalent stability 部分群の maximal set で，$T_0(G_j)$ は $T(G_j)$ のある部分空間である．

2. Klein 群の空間の境界様相.

境界の方は今までのところ統一的に扱かわれていないようである．特に Teichmüller 空間と Schottky 空間の研究がなされているので，それらの結果を述べる．

F を有限生成第一種 Fuchs 群とし，$T(F)$ を F の Teichmüller 空間とする．$B(L,F)$ を下半平面 L における F に対する有界 2 次微分の空間とする．$T(F)$ を $B(L,F)$ に埋蔵し，そこで境界 $\partial T(F)$ を考える．$\varphi\in B(L,F)$ に対し，$2\eta''(z)+\varphi(z)\eta(z)=0$ の正規化された 2 つの解の商を $W_\varphi(z)$ とする．$\chi_\varphi(\gamma)=W_\varphi\circ\gamma\circ W_\varphi^{-1}$, $\gamma\in F$ とおく．$\varphi\in\partial T(F)$ に対し $\chi_\varphi(F)$ を F の境界群という．$\chi_\varphi(\gamma)$ が parabolic となる hyperbolic な元 $\gamma\in F$ が存在するとき $\varphi\in\partial T(F)$ を cusp という．$\chi_\varphi(F)$ の不連続の領域が連結で単連結であるとき $\varphi\in\partial T(F)$ を degenerate という．

定理. ([1]) (1) F の境界群は唯一つの不変成分（単連結）をもつ．(2) $\partial T(F)$ 上 cusps が存在する．(3) “大部分” の境界群は degenerate である．“大部分” とは次元の意味でいう．

Maskit[5] は幾何学的に，$\partial T(F)$ の様相を決定した．非常に興味ある結果である．有限生成 non-elementary Klein 群 G が単連結成分 Δ_0 をもつとき B-group という．parabolic な元 $\gamma\in G$ が APT であるとは $\chi_\varphi^{-1}(\gamma)$ が hyperbolic なるときいう．S_0 を finite リーマン面とし，$\alpha_1,\cdots,\alpha_k$ を S_0 上のホモトピカリーに独立な loops の集合とする．各 α_i を一点に縮め，2 方向へその点をひっぱり，1-cell にする．できた 2-complex $K=K(S_0,\alpha_1,\cdots,\alpha_k)$ を associated 2-complex という．

定理. ([5]) (1) G を不変成分 Δ_0 をもつ B-group とし，$S_0=\Delta_0'/G$ (Δ_0' は $\Delta-\{$elliptic fixed points$\}$), $K=K$

$(S_0, \alpha_1, \cdots, \alpha_k)$ を 2-complex とする．このとき $\Omega(G)'/G=S_0+S_1^*+\cdots+S_l^*$ となる K 上の marking $S_1^*, \cdots, S_l^*$ が存在する．(2) $S_0, \alpha_1, \cdots, \alpha_k$, $K=K(S_0, \alpha_1, \cdots, \alpha_k)$ を定理の前にかかれたものとする．$S_1^*, \cdots, S_l^*$ を K 上のある marking とすると次の条件をみたす不変成分 Δ_0 をもつ B-group G が存在する：(i) $\Delta_0'/G=S_0$, (ii) $\tau_G(\alpha_1), \cdots, \tau_G(\alpha_k)$：$G$ における APT's の basis, (iii) $\Omega(G)'/G=S_0+S_1^*+\cdots+S_l^*$. (marking, τ_G の定義は講演中行なう.)

Schottky 空間の境界についても述べる．境界は C^{3g-3} の中で考え，cusps と non-Kleinian group から成ることが知られている．

参 考 文 献

[1] L. Bers, On boundaries of Teichmüller spaces and on Kleinian groups: I, Ann. of Math. **91** (1970), 570–600.

[2] L. Bers, Spaces of Kleinian groups, Lecture Notes in Math. **155** (1970), Springer, Berlin, 9–34.

[3] L. Bers and L. Greenberg, Isomorphisms between Teichmüller spaces, Ann. of Math. Studies, **66** (1971).

[4] I. Kra, On spaces of Kleinian groups, Comment Math. Helv. **47** (1972), 53–69.

[5] B. Maskit, On boundaries of Teichmüller spaces and on Kleinian groups: II, Ann. of Math. **91** (1970), 607–639.

[6] B. Maskit, Self-maps of Kleinian groups, Amer. J. Math. **93** (1971), 840–856.

[7] K. Oikawa, Riemann 面の modulus について，数学 **12** (1960), 79–104.

10 月 13 日

21. 小川枝郎（神戸大工）・**村沢忠司**（京都府大家政）**On the monotonicity of the kernel function with respect to the domain of its definition on a harmonic space.**

複素平面上の滑らかな境界をもつ有界領域 B 上で，微分方程式 $\Delta\varphi-P\varphi=0$ の解で，有限な Dirichlet ノルム $D[\varphi]=\iint_B[\varphi_x^2+\varphi_y^2+P\varphi^2]dxdy<\infty$ をもつ関数 φ のつくる Hilbert 空間を $\Lambda^2(B)$ で示す．ここで P は実数変数 x, y の正の解析関数とする．$K_B(z,\zeta)$ で $\Lambda^2(B)$ の再生核を示すとき，S. Bergman は次のことを示した：B_1, B_2 は複素平面上の滑らかな境界をもつ有界領域で $B_1\supset B_2$ とするとき，$\Lambda^2(B_1)$ と $\Lambda^2(B_2)$ との再生核 $K_{B_1}(z,\zeta)$ と $K_{B_2}(z,\zeta)$ との間に，点 $(z,z)\in B_2\times B_2$ 上において，$K_{B_1}(z,z)\leqq K_{B_2}(z,z)$ の関係が成立する．——我々はさきの学会講演において，Bauer の公理系をみたす調和空間内の relatively compact open set 上で定義されるある種の調和関数族のつくる Hilbert 空間の再生核が存在することを示した．この講演では，この再生核についても上述の Bergman の結果：定義領域に関して再生核の単調性が成立することを示し，それに関連する性質についてのべる．

22. 樋口 功（鈴鹿工専）**On the transitive domination principle for the continuous function-kernels.**

G, N を局所コンパクトな Hausdorff 空間 X 上の非対称（広義）連続関数核とし，X 上の台が有界な正測度の全体を M_0，その中で G-エネルギー有限なものの全体を E_0 と書く．$\mu\in E_0$, $\nu\in M_0$ に対し S_μ 上 $G_\mu(x)\leqq N_\nu(x)$ なら X 上 $G_\mu(x)\leqq N_\nu(x)$ となるとき G は N に関し相対優越原理をみたすといい，μ, $\nu\in M_0$ ($S_\mu\cap S_\nu=\phi$) に対し S_μ 上 $G_\mu(x)\leqq G_\nu(x)$ なら X 上 $N_\mu(x)\leqq N_\nu(x)$ となるとき G は N に関し推移優越原理をみたすという．G が N に関し相対優越原理をみたすことと $\check{G}$ が $\check{N}$ に関し推移優越原理をみたすことが同値であることがわかった．(これははじめ M. Kishi により G と $\check{G}$ が連続性原理をみたすという仮定の下に得られたものだが，この仮定を除き得た.) これから，G が優越原理をみたすことと $\check{G}$ が優越原理をみたすことの同値性が得られ，従って G が優越原理をみたせば $G, \check{G}$ が連続性原理をみたすことの簡単な別証が得られる．さらに G が最大値原理をみたすことと $\check{G}$ が正質量原理をみたすことの同値性，等諸原理を推移優越原理の立場で見直す．

23. 伊藤正之（名大理）**完全劣調和核について**

R^n 上の定数係数楕円型作用素 L で，素解 G_L が Hunt 核になる場合を考える．半直線上の“完全単調性”を拡張して，合成核 N が任意整数 $m\geqq 0$ に対して，$R^n-\{0\}$ 上 $L^mN\geqq 0$ を満す時，完全劣調和という．G_L に関するレゾルベントを $(G_{L,p})_{p\geqq 0}$ と記す．また $N=O(G_L)$ ($|x|\to\infty$) を常に満すもののみを考える．(a) G_L の台が 1 次元部分空間にならない時，ある特殊な場合を除き，次の 2 条件は同値となる：(1) N は完全劣調和となる．(2) ある非負定数 $a\geqq 0$ と R^+ 上の正測度 ν によって，$N=a\varepsilon+\int G_{L,p}d\nu(p)$ と表現される．ただし，ε は Dirac 測度である．(b) G_L の台が 1 次元部分空間にな

る時，自然な変換で R^1 上での考察となる．(a) の場合と異なり，上の積分表示が R^+ 上，CR^+ 上それぞれ別の正測度で表現される．——従って，$N(\neq 0)$ の完全劣調和性は，特殊な場合を除き，N が Hunt 核となる十分条件である．また R^1 上 $L=-d/dt$ とすれば，Bernstein の定理である．

24. 村井隆文（名大理） **On the radial limits of potentials.**

n 次元 Euclid 空間内の α 次の Riesz ポテンシャル U を1つ取る．U を単位円板 B 内のみで考える．U の ∂B へ向う radial limit $\lim_{r\uparrow 1} U(r\zeta)$ $\zeta\in\partial B$ については，α 次の容量0の集合を除いて，これが存在することがよく知られている．我々は，原点へ向う極限 $\lim_{r\downarrow 0} U(r\zeta)$ $\zeta\in\partial B$ についても，同様のことが成立することを示す．次に，R^n の右半空間 R^n_+ 上に調和函数 h が与えられているとする．このとき (h が) 有界なこと，極値をもつこと，(ある意味での) 面積積分が有界なことの3つの間には深い関係がある．この論文では，このことに関して1つの命題を示した．角領域を1つ与え，この上の調和函数が，頂点において non-tangential limit をもつための1つの十分条件を与えた．またこの条件が，ある意味で最良であることを，1つの例を構成することによって，明らかにした．

25. 伊藤嘉房（名大医） **Sur le semi-groupe associé à l'opérateur$(-\Delta)$.**

$n\geqq 3$ かつ N は R^n におけるニュートン核とすると，$\partial u(x,t)/\partial t=-Nu(x,t)$ の素解は，n が奇数のとき

$$T_t=\delta+\frac{(-1)^{(n-1)/2}t^{n/2}}{\pi^{n/2-1}}\left[\sum_{i=1}^{\infty}\frac{(rt^{1/2})^{2i-n}}{2^{2i}\Gamma(i)\Gamma(i+1)\Gamma(-n/2+i+1)}-\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(rt^{1/2})^{2i}}{2^{2i+n}\Gamma(i+n/2)\Gamma(i+n/2+1)\Gamma(i+n/2)}\right],$$

n が偶数のとき，

$$T_t=\delta+\frac{t^{n/2}}{\pi^{n/2}}\left[\sum_{i=1}^{n/2-1}\frac{(-1)^i(n/2-i-1)!(rt^{1/2})^{2i-n}}{2^{2i}\Gamma(i)\Gamma(i+1)}+\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n/2}(rt^{1/2})^{2i}}{2^{2i+n}\Gamma(i+1)\Gamma(i+n/2)\Gamma(i+n/2+1)}\left(\sum_{k=1}^{i}\frac{1}{k}+\sum_{k=1}^{i+n/2-1}\frac{1}{k}+\sum_{k=1}^{i+n/2}\frac{1}{k}-3C-2\log\frac{rt^{1/2}}{2}\right)\right]$$

と具体的に表わされる．ここで δ は Dirac の測度，C は Euler の定数である．函数部分は原点の近傍では $-N$ の定数倍のごとく振まい，原点から遠ざかるに従い無限回振動しながら急速に減衰して0に収束する．超函数の意味で $\int_0^{\infty}T_t dt=-\Delta$ であり，T_t の生成作用素は $-N$ である．

26 中井三留（名大理） **Densities with Riemann theorem.**

$0<|z|\leqq 1$ 上の density $P(z)$ (非負局所 Hölder 連続函数) に対し $z=0$ で Riemann theorem が成立つとは，方程式 $\Delta u=Pu$ の $0<|z|<1$ 上のすべての有界解 $u(z)$ に対して $\lim_{z\to 0}u(z)$ が存在することとする．このような density をすべて決定することが我々の問題で，次のような一つの解を得たことを報告する：$0<|z|\leqq 1$ 上の density $P(z)$ に対して $z=0$ で Riemann theorem が成立するための必要十分条件は $P(z)$ が次の2条件のいずれかを満足することである：

(1) $\displaystyle\lim_{\varepsilon\downarrow 0}\sup_{0<|a|<\varepsilon}\int_{0<|z|<\varepsilon}P(z)\log\frac{1}{|z-a|}dxdy=0,$

ただし $z=x+iy$;

(2) $\displaystyle\int_{(0<|z|<1)-E}P(z)\log\frac{1}{|z|}dxdy=\infty$

がすべての $z=0$ で thin である $0<|z|<1$ の閉部分集合 E に対して成立つ．

27. 池上輝男（阪市大理） **調和空間の可解な compact 化と正則境界点について**

Brelot の調和空間の可解な compact 化において，その境界は Dirichlet 問題に関する正則境界点を含むか？という問題は簡単な例で negative であることが示される．そこで本講演では少なくとも1つ正則境界点を含むための条件を求める．正則境界点に関する Wiener や Brelot の判定条件は考えている領域に外部が存在するときにのみ有効なので compact 化の場合には使えない．そのため，Bauer による extreme regular の idea を modify した条件を考える．また正則境界点が十分多くある条件も求める．さらに，正則性に関連したより強い条件についても論ずる．これは compact 化が metrizable のときには barrier が存在することと同値になる．

28. 前田文之（広大理） **自己共役調和空間における Dirichlet 積分についての 2, 3 の注意**

前に自己共役調和空間 Ω において，Green 函数の consistent な系を1つ固定して，函数 f の gradient 測度 δ_f を定義した．今 Ω において局所的に有界連続優調和函数の差で表わされる函数の全体を $B(\Omega)$ とする．また Ω の部分集合 A に対し $p_A(f)=\delta_f(A)^{1/2}+\sup_A|f|$ で p_A を定義する．$B(\Omega)$ はセミノルムの族 $\{p_K;\ K$: コンパクト$\}$ によりセミノルム空間になるが，その完備化を $\mathfrak{M}(\Omega)$ とするとき，$f\in\mathfrak{M}(\Omega)$ に対しても δ_f が定まる．このとき $\mathfrak{M}_D(\Omega)\equiv\{f\in\mathfrak{M}(\Omega);\ p_\Omega(f)<\infty\}$ はノルム p_Ω に関して Banach algebra をなす．——次に Ω がユークリッド空間 R^n の部分領域のとき，座標函数 $x_i(i=1,\cdots,n)$ がすべて $B(\Omega)$ に属すならば，$C^1(\Omega)\subset m(\Omega)$ で，Ω 上の Radon 測度 $\nu_{ij};\ i,j=1,\cdots,n$ によって $f\in C^1(\Omega)$ は次のように表現出来る：

$m(\Omega)$ で O.K.

$$\delta_f=\sum\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}\nu_{ij}.$$

29. 水本久夫（岡大工） **3 次元多様体上での調和差分形式について**

3 次元多様体の多角形分割上に，調和積分に関する de Rham–Kodaira の理論に類似な，差分形式の直交分解定理が得られることを述べる．多様体の多角形分割の仕方については 2 次元の場合にならい（2 次元の場合については，H. Mizumoto, A finite-difference method on a Riemann surface, Hiroshima Math. J. 3 (1973), 277–332 または，拙著「多様体上の差分法」教育出版刊 (1973) 参照)，3 次元多様体の多角形分割，共役な多角形分割ならびに複合多面体を導入し，n 次元単体，n 階差分形式 ($n=0,1,2,3$)，共役な差分形式などを導入する．差分形式の階数の場合の数は，2 次元の場合より 1 つふえ，和分公式もそれにともなってふえるが，ある階数の差分形式に対する和分公式は，2 次元の場合とは，まったくタイプのちがったものであり，証明の類似がきかないので新しい方法を考える必要がある．

30. 山崎稀嗣（岡大工） **The extremal length of an infinite network.**

有限ネットワークの極値的長さに関する R. J. Duffin の研究 (J. Math. Anal. Appl., **5** (1962), 200–215) は計画数学とポテンシャル論の関係を示唆している．ここでは，可算無限個の点と線から構成される連結無限グラフ上でネットワークの問題を考えて，次の Duffin の結果が同様に成立するか否かを報告する：(1) Max-flow min-cut theorem, (2) Max-potential min-work theorem, (3) Path-cut inequality, (4) Extremal length と Extremal width との積が 1 である．——いま，グラフの点の集合を $X=\{0,1,2,\cdots\}$，線の集合を $Y=\{1,2,\cdots\}$，点と線の結合関係を $K_{\nu j}(\nu\in X,\ j\in Y)$，$r$ を Y 上の正の関数とする．X 上の実数値関数 u で $u_0=0$, $D(u)=\sum_{j=1}^{\infty}r_j^{-1}(\sum_{\nu=0}^{\infty}K_{\nu j}u_\nu)^2<\infty$ となるもの全体を $\mathscr{D}$ で表わす．上述の問題を調べるとき，$\mathscr{D}$ がノルム $D(u)^{1/2}$ に関して Hilbert space であることを用いる．

31. 山崎稀嗣（岡大工） **A classification of infinite networks.**

前の講演で用いた空間 $\mathscr{D}$ の直交分解を問題にする．X 上の実数値関数 u のうち，u の台が有限集合で $u_0=0$ なるもの全体の $\mathscr{D}$ 内での閉包を $\mathscr{D}_0$ とする．また $(\Delta u)_i=\sum_{j=1}^{\infty}r_j^{-1}(\sum_{\nu=0}^{\infty}K_{ij}K_{\nu j}u_\nu)=0$ $(i\neq 0)$ となる $u\in\mathscr{D}$ の全体を $\mathscr{H}$ とする．このとき，$\mathscr{D}=\mathscr{D}_0\dotplus\mathscr{H}$ が成り立つ．$\mathscr{D}=\mathscr{D}_0$ となるための必要十分条件は $1-\varepsilon_0\in\mathscr{D}_0$ (ε_0 は点 0 の特性関数) である．いま，無限グラフを連結有限グラフの列 $<X^{(n)}, Y^{(n)}>$ $(X^{(n)}\subset X,\ Y^{(n)}\subset Y)$ で近似するとき，$Y^{(n)}-Y^{(n-1)}$ 上での r_j^{-1} の和を μ_n とする．もし $\sum_{n=1}^{\infty}\mu_n^{-1}=\infty$ ならば，$\mathscr{D}=\mathscr{D}_0$ が成り立つ．

32. 野口潤次郎（広大理） **On meromorphic mappings of finite order into $P^N(C)$.**

$f(z)$ を $|z|<\infty$ での（一変数）有理型函数とする．R. Nevanlinna (Théorème de Picard-Borel et…, 1929) は，もし異なる二点 a, b に対して $\delta(a,f)=\delta(b,f)=1$ ならば，f の位数は無限か正整数であることを示した．この定理を有理型写像 $f\colon C^n\to P^N(C)$ に対して拡張する．**定理.** $f\colon C^n\to P^N(C)$ の位数 ρ は有限で正整数でないとする．この時 ρ のみに依存する値 $k(\rho)>0$ があって，$H_0,\cdots,H_N$ を $P^N(C)$ 内の一般の位置にある超平面とすると (*) $\overline{\lim}_{r\to\infty}(N(r,f^*H_0)+\cdots+N(r,f^*H_N))/T(r,f)\geqq k(\rho)$．特に $0\leqq\rho<1$ の時は $k(\rho)\geqq 1-\rho$ を満す．注 i)．無限または正整数の ρ に対しては反例がつくれる．ii)．$\rho=0$ の時，$k(\rho)=1$ でこれは最良．実際この時 (*) の左辺が 1 となる超越的写像 f がある．——証明は，Lelong, P., J. Analy. Math. **12** (1964), 765–402, による Cousin-II 問題の canonical solution の満す不等式を本質的に使ってなされる．

33. 野口潤次郎（広大理） **射影代数多様体への有理型写像に対する Nevanlinna の第二主要定理と，その応用**

目的は Carlson-Griffiths, Ann. of Math. **95** (1972), 557–584 および Griffiths-King, Acta Math. **130** (1973), 145–220, で得られた結果（特に第一，第二主要定理と defect relation）を有理型写像の場合に拡張し，その応用をいくつか与える．A を m 次元アファイン代数多様体，V を n 次元射影代数多様体（但し $n\leqq m$），$L\to V$ を positive line bundle, $K_V\to V$ を V の canonical bundle, $f\colon A\to V$ を有理写像で以下 Image f が開集合を含むものとする．ここでは応用を三つ程述べることにする．$\theta_0=\inf\{\theta>0;\ \theta c(L)+c(K_V)>0\}$ とおく．**1.** $D\in|L^k|$ ($k>\theta_0$ なる整数) が simple normal crossings を持つ V 上の因子とする．この時 f^*D が A 上代数的ならば f は有理写像．**2.** D を上述のものとする．有理型写像の族 $\mathscr{F}=\{f\}$ に対して，$N(r,f^*D)$ が r を止めた時 $f\in\mathscr{F}$ に関して有界ならば，$\mathscr{F}$ は Fujimoto（昨年秋季学会の講演による）の意味で *m-normal*. **3.** V を一般型射影代数多様体とすると，f は必然的に有理写像となる．

34. 阪井 章（阪大教養） **CR-関数の正則近似について**

C^n の k 次元実部分多様体 M が，局所的に，C^n の r 次元複素部分多様体の k-$2r$ parametric family として

表わされるとき，M を正則な CR 部分多様体といい，M 上の関数 f が，M の複素座標に関して正則であるとき，f を M 上の CR 関数という．M のコムパクト集合 K 上で CR 関数を正則関数で一様近似する問題を扱う．この場合，M は局所的に $C^r\times R^{k-2r}$ の開集合とみなすことが出来る．また M_1 が C^l の totally real な部分多様体，M_2 が C^m の複素部分多様体のときには，$C^n=C^l\times C^m$ の正則な CR 多様体 $M=M_1\times M_2$ 上で，K に関する適当な凸性条件のもとで，近似定理が成り立つ．その他，これに関連した結果について報告する．

35. 志賀弘典（千葉大理）**C^2 の軸型 automorphism**

C^2 の automorphism で両座標軸を不変にするものを考える．これは，T: $x'=xe^{\varphi(x,y)}$, $y'=ye^{\psi(x,y)}\cdots(1)$ の形をしているが，φ,ψ にさらにいかなる条件が課せられるべきか一般には分らない．これに関して殆んど唯一の結果は Pescl〔1956年 C.R. Paris p. 1836–1839〕による $\partial(\log x',\log y')/\partial(\log x,\log y)\equiv1$ のみである．ここでは，これとは異る接近をする．**定理**．$\varphi(x,y)$ は x を含む多項式とする．$f(x,y)=xe^{\varphi}$ が軸型 automorphism (1) の構成員たるためには $\varphi(x,y)=F(x^my^n)$ となることが必要十分（F は一変数函数，m,n は正整数）．さらにこのとき，もう一方の構成員は $g(x,y)=ye^{-(m/n)\varphi(x,y)+h(f(x,y))}$ である（h は一変数整函数）．

36. 竹内 茂（岐阜大教）**複素リー群の完備性について**

X を連結パラコンパクト n 次元複素多様体とするとき，X が弱0完備とは $\exists\varphi$: C^∞ 実函数で $\partial\bar\partial\varphi\geqq0$, $\{\varphi<c\}\Subset X$ ($\forall c\in R$)．そこで $\partial\bar\partial\varphi$ の正の固有値が $n-q$ 個以上存在するとき X を q-compact という．複素リー群は弱0完備であって更に次の定理が成り立つ．**定理**．G を任意の連結複素リー群，k を極大コンパクト部分群 K のリー環とすると以下の三条件は同値 (i) $\dim_C k\cap\sqrt{-1}k\leqq q$ (ii) G は q-完備 (iii) G は q-compact.——(ii)⇒(i) の証明は一般に n 次元 q 完備多様体は高々 $n+q$ 次元の CW complex と同じホモトピー型をもつこと (cf. Vesentini Tata Lecture Note 1967) により示される．(i)⇒(iii) は $G\approx K^c\times C^a$（但し K^c のリー環 k^c: $=k+\sqrt{-1}k$）とかけ K^c が reductive であることおよびアーベル群については風間の結果 (J. Math. Soc. Jap. **25** (1973)) があることより示される．複素リー群の等質空間の完備性の群論的条件についても若干述べる．

37. 加藤昌英（立教大理）　**A generalization of Bieberbach's example.**

g を C^2 の原点 0 を固定する正則自己同型写像とする．g は原点 0 の接平面 $T_0(C^2)\simeq C^2$ の線型変換を引き起す．この線型変換の固有値 α,β が $1>|\alpha|\geqq|\beta|$ をみたすと仮定する．このとき C^2 の部分集合 $U=\{z\in C^2: \lim_{n\to+\infty}g^n(z)=0\}$ は，C^2 と正則同型である (Bieberbach, Kodaira)．この事実を次の形に一般化する．すなわち，**定理**．X を m 次元複素解析空間とする．ここで X の点 0 を固定する X の正則自己同型写像 g があって，次が成立するとする: $\lim_{n\to+\infty}g^n(x)=0(\forall x\in X)$．このとき X は，ある Affine 多様体に正則同型である．さらに X が 0 で非特異ならば $X\simeq C^m$ である．(Bieberbach–Kodaira の定理で，g は U の正則自己同型でもあることに注意せよ.)——証明は，まず X を C^N ($N=X$ の 0 での Zariski Tangent Space の次元) の中に，閉部分多様体として埋め込める事を示し，次にその埋め込みの特殊性から，この閉部分多様体が，C^N の Affine 部分多様体であることを示す事によって出来る．

38. 山口博己（早大理工）**Stein variety への the first Lefschetz theorem on hyperplane sections の類似定理**

射影多様体に次のレフシェッツの定理がある．$P_n(C)\supset V$; 複素 k 次元射影多様体．P; $P_n(C)$ の超曲面で V の特異点を全て含む．この時，$V\cap P\subsetneq V$ から誘導される $H^i(V,Z)\to H^i(V\cap P,Z)$ に対し (i) $i<k-1$ 全単射，(ii) $i=k-1$ 単射．——そこで私は次の類似定理を証明した: X: シュタイン多様体，$X\supset V$; k 次元解析集合 $X\supset Y$; 純余1次元解析集合で V の特異点を全て含む．この時 $V\cap P\subsetneq V$ から誘導される $H^i_c(V,C)\to H^i_c(V\cap P,C)$ に対して (i) $i<k-1$ 全単射 (ii) $i=k-1$ 単射（但し，$H^i_c(\cdot)$ はコンパクトな台をもつ C 係数コホモロジー群）．——したがって系としてアフィン多様体に対し類似定理が成立する．証明のキーポイントは，ポアンカレの双対定理をコンパクトでない可微分多様体に拡張することであった．これはセールの双対定理の証明の模倣でできる．あとは，アンドレオッチの証明を使うことができる．次の問題はコンパクト複素多様体上で類似定理を証明することである．

39. 田中秀松（埼玉大理工）**重調和函数の境界値問題**

$\Delta^2u=0$ で境界値 (i) $\partial u/\partial n$, $\partial(\Delta u)/\partial n$ (ii) Δu, $\partial u/\partial n$ (iii) u, $\partial(\Delta u)/\partial n$ が与えられた境界函数に等しくなる u を求めるという問題を境界の滑らかさを仮定しない R^n の有界領域 Ω で考える．M を Ω の Martin 境界，$K(x,\xi)$ を Martin 核，μ を調和測度，$\tilde\mu=k\mu$, $\tilde{\tilde\mu}=k^{-1}\mu$ $(k(\xi)=\int K(x,\xi)dx)$ とし，u の M 上の fine boundary value が f の時 $r_0(u)=f$ と記し $\tilde H=L^2(\tilde\mu)\cap r_0(HD)$ とおく．$u=H_f+\int G(\cdot,y)d\nu(y)$ (H_f: $f\in\tilde H$ の Dirichlet 解) に

ついて $D(H_f, H_g)=-\int\varphi g d\mu+\int H_g d\nu$ (${}^\forall g\in\tilde{H}$) が成立する時 $r_1(u)=\varphi$ と記す．この時 ${}^\forall\varphi\in L^2(\tilde{\mu})$, $\int\varphi d\mu=0$ に対して $r_1(H_f)=\varphi$ となる $f\in\tilde{H}$ が存在するのは Ω が Nikodym 領域の時に限る事が示される．この応用として上記の問題に関し次の結果を得る．次の (0)～(iii) は同値：(0) Ω は Nikodym 領域，(i) ${}^\forall\varphi$, ${}^\forall\phi\in L^2(\tilde{\mu})$, $\int\phi d\mu=0$ に対し $\Delta^2 u=0, r_1(u)=\varphi, r_1(\Delta u)=\phi$ なる u の存在，(ii) ${}^\forall f\in L^2(\tilde{\mu})$, ${}^\forall\varphi\in L^2(\tilde{\mu})$, $\int\varphi d\mu=-\int H_f dx$ に対し $\Delta^2 u=0, r_0(\Delta u)=f, r_1(u)=\varphi$ なる u の存在，(iii) ${}^\forall f\in L^1(\mu)$, ${}^\forall\varphi\in L^2(\tilde{\mu})$, $\int\varphi d\mu=0$ に対し $\Delta^2 u=0$, $r_0(u)=f, r_1(\Delta u)=\varphi$ なる u の存在．また (i) (ii) (iii) の u の一意性も得られる：例えば (i) については u は $S^{(1)}=\{u\in C^4(\Omega); u, \Delta u\in\mathcal{E}_{L^2}(\Omega)\}$ 内定数差を除き一意に定まる．

特別講演

山口博史（滋賀大教育）2変数整函数の定数面の一様性について

1. 最近，T. Nishino は多変数整函数についての一連の新しい研究を行っている．f を C^2 での整函数とすると f の prime surface S は1変数の開リーマン面とみなせる．したがって S は解析的には parabolic 型かまたは hyperbolic 型かである．また S は位相的には genus g と境界要素の数 n で定まる．g, n ともに有限な S を type 有限とよぶ．Nishino は第4論文で整函数全体 (E) に次の分類を与えた．Class(E) の函数で，その prime surface がすべて parabolic 型であるものの全体を Class (P) とし，Class(P) の函数で，その prime surface がすべて有限であるものの全体を Class(A) と名づける．彼は第4, 5論文にて Class(A) の函数について次の最終的結果を得た：

定理． $f\in$Class(P) と仮定する．$K=\{z: f(x, y)=z$ の中に少なくとも一つ type 有限の prime surface がある$\}$ とおく．K の対数容量が正と仮定するこのときは，$f\in$Class(A) である．更に，2変数の多項式 $P(x, y)$, C^2 の analytic automorphism $(\xi(x, y), \eta(x, y))$ および1変数の整函数 $F(z)$ が存在して，$f(x, y)=F[P(\xi(x, y), \eta(x, y))]$ と表わせる．

2. さて，ここでは Class(P) の整函数について次の2つのことを述べる：(1) $f\in$Class(E) とする．$K=\{z: f(x, y)=z$ の中に少なくとも一つ parabolic 型の prime surface がある$\}$ とおく．K の対数容量が正と仮定すれば，そのときは $f\in$Class(P) である．(2) Class(P) の整函数には (β)-分解は起らない．これらを証明するには，Stein family に関する次の補題が基本的である：$\mathcal{D}$ は dicylindre $(|z|<\rho)\times(|w|<\infty)$ に被覆したリーマン面とする．$z=c$ 上の1次元の fiber を $\mathcal{D}(c)$ と書く．すなわち $\mathcal{D}=\cup_{|z|<\rho}(z, \mathcal{D}(z))$．$\mathcal{D}(z)$ は w-平面上に被覆した1変数の開リーマン面である．次の2つの条件をみたすとき $\mathcal{D}$ を Stein family とよぶ．1°. $\mathcal{D}$ は2次元の Stein manifold である．2°. $(|z|<\rho)\times(w=0)$ の近傍に $\mathcal{D}$ の単葉な部分 U がとれる．$\mathrm{U}\cap\{w=0\}=O$ と書き，O と $\mathcal{D}(z)$ との唯一つの交点を O_z と書く．O_z に極をもつ $\mathcal{D}(z)$ 上の Green 函数を $g(z, w)$ と書き，局所変数 w に関しての Robin 定数を $\lambda(z)$ と書こう．

補題． $\mathcal{D}$ を Stein family とすれば，$\lambda(z)$ は $\{|z|<\rho\}$ での優調和函数である．

3. この補題は，① $\mathcal{D}$ の各 fiber $\mathcal{D}(z)$ が位相的に平面領域と同じであるという仮定のもとでは，擬凸状領域の境界点ではそこで外側に接する固有面が描けるということを n 次および超越直径に使って証明される．㋺ genus が正であっても，各 $\mathcal{D}(z)$ の境界は z とともに動かなくて，$\mathcal{D}(z)$ の分枝点 $f(z)$ は z とともに動く場合には，Schiffer variation 等を使って正確に $\lambda(z)$ の Laplacian が計算される：

$$\frac{\partial^2\lambda}{\partial z\partial\bar{z}}(z)=\frac{-16|f'(z)|^2}{[(k-2)!k]^2\pi}\iint_{\mathcal{D}(z)}\left|\left[\frac{\partial^{k-2}}{\partial\bar{t}_1{}^{k-2}}\left(\frac{\partial g(z, t_1)}{\partial t_1}\frac{\partial^2 g_t(z, t_1)}{\partial t\partial\bar{t}_1}\right)\right]_{t_1=0}\right|^2 dudv$$

但し，$k-1$ は $f(z)$ の分枝度，t は $f(z)$ の近くの局所変数である．㋩ $\mathcal{D}(z)$ に1つも分枝点がなく，しかし $\mathcal{D}(z)$ の境界は z とともに滑らかにしかも $\mathcal{D}$ が Stein manifold となるように動く場合には，$g(z, w)$ が Levi の函数になることを Hadamard variation に適用して，$\lambda(z)$ の Laplacian が負であることがわかる：

$$\frac{\partial^2\lambda}{\partial z\partial\bar{z}}(z)\leqq-\frac{4}{\pi}\iint_{\mathcal{D}(z)}\left|\frac{\partial^2 g(z, w)}{\partial\bar{z}\partial w}\right|^2 dudv$$

㊁ まったく一般の $\mathcal{D}$ については，近似と上の ㋺，㋩ を組合わせて証明される．

4. 補題が確立されたから (1) は西野氏の第3論文の中の1部分と同様にして示される．(2) を示すためには補題を次の如く用いる．今，$f\in$Class(P) であるのに，或る2つの prime surfaces S と S' とが (β)-分解を起していたとする．S と S' の normal tubes を各々 $\Sigma_\Gamma, \Sigma_{\Gamma'}$ とおき，$\Gamma=(x=0, |y|<\rho)$, $\Gamma'=(x=x_0, |y-y_0|<\rho')$ とする．$\Delta'_\varepsilon=(|x-x_0|<\varepsilon)\times(|y-y_0|<\rho')$ と置いて，$\Sigma_\Gamma-\Delta'_\varepsilon$ を考えるとこれは1つの Stein family とみなされる．Σ_Γ の中の prime surface S_y で (β)-分解を起すものは Δ'_ε にぶっつからないからそのような S_y

は parabolic 型である．もちろん，Δ'_i にぶっつかる Σ_Γ の prime surface S_y の全体は空でない開集合を成し，各 S_y は hyperbolic 型である．(β)-分解をおこす集合は Γ の中で continuum を成す（西野氏の第1論文）ということからわれわれの補題に反する．

補題のこのような使い方は他にも応用が効くと思われる．

参 考 文 献

[1] T. Nishino, Nouvelles recherches sur les fonctions entières de plusieurs variables complexes (I), (II), (III), (IV), (V), J. Math. Kyoto Univ. **8** (1) (1968) 49–100, **9** (2) (1969) 221–274, **10** (2) (1970) 245–271, **13** (2) (1973) 217–272 et à paraître.

[2] H. E. Rauch, Weierstrass points, branch points, and the moduli of Riemann surfaces, Comm. Pure Appl. Math., **12** (1959) 543–560.

[3] M. Schiffer and D. C. Spencer, Functionals of finite Riemann surfaces. Princeton Univ. Press, 1959.

[4] H. Yamaguchi, Sur une uniformité des surfaces constantes d'une fonction entière de deux variables complexes, J. Math. Kyoto. **13** (3) (1973) 417–433. Sur le movement des constantes de Robin, à paraître dans le même journal. Parabolicité d'une fonction entière, à paraître.