野口

1974
APRIL

日本数学会

昭和49年年会

講演アブストラクト

函数論

時…… 4月2日・3日

所…… 東京大学理学部

2日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 13**
	13.30 ～ 15.15	普通講演	**14 ～ 19**
	15.30 ～ 17.00	特別講演	
3日	9.00 ～ 11.30	普通講演	**20 ～ 30**
	13.00 ～ 15.15	普通講演	**31 ～ 40**
	15.30 ～ 17.00	特別講演	

4 月 2 日

1.　西本勝之（日大工）　**1 変数の函数の fractional order の導函数と積分について（つづき）**

先に 1 変数の函数の fractional order の導函数と積分について新しい定義をしたが，それを一部修正する．すなわち

$$f_\nu = {}_cf_\nu = {}_{\underset{-}{C}}f_\nu(z) = \frac{\Gamma(\nu+1)}{2\pi i}\int_{\underset{-}{C}} \frac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{\nu+1}}d\zeta$$

$$= \frac{\Gamma(\nu+1)}{2\pi i}\int_{-\infty}^{(0+)} \eta^{-(\nu+1)} f(z+\eta)d\eta \qquad (1)\ [\zeta - z = \eta],$$

$(\zeta \neq z,\ -\pi \leqq \arg(\zeta - z) \leqq \pi,\ \nu \neq -m$ (m: positive integer, Γ: gamma function),

$$f_\nu = {}_cf_\nu = {}_{\underset{+}{C}}f_\nu(z) = \frac{\Gamma(\nu+1)}{2\pi i}\int_{\underset{+}{C}} \frac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{\nu+1}}d\zeta$$

$$= \frac{\Gamma(\nu+1)}{2\pi i}\int_{\infty}^{(0+)} \eta^{-(\nu+1)} f(z+\eta)d\eta \qquad (2)\ [\zeta - z = \eta],$$

$(\zeta \neq z,\ \nu \neq -m,\ 0 \leqq \arg(\zeta - z) \leqq 2\pi)$,

$$f_{-m} = {}_cf_{-m} = \lim_{\nu \to -m} {}_cf_\nu, \quad C = \left\{\underset{-}{C}, \underset{+}{C}\right\} \qquad (3)$$

とする．ただし f は analytic function で，$\underset{-}{C}, \underset{+}{C}$ は ζ 平面上の積分曲線で既報の通り．このとき定義 1 (Derivative). f_ν $(\nu>0)$ は fractional order ν の導函数である．定義 2 (Integral). $f_\nu(\nu<0)$ は fractional order $|\nu|$ の積分である．すなわち，fractional order $-\nu(\nu>0)$ の導函数が fractional order ν の積分である．——先の報告においては $1_\nu=0$ $(\nu>0)$ を定義に付加したが，これを削除し，(3)を付加する．

2.　西本勝之（日大工）　**多変数の函数の fractional order の偏導函数と積分について**

多変数の函数の fractional order ν の integral については M. Riesz の定義 $f_\nu(\mathrm{P}) = H_n^{-1}\int_{E_n} r_{\mathrm{PQ}}^{\nu-n} f(\mathrm{Q})d\mathrm{Q}$ があり，また G. V. Welland は $f_\nu(x) = \int_{E_n}(f(t)/|x-t|^{n-\nu})dt$ を使用しているが，筆者は再び複素積分を用いて多変数の函数の fractional order の偏導函数と積分とを定義する．すなわち

$$f_{\nu_1, \nu_2, \cdots, \nu_n} = f_{\nu_1, \nu_2, \cdots, \nu_n}(z_1, z_2, \cdots, z_n)$$
$$= \frac{\Pi_{k=1}^n \Gamma(\nu_k+1)}{(2\pi i)^n} \int_{C_1} \cdots \int_{C_n} \frac{f(\zeta_1, \zeta_2, \cdots, \zeta_n)}{\Pi_{k=1}^n (\zeta_k - z_k)^{\nu_k+1}} d\zeta_1 \cdots d\zeta_n \qquad (1)$$

ただし f は analytic function で，$\zeta_k \neq z_k$, $\nu_k \neq -m_k$ (m_k: positive integer), $-\pi \leqq \arg(\zeta_k - z_k) \leqq \pi$ for $C_k = \underset{-}{C}$, $0 \leqq \arg(\zeta_k - z_k) \leqq 2\pi$ for $C_k = \underset{+}{C}$, $C_k = \{\underset{-}{C}, \underset{+}{C}\}$，かつ

$$f_{-m_k} = \lim_{\nu_k \to -m_k} f_{\nu_k} \qquad (2)$$

とする（$\underset{-}{C}, \underset{+}{C}$ については 1 変数の函数の項を参照）．このとき，定義 1 (Derivative). $f_{\nu_k}(\nu_k>0)$ は fractional order ν_k の偏導函数である．定義 2 (Integral). $f_{\nu_k}(\nu_k<0)$ は fractional order $|\nu_k|$ の積分である．筆者の定義によれば，1 変数の函数および多変数の函数の導函数，積分がうまく統一（形式的に）される．

3.　小林　忠（東工大理）　**ある種の整函数について**

73年秋の学会における小沢先生の講演に関連して，次の結果を報告する．$f(z)$ は種数が $q(\geqq 1)$ の整函数で，その零点がすべて角領域 $\{z||\arg z| \leqq \pi/(2q+2)\}$ にのみ分布しているならば $\delta(0, f) \neq 0$ である．ここで角領域の角度 $\pi/(q+1)$ は best である．さらに位数 λ，下位数 μ とは $q \leqq \mu \leqq \lambda \leqq q+1$ をみたす．

4.　都築正信（埼玉大教養）　**The deficiencies of canonical products of finite genus.**

昨年の学会で発表した結果の一部がさらに改良できることを報告する．$h(\lambda) = \inf \delta(0, f)$ とおく．ここに f は有限 order λ, genus $q=[\lambda]$ をもつ canonical product で負の実軸にのみ零点をもつもの全体にわたるとする．このとき，次のことが成り立つ．(1) もし $1 \leqq q \leqq \lambda < q+1$ であれば，$h(\lambda) \leqq 1 - 1/(q+1)$．(2) 特に，もし $1 \leqq q \leqq \lambda < 2$ であれば，$h(\lambda) < 0.48$．——(1)の証明のためには Hellerstein-Williamson および Shea の lemma を使い，$\overline{\lim}_{r\to\infty} N(r, 0, f)/m(r, f) \geqq 1/(q+1)$ を満たす canonical product を構成する．(2)の証明もほぼ同じである．

5.　都築正信（埼玉大教養）　**On the value distribution of entire functions of order less than one.**

整関数 $f(z)$ に対して有界でない複素数列 $\{w_n\}_{n=1}^\infty$ があって，$f(z) = w_n$ $(n=1, 2, \cdots)$ の根が高々有限個を除いてすべて一直線上にあるならば，$f(z)$ は高々 2 次の多項式である．これは Edrei の定理としてよく知られている．ここでは，このことと関連して，次の定理が成り立つことを報告する．**定理．** $f(z)$ は order が 1 より小さい整関数とし，$\{w_n\}_{n=1}^\infty$ は有界でない複素数列とする．このとき，$0<\omega<\pi/2$ を満たす ω があって，$f(z) = w_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$ のすべての根が角領域 $A(\omega) = \{z: |\arg z - \pi| < \omega\}$ にあるならば，$f(z)$ は一次式である．——この証明には，Baker が合成関数に関するある定理を証明する際に用いた方法 (Acta Sci. Math. (1971)) を適用する．

6.　武藤英男（埼玉大教育）　**On the family of analytic mappings among ultrahyperelliptic surfaces.**

$G(z), g(w)$ を simple zero のみ無限個もつ整函数とし，R, S を $y^2 = G(z), u^2 = g(w)$ で定義される ultrahyperelliptic surface とする．φをRからSへの解析写像，$\mathfrak{p}_R, \mathfrak{p}_S$を$(z,y)\to z$，$(w,u)\to w$なる射影として，$h(z)=\mathfrak{p}_S\circ\varphi\circ\mathfrak{p}_R^{-1}(z)$とおくと$h(z)$は整函数となる(小沢)．ここではつぎの定理を報告する：**定理**．任意なR, Sに対して，$h(z)$が多項式となる自明でない解析写像が存在すれば，$h(z)$が超越整函数となる解析写像は存在しない．

7.　武藤英男（埼玉大教育）　**有理型函数の角領域における値分布について**

つぎの結果を報告する．$f(z)$を lower order $\mu(\geqq 1)$の$|z|<\infty$での有理型函数でdeficient value τをもつものとする．Ωを$z=0$を頂点として，その開きが$2\pi-(4/\mu)\cdot \mathrm{Sin}^{-1}\sqrt{\delta(\tau, f)/2}$より大きい角領域とする．$f(z)=\tau$の$\Omega$内の根が有限個であるとすれば，$\tau$とことなる高々一つの$a$を除いて$f(z)=a$の$\Omega$内の根は無限個ある．lower order μが$1/2<\mu<1$のときについても同様な結果が得られる．

8.　新濃清志（横浜国大工）　**代数型面間の解析写像について**

$R_n[S_m]$を$P(R_n)=2n\ [P(S_m)=2m]$である regularly branched な$n\ [m]$葉代数型面とする．(ここで$P(R_n)$，$P(S_m)$はそれぞれR_n, S_mのピカール定数である．) 本講演で，R_nからS_mへの解析写像が存在するための必要かつ十分条件を与え，さらにR_nからS_mへの解析写像の projection の集合の構成について述べる．

9.　新濃清志（横浜国大工）　**整函数と有理型函数との合成函数の growth について**

Gross-Yang (Arch. Math. **23** (1972), 278–284) はつぎの問題を問うている：$f_j(z)$は有理型函数，$g_j(z)$は整函数で$\mathrm{T}(r, f_1)=o(\mathrm{T}(r, f_2))$, $\mathrm{T}(r, g_1)=o(\mathrm{T}(r, g_2))\ (r\to\infty)$をみたしているならば，$\mathrm{T}(r, f_1\circ g_1)=o(\mathrm{T}(r, f_2\circ g_2))\ (r\to\infty)$であるか？本講演で，上の命題は必ずしも成立しないことを報告する．つぎに，$f_j(z), g_j(z)$が整函数のとき，$\lim_{r\to\infty}\log M(r, f_1\circ g_1)/\log M(r, f_2\circ g_2)$に関するの諸結果について報告する．

10.　木村　茂（宇都宮大）　**On prime entire functions.**

次の定理が成り立つ．**定理**．$F(z)$は整函数で order $\rho_F>1/2$, lower order $\mu_F<+\infty$．任意の正数δについて$|\arg z-\pi|<\delta$の外部に$F(z)$の zeros は高々有限個しかないとし，さらに simple zeros が存在するとき，$F(z)$は prime である．——これはつぎの Baker の定理の拡張である：$F(z)$は$\rho_F<+\infty$の整函数で$|\arg z-\pi|<\delta$の外部に$F(z)$の zeros が高々有限しかないものは preudo-prime である．また，つぎの Ozawa-Kimura の定理の拡張でもある：$F(z)$は$1/2<\rho_F<+\infty$の整函数で$F(z)$の zeros は全部負とし，零点の分布に$n(r)\sim\lambda r^{\rho}\ (\rho=\rho_F,\ \lambda>0)$の仮定をつけて，さらに2つの添数$j, k$について，零点$a_j, a_k$の重複度$p_j, p_k$に対して$(p_j, p_k)=1$のとき，$F(z)$は prime である．

11.　小沢　満（東工大理）　**Factorization of entire functions.**

有理型函数$F(z)$を合成によって$f(g(z))$と表わしたとき，fが有理一次式であるかgが一次多項式であるとき$F(z)$は prime であるという．ここでは F. Gross によって提出されたつぎの問題に肯定的な解を与える．周期的な整函数で prime であるものが存在するか？——例

$$\prod_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{e^z}{e_2(n)}\right)\prod_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{e^{-z}}{e_3(n)}\right);$$

$$e_p(n)=\exp(e_{p-1}(n)),\ e_1(n)=\exp n.$$

証明は相当に困難である．

12.　小沢　満（東工大理）　**On certain criteria for the left-primeness of entire functions.**

$F(z)=f(g(z))$のときfが linear になれば，$F(z)$は left-prime という．整函数$F(z)$が整函数f, gの合成で left-prime になるための十分条件を二つ与える．**定理1.** Fの位数有限，任意のaに対して$F(z)=a$の重根は有限個，$F'=0$の根は無限個ならば，Fは left-prime である．**定理2.** 任意のaに対して$F(z)=a$の重根は有限個，$N(r, 0, F')\geqq km(r, F)$, $k>0$ならば，Fは left-prime である．——応用例．$e_3(z)+z$, $e_4(z)+z$ $(e_n(z)=\exp(e_{n-1}(z))$, $e_1(z)=\exp z)$は prime である．$e_2(z)+z$は F. Gross によって prime であることが示されている．ここでの方法とは全く異なる方法である．この他にも応用例があることを報告する．

13.　戸田暢茂（名大教養）　**Nevanlinna の除外一次結合について**

$f=(f_0,\cdots,f_n)\ (n\geqq 2)$を$|z|<\infty$での transcendental な関数系，$X$を一般位置にある$f_0,\cdots,f_n$の定数係数の一次結合の集合としたとき，**定理1.** $X\ni {}^{\exists}F, F_1,\cdots,F_{n+1}$ such that i) $\{F_i\}_{i=1}^{n+1}$内の任意のn-1個は一次独立; ii) $\delta(F)+\sum_{i=1}^{n+1}\delta(F_i)>n+1 \Rightarrow$ イ) $F=\alpha F_{j_0}$ ($\alpha\neq 0$, 定数; $1\leqq {}^{\exists}j_0\leqq n+1$); ロ) $\sum_{F\in X}\delta(F)\leqq n+2$. ——これは，小沢(K. M. S. R. **23** (1971), 486–492)—野口 (48年秋の学会) の予想を肯定的に含む．この方法を応用すると，$n=4$のとき，**定理2.** $X\ni {}^{\exists}F_1, F_2,\cdots,F_5, G_1, G_2, G_3$ such that $\sum_{i=1}^{5}\delta(F_i)+\delta(G_j)>5\ (j=1,2,3)\Rightarrow f_0,\cdots,f_4$の間の一次関係の個数は3．

14.　藪田公三（東北大理）　**等角写像列に関する Carathéodory の定理についての一注意**

Dを複素平面上の領域として，通常のように harmonic

majorant で $H^p(D)$, $\|\ \|_{H^p(D)}$ を定義する．ここでは次のことを示したい：D_j を狭い意味で単調に減少する有界単連結領域の列とし，D を一つの kernel とする．D の中の一点を固定し，それに関して $H^p(D_j)$ の norm を定める．さらに f, f_j を単位円 U から D, D_j への正規化された等角写像とする．このとき次の二つが成立する．すべての $0>p>\infty$ に対して，1) $\|f_j-f\|_{H^p(U)}\to 0$ $(j\to\infty)$，2) $\|f^{-1}{}_j-f^{-1}\|_{H^p(D)}\to 0$ $(j\to\infty)$．――上の命題は Carathéodory の定理において領域列が上の条件を満すとき，境界値も H^p ノルムで収束することを示している．

15. 小林昇治（東工大理），**吹田信之**（東工大理）
H_1 極値について

領域 Ω における指数 p のハーディ族を $H_p(\Omega)$ とかく．$H_p(\Omega)$ のなかで $\|f\|_p\leqq 1$, $f(t)=0$, $t\in\Omega$ をみたす族を $\mathscr{F}_p$ とするとき，$\alpha_p=\sup_{f\in\mathscr{F}_p}|f'(t)|$ とおく（$H_\infty(\Omega)$ は有界函数族，α_∞ は Ahlfors constant）．α_p は p について減少である．Rudin は $\alpha_1=\alpha_\infty$ が起る場合をしらべ，連結度が 2 の場合までこのことが起り得ることをのべている．――ここでは，一般な（有限）複連結領域について $\alpha_1=\alpha_\infty$ が起る簡単な例を示す．

16. 小林昇治（東工大理）　**H_p 極値について**

Ω を平面領域とし，α_p を $H_p(\Omega)$ 内の Schwarz's lemma の極値とする．α_p を $(0, \infty]$ 上の p の函数とみたときの性質について述べる：α_p は左側連続；ある p_1, p_2, $0<p_1<p_2<\infty$, が存在して $\alpha_{p_1}=\alpha_{p_2}$ となれば，$\alpha_{p_1}=\alpha_\infty$．とくに Ω の境界が有限個の解析閉曲線から成れば，α_p は連続；ある p_1, p_2, $0<p_1<p_2<\infty$, が存在して $\alpha_{p_1}=\alpha_{p_2}$ となれば，$\alpha_1=\alpha_\infty$．さらに Ω が単連結ならば，α_p は p によらず $(0, \infty]$ 上一定である．上の場合について結果が最良であることを示す例を挙げ検討する．また p を動かしたときの極値函数の動向についてもふれる．

17. 斎藤三郎（芝浦工大）　**On some completenesses of the Bergman kernel and the Rudin kernel.**

$L_2(G)$ を有限 norm: $(\iint_G|f(z)|^2dxdy)^{1/2}<\infty$, をもつ領域 G 上の正則函数のつくる Hilbert space とし，E を G の内点に集積点をもつ G の任意の部分集合とすれば，$L_2(G)$ に対する Bergman kernel の集合 $\{K(z, \bar{z}_1)|\, z_1\in E\}$ は $L_2(G)$ において complete であることが知られている．本講では平面上の regular region G に対して $\{K(z, \bar{z}_1)\,|\,z_1\in E\}$ が有限 norm: $(\int_{\partial G}|f(z)|^2ds)^{1/2}<\infty$, をもつ G 上の正則函数のつくる Hilbert space でも complete になることが示される．本講演の目的はこの型の問題を統一的に論じることである：より一般に compact bordered Riemann 面上の F-class に対する Bergman kernel について考え，$L_2(\partial G)$ に同値な norm として共役 Rudin kernel に関係する norm で考え，complete 性の問題をある函数方程式の解の存在の問題に転化し，それを境界に沿って positive な analytic differential の零点とある matrix の正則性の関係を用いて解く．さらに Rudin kernel のいくつかの基本的な性質とともに，いろいろな complete 性の問題についても統一的に論じられる．

18. 吉田英信（千葉大工）　**正則関数の angular ranges と ρ-points 列について**

$f(z)$ を単位円 D 内で正則とせよ．$\varDelta(\zeta)$ を $\zeta\in C$（単位円周）を頂点にもつ Stolz angle, $R_{\varDelta(\zeta)}(f)$ を $\varDelta(\zeta)$ における $f(z)$ の range set, $\zeta\in C$ での $f(z)$ の angular range $A(f, \zeta)$ を $A(f, \zeta)=\cap_{\varDelta(\zeta)}R_{\varDelta(\zeta)}(f)$ とする．また，$f(z)$ の ρ-points 列の定義については，例えば Gauthier (Nagoya Math. J. **32** (1968)) の p. 279 を参照せよ．ここでは，次の 2 種類の関数の例を報告する．A. (maximum modulus と angular ranges の関係) D 内の正則な関数で，その maximum modulus は任意にきめられただけゆっくりと ∞ にむかうが，各点 $\zeta\in C$ に対して $A(f, \zeta)=W$（w-平面）なるものが存在する．B.（球面微係数と ρ-points 列の関係）D 内の正則な関数で，$(1-|z|)|f'(z)|/(1+|f(z)|^2)$ は任意にきめられただけゆっくりと ∞ にむかうが，各点 $\zeta\in C$ に対して ζ に終るすべての chord は $f(z)$ の ρ-points の列を含むものが存在する．――これらは，

$$f(z)=\prod_{j=1}^{\infty}\left\{1-\left(\frac{z}{1-1/n_j}\right)^{(2j-1)n_j}\right\}$$

において，$\{n_j\}$ を適当にえらぶことによって得られる．

19. 赤座　暢（金沢大理），**酒井栄一**（金沢大理）
Singular sets of some infinitely generated Kleinian groups.

有限なただ一つの点 Q に集積する互いに他の外部にある無限個の円群 $\{K_j\}_{j=1}^{p}\cup\{H_i, H_i'\}_{i=p+1}^{\infty}$ で囲まれた無限連結領域を B とする．K_j の外部を K_j の内部に写す楕円変換を T_j $(j=1, \cdots, p)$，H_i の外部を H_i' の内部に写す斜航変換を S_i $(i=p+1, p+2, \cdots)$ とする．$\{T_j\}_{j=1}^{p}\cup\{S_i\}_{i=p+1}^{\infty}$ で生成される B を基本領域にもつ無限生成不連続群を G としよう．円群の Q への集積の仕方にある条件（性質(A), (B)）を付けたとき，円群 $\{K_j\}_{j=1}^{p}\cup\{H_i, H_i'\}_{i=p+1}^{N}$ について上記のようにして得られる有限生成不連続部分群 G_N に対して，T. Akaza, Tôhoku Math. J., **25** (1973), 1-22, で得た G_N の特異集合 E_N に対する結果が G の特異集合 E に対して拡張される．すなわち，
定理． G を性質(A), (B)をもつ Klein 群とする．このとき，G が μ 発散型（または収束型）であるための必要

十分条件は $M_{\mu/2}(E)=\infty$（または0）が成り立つこと　である．

特　別　講　演

斉ノ内義一（京工繊大工芸）　**開リーマン面上の乗法関数と加法関数**

開リーマン面 R 上の divisor δ（一般には無限，ただし，その carrier は内部に集積しない）に対し $(f)=\delta$ なる有理型関数 f，もっと一般に与えられ周期をもち $(dw)=\delta$ である有理型微分 dw の存在は既知である〔2〕,〔5〕．従ってその積分から加法（あるいは乗法）関数が導かれる．閉リーマン面の場合はそれらはいくつかの基本的な微分（あるいはその積分）を用いてあらわされている〔9〕．その類似を開リーマン面の場合に存在の一意性を含めて論ずる．

$\{\Omega_n\}_{n=1,2,\dots}$: R の一つの canonical exhaustion; $\{A_i, B_i\}_{i=1,2,\dots,k(n)}$: Ω_n の canonical homology basis (mod $\partial\Omega_n$). $dw_i, dY_{p^n}, d\Pi_{p,q}$ $(i, n=1,2,\cdots)$: semiexact で特異点の近傍の外部で norm 有限，A 周期により正規化された第1～第3種微分（存在については〔4〕,〔6〕,〔8〕）．$\partial\Omega_n=\cup_{i=1}^{m}\gamma_n^i$（$\gamma_n^i$ は Ω_n の境界成分），γ_n^i を含む ring domain を D_n^i $(D_n^i\cap D_n^j=\phi,\ i\neq j)$, $D_n=\cup_{i=1}^{m}D_n^i$ $(D_n\cap D_m=\phi,\ m\neq n)$ とおき $\nu_n^i=D_n^i$ の modulus とする．

R が $\inf_n \min_i \nu_n^i>0$ をみたすとき，つぎの諸結果が得られる〔7〕．

1)　正規化された微分 $dw_i, dY_{p^n}, d\Pi_{p,q}$ は一意的に存在する．また，それらの間には閉リーマン面上の場合と同様な関係式，たとえば $\int_{B_k}d\Pi_{p,q}=2\pi i\int_p^q dw_k$, $\Pi_{s,t}^{p,q}=\Pi_{s,t}(p)-\Pi_{s,t}(q)$ とするとき $\Pi_{s,t}^{p,q}=\Pi_{p,q}^{t,s}$ などが成り立つ．

2)　ω_j $(j=1,2)$ が $\|\omega_j\|_{\cup D_n}<+\infty$ かつ $\int_{\gamma_n^i}\omega_j=0$ であるとき $\int_{\partial\Omega_n}(\int\omega_1)\omega_2\to 0$ $(n\to\infty)$, $\int_{\partial\Omega_n}\Pi_{s,t}^{p,q}\,\omega_1\Rightarrow 0$ $(n\to\infty)$ である．後者の収束は p を R 上で固定したとき $(R_0-\{q\})\times(R_0-\{q\})-\{(s,t)\mid s=t\}$ 上 (s,t) に関しては広義一様である．ここに $R_0=R-\{A_i, B_i\}_{i=1,2,\cdots}$.

3)　δ の carrier は $R-\cup D_n$ に含まれ，その Ω_n への制限を $\delta_n=\Pi^l a_i/\Pi^l b_i$ とし $\deg\delta_n=0$ とするとき　(1) $(m)=\delta$　(2) $\|d\log m\|_{\cup D_n}<+\infty$　(3) $\int_{\gamma_n^i}d\log m=0$　(4) A_i に対する multiplicator が $\exp 2\pi i\chi_i$（χ_i: complex）をみたす乗法関数 $m(p)$ が存在するための必充条件は

$$M_n(s)=\sum_{m=1}^{l}\Pi_{a_m,b_m}^{s,t}+2\pi i\sum_{j=1}^{k}\chi_j\int_t^s dw_j$$

が $R_0-\cup_j\gamma_j$ 上広義一様に収束し $\|dM\|_{\cup D_n}<+\infty$ であること，ただし γ_j は singular chain で $\partial\gamma_j=b_j-a_j$, $M=\lim_{n\to\infty}M_n$, t は固定した点．この場合乗法関数は定数を除いて一意的に $\exp M$ であらわされる．

特に有理型関数については，(1)　$(f)=\delta$,　(2)　$\|d\log f\|_{\cup D_n}<+\infty$,　(3)　$\int_{\gamma_n^i}d\log f=0$ をみたす関数の存在条件は $F_n=\sum_{m=1}^{l}\Pi_{a_m,b_m}^{s,t}+2\pi i\sum_{j=1}^{k}n_j\int_t^s dw_j$ の $R_0-\cup\gamma_j$ 上での広義一様収束性の他に $\lim_{n\to\infty}(\int_{c(n)}dw_i+\sum_{j=1}^{k}n_i\tau_{ij})=m_i$ $(i=1,2\cdots)$ が成り立つことである．ここに，n_i, m_i は整数で $c(n)=\cup_{j=1}^{l}\gamma_j$, $\tau_{ij}=\int_{A_j}dw_i$. このとき求める関数は定数を除いて一意的に $\lim_{n\to\infty}\exp F_n$ とかける（genus, divisor が有限のときは Abel の定理）．

4)　$\delta=\delta'/\delta''$, δ', δ'' の Ω_n への制限を $\delta_n'=\Pi^l a_i^{\nu_i}$ $\delta''=\Pi^m b_i^{u_i}$ とするとき (1) $1/\delta'$ の multiple,　(2) a_i における singular part $\sum_{k=1}^{\nu_i}a_{i_k}/z^k$,　(3) $\|df\|_{\cup D_n}<+\infty$,　(4) $\int_{\gamma_n^i}df=0$, $\int_{A_j}df=c_j$ をみたす加法関数 f の存在 $\Longleftrightarrow$ $A_n=\sum_{i=1}^{l}\sum_{k=1}^{\nu_i}a_{ik}Y_{a_i^k}^{s,t}+\sum_{j=1}^{l}c_j\int_t^s dw_j$ が $R_0-\cup\{a_i\}$ で広義一様収束して $\|dA\|<+\infty$ なること，ここで $Y_{a_i^k}^{s,t}=\int_t^s dY_{a_i^k}$, $A=\lim_{n\to\infty}A_n$. この場合求める関数は定数を除いて A のみである．

5)　$\hat{M}(1/\delta')=\{f\mid$ 4) の(1), (3), (4)（ただし（$c_j=0$ として）をみたす関数$\}$, $M(1/\delta)=\{g\in\hat{M}(1/\delta')\mid g$ は δ'' の multiple$\}$, $W(1/\delta'')=\{dw\mid dw$ は $1/\delta''$ の multiple, $\int_{\gamma_n^i}dw=0$, $\|dw\|_{\cup D_n}<+\infty\}$, $W(\delta)=\{dw\in W(1/\delta'')\mid dw$ は δ' の multiple$\}$ とし $f\in\hat{M}(1/\delta')$, $dw\in W(1/\delta'')$ に対して $\langle f, dw\rangle=\lim_{n\to\infty}\sum_{a_i\in\Omega_n}\mathrm{Res}_{a_i}fdw$ とおく．

$\hat{M}_0(1/\delta')=\{f\in\hat{M}(1/\delta')\mid\langle f,dw\rangle$ が収束，$\forall dw\in W(1/\delta'')\}$, $W_0(1/\delta'')=\{dw\in W(1/\delta'')\mid\langle f,dw\rangle$ が収束，$\forall f\in\hat{M}(1/\delta')\}$, $M_0(1/\delta)=\mathrm{M}(1/\delta)\cap\hat{M}_0(1/\delta')$, $W_0(\delta)=W(\delta)\cap W_0(1/\delta'')$ とするとき $\hat{M}_0(1/\delta')$, $W_0(1/\delta'')$ は一般には無限次元で

$$\dim W_0(1/\delta'')/W_0(\delta)=\dim\hat{M}_0(1/\delta')/M_0(1/\delta)$$

が成り立つ（genus, divisor がともに有限のときは Riemann-Roch の定理）．

以上の諸結果は canonical な微分〔3〕を使用すれば R に制限を加えなくても成立させることが出来るが（閉リーマン面上での real normalization に対応するもの），求める関数への条件は強くなる．

主 要 参 照 文 献

[1]　Bader, R.: Fonctions à singularités polaires sur des domaines compacts et des surfaces de Riemann ouvertes.

Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. **71**(1954), 243–300.

[2] Behnke, H. und Stein, K.: Entwicklung analytischer Funktionen auf Riemannschen Flächen. Math. Ann. **120**(1949), 430–461.

[3] Kusunoki, Y.: Theory of Abelian integrals and its applications to conformal mapping. Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto Ser. A. Math. **32** (1959), 253–258.

[4] Kusunoki, Y.: Square integrable normal differentials on Riemann surfaces. J. Math. Kyoto Univ. **3**(1968), 59–69.

[5] Kusunoki, Y. and Sainouchi, Y.: Holomorphic differentials on open Riemann surfaces. Ibid. **11**(1971), 181–194.

[6] Sainouchi, Y.: On the analytic semiexact differentials on open Riemann surface. Ibid. **2**(1963), 277–293.

[7] Sainouchi, Y.: On the meromorphic differentials with an infinite number of polar singularities on open Riemann surfaces. (to appear)

[8] Virtanen, K.: Über eine Integraldarstellung von quadratisch integrierbaren analytischen Differentialen. Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser A.I. (1950).

[9] Weyl H.: Die Idee der Riemannschen Fläche. Teubner (1955).

4 月 3 日

20. 中井三留（名大理） **A test for Picard principle.**

$0<|z|\leqq 1$ 上の density (非負局所 Hölder 連続函数) $P(z)$ の $z=0$ における elliptic dimension, 記号 dim P, とは方程式 $\Delta u=Pu$ の Ω: $0<|z|<1$ 上の非負解で $|z|=1$ 上零境界値をもつもの全体の作る半線型空間の次元のこととする．特に dim $P=1$ となるとき Bouligan に従って P に対して Picard principle が成り立つという．このための次の実用的と思える判定条件（十分条件）を報告する: (1) $\int_{\Omega-E}P(z)\log|z|^{-1}dxdy<\infty$ $(z=x+iy)$．ここに除外集合 E は Ω の閉集合で $\Omega-E$ は連結かつ $z=0$ が $\Omega-E$ の調和非正則点とする．すなわち，うまく E をとって(1)が成り立てば dim $P=1$ となる．条件(1)はしかし必要性からは程遠い．この判定条件の系として $P\in L^p(\Omega-E)$ $(1<p\leqq\infty$; E は同上) ならば dim $P=1$ となる．この機会に elliptic dimension に関して重要な次の未解決問題を宣伝したい: **問題 1.** 定数 $c\geqq 1$ に対して dim cP=dim P となるか; **2.** 二個の densities P と Q に対し $P\leqq Q$ のとき dim$P\leqq$dim Q となるか; **3.** $P\to$dim P の値域はどの位大きいか？

21. 長坂行雄（北大理） **regular な compact 化の一つの性質**

R を Green 函数 $G(z, z_0)$ をもつ Riemann 面とする．R^* を R の metrizable regular な compact 化で harmonic boundary Γ の各点はすべて正則点とする．z_0 から発する Green 曲線 l の R^* における end part を $e(l)$ であらわす．このとき次のことがわかる: **定理．** ほとんどすべての Green line l について $e(l)\cap\Gamma$ はただ1点からなる．——証明は a.e. l について $e(l)\cap\Gamma\neq\phi$ を示し（これは一般の距離化可能な可解な compact 化について成り立つ）前田先生と田中先生の結果を使う．

22. 倉持善治郎（北大理） **境界点の近傍における正則函数の存在について**

G を parabolic な Riemann 面の end とし，p を Martin point, $U(p)$を p の近傍とするとき，$U(p)\in O_{AB}$ である例は P. J. Myrberg の考えで作れるが，この例では分岐点のどんな小さな近傍 G' に対して $U(p)-G'\in O_{AB}$ は不明である．ここではそうでない例を示す．Fが十分小な集合ならば $U(p)-F\in O_{ADF}$ である例，また p の近傍に角領域のようなもの $\Delta(p)$を定義して $U(p)\cap\Delta(p)-F\in O_{ABDF}$ である例．またGをpositive boundary の面の end, p を Martin point とすると，$U(p)-F\in O_{ABDF}$ はpが通常点の場合でも起きる例について述べる．ここで $ABDF$ は analytic, 有界，D 積分有界，有限葉被覆を示す．これらの事実はpの近傍にある種の集合が分布していることによることを示す．

23. 柴　雅和（京大理） **理想境界における双対性定理としての Riemann-Roch の定理**

開 Riemann 面での Riemann-Roch の定理はすでに秀れた結果が幾つか得られているが，楠・水本・吉田諸先生の延長上にありかつ閉面の結果をより自然に含むものをここで与える．その際視点を少しく新しくすることによって，定理の表現自体に変化がもたらされると同時に，いくつかの一般化がえられる．結果を一言にしていえば，開 Riemann 面の理想境界における函数と微分の双対性定理として Riemann-Roch の定理は捉えられるということ．定理の叙述と証明には，以前に導入された挙動空間と，それを用いて新しく定義される一般化された因子およびその倍元の概念，さらに理想境界（の部分集合）で

のある種の留数などが本質的な役割を果たす．これまで要求されてきた諸条件——微分の Dirichlet 積分有限性，半完全性，因子の有限性，孤立特異点への制限など——についても少しふれる．

24．釼持信幸（広島大理），**水田義弘**（広島大理）
Regular functional space における凸関数 Φ と $\nabla\Phi$ のポテンシャル論的性質について(I)

最近 B. Calvert (Bollettino U.M.I. (4) 5 (1972)) によって，Sobolev 空間上の非線型 monotone 作用素のポテンシャル論的性質の研究がなされた．しかし彼の議論には，ポテンシャルの概念はない．ここでは，Calvert の議論はもっと一般な regular functional space $X(\subset L^1_{loc}(X;\xi))$（$\xi$ は X 上の measure) 上でもできることを注意する．また，ポテンシャルの概念を導入するとともに，X 上の凸関数 Φ の gateaux の意味での導関数 $\nabla\Phi$: $X\to X^*$ (X^* は X の dual 空間) のポテンシャル論的性質について述べる．ところで，$v\in X$ がポテンシャルであるとは，ある measure μ が存在して $<\nabla\Phi(v),\ w>=\int_X w d\mu$ ($\forall w\in C\cap X$) となるときをいう．Φ に関して modulus contraction が X に作用するとき，すなわち次の (a),(b) が満たされるとき，(a) $v^+\in X(\forall v\in X)$, (b) $<\nabla\Phi(v+w^+)-\nabla\Phi(v),\ w^->\leqq 0$ ($\forall v, w\in X$)，これから導かれるポテンシャルに関する性質を二三あげる．

25．釼持信幸（広島大理），**水田義弘**（広島大理）
Regular functional space における凸関数 Φ と $\nabla\Phi$ のポテンシャル論的性質について(II)

前講演に続き，$\nabla\Phi$ に関するいくつかの性質の同値性をみるために，次のような作用素 A: $D(A)\subset L^2\cap X\to L^2$ を考える：$u\in D(A)$, $f=Au\Longleftrightarrow u\in L^2\cap X$, $f\in L^2$, $<\nabla\Phi(u),\ w>=\int_X fwd\xi(\forall w\in L^2\cap X)$．このとき，$\forall\lambda>0$ に対し $R_\lambda=(I+\lambda A)^{-1}$ が存在する．さらに，Φ についてのいくつかの条件の下に次の性質は同値である：(i) Φ に関して modulus contraction が X に作用する．(ii) $\forall u, v\in D(A)$ に対し $u\wedge v\in X$ かつ $<\nabla\Phi(u\nabla v),\ w>\geqq\int\min(Au,Av)wd\xi(\forall w\in L^2\cap X \text{ with } w\geqq 0)$．(iii) $u, v\in D(A)$ のとき，ある $f\in L^2$ に対し $Au\geqq f$, $Av\geqq f$, $\int_X(Au-f)(u-v)^+d\xi=0$ ならば $u\leqq v$．(iv) $\forall\lambda>0$ に対し，R_λ は L^2 上で保順序である．

26．渡辺ヒサ子（お茶の水女子大理）　**局所コンパクト空間上の連続関数からなる lattice と Dirichlet 問題について**

X は locally compact Hausdorff space, B を $C(X)$ の linear subspace とする．B に関する X の Choquet 境界を $\partial_B(X)$ として，$\overline{\partial_B(X)}=\Gamma$ 上の連続関数が B の関数として拡張されることと B が lattice であることとの関係を調べる．X が compact の場合には，Bauer の定理があるがこの定理を次の形に拡張する．ただし $H_{B^+}=\{f\in C(X);\ \exists g\in B^+,\ |f|\leqq g\}$, $H_{B^+}(\Gamma)=\{f\in C(\Gamma);\ \exists g\in B^+;\ |f|\leqq g|\Gamma\}$ とおく．**定理**．X は局所コンパクト，ハウスドルフ空間とし，B は $C(X)$ の adapted space で，linearly separating, H_{B^+} で closed とする．このとき，B が lattice であることと $H_{B^+}(\Gamma)$ のどの関数も B の関数として拡張されることは同値である．

27．伊藤正之（名大理）　**On the unicity of the divisible convex cone.**

昨春の年会の際，Hunt 核を与えたとき，それに付随して定まる Hunt 核および 0 から成るある種の凸錐 (Riesz の凸錐) を定義した．簡単のために合成核の場合にその定義を再記する．局所コンパクトアーベル群 X 上の Hunt 合成核 N_0 を与える．X 上の合成核から成り，0 を頂点とする凸錐 $C_R(N_0)$ が N_0 に関する divisible convex cone (または Riesz の凸錐) であるとは，次の(i), (ii)が満たされるときである：(i) $C_R(N_0)-\{0\}$ は Hunt 合成核から成る．(ii) $C_R(N_0)\ni N_0$, $C_R(N_0)-\{0\}\ni\forall N$ に対して，$N'\in C_R(N_0)-\{0\}$ が存在して，$N*N'=N_0$ となる．ここで，$X=R^n(n\geqq 3)$, $N_0=G$: R^n 上の Newton 核としたとき，Dirichlet 合成核 (対称な Hunt 核) から成る divisible convex cone はただ 1 つでその端点全体は $\{0\}\cup\{\varepsilon\}\cup\{G_p\}_{0\leqq p<+\infty}$ であることを議論する．ただし，ε は Dirac 測度，$\{G_p\}_{0\leqq p<+\infty}$ は Newton 核 G に関するレゾルベントである．また，同種の議論は Newton 核の代りに Riesz 核としても成立することも述べる．

28．小川枝郎（神戸大工），**村沢忠司**（京府大家政）
調和空間における再生核の存在について

B を滑らかな境界をもつ平面領域とし，$\Lambda^2(B)$ を微分方程式 $\Delta\varphi-P\varphi=0$ の解 φ で Dirichlet ノルム：$D[\varphi]=\iint_B[(\partial\varphi/\partial x)^2+(\partial\varphi/\partial y)^2+P\varphi^2]dxdy$ が有限なものの全体とする．ここで P は実数変数 x, y の正の解析関数とする．S. Bergman は Dirichlet 積分：$D[\varphi,\psi]=\iint_B[(\partial\varphi/\partial x)(\partial\psi/\partial x)+(\partial\varphi/\partial y)(\partial\psi/\partial y)+P\varphi\psi]\,dxdy$ を内積とする Hilbert 空間 $\Lambda^2(B)$ に再生核が存在することを証明し，Green 関数および Neumann 関数との関係等を明らかにした．公理論的調和関数論の立場からみれば，B は sheaf: $U\to\Lambda^2(U)$ に関する一の調和空間とみなすことができる．ただし U は B 内の任意の開集合とする．この講演の目的は H. Bauer の意味における調和空間に再生核の存在することを示すことにある．

29．前田文之（広島大理）　**自己共役調和空間における gradient 測度の概念について**

Ω を可算基をもつ Brelot の調和空間とする．Ω の領域

で，正のポテンシャルをもつものの全体を $\boldsymbol{P}$ とする．各 $\omega \in \boldsymbol{P}$ において，1点台ポテンシャルの proportionality を仮定する．各 $\omega \in \boldsymbol{P}$ に対しその上の対称な Green 函数 $G_\omega(x, y)$ がとれて，$\omega' \subset \omega$, $y \in \omega'$ ならば $G_\omega(\cdot, y) - G_{\omega'}(\cdot, y)$ は y で調和であるように出来るとき，Ω は自己共役であると定義する．局所的に非負有界優調和函数の差で表わせる Ω 上の函数の全体を $\boldsymbol{B}$ とする．各 $f \in \boldsymbol{B}$ に対し，上のような $\{G_\omega(x,y)\}_{\omega \in \boldsymbol{P}}$ によって Ω 上の signed measure σ_f が定まる．$1 \in \boldsymbol{B}$ で，相対コンパクトな $\omega \in \boldsymbol{P}$ に対し $\int_\omega G_\omega(\cdot, y) d|\sigma_1|(y)$ は連続という仮定の下で，$f \in \boldsymbol{B}$ ならば $\delta_f = (1/2)\{2f\sigma_f - \sigma_{f^2} - f^2\sigma_1\}$ は非負な測度になることが証明出来る．これを f の gradient 測度と呼び，Borel 集合 A に対し，$\delta_f(A)$ を f の A 上の Dirichlet 積分と定義する．さらに，functional completion により δ_f の定義を拡張することが出来る．

30．前田文之（広島大理）　**自己共役調和空間における *HD*-空間とその部分空間について**

Ω を前講演の意味の自己共役調和空間とし，δ_f を $f \in \boldsymbol{B}$ の gradient 測度とする．$\mathscr{H}_D = \{u \in \mathscr{H}(\Omega) ; \|u\|^2_D \equiv \delta_u(\Omega) < +\infty\}$ は $\|\cdot\|_D$ をノルムにもつ前ヒルベルト空間になるが，完備かどうか不明である．しかしその部分空間 $\mathscr{H}_{D'} = \{u \in \mathscr{H}(\Omega) ; \|u\|^2_{D'} \equiv \delta_u(\Omega) + \int_\Omega u^2 d\sigma_1^- < +\infty\}$, $\mathscr{H}_E = \{u \in \mathscr{H}(\Omega) ; \|u\|^2_E \equiv \delta_u(\Omega) + \int_\Omega u^2 d|\sigma_1| < +\infty\}$ はそれぞれ $\|\cdot\|_{D'}$, $\|\cdot\|_E$ をノルムにもつヒルベルト空間である．また Ω において正のポテンシャルが存在し $\int_\Omega G_\Omega(\cdot, y) d|\sigma_1|(y)$ が有界ならば，$\mathscr{H}_{D'}$, $\mathscr{H}_E$ はともにベクトル束をなす．この場合も $\mathscr{H}_D$ は一般にベクトル束をなすかどうかは未解決である．ただし，$\sigma_1 \geqq 0$（1が優調和）ならば $\mathscr{H}_D = \mathscr{H}_{D'}$ であるので，$\mathscr{H}_D$ はベクトル束かつヒルベルト空間である．

31．山口博史（滋賀大教育）　**ロバン定数の動きについて**

S_0 を u-平面上に被覆した1変数の開リーマン面とし，その代数分枝点を $\{a_i\}_{i=1}^\infty$ とする．$P_0 (\neq a_i)$ を S_0 上の1点として固定する．今，分枝点達 $\{a_i\}_{i=1}^\infty$ が複素変数 z $(|z| < \rho)$ とともに A にぶっつかることなく解析的に動いたとしよう：$z \longrightarrow \{f_i(z)\}_{i=1}^\infty$, 但し $f_i(0) = a_i$．そうすれば，各 z に対して新らしいリーマン面 S_z が対応することになる．P_0 に関しての S_z の境界のロバン定数を $\lambda(z)$ と書くと，これは $(|z| < \rho)$ での実数値函数を定義するが次の性質を有する：$\lambda(z)$ は $(|z| < \rho)$ での優調和函数である．この命題は2複素変数整函数の定数面のある一様性をみるのに，有意味である．

32．渡辺　力（金沢大教養）　**R. A. Kramer の定理の値分布論的証明について**

R. A. Kramer は entire surface A が algebraic になるための必要十分条件として次のことを示している．A が代数的 $\Longleftrightarrow$ 適当な $r \in R_n^+$ に対し $A \cap \Delta_r$ が compact．ここで $R_n^+ = \{(r_1, \cdots, r_n) \in R_n ; r_i > 0\}$, $\Delta_r = \{(z_1, \cdots, z_n) \in C^n ; |z_1|/r_1 = |z_2|/r_2 = \cdots = |z_n|/r_n\}$．十分条件の証明は大変複雑である．本講演では，この定理に値分布論的証明を与えることを目的とする．次の定理が基本的である．**定理．** A が代数的 $\Longleftrightarrow \lim \sup_{r \to \infty} N_f(r)/\log r < \infty$, ここで $N_f(r) = \int_0^t n_f(s) s^{-1} ds$, $n_f(s) = \omega_{n-1}^{-1} \int_{k \in P^{n-1}} n_f(s:k) d\omega_{n-1}$ ($d\omega_{n-1}$ は $n-1$ 次元射影空間の体積要素）上記定理は W. Stoll 等の結果を使って証明される．Kramer の定理の十分性は上の定理と Ronkin: On analogy of the canonical product for entire functions of several complex variables, Trudy Moskow Math. bšč Tom **18** (1968) のある結果とから直ちに得られる．必要性は次の Lemma でよい．Lemma: m 次同次多項式 $P_m(z)$ に対し $^\exists r \in R_n^+$, $P_m(z) \neq 0$ if $z \in \Delta_r - \{0\}$．

33．阪井　章（阪大教養）　**$z_1, \cdots, z_n, f_1, \cdots, f_n$ によって生成される関数環について**

K を C^n のコムパクト集合とし，K 上で定義された C^∞ 級関数 $g_1, \cdots, g_m$ の多項式の K 上での一様極限全体を $[g_1, \cdots, g_m ; K]$ で表わす．Hörmander-Wermer は f_j が K 上で（ある意味で）$\bar{z}_j$ に近いとき，$[z_1, \cdots, z_n, f_1, \cdots, f_n ; K] = C(K)$ が成りたつことを証明した．また K が多項式凸で，$f_1, \cdots, f_n$ が K で正則なら，$[z_1, \cdots, z_n ; K] = [z_1, \cdots, z_n, f_1, \cdots, f_n ; K]$ が成り立つ．ここではこれらの中間の場合，すなわち K 上で $z_1, \cdots, z_r$ $(0 \leqq r \leqq n)$ について正則な関数がすべて $[z_1, \cdots, z_n, f_1, \cdots, f_n ; K]$ に属するための十分条件について述べる．$r \gtrless 0$ のときには，K についてある種の凸性条件が必要である．

34．福嶋幸生（九大理）　**正則写像の接続について**

Y を Stein 多様体および有限個の複素射影空間との直積多様体とし，(Ω, φ) を Y 上の被拡領域とする．X を次の各々の条件の中のいずれか一つの空間とする：(i) 複素 Lie 群，(ii) 複素多様体でその普遍被覆多様体は非正な正則断面曲率をもつような完備なエルミート計量を備えている．(iii) a taut space, (iv) 解析空間の hyperbolic かつ強 Levi 擬凸な部分空間．このとき，Ω から X の中への正則写像は必ず Ω の正則被まで拡張できる．証明には，Adachi-Suzuki-Yoshida (Pacific J. Math. **47** (1973)), Fujita (J. Math. Kyoto Univ. **4** (1965)), Kajiwara-Kazama (Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ. **25** (1971)). Kwack (Bull. Amer. Math. Soc. **97** (1973)) と Shiffman

$X/\tilde{R} = (X-A) \cup A/R$

(Math. Ann. **194**(1971)) の方法を併用する．

35. 渡辺　清（九大理）　**ある無限次元空間上の被拡領域の有理型函数族の接続について**

$N=\{1,2,\cdots\}$ の各元 n に対して，X_n を複素平面，$X=\Pi_{n\in N}X_n$ を直積空間，(Ω,φ) を X 上の被拡領域，$\mathscr{F}=\{f_j\}_{j\in I}$ を Ω 上の有理型函数族とする．Ω の $\mathscr{F}$ に関する有理型被を $(\tilde{\lambda}_{\mathscr{F}},\tilde{\Omega}_{\mathscr{F}},\tilde{\varphi}_{\mathscr{F}})$ とするとき，ある N の有限部分集合 H と $\Pi_{n\in H}X_n$ 上の正則領域 Δ が存在して，$\tilde{\Omega}_{\mathscr{F}}$ は $\Delta\times\Pi_{n\in N-H}X_n$ と同型になる．証明は，Hirschowitz, Matos, Kajiwara 等の方法を併用してなされる．これより有限次元の場合のいくつかの結果が無限次元の場合にも拡張可能である．

36. 渡辺　清（九大理）　**消滅するコホモロジー群をもつ２次元複素射影空間内の領域について**

Dを２次元複素射影空間内の真部分領域とする．Lを可換な複素 Lie 群とし，$\mathfrak{A}_L$ を L に値をもつ正則写像の芽の層とする．このとき $H^1(D,\mathfrak{A}_L)=0$ ならば，Dは Stein 多様体である．これは最近の Kajiwara-Kazama の結果 i.e. ２次元 Stein 多様体の領域 Ω が，ある複素 Lie 群 L に対して，$H^1(\Omega,\mathfrak{A}_L)=0$ をみたせば，Ω は Stein 多様体であるの一つの拡張である．証明の方法は，うまいコサイクルを作り，Kajiwara, Fujita-Takeuchi, Kieselmann の方法を用いてなされる．さらに，この型の定理のいくつかの拡張が可能である．

37. 風間英明（九大理）　**Weakly 1-complete manifold に於ける近似定理と中野の消滅定理への応用**

n 次元複素多様体 X は，X 上の実数値 C^∞ 級函数 Ψ に関して，weakly 1-complete とする．すなわち，(1) $\partial\bar{\partial}\Psi\geqq 0$ on X　(2)　$\{\Psi<c\}\Subset X(c\in R)$ が成り立つものとする．さらに X 上に中野の意味で positive な vector bundle E が存在するものとする．このとき定理 1，2 を明らかにする．**定理 1**．任意の $c\in R$ に対して，制限写像 $\Gamma(X,\Omega^n(E))\longrightarrow\Gamma(X_c,\Omega^n(E))$ は compact set 上一様収束の位相に関して，dense image をもつ．但し $X_c=\{\Psi<c\}$．——定理 1 を中野の消滅定理 [1] に応用して次を得る．**定理 2**．$H^1(X,\Omega^n(E))=0$．ただし E が line bundle のときは中野 [2] に定理 2 の別証がある．Nakano [1] Number theory, comm. al. and al. geom. in honor of Prof. Y. Akizuki, Kinokuniya (1973).　[2] Proc. Intnl. Conf. on manif. and related topics, Tokyo (1973).

38. 瀧島都夫（東教育大理），**鈴木哲太郎**（東教育大理）**On the trivial extension of equivalence relations on analytic spaces.**

X を (reduced) 解析空間，A を X の到る所疎な解析的集合とし，R を A 上の固有同値関係で商空間 A/R が解析空間になるものとする．このとき，R の X 上への単純接続 $\tilde{R}$ に対し $X/\tilde{R}$ が解析空間になるかという問題が生じる．これに対し次が成立つ．**定理 1**．次の３条件のいずれかが満足されるとき $X/\tilde{R}$ は解析空間となる．

解析的に一点につぶれる

(1) R: finite. (2) $A\subset X$: contractible, canonical map j: $A/R\rightarrow X/\tilde{R}$ quasi-finite, (3) $A\subset X$: contractible, retractible. 次に，定理 1 (3) を用いて H. Kerner の定理 (Math. Ann. **199**(1972)) の拡張を扱う．すなわち，X_k $(k=1,2)$ を連結複素多様体，A_k を X_k の contractible, retractible 解析的集合とし，R_k を A_k 上の固有同値関係で A_k/R_k が解析空間であり，$\dim_a R_k(a)>0$ $({}^\forall a\in A_k)$ であるとする．このとき次が得られる．**定理 2**．fmd $r_1\geqq\dim A_2+2$ のとき，$X_1/\tilde{R}_1\cong X_2/\tilde{R}$ なら右の２図は同型である．Kerner は，r_k: $X_k\rightarrow A_k$ が弱負ベクトル束で $R_k(a)=A_k$ $({}^\forall a\in A_k)$ の場合を扱っている．

$$\begin{array}{ccc} X_k & \xrightarrow{\tilde{P}_k} & X_k/\tilde{R}_k \\ i_k\uparrow\downarrow r_k & & j_k\uparrow \\ A_k & \xrightarrow{P_k} & A_k/R_k \end{array}$$

39. 尾野　功（東教育大理），**吉永悦男**（東教育大理）**解析空間上の同値関係の接続について**

われわれは次の問題を考える：A を（被約）解析空間 X 内の疎な解析的部分集合，R を $(X-A)/R$ が解析空間となるような $X-A$ 上の同値関係とするとき，1) $\bar{R}$ が X 上の同値関係になり，2) $X/\bar{R}$ が解析空間になるための十分条件を求めること，ただし同値関係 R を $\{(x,y)\in(X-A)\times(X-A);\ xRy\}$ と同一視し，R の $X\times X$ での閉包を $\bar{R}$ とする．$\bar{R}$ は一般には推移律を満たさない．π: $\bar{R}\rightarrow X$ を第一成分への標準的射影とする．このとき次の定理が成立する．**定理**．X を正規純次元解析空間，R を $X-A$ 上の開固有同値関係，$2\dim A\leqq\dim R$，任意の $z\in\bar{R}$ に対して $\dim_z\pi^{-1}\pi(z)=$ 定数とするならば，1) $\bar{R}$ は X 上の同値関係である．2) $X/\bar{R}$ は解析空間である．ただし，R が開 (resp. 固有) であるとは π: $R\rightarrow X-A$ が開 (resp. 固有) 写像であることをいう．証明には R. Remmert-K. Stein の接続定理と B. Kaup の定理を用いる．

40. 尾野　功（東教育大理），**渡辺公夫**（東教育大理）**Negative line bundles over Riemann surfaces.**

Grauert により nagative line bundle の零断面は exceptional であることが知られている．X を compact な Riemann 面とし，X 上に有理型関数 f, g があって，条件 (i) f, g はそれぞれ X の１点 x のみで p, q 位の極を有し，p, q は互いに素 (ii) $f^p+g^q+1=0$ ~~(iii) X の種数は $(p-1)(q-1)/2$~~ を満たすとする．因子 x に同伴する line bundle M の双対 M^* は negative であるので，

(i) (ii) ⇒ (iii)

その零断面は exceptional となる．blowing down により構成される解析空間が $\{(x,y,z)\in \boldsymbol{C}^3 | x^p+y^q+z^{p\cdot q}=0\}$ として表現されることを示す．また，$(n-1)$ 次元複素射影空間の超平面に同伴する line bundle を F とすると，その双対 F^* は negative であり，$(F^*)^{\otimes r}$ も negative である．従って exceptional となる．その零断面を blowing down することにより得られる解析空間が $\boldsymbol{C}^n/\sim$ となることを $(F^*)^{\otimes r}$ を大域的に表現することにより示す．但し $(z_1,\cdots,z_n)\sim(w_1,\cdots,w_n)$ とは $\omega^r=1$ となる ω が存在して $(z_1,\cdots,z_n)=(\omega w_1,\cdots,\omega w_n)$ となることとする．

特　別　講　演

斎藤恭司（東大教養）　単純楕円特異点

$f=(f_1,\cdots,f_k)$：$(\boldsymbol{C}^m,0)\to(\boldsymbol{C}^k,0)$ を正則写像の芽で，次の２条件を満すとします：

i）f は flat (i.e. 開写像)，ii）$f^{-1}(0)$ は原点のみを特異点とする解析集合．

将来の目標は，この様な f を調べ尽し，分類することです．

まず f に付随する位相的な量として，次の様なものがあります．$\boldsymbol{C}^m$，$\boldsymbol{C}^k$ の原点の近傍 X, S を適当に取ると，S のある余次元１の解析集合 D が存在して，f: $X-f^{-1}(D)\to S-D$ は differntiable な fiber-bdl. で，その general fiber $f^{-1}(p)$，$p\in S-D$ は $n=m-k$ 次元の球の花束とホモトープなので，その球の個数を $\mu(f)$ とすると，$H_n(f^{-1}(p),\boldsymbol{Z})\simeq \boldsymbol{Z}^\mu$ 上定義された intersection form，基本群 $\pi_1(S-D,p)$ の $H_n(f^{-1}(p),\boldsymbol{Z})$ への作用であるモノドロミーおよびその像であるモノドロミー群，さらに f の versal deformation のモノドロミー群（=total モノドロミー群）等が，f の不変量として定まります．

これ等の量の間には Picard-Lefschetz の公式，ほかいろいろ関係が知られており，その計算法も現在開発されつつあります．

さて，ここで fiber の次元 $n=m-k$ を２に限って（偶数次元のときでもよい）次の問題を考えます．

問 1. intersection form が (negative) definite になるのはいつか？　**問 2.** total monodromy 群が有限となるのはいつか？

すると，M. Artin により導入された有理２重点は上記二性質を有することが E. Brieskorn により計算されました．

ところが実は，有理２重点の deformation が上の問の解のすべてを尽していることが，以下に述べる単純楕円特異点を用いることにより分ります．

まず以下の式で与えられる４種の写像を考えます．$\tilde{D}_4$: $f_1=x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2$, $f_2=x_2^2+ax_3^2+bx_4^2$; $\tilde{E}_6$: $f=x_1^2x_3+x_2^3+ax_2x_3^2+bx_3^3$; $\tilde{E}_7$: $f=x_1^4+ax_1^2x_2^2+x_2^4+x_3^2$; $\tilde{E}_8$: $f=x_1^3+a_1x_1x_2^4+bx_2^6+x_3^2$.

容易に分る様に，これ等の写像の fiber の原点に於ける特異点の minimal resolution の例外曲線は非特異楕円曲線でその self-intersection 数はそれぞれ $-4, -3, -2, -1$ となります．

一方，有理２重点 A_k, D_k, E_6, E_7, E_8，および上記の単純楕円特異点 $\tilde{D}_4, \tilde{E}_6, \tilde{E}_7, \tilde{E}_8$ の非特異 fiber の intersection 型式は，それぞれ対応する Lie 環論おける２次型式 (Cartan-Killing form) となることがたしかめられ，特に有理２重点に対する２次型式は definite で total monodromy 群は Weyle 群と同型となり (Brieskorn)，単純楕円特異点に対する２次型式は semi-definite であり total monodromy 群は無限群となることが分ります．

一方，次の事実も初等的に示せます．**命題．** i）$(f^{-1}, 0)$ の埋め込み余次元が１に等しければ $(f^{-1},0)$ は有理２重点となるか，またはある $\tilde{E}_6$，$\tilde{E}_7$，$\tilde{E}_8$ の特殊化となる；ii）$(f^{-1},0)$ の埋め込み余次元が２以上ならば $(f^{-1}, 0)$ は $\tilde{D}_4$ の特殊化となる．

このことと先の事実を合せて，先に見た問の完全な解答を得ます．

さらに上記命題は次の応用をもっています．**応用．** $n=2$ とするとき，その非特異 fiber の intersection form が $\tilde{A}_k$，$k\geqq 1$，または $\tilde{D}_k$，$k\geqq 5$ となる f は存在しない．

この事実は，一見奇異な感を与えますが，小平先生の elliptic surface の研究に於ても，$\tilde{A}_k$，$k\geqq 1$，$\tilde{D}_k$，$k\geqq 5$ と $\tilde{D}_4, \tilde{E}_6, \tilde{E}_7, \tilde{E}_8$ は別の性格をもつものとしてあつかわれており，その根拠を群論的に解明することが望まれます．

第17回函数論シンポジウムを来る７月11～13日の期間内に琉球大学のお世話で那覇市において開催の予定．参加歓迎．

東京
K.K. 小薬印刷所