野口

1973
October

日 本 数 学 会

昭 和 48 年 秋 季 例 会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函 数 論

時…… 10 月 11 日 ・ 12 日

所…… 岡 山 大 学 理 学 部

11日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 14**
	13.30 ～ 15.00	普通講演	**15 ～ 20**
	15.15 ～ 16.45	特別講演	
12日	9.10 ～ 12.00	普通講演	**21 ～ 32**
	13.30 ～ 15.00	普通講演	**33 ～ 38**
	15.15 ～ 16.45	特別講演	

10 月 11 日

1. 渡辺　力（金沢大教養）　**ある種の連続写像および正則函数の正規族について**

X を σ-compact locally compact metric space とするこのとき X 上の閉集合の列 $\{E_j\}$ に対して，その収束を次のようにきめる．(この定義は A. Hirschhourß, Sur l'approximation des hypersurfaces. Annali della Scuola Norm., Pisa **25** (1971) による．) $\{E_j\}\to E$ (closed set) とは次の条件をみたすことである．(i) $E\neq\phi$ なら $\forall p\in E, \exists\{p_j\}\ni p_j\in E_j, p_j\to p$; (ii) $\forall K\subset X$: compact に対し (しかも $K\cap E=\phi$ をみたすもの) $\exists j_0$; $j\geq j_0$ のときつねに $K\cap E_j=\phi$. この定義によって X 上の閉集合の族につねに正規族となることが知られている．このことから次の定理を得る．**定理 1.** Xからある種の条件をみたす σ-compact metric space への連続写像の族は各点で同程度連続ならつねに正規族をなす。(X は連結であり，位相は $C\cdot U$ 位相を考える.)——また正則函数の族に対して，グラフの言葉でいわゆる Julia の予想 (一松先生の本 p. 38) をいいかえることができる．またある Julia の定理の応用として一変数なら Hurwitz の定理の逆が得られる．

2. 窪田佳尚（東学芸大）**A coefficient inequality for certain meromorphic univalent functions.**

$1<|z|<\infty$ で正則単葉かつ ∞ における級数展開が $g(z)=z+\sum_{n=1}^{\infty}b_nz^{-n}$ となる関数の族を Σ_0 とおく．Garabedian-Schiffer は $|b_3|\leqq(1+2e^{-6})/2$ を証明し，同時に，b_n $(n=1,2,\cdots)$ が実数ならば $b_3\leqq 1/2$ であることを示した．また Jenkins は $b_j=0$ $(j<n)$ ならば $|b_{2n+1}|\leqq(n+1)^{-1}[1+2\exp\{-(2n+4)/n\}]$, $b_j=0$ $(j\leqq(n-1)/2)$ ならば $|b_n|\leqq 2/(n+1)$ となることを示した．ここでは，b_5 に関して次の結果を得たことを述べる．**定理．** Σ_0 に属する関数 $g(z)=z+\sum_{n=1}^{\infty}b_nz^{-n}$ において，b_1, b_2 が実数ならば Re $b_5\leqq 1/3+4/507$. 等号が成り立つのは代数方程式 $(w^2+12/13)^3=(z^3+6z/13+6z^{-1}/13+z^{-3})^2$, $w=g(z)$ をみたす関数のときに限る．系．Σ_0 に属する関数 $g(z)=z+\sum_{n=1}^{\infty}b_nz^{-n}$ において b_n $(n=1,2,\cdots)$ が実数ならば Re $b_5\leqq 1/3+4/507$.

3. 吹田信之（東工大理）**On a metric induced by analytic capacity.**

71 年秋の学会において，Sario-Oikawa の問題に関連して，種々の極値問題 (AB, AD, 容量などに関する) できまる等角不変量が計量として曲率$\leqq-4$ ではなかろうかと予想し，AB 族について定義域が平面領域$\notin O_{AB}$ ならば，計量 $c_B(z)|dz|$ についてこの予想が正しいことを示した．——ここでは上の評価の等号の可能性について論ずる．結果はつぎのとおり: Ω が n 個の曲線 $(n\geqq 2)$ でかこまれた平面領域ならば，$c_B(z)|dz|$ の曲率 $-(\Delta\log c_B(z))/c_B{}^2(z)<-4$, $z\in\Omega$.

4. 佐藤宏樹（静岡大理）　**有理型 Eichler 積分の周期について**

71年秋の講演である種のクライン群に関し正則アイヒラー積分の周期関係式，不等式をえたことを報告した．$\{A_1, B_1,\cdots, A_g, B_g\}$, $\prod_{i=1}^{g}S_i=1$ $(S_i=B_i^{-1}A_i^{-1}B_iA_i)$ により生成された第一種フックス群 G に対し有理型アイヒラー積分の周期の空間 $H^1(G, C^{2q-1}, M)$ (以後 H^1 とかく) の元で周期関係式，不等式をみたす集合を H^1_2 とかく．H^1 の元で，その "S" 周期がすべて0となる集合を H^1_0 とかく，$Z\in H^1$ はアイヒラー・コホモロジー X とベールス・コホモロジー Y の直和とかかれるが，$X_A=\bar{Y}_A$, $A\in G$ となる Z の集合を H^1_1 とかく．このとき $H^1_0\subset H^1_2$, $H^1_1\subset H^1_2$ そして $\dim_C H^1_0=\dim_C H^1_1=(2q-1)(g-1)$ をえた．正則アイヒラー積分でその "S" 周期の係数の実数部分がすべて0となる空間をE^0_{1-q} であらわし，重さ$-2q$ の保型形式でベールス・コホモロジーの "S" 周期の係数の実数部分がすべて 0 となる空間を B^0_q であらわすと，$D^{2q-1}E^0_{1-q}=B^0_q$ なることをえた．その次元，さらに部分空間の関係も述べる．

5. 都築正信（埼玉大教養）　**Some properties of canonical products of finite genus.**

F_λ は負の実軸にのみ零点を持つ有限 order λ の canonical product の集合とする．もし $\lambda>1$ ならば，$h(\lambda)=\inf_{f\in F_\lambda}\delta(0,f)>A/(1+A)$, ここに $A(>0)$ は絶対定数である．これは，Edrei-Fuchs-Hellerstein の結果であるが，最近 Ozawa はこの定数 A に関してかなり改良された結果を得ている．しかしAの正確な値はいぜんわからない．ここでは，もしλが $1\leqq q\leqq\lambda<q+1$, $g=[\lambda]$ ならば，$h(\lambda)\leqq 1-1/B(q)$, $B(q)=2(2q+1)(2+\log(q+1))$ が得られることを述べる．また，この証明に使われた関数の $M(r)$ の状態を調べることにより，Williamson が提起したある問題 (Quart. J. Math. **21**(1970)) が否定的に解決されることを示す．

6. 占部博信（京教育大）　**Note on a theorem of I. N. Baker.**

$f(z)$ を整函数として，$f_0(z)=z$, $f_{n+1}(z)=f(f_n(z))$, $n\geqq 0$ とする．I. N. Baker (Math. Z. **69** (1958), 121

-163) に次の定理がある：$f(z)=ae^{bz}+c$, a, b, c は定数，$ab\neq 0$. $g(z)$ は整函数とし，$f(g(z))=g(f(z))$ ならば $g(z)=f_n(z)$ ($^{\exists}n\geqq 0$). ——本講演では，$f(z)$, $g(z)$ を位数有限な超越整函数とし，$f'(z)$ は零点を持たないとするとき，$f(g(z))=g(f(z))$ ならば，$g(z)=af(z)+b$ である．——さらに $g\equiv f$ とは限らないことを例によって示す．また，$f(z)=e_n(z)$ ($n\geqq 1$), $g(z)$ を整函数とし $f(g)=g(f)$ ならば，$g(z)$ は e^z と可換である——などについて述べる．

7. **吉田英信**（千葉大工） **$|z|<1$ で有理型な関数の cluster sets と essential cluster sets**

Belna (Nagoya Math. J. **47** (1972)) は，$|z|<1$ で有理型な関数の cluster sets と essential cluster sets の関係について，いくつかの興味ある結果を証明した．ここでは，その Belna の方法より自然だと思われる方法によって，類似の結果およびより鋭い結果が得られることを報告する．以下，結果の一つと，それに必要な定義を記す．T を $\zeta\in C$ (単位円周) に終る chord かまたは ζ に頂点を持つ Stolz angle とし，$r>0$ に対して，$T_r=T\cap\{z\in U$ (単位円内)；$|z-\zeta|<r\}$ とおく．また，σ は W (リーマン球面) 上の chordal metric, m は linear measure (T が chord の場合) または2次元 measure (T が Stolz angle の場合) を表わすとする．いま，$Wo\in C_e(f, \zeta, T)$ (T に関する，ζ での $f(z)$ の essential cluster set) とは，すべての $\varepsilon>0$ に対して，$\limsup_{r\to 0} m[T_r\cap f^{-1}(\{w\in W;\ \sigma(w, w_0)<\varepsilon\})]\cdot(mT_r)^{-1}>0$. 次に，$\zeta\in N(f)$ とは，ζ を頂点に持つ任意の Stolz angle 上で，$(1-|z|)\ |f'(z)|/(1+|f(z)|^2)$ が有界であることとする．このとき，$N(f)$ の各点で，ζ に終る任意の chord χ, ζ に頂点を持つ任意の Stolz angle $\varDelta$ に関して $C_e(f, \zeta, \chi)=C(f, \zeta, \chi)$, $C_e(f, \zeta, \varDelta)=C(f, \zeta, \varDelta)$.

8. **吉田英信**（千葉大工） **$|z|<\infty$ で有理型な関数の cluster sets と essential cluster sets**

$|z|<1$ で有理型な関数に対して行なったと同様な考察を，$|z|<\infty$ で有理型な関数に対しても行なうことによって得られた結果を報告する．以下，主なる結果と，それに必要な定義を記す．T を ray または角領域とし，$T_r=T\cap\{|z|>r\}$ とおく．また，m は spherical metric を表わすとする．いま，$w_0\in C_e(f, \infty, T)$ (T に関する ∞ での $f(z)$ の essential cluster set) とは，すべての $\varepsilon>0$ に対して，$\limsup_{r\to 0} m[T_r\cap f^{-1}(\{w\in W; \sigma(w, w_0)<\varepsilon\})]\cdot(mT_r)^{-1}>0$. 1. もしある ray χ^* に対して $C_e(f, \infty, \chi^*)\neq C(f, \infty, \chi^*)$ ならば，χ^* は $f(z)$ の Julia 方向である．逆に，Julia 方向である ray に関する cluster sets と essential cluster sets の関係についてはどうかを，関数 $\Pi_{j=1}^{\infty}\{1-(z/n_j)n_j^2\}$ ($n_j=2^j$) によって考察する．2. Julia の（意味での）除外関数 $f(z)$ に対しては，任意の ray χ^*, 任意の Stolz angle $\varDelta^*$ に関して $C_e(f, \infty, \chi^*)=C(f, \infty, \chi^*)$ かつ $C_e(f, \infty, \varDelta^*)=C(f, \infty, \varDelta^*)$.

9 **鈴木順二**（三重大教育）・**戸田暢茂**（名大教養） **Picard 定数について**

Ozawa によって定義された Picard 定数と analogous に——R_w を n 価超越代数型函数 $w(z)$ の proper な存在領域として定義されるリーマン面，$T(R_w)$ を R_w 上の超越有理型函数の族，また $F(f)$ ($f\in T(R_w)$) を f の Picard の除外値の個数とするとき，$F(R_w)=\sup\{F(f);\ f\in T(R_w)\}$ と定義する．このとき，$P(R_w)$ を R_w の Picard 定数とすると，この $F(R_w)$ は：$2\leqq P(R_w)\leqq F(R_w)\leqq 2n$ なる関係にある．ここでは，Aogai の方法等を用いて，$F(R_w)\leqq n$, $F(R_w)=2n$ の場合について調べた結果を報告する．

10. **山下慎二**（都立大理） **Derivatives of holomorphic functions in the disc.**

主要な結果の一つ．f は D: $|z|<1$ で正則，S_z は $f(w)$ が $|w-z|/|1-\bar{z}w|<\rho$ で ~~mear~~ univalent であるような ρ ($0<\rho<1$) の集合，$S_z=\phi$(空) なら $\rho(z)=0$; $S_z\neq\phi$ なら S_z の supremum を $\rho(z)$ とおく．**定理**．もし環状領域 $r<|z|<1$ ($0<r<1$) での $\rho(z)$ の infimum が正ならば f' は D で normal である．**系**. (McMillan) f が D で univalent であれば f' は D で normal である．

11. **小沢　満**（東工大理） **Distribution of zeros and poles and deficiency of a meromorphic function of finite genus.**

つぎの定理を報告する．$f(z)$ は $f(z)=\prod E(z/a_n, 2)/\prod E(z/b_n, 2)$, $E(x, q)=(1-x)\exp(\sum_1^q x^j/j)$ と表わされるとする．条件 $|a_n|=|b_n|$, $\sum 1/|a_n|=\infty$, $\sum 1/|a_n|^3<\infty$, $|\pi-\arg a_n|\leqq\pi/6$, $|\arg b_n|\leqq\pi/6$ がみたされるならば，$\delta(0, f)=\delta(\infty, f)\geqq(1+2A)/(3+2A)$. ここで $\mathrm{A}=\sqrt{3}/4\pi-1/12$.

12. **小沢　満**（東工大理） **Distribution of zeros and deficiency of a canonical product of genus one.**

つぎの定理について報告する．$g(z)$ は種数1の標準積でその零点 $\{a_k\}$ が $|\pi-\arg a_k|\leqq\pi/4$ をみたすならば，$\delta(0, g)\geqq A/(1+A)$. ここで A は絶対定数で $0.029\cdots$ である．さらに位数 ρ, lower order μ とは $1\leqq\mu\leqq\rho\leqq 2$ をみたす．種数 q のときには $|2k\pi/q-\arg a_\mu|\leqq\pi/4q$, $k=0, 1, \cdots, q-1$ をみたすならば，同じ定数 A をもって $\delta(0, g)\geqq A/(1+A)$.

13.　小林　忠（東工大理）　**ある種の有理型函数族について**

Shea の積分表示 (Trans. Amer. Math. Soc. **124**) を用いて Edrei らの結果 (Pacific Journ. Math. **11**) の精密化を行なう．genus q の基本乗積 $g(z)\equiv\prod E(z/a_n, q)$ $(a_n<0)$ に対して不等式 $1-\delta(0, g)\leq 1/(1+A(q))$, $\underline{\lim}_{q\to+\infty} A(q)>1/10$ が成り立つことを示す．さらに実軸の負の部分にのみ零点，正の部分にのみ極をもつ有理型函数の位数と下位数との関係についてのべる．

14.　野口潤次郎（広島大理）　**On the deficiencies and the existence of Picard's exceptional values of entire algebroid functions.**

代数型函数の値分布論において，定義多項式の係数函数系内の一次独立な函数の数とNevanlinna-deficienciesの和および Picard-除外値の数の相互関係を明らかにすることが一つの焦点となっている．この講演では Niino-Ozawa (Deficiencies of an entire algebroid function. Kōdai Math. Sem. Rep. **22** (1970), 98−113) の結果の方向性に沿って Ozawa (Deficiencies of an entire algebroid function, III. ibid. **23** (1971), 486−492) と Suzuki (On deficiencies of an entire algebroid function. ibid. **24** (1972), 62−74) の結果の一般化を与える．

15.　毛利政行（阪大理）・**柴田敬一**（阪大教養）　**Lehto-Virtanen-Väisälä の maximal dilatation at point について**

$w=T(z)$ を領域 G で定義された K-q. c. 写像とする．G の点 z に対して，G に含まれる z の近傍を U とする．U に内蔵される4辺形を Ω とし，$\inf[\max\{\mathrm{mod}\,T(\Omega)/\mathrm{mod}\,\Omega, \mathrm{mod}\,\Omega/\mathrm{mod}\,T(\Omega)\}]$ を $\underline{D}_T[U]$ と記す．ただし，下限は U 内のすべての Ω についてとられるものとする．$U\subset G$ が z のすべての近傍系を動くときの $\sup \underline{D}_T[U]$ を，z における T の minimal dilatation と名付け，$\underline{D}_T(z)$ で表わす．これは表題の maximal dilatation の analogue であるが，全微分可能な点ではこれらの1組が Beltrami 係数 h_T の上下からの評価を与え，$|h_T|$ が単に有界可測であるのに比して，半連続性をもつという利点がある．また，U 内の Ω の族に制限を加えることにより，強弱二，三種の定義が得られ，それぞれに用途がある．それらが extremal quasiconformal mapping その他，擬等角写像の研究へどのように応用されるかについて報告する．

16.　加藤崇雄（東工大理）　**Riemann 面の自己解析写像が恒等写像になるための条件**

定理．(Accola) W を Riemann 面 (種数≧2)，f は W の自己等角写像．4つの cycles $C_1,\cdots, C_4$ $(C_1\times C_3=C_2\times C_4=1,\ C_i\times C_j=0,\ i+j\equiv 1 \pmod 2)$ があって $f(C_i)$ が C_i に弱ホモローグならば，f は恒等写像．――この定理の仮定をひとつでも除けば結論は成り立たないが，他のある程度弱い仮定に置き換えうる．たとえば，W を開 Riemann 面 (種数≧1)，f は W の自己解析写像．2つの cycles C_1, C_2 $(C_1\times C_2=1)$ があって $f(C_i)$ が C_i にホモローグならば f は恒等写像．――この種の条件を他にいくつか述べる．

17.　斉ノ内義一（京工繊大工芸）　**開リーマン面上の Abel の定理について**

閉リーマン面上の Abel の定理の開リーマン面上への拡張は H. Behnke, K. Stein による Mittag-Leffler の定理の拡張が一般的であるが，古典的な Abel の定理の形をもつためには有理型関数や正則微分の族としては適当に制限されたものでなければならない．Ahlfors による quasi-rational 関数と Γ_{ase}, 楠による標準ポテンシャルと半完全標準微分などはその代表的なものである．ここでは，$\mathscr{D}$ を一つの半完全正則微分のある族とし，条件 (i) $\int_{\gamma_n^{(i)}} d\log f=0$, (ii) $\lim_{n\to\infty}\int_{\partial\Omega_n} w_i\, d\log f=0$ をみたす有理型関数 $f(p)$ の族を $\mathscr{M}$ とする．ここで $\{\Omega_n\}$ はリーマン面の標準近似列，$dw_i\in\mathscr{D}$, $\partial\Omega_n=\cup\gamma_n^{(i)}$ とする．無限 divisor δ_z(ただし δ の Ω_n への制限 δ_n の degree 0) をあたえたとき，それを divisor とする $f\in\mathscr{M}$ の存在するための必要十分条件をあたえる．また面を制限したときそれに関連したいくつかの事実をのべる．

18.　酒井　良（東工大理）　**span について**

R を一つの Riemann 面とし，X を R 上の Dirichlet 積分が有限である調和関数の族 HD の線形部分空間とする (以下において，X は ReAD, KD, HD である)．R 上の点 z と z の局所助変数 t に対して $S_X(z,t)=(\sup_{u\in X,\, D(u)\leq\pi}(\partial u/\partial x)(z))^2, t=x+iy$ とおいて，z と t に関する X-span と呼ぶ．S_X をある点 z とある局所助変数 t が存在してそれに関する X-span が 0 となる Riemann面の族とする．$O_X\subset S_X$ である．Sario-Oikawa "Capacity functions" の問題4はこの包含関係が strict であるかという問題とみなせる．**定理．**種数有限の Riemann 面にかぎれば，$O_{KD}=S_{KD}=O_{AD}=S_{AD}$, $O_{HD}<S_{HD}<O_{AD}$. 種数無限の Riemann 面に関しては，

$$\begin{array}{ccccc} O_{HD} & < & O_{KD} & < & O_{AD} \\ \wedge & & \wedge & & \wedge \\ S_{HD} & < & S_{KD} & < & S_{AD}. \end{array}$$

ここで S_{AD} は $S_{\mathrm{Re}AD}$ を略記したものである．最後の図式において，包含関係の示されていないもの (例えば，O_{KD} と S_{HD}) は包含関係がない．

19.　松井邦光（同志社大工）　**等角写像における楠の定理の拡張について**

Rを開リーマン面，$\{R_n\}$ を正則近似，Λ_n を R_n 上の挙動空間（柴の意味の），$\Lambda=\{\lambda\in\Lambda_h(R)$ s. t. $\exists\lambda_n\in\Lambda_n$, $\|\lambda-\lambda_n\|_{R_N}\to 0\}$ とおく．いま Λ, Λ_n が次の条件 (A) を満すとき Λ は R 上の挙動空間になる．このとき $\Lambda_n\to\Lambda$ とかく．(A) $\{\lambda_n\in\Lambda_n\}$ s. t. $\|\lambda_n\|<k$ があるとき $\exists\{\lambda_{n_k}\}$ s. t. $\lambda_{n_k}\to\lambda\in\Lambda$ 広義一様．いま R（種数 g 有限）の Stoilow 境界の有限正則分割を $\cup_{k=1}^{K}\beta_k$, R の標準基底を $\{A_j, B_j\}$ とする．$\Lambda_n=\{\lambda\in\Lambda_{hse}(R_n)$, $\int_{A_j, B_j}\lambda\in L_j$, $\mathrm{Im}z_k\lambda\in\Gamma_{h\beta_k 0}(R_n)$, $z_k\in l_k$, l_k, L_j はすべて原点を通る直線，$\Gamma_{h\beta_k 0}(R_n)$ はある $\Gamma_h(R_n)$ の部分空間$\}$，$\Lambda=\{\lambda\in\Lambda_{hse}(R)$, $\int_{A_j, B_j}\lambda\in L_j$, $\mathrm{Im}z_k\lambda\in\Gamma_{h\beta_k 0}(R)\}$ とおくとき $\Lambda_n\to\Lambda$ が成立し，このことから次の定理が成立．**定理**．R上$\exists f$, 有理型函数で (1) Λ 挙動をもつ，(2) 適当な点Pでのみ $g+1$ 位の極をもつ (3) $f(R)$ はリーマン球面を高々 $g+1$ 葉に覆う．なおこの定理に似た楠，柴の定理を含むような定理および山口の regular 作用素を使用して interpolation 問題とリーマン面の分類についてのべる．

20.　米谷文男（京大理）　***HD*-函数の境界値と法線微分について**

双曲型リーマン面 R の resolutive なコンパクト化を R^*, $\Delta=R^*-R$ とする．ω を固定点 a に関する調和測度とし，$L_0=\{f\in L^2(\omega);\ \int_\Delta fd\omega=0\}$, $H_0(\Gamma_x)=\{u\in HD;$ $u(a)=0,\ du\in\Gamma_x\}$ とする．ただし Γ_x は Γ_{he} の任意の部分空間を示す．R^* が Γ_x—normal（すなわち，任意の $u\in H_0(\Gamma_x)$ に対して，$H_{\hat{u}}=u$ をみたす resolutive な函数 $\hat{u}$ が存在する.）このとき $f\in L_0$ が $\langle dv, du\rangle=\int_\Delta v\bar{f}dw$, $^\forall v\in H_0(\Gamma_x)$をみたすとき f を u の Γ_x-法線微分と呼び，かような $u\in H_0(\Gamma_x)$ の集合を $N_0(\Gamma_x)$ とする．ここで取り扱うのはつぎの問題である．(1) $N_0(\Gamma_x)=H_0(\Gamma_x)$ となる条件；(2) $N_0(\Gamma_{he})\cap H_0(\Gamma_x)$ が $H_0(\Gamma_x)$ で dense であるか；(3) 各境界成分上 ω-*a.e.* に定数である *HD*-函数 u は harmonic measure ($du\in\Gamma_{hm}$) か．以上の問題に対して若干の同等な条件および反例等を与える．たとえば (3) の simple な反例が同時に $N_0(\Gamma_{he})\cap H_0(\Gamma_{kd})$ が $H_0(\Gamma_{kd})$ の中で dense になっていない例でもある．

特　別　講　演

酒井　良（東工大理）　**有界正則関数族上の極値問題について**

単位円板上の有界正則関数に関する Schwarz lemma を一般化し，その極値関数の特性を調べることは Grunsky, Ahlfors, Garabedian に始まる．Rogosinski–Shapiro, Lax は線形汎関数の極値問題への拡張をめざし，Carleson, Havinson, Fisher は任意の平面領域への拡張をめざした．Hejhal によって，任意の平面領域において，線形汎関数の極値問題を論ずることも行なわれた．最近では，有界正則関数族の極大イデアル空間を用いて極値問題を論ずることが Fisher, Gamelin, Garnett らにより行なわれている．以下では，極値関数の存在と一意性を中心に，有界正則関数族上の極値問題を論ずる．

1.　W を平面領域とし，AB を W 上の有界正則関数の全体とする．AB は sup norm $\|\ \|$ に関して Banach 空間となる．AB 上の汎関数 T に対して，$\|T\|=\sup_{f\in AB,\ \|f\|\leq 1}|T(f)|$ とおき，$\|T\|=T(g)$ となる $g\in AB$, $\|g\|\leqq 1$ を T の極値関数と呼ぶ．連続な線形汎関数にかぎっても一般には極値関数は存在しない．すなわち，任意の $W\notin O_{AB}$ に対し，極値関数の存在しない連続な線形汎関数を構成できる．また存在しても一意的とは限らない．これらの例の構成に W の compact 化を用いる．

2.　汎関数 T が次の条件 (β)（または (γ)）をみたすとき β-連続（または γ-連続）という．

(β)　関数列 $\{f_n\}\subset AB$ が一様有界で W 上広義一様に $f\in AB$ に収束 (bounded convergence) すれば，$T(f_n)\to T(f)$ $(n\to\infty)$.

(γ)　関数列 $\{f_n\}\subset AB$ が W 上広義一様に $f\in AB$ に収束 (compact convergence) すれば，$T(f_n)\to T(f)$ $(n\to\infty)$.

汎関数Tが次の二つの条件をみたすとき，優加法的という．

(1)　任意の $f\in AB$ に対して，複素数 c ($|c|\leqq 1$) が存在して，$T(cf)$ が実数となり，$T(cf)\geqq|T(f)|$ をみたす．

(2)　T の値が正の実数となる $f\in AB$ と正の実数 c に対して $T(cf)=cT(f)$ が成り立ち，T の値が正の実数となる f, $g\in AB$ に対しては $T(f+g)$ が正の実数となり，$T(f+g)\geqq T(f)+T(g)$ をみたす．

定理 1.　汎関数が β-連続，優加法的ならば，極値関数は存在する．

定理 2. 汎関数 ($\neq 0$) が γ-連続，優加法的ならば，極値関数は一意的である．

3. 線形な汎関数については積分表示が可能であり，Rubel−Shields は次の結果を得ている．

定理 3. β-連続な線形汎関数 T に対して W 上の複素測度 μ が存在して，任意の $f \in AB$ に対して，$T(f)=\int_W f d\mu$．しかも μ を面積要素に関して絶対連続にとれる．

γ-連続な線形汎関数に関しては次の定理を得る．

定理 4. γ-連続な線形汎関数に関しては，定理３の表現測度として．その support が compact なものをとれる．

4. 線形汎関数の極値関数の特性はその表現測度の support の形によっているようである．

定理 5. 線形汎関数 $T(\neq 0)$ が W 上の複素測度により表現されていて，その support は compact であって，補集合が連結とする．E を ∂W に含まれる compact な集合，g を T の極値関数とするとき，$\overline{\lim}_{W \ni z \to E} |g(z)|<1$ ならば $E \in N_B$ である．

文　献

[1] Fisher, S., On Schwarz's lemma and inner functions. Trans. Amer. Math. Soc. **138** (1969), 229–240.

[2] Gamelin, T., Lectures on H^∞(D). Univ. Nac. de La Plata (1972).

[3] Garnett, J., Analytic capacity and measure. Lecture note, 297. Springer. (1972).

[4] Hejhal, D., Linear extremal problems for analytic functions. Acta Math. **128** (1972), 91–122.

[5] Rubel, L. and A. Shields, The space of bounded analytic functions on a region. Ann. Inst. Fourier. **16** (1966), 235–277.

詳しい文献については [2]，[3] を参照．

10 月 12 日

21. 田中　博（北大理）　**ある種のリーマン面の族について**

Royden 境界上に容量正の点が存在するリーマン面の族を U_{HN}（春の学会では U_{HF} と記した）であらわす．このとき，$R \in U_{HB}$ (U_{HD}, U_{HN}) ならば，$R-K \in O_{AB}$ (O_{AD}, O_{AN}) であることが知られている（K は R のコンパクト集合で $R-K$ は連結）．ただし，$f \in AN$ とは $f \in AD$ でかつすべての複素数が f に関して ordinary point である．——戸田—松本氏 (Nagoya Math. J. 22, 23) は $R \in U_{HB}(U_{HD})$ でなくても上記の結果が成り立つ場合があることを示した．——ここでは U_{HN} に関しても戸田—松本氏の結果と類似なものが成り立つことを示す．——すなわち，R が U_{HN} に属さなくても $R-K \in O_{AK}$ となる場合がある．

22. 倉持善治郎（北大理）　**リーマン面の minimal point について**

Parabolic な Riemann 面の一つの境界要素を p とし $G_1 \supset G_2 \supset \cdots$ をその決定列とする．F_i を G_0 内の compact set とし $F=\sum F_i$ で G_0-F が連結で $\overline{\lim}_{n\to\infty} \inf_{z \in \partial G_n} G(z, p_0)>0$ なるとき F は p に thin ということにすれば次のことがわかる．ここで $G(z, p_0)$ は G_0-F の Green 函数である． 1) G_0-F 上に球面，面積有界なる正則函数があれば p 上には高々可付番の miximal point がある． 2) すべての n について G_n-F が連結で G_0-F 上に有界葉な正則函数があれば p 上の minimal point は有限個である． 3) 1) の条件を満たし可付番無限個の minimal point を持つものがある． 4) 3) を単に有界函数とかえれば，連続の濃度の minimal point を有する面が作れる．5) ∂F_i が解析曲線のときは G_0-F の doubled surface が考えられて，p 上の minimal point と G_0-F の p 上の N-minimal point, doubled surface の minimal point とは 1 : 1 : 1 pair の関係がある．その他について述べる．

23. 中井三留（名大理）　**Densities without Evans solutions.**

開リーマン面 R とその上の density P ($\geq 0, \neq 0$, Hölder 連続；特に $\int_R P(z)dxdy<\infty$ なら P は finite density という）の組 (R, P) で R 上 $\Delta u=Pu$ の有界解が 0 に限るものの族を $\mathcal{O}_B$，R 上 $\Delta u=Pu$ の Evans 解（$z\to$理想境界のとき $u(z)\to\infty$ となる解）があるものの族を $\mathscr{E}$ とすると，$\mathscr{E} \subset \mathcal{O}_B$ であるが実は $\mathscr{E}=\mathcal{O}_B$ ではないかと予想されていた．この予想が否定的であることを次の一般的な定理の帰結として報告する：**定理**．任意開リーマン面 R 上に常に finite density P で **singular** (i. e. すべての $\Delta u=Pu$ の R 上の正解が zero infimum をもつ) なものが存在する．——さらに，R 上のすべての density の空間 $\mathscr{D}(R)$ の中で singular density の部分空間 $\mathscr{D}_s(R)$ は単に $\mathscr{D}_s(R)\neq\phi$ にとどまらず充分に大きい，i.e. 距離

$$\frac{\int_R |P_1(z)-P_2(z)|dxdy}{1+\int_R |P_1(z)-P_2(z)|dxdy}$$

(ただし $\infty/\infty=1$) に関して $\mathcal{D}_{\delta}(R)$ は $\mathcal{D}(R)$ 内 dense, $\mathcal{D}_{\delta}(R)=\mathcal{D}(R)$, となることも合せて報告する.

24. **多田俊政** (名大理) **Martin compactification of Euclidean space with dencity.**

E^m 上の dencity P ($\geqq 0$, $\neq 0$, Hölder 連続) に関する (i. e. $\Delta u=Pu$ に関する) E^m の Martin compact 化を $(E^m)^*_P$ とする. P が rotation free (i. e. $P(x)=P(|x|)$, $|x|=\sqrt{x_1^2+\cdots+x_m^2}$) のとき $(E^2)^*_P$ は, M. Nakai により決定された. その結果を一般次元 $m\geqq 2$ に拡張した決定を報告する. **定理** $(E^m)^*_P\approx(|x|\leqq\alpha(P))$. ここに $\alpha(P)$ は P の singularity index と呼ばれる固有量であり, $\alpha(P)=\lim_{t\to 0} u_0(t)/u_1(t)$ で与えられる. ただし $u_j(t)$ は, 常微分方程式

$$\frac{d^2}{dt^2}u(t)+\frac{m-1}{t}\cdot\frac{d}{dt}u(t)-\left(\frac{1}{t^4}P\left(\frac{1}{t}\right)+\frac{j(j+m-2)}{t^2}\right)u(t)=0$$

の $(0,1]$ 上有界で, 初期値 $u_j(1)=1$ の解である.

25. **郡 敏昭** (早大理工) **調和空間の duality と cohomology**

$(X, \mathcal{H})$ を Brelot の調和空間とし, その一点コンパクト化 Y の上の層で (1) $\mathcal{O}_x=\mathcal{H}_x$, $\forall x\in X$, (2) $\mathcal{O}_\infty$ は $\lim_{V\ni\infty}\mathcal{H}_{V-\{\infty\}}$ の線型部分空間, (3) 層 $\mathcal{O}$ に対してディリクレ問題の解ける集合が Y の位相基をつくる, を満足するものを harmonic sheaf on Y という. $H^q(Y, \mathcal{O})$, $H^q(X, \mathcal{H})$, $q\geqq 1$, の計算が, B. Walsh によるものより初等的に, かつゆるい仮定の下に, 実行される. 次に $\mathcal{O}$ に adjoint な hanmonic sheaf $\mathcal{O}^*$ を導き, $\mathcal{O}$-potential が存在するような集合 V とその compact subset K に対して, $(\mathcal{O}_K)'\cong\mathcal{O}^*_{V-K}/\mathcal{O}^*_V=H^1_K(V,\mathcal{O}^*)$ を示す. ただし $\mathcal{O}_K$=inductive limit of $\mathcal{O}_U$, $U\supset K$. これは Tillmann-Grothendieck 等の楕円型方程式の解層についての結果の一般化で, ≪無限遠で vanish する harmonic sheaf≫ についてのみならず, すべての harmonic sheaf に対し成り立つことは (Brelot 調和空間への拡張というだけでなく) 真に拡張された結果を与えている. 以上において層 $\mathcal{O}$ の様々な resolution が重要である. (そのうち一つは B. Walsh による).

26. **郡 敏昭** (早大理工) **調和空間上の無限遠点に制限を持つ層の分解と, その特異層の押し拡げ方について**

調和空間 $(X, \mathcal{H})$ の1点コンパクト化 $Y=X\cup\{a\}$ 上の層 $\mathcal{O}$ で $\mathcal{O}|X=\mathcal{H}$ 他 Brelot の層 $\mathcal{H}$ と類似の性質を持つものを対象とする. このような層の分解は B. Walsh により得られた $0\to\mathcal{O}\to\mathcal{R}\to\mathcal{P}\to 0$, ($\mathcal{R}$ は full-superharmonic fn の差の層, $\mathcal{P}$ は fullpotential の差の層でいずれも fine) があるが, $\mathcal{P}$ の代りに harmonic full-potential の差の層 $\mathcal{G}$ を用いたが分解 $0\to\mathcal{O}\to\mathcal{F}\to\mathcal{G}\to 0$ はより重要と思える. ここに $\mathcal{F}_U=\mathcal{H}_{U-a}$. 例えば $H^1(Y, \mathcal{F})=0$ を用いて quasi analytic でない調和空間に対しても $H^1(X, \mathcal{H})=0$ が示せる, また $H^1(Y, \mathcal{O})$ の計算も B. Walsh より見通しよくかんたんにできる. ここに現われた $\mathcal{G}$ は無限遠での fullharmonic でない度合を表わしているが, 無限遠点 $\{a\}$ を blow up したものとして倉持型理想境界を考えると, すべての $\mathcal{G}$ の germ は extremal な germ の理想境界での≪積分≫として捉えられる. $\mathcal{G}$ は $\mathcal{G}|X=0$ で fine sheaf だが, $\mathcal{F}$ は fine でも flabby でもないが主要な cohomology が vanish し, $\mathcal{F}$ 自身以上に他の層の cohomology の計算に有効である.

27. **前田文之** (広島大理) **調和空間の対称な Green 函数について**

可算基をもつ Brelot の調和空間において, 一意性 (1点台ポテンシャルの比例性) を仮定するとき, 対称な Green 函数は (もし存在すれば) 常に正型であり, かつエネルギー原理をみたす. 正型であることの証明は, 定数函数1が優調和な場合に帰着させて, Green 函数によって定義される積分作用素のレゾルベントを考えればよい.

28. **池上輝男** (阪市大理) **調和空間から調和空間への Bl 型写像について**

調和空間 X から調和空間 X' への Bl 型写像については, Constantinescu-Cornea (Nagoya J. M. **25** (1965)) によって定義され, その性質が調べられている. 本講演では X の Martin compact 化を考え, φ を Martin boundary における境界性質で特徴づけ, Martin boundary と fine cluster set に関連した結果を導く. それらは φ がリーマン面の間の解析写像である場合の Doob の結果 (Illinois J. M. **5**. (1961)) の拡張を含んでいる.

29. **長田正幸** (北大理) **単位円内の thin set について**

$k_{e^{i\theta}}(z)=(1-|z|^2)/|1-ze^{-i\theta}|^2$ を $e^{i\theta}$ を極とする単位円 $U=\{|z|<1\}$ 内の Martin 核とする. U 内の閉集合 F が $(k_{e^{i\theta}})_F\fallingdotseq k_{e^{i\theta}}$ となるとき, F は $e^{i\theta}$ で thin であると定義すると, **定理**. F を U 内の閉集合とし, F の circular projection $T(F)$ が可付番個の閉区間列 $\{E_n\}_{n=1}^{\infty}$ を含むものとする. ここに $E_n=[a_n, b_n]$, $0<a_n<b_n<a_{n+1}<1$, $\lim_{n\to\infty} a_n=1$. $\lambda_k=\inf\sup_{x\in E_k, z\in F, |z|=x} k_1(z)$ ($k=1,2,\cdots$) とおく. もし $\overline{\lim}_{n\to\infty}(1-a_n)^{-1}\sum_{k=n}^{\infty}\lambda_k(b_k-a_k)(1-a_kb_k)>0$ ならば F は $z=1$ で thin ではない.

30. **伊藤正之** (名大理) **非有界合成核の優越原理について**

L: line bundle on W $\dim H^0(W, L^{\otimes m}) \sim m^{\kappa}$

$\chi(L, W) = \kappa$ とする

下のことは $\varlimsup_{m\to\infty} \frac{1}{m^n} \dim H^0(W, O(m(K_W + \Sigma(1-\frac{1}{e_i})D_i))) =$

有界な優越原理を満す合成核の Hunt 核を用いた特徴付けを昨秋の学会の際報告した．合成核 N が有界 (i. e. 任意のコンパクト台を持つ連続函数 f に対して，$N*f$ が有界) かつ優越原理を満すことと，N が完全最大値の原理を満すこととは同値である．したがって優越原理の特徴付けでは最終的とは言い難い．ここでは有界性の仮定なしに同様な結果が得られることを報告する．X を局所コンパクト，σ-コンパクトアーベル群とし，簡単のために $\{0\}$ 以外のコンパクト部分群は存在しないとする．X 上の合成核 N が優越原理を満すための必要十分条件は次の (i) または (ii) である．(i) N は Hunt 核である．(ii) $N=\varphi(N_0+N')$, ここで N_0 は有界な Hunt 核または 0, N' は N_0 の台から生成される閉部分群の各点を周期とし，0 でない，優越原理を満す合成核，φ は X 上の正の連続な exponential 函数 (*i. e*, $\varphi(x+y)=\varphi(x)\varphi(y)$, $\forall x$, $\forall y \in X$) である，しかもこの分解は本質的に一意である．

31. 水田義弘 (広大理) **$BL_m(L^p(R^n))$ の関数の canonical integral representation について**

昭和47年秋季総合分科会において，大津賀信氏が講演された結果の拡張を考える．$m \geqq 0$, 整数, $1<p<\infty$ として，(m, p)-capacity の概念を導入する．まず compact 集合 e に対し $\inf\{\|\varphi\|_{m,p} \equiv \|(\sum_{|\alpha|\leq m}|D^\alpha\varphi|^2)^{1/2}\|_p;\ \varphi \in \mathcal{D}(R^n),\ \varphi \geqq 1 \text{ on } e\}$ を $\Gamma_{m,p}(e)$ とおき，これを outer measure として拡張する．$f \in BL_m(L^p(R^n))$ が次の条件をみたすとき，すなわち，(i) (m, p)-quasi continuous, (ii) $\exists\{\varphi_j\} \subset \mathcal{D}(R^n)$ s. t. $\varphi_j \ni f$ in $BL_m(L^p(R^n))$ as $j\to\infty$, (iii) $\int(1+|x|)^{m-n}|D^\alpha f(x)|dx<\infty$ $({}^\forall|\alpha|=m)$ ならば，(m, p)-capacity 0 の集合に属する x を除いて，

$$f(x)=\sum_{|\alpha|=m} a_\alpha \int \frac{(x-y)^\alpha\, D^\alpha f(y)}{|x-y|^n}\, dy+P(x)$$

の形に表わされる．ここに，a_α は定数，$P(x)$ は高々 $(m-1)$ 次の多項式とする．

32. 村井隆文 (名大理) **On the behaviour of functions with finite weighted Dirichlet integral near the boundary.**

n 次元球内の函数 u が条件 $\int_{|x|<1}|\mathrm{grad}\, u|^2(1-|x|)^\alpha dx<+\infty$ を満たすときの u の境界挙動について議論する．2 次元においては Beurling, Carleson が函数論の立場から論じた．われわれは同様の結果が次元を上げても成立することを示す．さらに調和函数に限ったとき，境界上に対応する函数を決め，non-tangential limit やさらに拡張された極限に関する除外集合を計る．また調和函数の境界値に関する局所的に与えられた条件についても考える．

33. 酒井文雄 (東大理) **Degeneracy of holomorphic maps with ramification.**

W を n 次元 projective manifold, f: $C^n \to W$ を正則写像とする．D を W の既約因子として $f(C^n) \not\subset D$ のとき，f が D 上で少なくとも e_D 重に分岐しているとは，f^*D を各点で因子の germ として $f^*D=\sum n_j\theta_j$ と既約分解すると $n_j \geqq e_D$ が成立することをいう．ここで $f(C_n) \subset W-D$ のときは $e_D=\infty$ とおく．**定理** f: $C^n \to W$ を非退化な正則写像とする．$D_1, \cdots, D_k$ を W 上の非特異因子とし，$\sum_{i=1}^k D_i$ は normal crossing とする．このとき f が各 D_i 上で少なくとも e_i 重に分岐しているなら，$\underline{\underline{\chi}}(K_W+\Sigma_{i=1}^k(1-1/e_i)D_i,\ W)<n$. ただし，$K_W$ は W の canonical bundle. 上の不等式は，$\limsup_{m\to\infty}(mn)^{-1} \dim H^0(W,\ O(m(K_W+\sum_{i=1}^k(1-1/e_i))))=0$ を示す．$n=1$, $W=P_1$ のときは，定数でない有理型函数 f, $a_i \in P_1$ に対し，$f(z)=a_j$ の根がすべて少なくとも e_i 重ならば，$\sum_{i=1}^k(1-1/e_i) \leqq 2$ が成り立つ，という分岐値に関する Picard の定理を得る．

34 風間英明 (九大理) **Weakly 1-complete manifold に対する，近似定理と中野の消滅定理への応用**

n 次元複素多様体 X は，X 上の実数値 C^∞ 級函数 Ψ に関して，weakly 1-complete とする．すなわち，(1) $\partial\bar\partial\Psi \geqq 0$ on X (2) $\{\Psi<c\} \Subset X (c \in R)$ が成り立つものとする．さらに X 上に中野の意味で positive vector bundle E が存在するものとする．このとき定理 1, 2 を明らかにする．**定理 1.** 任意の $c \in R$ に対して，制限写像 $\Gamma(X, \Omega^n(E)) \to \Gamma(X_c, \Omega^n(E))$ は compact set 上一様収束の位相に関して，dense image をもつ．ただし $X_c=\{\Psi<c\}$. 定理 1 を中野の消滅定理 [1] に応用して次を得る．**定理 2.** $H^1(X, \Omega^n(E))=0$ が成り立つ．ただし，E が line bundle のときは [2] に定理2の別証がある．

S. Nakano [1] Number theory, comm. al. and al. geom. in honor of Prof. Y. Akizuki, Kinokuniya (to appear). [2] Proc. Intnl. Conf. on manif. and related topics. Tokyo, 1973.

35. 加藤正公 (静岡大教養) **函数系のある除外一次結合について**

$f=(f_0, \cdots, f_n)$ を $|z|<\infty$ における transcendental な函数系とし，X を $f_0, \cdots, f_n$ の定数係数の一次結合で general position にあるものの集合とするいま X の元 $F, F_0, \cdots, F_n$ が次の条件を満足するものとする．(i) $F_0, \cdots, F_n$ の任意の $n-1$ 個が一次独立である．(ii) $\{F_j\}_{j=0}^n$ の中のすべての $n-3$ 個の $\{F_{j\nu}\}_{\nu=1}^{n-3}$ に対して $\sum_{j=0}^n \delta(F_j)+\sum_{\nu=1}^{n-3}\delta(F_{j\nu})>2n-3+2\xi$ が成立する．ただし $\xi=\limsup_{r\to\infty} m(r,F)/T(r,f)$ $(0 \leqq \xi<1/2)$ とする．このとき，$F_0, \cdots, F_n$

の中に $\alpha F_{j_0}=F\,(\alpha\neq 0)$ となるような F_{j_0} が一つ存在する．——この結果は J. Noguchi の結果を含むが，証明には J. Noguchi の方法を用いる．

36.　藤木　明（京大数解研）　**解析空間の blowing down について**

X を解析空間，A をその解析的部分空間とし，$f\colon A\to\bar{A}$ を固有正則な全射とする．このとき X が f に沿って blowing down できるとは次のことをいう．解析空間 $\bar{X}$ と固有正則な全射 $\bar{f}\colon X\to\bar{X}$ が存在し，i) $\bar{X}$ は A を解析的部分空間として含み，$\bar{f}(A)=\bar{A}$ かつ，$\bar{f}\,|A=f$, ii) $\bar{f}|X-A$ は双正則，を満たす．これに関して次の定理が成立する．**定理．** A が X 内で局所的に完全交叉とし．$N_{A/X}$ を X 内でのその法束とする．仮定として 1) $N_{A/X}$ が f に関して negative, 2) direct image $R'f_*N^{*(\mu)}_{A/X}=0$ for $^{\forall}\mu>0$ を考える．このとき X の f に沿っての blowing down が存在する．ここで $N^{*(\mu)}_{A/X}$ は，$N^*_{A/X}$ の μ 次の対称積を表す．——定理は $\bar{A}$ が一点のとき Grauert, $f\colon A\to\bar{A}$ が $f_i\colon X\to\bar{A}$ に拡張できるとき Knorr-Schneider と Siu によって得られた．また代数空間のカテゴリーでは，上の定理は M. Artin により証明された．ここでは弱 1 完備な解析空間の上のコホモロジー消滅定理（中野）を本質的な手段とする．

37.　古関健一（岡山大理）　**Hartogs-Osgood の定理について**

4 次元ユークリッド空間における有界領域を $\mathfrak{R}$ とし，その境界 B は連続しているものとする．$f(z_1,z_2)$ を B を含むある領域 $\mathfrak{K}$ において正則とする．$(a,\ b)\in\mathfrak{R}$ とすれば，2 次元空間における領域 $\mathfrak{K}_1$, $\mathfrak{K}_2$, で次の様なものが存在する．*i)* $(a,\ b)\in\mathfrak{K}_1\times\mathfrak{K}_2$, *ii)* $\mathfrak{K}_1$ の境界 $\times\mathfrak{K}_2$ の境界 $\subset\mathfrak{K}$, *iii)* $\mathfrak{K}_1\times\mathfrak{K}_2\subset\mathfrak{R}+\mathfrak{K}$. そのとき $\mathfrak{K}_1$ の境界に近く有限個の単一閉曲線 $C_1, C_2,\cdots, C_m$, $\mathfrak{K}_2$ の境界に近く有限個の単一閉曲線 $D_1,D_2,\cdots, D_n$ をとり，

$$\sum\frac{1}{(2\pi i)^2}\int_{C_i}\frac{1}{\zeta_1-z_1}\int_{D_j}\frac{f(\zeta_1,\ \zeta_2)}{\zeta_2-z_2}\ d\zeta_2 d\zeta_1$$

を作ればこれは $(a,\ b)$ の近傍で正則で，$\mathfrak{K}$ における $f(z_1,\ z_2)$ の接続となることを示す．

38.　藤本坦孝（名大教養）　**有理型写像の一意性について**

R. Nevanlinna は，二つの $\boldsymbol{C}$ 上の有理型関数 φ, ψ に対し，互いに相異なる 5 個の値 $a_i\ (1\leqq i\leqq 5)$ について，$\varphi^{-1}(a_i)=\psi^{-1}(a_i)$ ならば，$\varphi\equiv\psi$ であることを示した(Acta Math. **48** (1926))．ここでは，この結果の拡張として，次の定理が成り立つことを示す．**定理．** $\boldsymbol{C}^n$ から $P_N(\boldsymbol{C})$ への二つの有理型写像 $f,\ g$ に対し，$f(\boldsymbol{C}^n)$ が $\leqq$ ~~$N+1$~~ 任意~~次~~の超曲面に含まれることがないとする． $3N+2$ 個の一般の位置にある $g(\boldsymbol{C}^n)\not\subset H_i$ なる超平面 $H_i\ (1\leqq i\leqq 3N+2)$ に対し，$\nu(f,\ H_i)=\nu(g,\ H_i)$ ならば，$f\equiv g$ である．ここで，$\nu(f,\ H_i)$ 等は，H_i がきめる divisor を f によってひきもどした $\boldsymbol{C}^n$ 上の divisor を表わす．——証明には，$\nu(f,\ H_i)$ と $\nu(g,\ H_i)$ の比として得られる整関数 h_i の間の関係式を求め，それに Borel の定理を適用することによって得られる．特に，$N=2$ の場合には，さらにくわしい結果がいえるが，これについてもふれたい．

特　別　講　演　3時15分より

藤本坦孝（名大教養）　**複素射影空間への有理型写像族について**

1924年, P. Montel は有理型関数の quasi-normal family なる概念を導入し，これに関するいくつかの結果を得た([6]). H. Rutishauser は．後にこれを多変数の場合に拡張した．定義によって，領域 $D(\subset\boldsymbol{C}^n)$ 上の有理型関数族 $\mathscr{F}$ が quasi-normal とは，$\mathscr{F}$ 内の任意の列が，D のある thin analytic set 外で広義一様収束する部分列をもつことである．ここでは，この定義を少し改め，D から N 次元複素射影空間 $P_N(\boldsymbol{C})$ への有理型写像 $\mathscr{F}$ について次の定義を与える．

定義． $\mathscr{F}$ 内の任意の列 $\{f^{(P)}\}$ に対し，部分列 $\{f^{(P_k)}\}$ を適当に選べば，D の各点の近傍U上で，各 $f^{(P_k)}$ が，正則関数 $f_i^{(P_k)}$ によって

$$f^{(P_k)}=f_0^{(P_k)}:f_1^{(P_k)}:\cdots\cdots:\ f_N^{(P_k)}$$

と表示され，各 $\{f_i^{(P_k)}\}$ が U 上広義一様収束し，その極限関数 f_i の少くとも一つが恒等的に零でない様にできるとき $\mathscr{F}$ を m-normal と呼ぶことにする．

以下で，写像族が m-normal となるための種々の条件を考察する．

W. Stoll の [9] での結果を使って，H. Rutishauser の結果の拡張である次の定理が証明される．

定理． $P_N(\boldsymbol{C})$ への有理型写像族 $\mathscr{F}$ に対し，$P_N(\boldsymbol{C})$ 内の一般の位置にある $2N+1$個の超平面 $H_j\ (0\leqq j\leqq 2N)$ に対する $f^{-1}(H_j)\ (f\in\mathscr{F})$ の重複度もこめて計算した体積が，一様に有界ならば，$\mathscr{F}$ は m-normal である．

H. Cartan ([1]) の方法をまねて，$\boldsymbol{C}^n$ 内の原点中心半径 R の球 $B(R)$ から $P_N(\boldsymbol{C})$ への有理型写像 f に対し，

特性関数 $T(r, f)$ を定義することができる．これについて次の定理が成り立つ．

定理．有理型写像族 $\mathscr{F}$ が，m-normal かつ原点で normal である必十条件は，$T(r, f) \leqq K_r (f \in \mathscr{F})$ なる r のみに depend する定数 K_r が存在することである．ここで，原点で normal とは，$\mathscr{F}$ の任意の列が，原点の近傍で，正則かつ広義一様収束する様な部分列をもつことを意味する．

[1] で，H. Cartan は，R. Nevanlinna の第二基本定理の，正則関数の組の場合への拡張に当る基本的な不等式を与えた．適当な仮定のもとに．これを，ほとんどそのまま $B(R)$ から $P_N(C)$ への有理型写像の場合に拡張でき，その結果として，多変数の場合の defect relation を与えることができる．また，それを求める過程において，現れる定数が個々の写像にいかに関連するかをより精しく観察することにより，不等式を少しく精密にし，有理型写像族の考察に応用することができる．

$B(R)$ から $P_N(C)$ への有理型写像 f に対し，codim $\{f_i(z)=0,\ 0 \leqq i \leqq N\} \geqq 2$ をみたす正則関数 $f_i(z)$ によって，f を

$$f = f_0 : f_1 : \cdots : f_N$$

と表示し，各 f_i の整級数展開の斉次部分をまとめて，

$$f_i(z) = \sum_{m=0}^{\infty} P_i^m(z)$$

なる形に展開する．ここで，$P_i^0 \neq 0$ と仮定する．そこで

$$\log \left| \frac{1}{P_0^0 P_1^0 \cdots P_N^0} \det(P_i^j) \right|$$

の単位球面 $S(1)$ 上の平均を W_f^* とおく．

定理．$B(R)$ から $P_N(C)$ への有理型写像族 $\mathscr{F}$ に対し $P_N(C)$ 内の $q(\geqq N+2)$ 個の一般の位置にある超平面 H_j について次の仮定をおく．

(i) $\{f(0) : f \in \mathscr{F}\}$ が，$P_N(C) - \cup_{j=1}^{q} H_j$ のあるコンパクト集合に含まれる．

(ii) $\{W_f^* : f \in \mathscr{F}\}$ が下に有界である．

(iii) $\sum_{j=1}^{q} 1/m_j < (q-N-1)/N$ をみたす正の整数 m_j に対し，各 $f \in \mathscr{F}$ の像と H_j との intersection multiplicity がつねに $\geqq m_j$ である．このとき $\mathscr{F}$ は m-normal，かつ原点で normal である．

不定義域点をもたぬ有理型関数族については，仮定(i)～(iii) は，相異なる値 $a_1, a_2, \cdots, a_q$ $(q \geqq 3)$ に対し，各 $f(z) - a_j$ $(f \in \mathscr{F})$ が，非定数であって原点で零でなく，$\sum_{j=1}^{q} 1/m_j < q-2$ をみたす m_j に対して，重複度 $< m_j$ の零点をもたない，といいかえられるが，この場合は，$\mathscr{F}$ が normal となることがいえる．これは一変数の場合 Valiron によって与えられた ([10])．

参考文献

[1] H. Cartan, Sur les zéros des combinaisons linéaires de p fonctions holomorphes données. Mathematica **7** (1933), 5–31.

[2] D. Drasin, Normal families and the Nevanlinna theory. Acta Math., **122**(1969), 231–263.

[3] H. Fujimoto, On holomorphic maps into a taut complex space. Nagoya Math. J. **46** (1972), 49–61.

[4] H. Fujimoto, Families of holomorphic maps into the projective space omitting some hyperplanes. J. Math. Soc. Japan **25** (1973), 235–249.

[5] H. Fujimoto, On meromorphic maps into the complex projective space. To appear.

[6] P. Montel, Sur les familles quasi-normales de fonctions analytiques. Bull. Soc. Math. **52** (1924), 85–114.

[7] H. Rutishauser, Über die Folgen und Scharen von analytischen und meromorphen Funktionen mehrerer Variablen, sowie von analytischen Abbildungen. Acta Math. **83** (1950), 249–325.

[8] W. Stoll, Die beiden Hauptsätze der Wertverteilungstheorie bei Funktionen meherer komplexen Veränderlichen (I). Acta Math. **90** (1953), 1–115; (II). Acta Math. **92** (1954), 55–169.

[9] W. Stoll, Normal families of non-negative divisors. Math. Zeits. **84** (1964), 154–218.

[10] G. Valiron, Familles normales et quasi-normales de fonctions méromorphes. Mem. Sci. Math., Fasc. **38**, (1929).

第 16 回函数論シンポジウムが，来る 11 月 23～24 日広島大学の世話で国民宿舎宮島ロッジにおいて開催される予定．御参加歓迎．

東京
K.K. 小薬印刷所