1972
APRIL

日本数学会

昭和47年年会

講演アブストラクト

函数論

時 …… 4月1日・2日

所 …… 慶応義塾大学・日吉校舎

1日	10.00 ～ 12.00	普通講演	1 ～ 7
	13.00 ～ 14.30	普通講演	8 ～ 11
	14.45 ～ 16.15	特別講演	
2日	9.30 ～ 12.00	普通講演	12 ～ 19
	13.30 ～ 14.45	普通講演	20 ～ 24
	15.00 ～ 16.30	特別講演	

4 月 1 日

1. 栗林暲和（中央大理工）被覆 Riemann 面と theta 関数について

n を素数，g を整数 >1, ρ を ρ^n が単位行列となる g 次の複素行列とする．(R, σ) を compactな Riemann 面 R と R の自己同型変換 σ との対で $\sigma^n=1$, R の第1種微分の作るベクトル空間での表現が ρ であるものとする．つぎの条件を満足する (R, σ) の類の集合を $\Omega(g^1, n, \{\nu_1, \cdots, \nu_r\})$ とする：（1）σ は r 個の不動点をもちその位数は n.（2）$R'=R/\{\sigma\}$ は種数 g' の Riemann 面である．t_i を σ の不動点における局所座標とすると σ は $t_i \to \zeta^{\nu_i} t_i + a_i t_i^2 + \cdots$ で表わされる．ここに $\zeta=e^{2\pi i/n}$. ν_i は $1 \leqq \nu_i < n$ である整数．$i=1, \cdots, r$. つぎの定理が成り立つ．**定理 1.** R' および $Q_1, \cdots, Q_r$ $(r \geqq 1)$ を固定して，$Q_1, \cdots, Q_r$ のみで分岐する $\Omega(g', n, \{\nu_1, \cdots, \nu_r\})$ の相異なる要素は $n^{2g'}$ 個存在する．**系.** $r=0$ の場合は $(n^{2g'}-1)/(n-1)$ 個存在する．**定理 2.** R, R' の代数関数体を K, K' とすれば $K=K'(y)$, $z=y^n \in K^1$, $\sigma(y)=\zeta y$ となる元 y が存在するが，それは具体的に theta 関数で表示することができる．ただし，$Q_1, \cdots, Q_r$ は特異点集合に含まれないとする．

2. 斎藤三郎（芝浦工大）The Rudin kernel and the extremal functions in Hardy classes.

S を任意の開 Riemann 面とし，点 $x, t (\in S)$ をとり，$H_p^{(1)}(S)$ を t に関する H_p−norm が 1 でおさえられる (analytic な) Hardy class とし，$f_p^*(\tau; x, t)$ $(p \geqq 1)$ を函数族 $H_p^{(1)}(S) \cap \{f(x)>0\}$ で $f(x)$ を maximum にする extremal function とする．このとき S 上の点 x, t に関する Rudin kernel $R_t^{(S)}(\tau, x)$ と函数 $f_p^*(\tau; x, t)$ のいくつかの性質について述べる：函数族 $H_p(S)$ が 2 点 x, t を分離しない必要十分条件は $f_p^*(x; x, \mathrm{t})=1$ であること，およびこのことと面 S が H_p−functions に関して degenerate するための条件との関連；E を S を分けない compact subset とするとき，$R_t^{(S)}(x, x)=R_t^{(S-E)}(x, x) (\neq 1; x, t \in S-E)$ である必要十分条件は (logarithmic) Cap $E=0$ であること，およびこの精密化；さらに kernel $R_t^{(S)}(\tau, x)$ と $f_p^*(\tau; x, t)$ との関係について幾分詳しく論じ，最後に Rudin kernel の 0 点の個数と位置について言及する．——なお，定義から $R_t^{(S)}(\tau, x) \equiv f_2^*(x; x, t) f_2^*(\tau; x, t)$ であることは明らかである．

3. 吹田信之（東工大理） リーマン面上の正則函数の一性質

Ω を開リーマン面とし (A, B) を境界の正則な分割とする．A, B 方向の exhaustion を $\{\Omega_\nu\}$ とし，A によってきまる相対境界を A_ν, 残りを B_ν とする．B_ν を Ω_ν に関して正の向きに向きをつけ，A_ν は B_ν に homologous にとる．

$$P_m(A_\nu)=\left\{w \,\middle|\, \frac{1}{2\pi i}\int_{A_\nu} \frac{df}{f(z)-w} \geqq m\right\},$$

$$Q_n(B_\nu)=\left\{w \,\middle|\, \frac{1}{2\pi i}\int_{B_\nu} \frac{df}{f(z)-w} \leqq n\right\}.$$

$m>n$ にとり，$\cap \overline{P_m(A_\nu)}=\bar{P}_m(A)$. $\cap \overline{Q_n(B_\nu)}=\bar{Q}_n(B)$ が共に空でなければ，$\bar{P}_m(A) \cap \bar{Q}_n(B)=\phi$ であって，$\bar{P}_m(A)$ と $\bar{Q}_n(B)$ を分かつ曲線族を Γ_{mn}, A と B を分かつ曲線族を $\Gamma(A, B)$ とおけば，$M(\Gamma_{mn}) \geqq (m-n) M(\Gamma(A, B))$ が成り立つ．ここに M は曲線族の module を表わす．

4. 加藤崇雄（東工大理）Riemann 面の自己解析写像について

吹田先生の特別講演に関連して次のことを示す．Wを球，全平面または円板に等角同値ではない任意な Riemann 面，φ を W の自己解析写像とする．このとき γ と $\varphi(\gamma)$ が homologous になるような homologous to zero でない cycle γ が存在すれば，（i）φ は automorphism になる，または（ii）φ^n (φ の n-th iteration) は広義一様にある isolated ideal boundary component に近づく．——ここで（i）と（ii）は排反事象ではないが，（ii）が成り立つ場合にはその ideal boundary component の capacity は zero になる．したがって，それが planar boundary のときには point-like になる．

5. 酒井　良（東工大理） 有界調和関数族上の線形汎関数とその極値問題について

$X=(X, \|\ \|)$ を Banach 空間とし，$T(\neq 0)$ を X 上の有界線形汎関数とする．$T(x)=\|T\| \equiv \sup_{\|y\| \leqq 1} |T(y)|$, $\|x\|=1$ となる $x \in X$ を T の極値点（X が関数空間のときは極値関数）と呼ぶ．X が reflexive のときは極値点が存在し，X が strictly convex のときは極値点が存在すれば一意的であることが知られている．ここでは X として Riemann 面 R 上の有界調和関数族 HB をとり，$\|u\| \equiv \sup_{z \in R} |u(z)|$ とおいて極値関数の存在と一意性について考察した．結果は次のとおりである．**1.** 有界線

形汎関数 T は Wiener harmonic boundary Δ 上の total variation 有限な regular Borel measure μ と同一視でき，T の極値関数の存在と一意性の必十条件を μ の support の関係式で表わせる．2. T がさらに「u_n が R 上広義一様に u に収束すれば，$T(u)=\lim_{n\to\infty}T(u_n)$」をみたすならば，極値関数は存在し μ は Δ 上の harmonic measure ω に関して絶対連続である．3. 応用として，harmonic length の極値関数が一意的でない例を二つ構成する．

6. 長坂行雄（北大理）**リーマン面の部分領域の倉持境界について**

D をリーマン面 R の部分領域とする．倉持氏によれば，$R_0=R-K_0$（K_0 は閉円板）の倉持コンパクト化を作るときの K_0 を $R-D$ でおきかえることによって，D-fullsuperharmonic function や D の倉持型のコンパクト化が定義でき，境界点の分類や canonical measure の存在などがいえて，さらに $D\cup\Delta_1^D$ から $D\cup\Delta_1(D)$ の上への1対1，連続写像 j で $j|D$ が恒等写像なるものがある．われわれは j^{-1} の連続性について次の結果を得る：[1] $\bar{D}\cap\overline{R-D}\cap\Delta\subset\Delta_1$ ならば，j^{-1} は $(\bar{D}-\partial\bar{D})\cap\Delta_1$ の各点で連続である．[2] u が D-fullsuperharmonic function で函数論的測度が有限なとき．$u(z)=v(z)-v_{\widetilde{R-D}}(z)\,(\forall z\in D)$ をみたす R_0-fullsuperharmonic function v が存在するが（適当な条件のもとでは一意的），b が j^{-1} の連続点で $v_{\widetilde{R-D}}(b)<\infty$ ならば，$u(j^{-1}(b))=v(b)-v_{\widetilde{R-D}}(b)$ が成立つ．

7. 倉持善治郎（北大理）**リーマン面上の minimal point について**

R を正境界のリーマン面とし G をその部分領域とし，R および G に N-Martin 位相 L_1，L_2 が定義されているものとする．すると L_1 および L_2 に対する一および二種の特異点は $G\overset{L_1}{\ni}P$ のもとで $1:1$ に対応する．また $G_i\,(i=1,2,\cdots)$，$G_i\cap G_j=0$，$\sum\partial G_i$ の境界上の容量が零ならば G_i 上の L_i に対する特異点と R の特異点とは対応することおよびこれに類似の結果を述べる．G を零境界のリーマン面 R の部分領域とし ∂G はコンパクト F をわずかの量とする．$G-F$ が W 平面上の高々 n_0 葉の被覆面として現われるならば一つの境界要素上には高々 n_0 個の Martin の minimal point がある．その他のことについてもふれる．

8. 田中　博（北大理）**Beurling の定理について**

Beurling の定理を Riemann 面 R_1 から $R_2(\notin O_G)$ への解析写像 f へ拡張したもののうちで代表的なものに倉持の結果と Constantinescu-Cornea の結果がある．ここでは両方を含むより精密な結果を述べる．すなわち，**定理**．f が Dirichlet 写像であり，R_2 のコンパクト化 R_2^* が距離づけ可能でかつ $H.D.$ 分離的ならば，R_1 の倉持境界上（倉持容量の意味で）ほとんどいたるところ fine limit を R_2^* 内にもつ．――この定理の証明の中で本質的な部分は R_2 の Royden 境界上のコンパクト集合 K の容量が 0 ならば，$f^{-1}(K)$ の容量も 0 であることである．さらに，この定理に関連することを述べる．

9. 池上輝男（阪市大理）**調和写像の境界挙動について（Riesz 型の定理）**

Brelot の意味での調和空間 X から他の調和空間への調和写像に対する Riesz 型の定理については，すでに Constantinescu-Cornea の結果がある（Nagoya Math. J. Vol. 25）．しかし，それは X の resolutive compactification に関する調和測度で集合の小さいことをのべたものであるため，調和境界上の集合に対してのみ有効な情報を与えるにとどまり，たとえば fine cluster set に関するなんらかの結論を彼等の結果と結びつけることは困難である．――この講演では，彼等とは別の方法で polar set に関連する結果と，その応用として上にのべた fine cluster set に関する定理を含む 2，3 の結果を導く．

10. 岸　正倫（名大教養）**完全最大値原理をみたす非対称核の一例**

μ，ν を $(0,\infty)$ 上の正測度として

$$K(x)=\begin{cases}\int_0^\infty e^{-px}d\mu(p), & x>0,\\ \int_0^\infty e^{px}d\nu(p), & x<0\end{cases}$$

を局所可積分とする．このとき $K(x)$ から導かれる合成核 K は完全最大値原理をみたす．この系として，Heaviside 核 H の fractional power H^α と adjoint $\check{H}^\beta$（ただし $0<\alpha,\beta<1$）の和 $H^\alpha+\check{H}^\beta$ は完全最大値原理をみたすことがわかる．

11. 松田　稔（静岡大理）**複素数値核ポテンシャルについて**

核 $K(x,y)$ は複素数値をとる連続関数であって，$x=y$ では ∞ をとることが許されるものとする．複素数値測度 α に対して，積分

$$K\alpha(x)=\int K(x,y)d\alpha(y)$$

によって定義される複素数値関数を α の K-ポテンシャルという．二宮先生は最近，核 $K(x,y)$ が対称である

時，実数値核ポテンシャルについての Gauss–Frostman および Kametani の結果の拡張と考えられる２つの形の存在定理を示された．ここでは，必ずしも対称でない核 $K(x, y)$ に関する複素数値 K-ポテンシャルについてこの２つの存在定理を拡張したい．ただし，このときは核 $K(x, y)$ の実数部分である $\Re K(x, y)$ の adjoint kernel について連続性の原理を仮定する．これはまた実数値核ポテンシャルに関する岸-中井両先生の存在定理の拡張とも考えられる．

特　別　講　演

吹田信之（東工大理）Riemann 面の自己解析写像

よく知られているように，閉リーマン面の自己解析写像は，面の基本群が非可換ならば，等角自己同形となる．開リーマン面 Ω については，Ω の自己解析写像から誘導されるホモトピー群の部分群間のある種の準同形を利用して f の性質をしらべる研究が，Cartan, Huber, Marden, Richards and Rodin によってなされている．また Landau and Osserman によるホモロジーを使った研究もある．

本講演では，まず Cartan が用いた iteration の方法を利用して，Huber および Marden, Richards and Rodin のつぎの結果をみちびく：H を有限位数 $N\geqq 1$ の Ω のホモトピー群の部分群とし，任意の $a\in H$ に対して $f(a)$ は H の元と freely homotopic と仮定する．H が point-cycle から生成された巡回群でなければ，f が等角同形であることと，f により誘導されたホモトピー群の準同形 ϕ_f の H への制限の kernel が自明になることとは同値である．f が等角同形でなければ，$\phi_f{}^N(H)$ は単位元となるかまたは無限巡回群となる．後者の場合 $\phi_f{}^n(H)(n\geqq N-1)$ が point-cycle から生成される無限巡回群となって，$\{f^n\}$ はこの生成元をきめる境界成分 ξ へ広義一様に収束する．

ホモロジー群についての対応する結果は一般には成立しないが，面を単葉型に限るときは同様なことがいえる．

Ω の自己解析写像 f がホモトピーにおける非自明性を保つとき，つねに f が等角自己同形になるならば，Ω は homotopically rigid であるとよぶ．ホモトピーをホモロジーに代えたものを homologically rigid という．このとき二つの rigidity の関係についてつぎのことがいえる：Ω が homotopically rigid ならば homologically rigid である；homologically に rigid であるが homotopically に rigid でない面が存在する．

homotopically rigid であるための条件をしらべるため，free homotopy における類 $\{c\}$ についてその module $M(c)$ を $\{c\}$ に属する閉曲線のポアンカレ計量で測った長さの下限と定義する．非可換な基本群をもつ面 Ω が rigid であるための一つの条件は，任意の $K>0$ に対し $0<M(c)<K$ をみたすホモトピー類が有限個となることである［2］．この性質を Ω が discrete modular spectrum をもつという．この条件をより具体的な条件に直すため，非孤立な単葉型の境界成分 γ に対して tight という概念を導入する．すなわち γ の定義列を $\{\Delta_n\}$ とするとき，Δ_n に含まれる自明でない cycle の harmonic length を h_n とおく．$\{h_n\}$ は増加列であって，$h_n\uparrow\infty$ のとき γ を tight であるとよぶ．このときつぎのことが成り立つ：Ω が有限種数であって，すべての非孤立境界成分が tight ならば，Ω は discrete modular spectrum をもつ．

平面領域についてはユークリッド計量を用いた tightness の判定条件をつくることができる．さらに Cantor ３進集合 E について，つぎつぎに抜きとる区間の比 r を一定とするときは，$r<1/3$ ならば E^c の各境界成分は tight となり，$r=1/3$ のときはすべての境界成分は tight でなくなる．

参　考　文　献

［1］ Cartan, H., Sur les fonctions de plusieur variables. Math. Z. **35** (1932), 760—773.

［2］ Huber, H., Über analytsche Abbildungen Riemannscher Flächen in sich. Comment. Math. Helv. **27** (1953), 1—73.

［3］ Landau, H. J., and R. Osserman, On analytic mappings of Riemann surfaces. J. Analyse Math. **7** (1959/60), 249—279.

［4］ Marden, A., I. Richards and B. Rodin, Analytic self-mappings of Riemann surfaces. Ibid. **18** (1967), 197—225.

$$\begin{tikzcd} S\times T \arrow[d, "\pi"'] \\ S \end{tikzcd}$$

4 月 2 日

12. 真次康夫（九大理）**ある積多様体における Levi の問題について**

S を Stein 多様体，T を1次元の複素トーラスとし，$E=S\times T$ とおく．π を E から S の中への射影とする．D を E の開部分集合とする．このとき次のことを証明する：D が Stein 多様体であるための必要十分条件は，D が Cartan 擬凸であるとともに任意の $x\in \cancel{D}S$ に対して $\pi^{-1}(x)\not\subset D$ をみたすことである．——証明の道筋は，まず S が C^n の上の不分岐な正則領域として，Hörmander の流儀に従い Friedrichs の軟化子や強烈に凸な関数を用いて D 上の多重劣調和関数，強多重調和関数を作成し，Narasimhan の結果に帰着させる．一般に S が Stein 多様体のときは Docquier-Grauert に従い S を C^n の上の不分岐な正則領域内に regular 解析的集合に埋め込み，Docquier-Grauert の retraction を用いて上述の結果に帰着させる．

13. 安達謙三（茨城大理）・**鈴木正昭**（富山大文理）・**吉田　守**（福岡大理）**正則写像の接続について**

(X, φ) を Stein 多様体 S 上の被拡領域，L を複素 Lie 群，$(\tilde{X}, \tilde{\varphi})$ を (X, φ) の正則被，$\tilde{\varphi}: X\to\tilde{X}$ を標準写像とする．このとき次の事柄を証明する．X から L の中への正則写像 f に対して，$\tilde{X}$ から L の中への正則写像 $\tilde{f}$ で X 上で $f=\tilde{f}\circ\tilde{\varphi}$ をみたすものがある．証明には L の Lie 環 $\mathscr{L}$ から L の中への指数写像を用いて f の最大接続領域 $(\tilde{\tilde{X}}, \tilde{\tilde{\varphi}})$ が S 上の Docquier-Grauert の意味での P_7-凸領域であることを示し，Docquier-Grauert の結果を利用する．

14. 風間英明（九大理）**q 完備な複素リイ群について**

連結複素リイ群 G に対して，$G^0=\{x\in G: f(x)=f(e)$ for all $f\in H^0(G, \mathcal{O})\}$（ただし e は G の単位元とする）を考える．この G^0 に関して A. Morimoto (Proc. Conf. Com. An. Minneapolis, 1965) は様々な結果を得た．たとえば，G^0 は連結な閉複素リイ部分群であって，G/G^0 はスタイン群となり，G^0 上の正則函数は定数に限るが，必ずしも G^0 はコンパクトにならない．等々….そこでこの結果を用いて，複素リイ群が q 完備になるための十分条件を調べてみたい．ここでの主な結果は次である．**定理．** スタイン多様体 X を底，複素リイ群 G を構造群とする解析的主ファイバーバンドル $P(X, G, \pi)$ において，G の部分群 G^0 の次元が q ならば，全空間 P は q 完備である．

15. 佐藤昭一（熊大理）**正則函数族の同等連続性について**

D を C^n の領域，$\mathscr{F}$ を D で正則な函数からなる族 $\mathcal{O}_D$ の部分族とする．**1.** $\mathscr{F}$ が D で同等連続であるための必要十分条件は $\partial\mathscr{F}/\partial z_j=\{\partial f/\partial z_j\}_{f\in\mathscr{F}}$, $j=1, 2,\cdots, n$ が D の任意のコムパクトな部分集合上で一様有界であることである．**2.** $\mathscr{F}$ は，同等連続ならば正規である．**3.** 同等連続性について，正規性領域と類似のものを考える．このとき類似の結果をうる．

16. 佐藤昭一（熊大理）**C^n に似た空間について**

X, Y を複素解析多様体，$A(X, Y)$ を X から Y への正則写像の集合とする．$A(X, Y)$ の部分族 $\mathscr{F}$ は次の性質を満すとき性質 (P) を満足するということにする：X のことなる2点 p, q と Y のことなる2点 A, B を任意にとるときある $f\in\mathscr{F}$ で $f(p)=A$, $f(q)=B$ となるものがある．このとき，**1.** もし $\mathscr{F}$ が性質 (P) を満すならば，$\mathscr{F}$ は正規でも，同等連続でもありえない．**2.** 条件 (P) をゆるめることによりえられる二，三の結果を述べる．**3.** 特に *Wu* による結果：C^n から tight な空間への正則写像は定数に限る，の拡張について述べる．

17. 藤本坦孝（名大教養）**複素射影空間への正則写像族について**

Dufresnoy の結果 (Ann. E.N.S., 6. **1** (1944)) を，N 次元複素射影空間 $P_N(C)$ への正則写像族の研究という観点からみなおし，その多変数への拡張として次の結果を得る．**定理．** $P_N(C)$ から $N+t+1$ 個の一般の位置にある超平面を除いた空間 X_t に対し，次の性質をもつ $\leqq N-t$ 次元解析的集合 C_t が存在する：任意の複素解析的多様体 M から X_t への正則写像列 $\{f^{(\nu)}\}$ に対し，あるコンパクト集合 $K(\subset M)$, $L(\subset X_t-C_t)$ について，$f^{(\nu)}(K)\cap L\neq\phi\ (\nu\geqq 1)$ なら，$\{f^{(\nu)}\}$ は M 上広義一様収束する部分列をもつ．これを使えば X_t 上の Kobayashi pseudo-distance d_{X_t} について，$d_{X_t}(p, q)>0$ $(p\in X_t-C_t,\ q\in X_t,\ p\neq q)$ なることがわかる．さらに，X_1 内の任意の領域の解析的自己同型群が *Lie* 群になること，特に X_1 自身の解析的自己同型群は，$P_N(C)$ から除かれた $N+2$ 個の超平面の間の置換全体のつくる対

称群であることも示される．その他，古典的な Landau の定理の拡張についてもふれたい．

18. 山口博史（京大理）**2 変数整函数の定数面の一様性について**

まず次の補題をのべる：2 複素変数の空間 (x, y) で考える．$|x|<\rho$, $|y|<\infty$ に擬凹状集合 E があって，各直線 x での E の切口の y 平面への射影 E_x は，x に関して一様有界とする．E_x の n 次の距離を

$$d_n(x)=\mathrm{Max}\sqrt[\binom{n}{2}]{\prod_{j>i}|y_j-y_i|}\ ;$$

$y_1, \cdots, y_n \in E_x$ と書く．このとき，$d_n(x)$ は $|x|<\rho$ での対数的劣調和函数である．したがって，E_x の対数容量もまた，そうである．この補題から次の結果を得る：$f(x, y)$ を (x, y)-空間での整函数とする．いま，すべての複素数 z に対して，$f(x, y)=z$ なる既約面 S_z は，1 変数の開リーマン面として，planar とする．このとき，もし対数容量正の z に対して，S_z が null boundary であると仮定すれば，すべての z に対して，S_z は null boundary である．

19. 寺田俊明（京大理）**超幾何級数に関係する Picard の仕事の n 変数への拡張**

P^n の斉次座標を $(x_0, x_1, \cdots, x_n, x_{n+1})$, $x_0\equiv 0$, $D=P^n-\cup_{i,\,j=0,\cdots,n+1}\{x_i=x_j\}$, $\tilde{D}=(D$ の普遍被覆空間$)$ λ_i $(i=0, \cdots, n+1)$ を複素定数，$\lambda_\infty=n+1-\sum_{i=0}^{n+1}\lambda_i$ とする．I．$\tilde{D}$ で正則で次の条件をみたす函数 P を考える：（イ）P は D の各点で $n+1$ 個の一次独立な分枝をもち，$n+2$ 個の分枝は必ず一次従属である．（ロ）$x_{n+1}\equiv 1$ とおき $(P^1)^n$ で考えて，各 $\{x_i=x_j\}$ の近傍で P は n 個の正則函数と $(x_i-x_j)^{\lambda_i+\lambda_j-1}\times$(正則函数) の一次結合である $(1/x_i=0$ の近傍では P を $(1/x_i)^{\lambda_i-1}P$, $(x_i-x_j)^{\lambda_i+\lambda_j-1}$ を $(1/x_i)^{\lambda_i+\lambda_\infty-1}$ で置きかえる$)$．このとき結論：P は Lauricella の超幾何級数 $F_0(\alpha,\beta,-p_n,\gamma;x_1,\cdots,x_n)$（ただし $\alpha=\lambda_\infty$, $\beta_i=1-\lambda_i$, $\gamma=\lambda_\infty+\lambda_{n+1}$）に限られる．II．$P$ の一次独立な $n+1$ 個の分枝を接続したものは $\tilde{D}$ から P^n への局所同型写像である．各 λ_i が有理数のときは，各 $x_i=x_j$ を分岐面とするリーマン領域から σ-process により得られる代数多様体 W の普遍被覆空間 $\tilde{W}$ から P^n への写像になり，さらに λ_i がある特殊な値のときは，像領域に適当な一次変換をすると，その逆写像は超球内で定義された保型函数となる．

20. 吉田英信（千葉大工）**Tangential boundary behaviors of meromorphic functions in the unit disc.**

S. Dragosh [Nagoya Math. J. **35** (1969)] は，単位円内での meromorphic functions の horocyclic boundary behaviors に関する，いろいろな興味ある結果を証明した．その中の一つに，horocyclic angle に関しては Plessner 型の定理が成立しないことを示し（定理 5），それにかわるものとして定理 11 で，"measure 0 の集合を除いて単位円周上の点は，$f(z)$ の horocyclic angular Plessner point かまたは $f(z)$ の primary-tangential pre-Meier point である" ことを証明した．この彼の証明は本質的にその horocyclicity に depend している．ここでは，彼のそれとは異った方法で，もっと一般の tangential (non-tangential も含む) な場合に，この定理を精密化しつつ拡張する．そして，それの若干の応用を述べる．

21. 吉田英信（千葉大工）**能代の定理の一般化とその応用**

K. Meier [Comment. Math. Helv. **30** (1955)] は，meromorphic functions の boundary behaviors に関する興味ある定理を証明したが，しかし，彼の証明は非常に複雑である．そこで，能代 [Cluster sets, Springer-Verlag (1960), p.72—73] は Gross-Iversen の定理を用いる簡単な方法によって，この Meier のそれに類似な（しかし，若干弱い）結果を証明した．ここでは，集合論的な方法（能代は等角写像を使う関数論的方法）をその基礎にして，この能代の結果を精密にしつつ tangential な場合に拡張し，それの応用を述べる．その中で，特に，F. Bagemihl [Publ. Math. Debrecen **14** (1967)] の Remark に言及する．

22. 黒川都史子（三重大教育）**Normal N-set について**

複素平面上の集合でその補集合が領域となる集合を E とする．E 上に少なくとも一つの essential singularity をもち，E^c で normal meromorphic な函数が存在しないとき，E を normal N-set という．ここでは successive ratios $\{\xi_n\}$ をもった Cantor set E が nomal N-set となるための十分条件を与える．**定理．** もし $\{\xi_n\}$ が $\sum_{n=1}^{\infty}2^n/\log(1/\xi_n)<\infty$ を満たすならば，E は nomal N-set である．

23. 戸田暢茂（名大教養）**Nevanlinna 除外一次結合について**

新濃-小沢の定理 (Kōdai Math. Sem. Rep. **22**, p. 99, Th. 3) の別証明・精密化およびその方法の応用として Nevanlinna の除外一次結合の個数について述べる．たとえば，有限平面での Transcendental な n 価代数型函数 f が少なくとも $n+1$ 個の Picard の除外値をもつと $\delta(a, f)>0$ なる a は高々 $2n$ 個．

24. 西本勝之（日大工）fractional order の導函数と積分について

fractional order の積分と導函数についてはすでに若干の定義と，それにもとづくいくつかの研究が報告されている．特に fractional order の積分については Riemann, Weyl および Saxena 等の定義があるが，これらはすべて実の定積分によるものであって，まず fractional order の積分を定義し，その後に，それを用いて fractional order の導函数を定義している．筆者はこれまでの定義とは全く異なる方法，すなわち，Goursat の定理を拡張することによって，まず fractional order の導函数を定義し，その後に同じ形の複素積分を用いて fractional order の積分を定義する．今回はまず，これまでの定義についての trace を行ない，その後に筆者の定義について報告し，ついでこの定義から得られる若干の定理について報告し，かつ若干の具体的函数についての demonstration の結果を示す．

特　別　講　演

水本久夫（岡山大工）多面体上の差分論とその函数論への応用

偏微分方程式を差分方程式で近似して近似解を求めるという方法は，電子計算機の発達にともなって近年ますますその重要性が認識され，理工学の分野で広く利用されていると同時に，それとあいまって，応用数学ではすでに一つの重要な分野をしめている．ここでは，函数論への応用ということに限定して差分論を論じてみたい．

函数論への応用として差分論を論ずる場合に，まずつぎの（i），(ii) が問題点としてあげられる．

（i） いわゆる離散 (discrete) 調和函数 u の定義としては 5 点差分法

（1）　　$\sum_{j=1}^{\kappa} u_j-\kappa u_0=0$

（ここで，$\kappa=4$, $u_j=u(q_j)$, $q_j(j=1, \cdots, \kappa)$ は q_0 の隣接格子点）が最も簡単で使いやすいものとして知られているが，この定義につりあうように u の共役調和函数 u^* および離散解析函数 f をいかに定義するかが重要な問題となる（従来の定義に関しては［6］，［8］，[10] など参照）．その定義は，格子点上での調和函数，解析函数のできるだけ豊富な理論をきずきうるものでなければならないと同時に，連続の場合 (Continuous Case) と同様，共役な u^* あるいは解析函数 f を考えることが u それ自身の理論をきづく上にも大いに役立ちうることが望ましい．さらに，実際の応用上より重要なことは，連続の場合の調和函数，解析函数が離散の場合の調和函数，解析函数で容易に近似しうることである．さらに，その近似によって，離散の場合の理論から連続の場合の理論が導びきだしうることが望ましい．

（ii） 離散解析函数を考える限り，一価函数のみを取扱ったのでは，函数論への応用としては不十分である．必然的にリーマン面に相当するものを考えて，その上で論ずる必要がある．その際，平面上の被覆面の場合を考えてもわかるように，定義（1）で $\kappa=4$ の場合だけでは不十分で，隣接点が任意個の場合を考慮に入れなければならない．

以上の観点に立脚して差分論を展開するわけであるが，議論を進める上の便宜上，つぎの二つの段階に区分する．

（I） 多面体上に離散調和函数および離散解析函数の理論を構築すること．

（II） リーマン面上の調和函数，解析函数を（I）の離散函数で近似すること．

（I），（II）について，もうすこし具体的に述べよう．

（I） 普通，多面体とは三角形分割を付与された多様体（ここでは，方向付可能な 2 次元多様体に限る），または多様体上の三角形分割をさすが，ここでは，三角形分割の変りに多角形による分割を考え，多角形としては 2 角形，3 角形をゆるす．したがって，2-simplex M は多角形であり，その辺 a が 1-simplex, 頂点 q が 0-simplex である．多角形分割 K に対して，M に $|q^*|\in|M|$ なる 0-simplex q^*, a にはそれと交わる 1-simplex a^*, q には $|q|\in|M^*|$ なる 2-simplex M^* がそれぞれ 1 対 1 に対応するような dual 多角形分割 K^* を定義し，その対 $K=\langle K, K^*\rangle$ を複合多角形分割とよぶ．K 上の函数 f（0 次差分）は各 0-simplex q で値 $f(q)$ をもつ函数，1 次差分 ω は各 1-simplex a で値 $\omega(a)$ をもつ函数，2 次差分 Ω は各 2-simplex M で値 $\Omega(M)$ をもつ函数として定義される．函数 f の差分 Δf は $\Delta f(a)=f(q_2)-f(q_1)$ $(\partial a=q_2-q_1)$ なる 1 次差分，1 次差分 ω の差分 $\Delta\omega$ は $\Delta\omega(M)=\sum_{j=1}^{\kappa}\omega(a_j)$ $(\partial M=\sum_{j=1}^{\kappa}a_j)$ なる

2次差分として定義される．$\omega=\Delta f$ のとき，ω は exact，$\Delta\omega=0$ のとき ω は closed とよぶ．すべての 1-simplex a に対して $\omega^*(a^*)=\omega(a)$（a^* は a を右から左に横切る）をみたす ω^* を ω の共役という．ω と ω^* が closed であるとき，ω は調和という．ω が exact $\omega=\Delta u$ ならば，これは隣接 0-simplex を κ 個として（1）の成立と同値である．これで共役調和函数が同時に定義されている．φ が closed で pure $\varphi^*=-i\varphi$ のとき，φ は解析という．以上のような定義のもとに，要するに離散点集合の上での函数論を展開するわけであるが，このような単純な基礎の上に立って，どの程度までの理論が展開可能であるかが一つの興味ある問題であろう．一例をあげれば，コーシーの積分定理，積分公式，留数定理，リーマンの周期関係式など，連続の場合の analogy がえられる．

（II） リーマン面 W 上の2次微分を base にした，W の多角形分割 K_0 および複合多角形分割 $\boldsymbol{K}_0$ を定義し，K_0 上の closed な1次差分 ω_0 に対して，その W への smooth extension として，W 上の closed な微分 $\omega_0{}^\#$ を定義する．調和な ω_0 に対しては，さらに $\omega_0{}^*$ の smooth extension $\omega_0{}^{*\#}$ を考えることができる．一般に K_n の部分分割 K_{n+1} を定義することにより，列 $\{\boldsymbol{K}_n=\langle K_n, K_n{}^*\rangle\}_{n=0}^{\infty}$ を得る．与えられた境界条件，周期条件をみたす W 上の調和微分 ω に対して，同じ境界条件，周期条件をみたす $\boldsymbol{K}_n$ 上の調和差分 ω_n の smooth extension $\omega_n{}^\#$ の ω への収束について論ずる．

具体的な応用例として，リーマン面の modulus の近似計算をあげる．

最後に，ここに列挙した文献のリストは決して完全なものでないことを付記したい．

文　献

[1] Ahlfors, L. and L. Sario, Riemann surfaces. Princeton Univ. Press. (1960).

[2] Collatz, L., The numerical treatment of differential equations. 3rd ed. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg (1966).

[3] Courant, R., K. Friedrichs and H. Lewy, Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik. Math. Ann, **100** (1928), 32–74.

[4] Duffin, R. J., Basic properties of discrete analytic functions. Duke Math. J. **23** (1956), 335–363.

[5] Forsythe, G. and W. Wasow, Finite-difference methods. John Wiley & Sons, Inc. New York-London-Sydney (1960).

[6] Hundhausen, J., A generalization of discrete analytic and harmonic function. J. Math. Anal. Appl. **25** (1969), 628–652.

[7] Jenkins, J., Univalent functions and conformal mapping. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg (1958).

[8] Lelong-Ferrand, J., Représentation conforme et transformations à intégrale de Dirichlet bornée. Gauthier-Villars, Paris (1955).

[9] Mizumoto, H., An application of Green's formula of a discrete function : Determination of periodicity moduli I, II. Kōdai Math. Sem. Rep. **22** (1970), 231–243, 244–249.

[10] Opfer, G., Die Bestimmung des Moduls zweifach zusammenhängender Gebiete mit Hilfe von Differenzenverfahren. Arch. Rat. Mech. Anal. **32** (1969), 281–297.

[11] Seifert, H., and Threlfall, W., Lehrbuch der Topologie. Chelsea, New York (1945).

[12] Springer, G., Introduction to Riemann surfaces. Addison-Wesley Publ., Massachusetts (1957).

第 15 回函数論シンポジウムを来る7月4日，5日千葉大学のお世話で千葉・館山の両市で開催の予定．御参加歓迎．

東京
小薬印刷所