

1969
OCTOBER

日本数学会

昭和44年秋季例会

講演アブストラクト

函数論

時 …… 10月13日・14日

所 …… 東京大学理学部

13日	9.30 ~ 12.00	普通講演	1 ~ 9
	13.30 ~ 14.30	特別講演	
14日	9.30 ~ 12.00	普通講演	10 ~ 19
	13.30 ~ 15.00	特別講演	

1. 守谷良二 (立教大理) **lambda 函数の逆函数と超幾何函数 $F(1/2, 1/2, 1; z)$ の変換公式について**

楕円曲線 $E: y^2 = x(x-1)(x-z)$ の第 1 種アーベル微分の基本周期 $\omega_1(z), \omega_2(z)$ は次の超幾何微分方程式の 1 次独立な解になっている:

$$z(z-1)\frac{d^2w}{dz^2} + (2z-1)\frac{dw}{dz} + \frac{w}{4} = 0.$$

この微分方程式の適当な 1 次独立な解 $w_1(z), w_2(z)$ をとり, $\tau = w_1(z)/w_2(z)$ としたとき $\text{Im } \tau > 0$ で逆函数 $z = z(\tau)$ が上半面で 1 価正則で lambda 函数と一致するようになれる。このことから lambda 函数の逆函数は (多価函数であるが適当に枝を定めて) 次のように表示できる:

$$\tau = i \frac{(\log 16 - \log \lambda) F(1/2, 1/2, 1; \lambda) - F_1(1/2, 1/2, 1; \lambda)}{\pi F(1/2, 1/2, 1; \lambda)}$$

$$F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1; \lambda\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \right]^2 \lambda^n$$

$$F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1; \lambda\right) = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} \right) \cdot \left[\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \right]^2 \lambda^n$$

そこで lambda 函数のよく知られた変換から

$$\begin{bmatrix} F(z) \\ F_1(z) + F(z) \log z \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} F(z) = F(1/2, 1/2, 1; z) \\ F_1(z) = F_1(1/2, 1/2, 1; z) \end{bmatrix}$$

の変換式を作ることができる。

2. 吹田信之 (東工大理) **On a conformal representation of a boundary element.**

ξ を平面領域 Ω の一つの境界成分 α 上の boundary element とする。 ξ の点 $a (a \in \Omega)$ における写像半径を $R (R \leq \infty)$ とするとき, つぎの性質をもつ写像函数 $f(z)$, $f(a) = 1 - f'(a) = 0$ を構成する:

- i) $f(\alpha)$ は円周 $|f| = R$ ($R = \infty$ のときは点 ∞) と possible circular incision 付きの radial incision,
- ii) $f(\xi)$ は $|f| = R$ 上の閉じた弧,
- iii) $f(\partial\Omega - \alpha)$ は circular slits の極小集合,
- iv) $|f| = r$ と ξ を $\alpha - \xi$ を通ることを許して分かつ曲線族の module は $(2\pi)^{-1} \log(R/r)$.

写像函数 f は ξ 方向への Ω の近似に於する写像函数列 $\{f_n\}$ の極限として構成されるが, 極限函数は $R < \infty$, $R = \infty$ いずれの場合も近似列によらない。

3. 小沢 満 (東工大理)・窪田佳尚 (東学芸大) **On the eighth coefficient of univalent functions.**

単位円内正規化単葉函数 $f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$ の 8 番目の係数 a_8 に関する結果を述べる。 Obrock, Schiffer

によって— a_2, a_3, a_4 が実数であれば, $\Re a_8 \leq 8$. 等号は Koebe 函数 $z/(1-z)^2$ に限る—が得られている。われわれは次の結果を得た。 **定理.** a_2 が実数非負であれば, $\Re a_8 \leq 8$. 等号は Koebe 函数 $z/(1-z)^2$ に限る。証明は $\Re a_8 \leq 6$ (第 12 回函数論分科会シンポジウム講演 1969) の証明と同様に Grunsky 不等式と Golusin 不等式とを併用する。この方法は, $\Re a_8 \leq 8$ の証明に適用できるように思われる。

4. 窪田佳尚 (東学芸大) **位数零の有理型函数の modulus について**

つぎの定理, およびそれに関する諸注意について述べる。 **定理.** $f(z)$ が位数零の, 有理函数でない有理型函数で, $\delta(\infty, f) > 0$ ならば,

$$\lim_{E \ni r \rightarrow \infty} \frac{\log \mu(r, f)}{\log M(r, f)} = 1,$$

$$\delta(\infty, f) \leq \liminf_{E \ni r \rightarrow \infty} \frac{\log \mu(r, f)}{T(r, f)} \leq \limsup_{E \ni r \rightarrow \infty} \frac{\log M(r, f)}{T(r, f)} \leq d(\infty, f)$$

をみたし, かつ upper density 1 であるような実数 r の集合 E が存在する。ここで,

$$\mu(r, f) = \inf_{|z|=r} |f(z)|, \quad M(r, f) = \sup_{|z|=r} |f(z)|,$$

$$\delta(\infty, f) = 1 - \limsup_{r \rightarrow \infty} \frac{N(r, \infty)}{T(r, f)},$$

$$d(\infty, f) = 1 - \liminf_{r \rightarrow \infty} \frac{N(r, \infty)}{T(r, f)}.$$

5. 武藤英男 (東工大理) **Analytic mappings among ultrahyperelliptic surfaces.**

R, S を $y^2 = G(z), u^2 = g(w)$ で定義される ultrahyperelliptic surface とする。このときつぎの定理を示す。 **定理.** R から S への非定数解析写像は高々可算個である。— S^* を $u^2 = \prod_{j=1}^n (w - w_j)$ で定義される hyperelliptic surface とするとき, その genus が 4 以上ならば, 同様なことが成立する。また, R から S および R から S^* への非定数解析写像族に関する注意をいくつかのべる。

6. 酒井 良 (東工大理) **正則函数のある極値問題における定数について**

W を開 Riemann 面, ζ を W 上の点, t を ζ におけるある局所助変数とする。 \mathcal{A}_ζ を W 上正則で, 正規化条件

$$f(\zeta) = 0, \quad \left. \frac{df}{dt} \right|_{t=t(\zeta)} = 1$$

をみたす函数 f の族とする. $D[f] = \iint_W df \cdot \overline{df}^*$, $M[f] = \sup_{z \in W} |f(z)|$ とおき, 定数 C_D, C_B を

$$C_D = 1/\min_{j \in \mathcal{A}_\zeta} \sqrt{D[f]}/\pi, \quad C_B = 1/\min_{j \in \mathcal{A}_\zeta} M[f]$$

と定義する. すると C_D, C_B は非負有限な値で, つねに $C_D \leq C_B$ をみたす. そして等号の成立するのは次の場合に限る: i) W が O_{AB} に属する; ii) W が単位円板から相対的に閉じた集合を除いた領域に等角同値であり, その相対的に閉じた集合が高々可算個の N_B 類に属する compact 集合の和として表わされる.

7. 藤家龍雄 (京大教養) Beurling の定理の拡張について (I)

定理 (Beurling). 単位円 $|z| < 1$ 内の有理型函数 $f(z)$ が

$$\iint_{|z| < 1} \frac{|f'(z)|^2}{(1+|f(z)|^2)^2} dx dy < \infty \quad (z = x + iy)$$

なる条件を満足するとき, $f(z)$ は単位円周 $|z| = 1$ 上容量零の集合を除いて radial (angular) limit をもつ. —この定理の, Riemann 面の解析写像の場合への拡張は, Kuramochi, Constantinescu-Cornea によって, それぞれ得られているが, 更に一つの拡張を与える.

8. 藤家龍雄 (京大教養) Beurling の定理の拡張について (II)

定理 (Beurling). $f(z)$ を単位円 $|z| < 1$ 内の有理型函数で, 前記定理の条件を満たすものとする. a を $f(z)$

の, Beurling の意味における ordinary value とすれば,

$$\lim_{r \rightarrow 1} f(re^{i\theta}) = a$$

なる $e^{i\theta}$ の集合は容量零である. —この定理の Riemann 面の解析写像の場合への, 一つの拡張を述べる.

9. 山口博史 (京大理) Holomorphic functions and open harmonic mappings.

定数でない複素解析函数は, 開写像である. ここでは, 函数の実部および虚部が調和であるという仮定のもとで, 上の逆についてのべる. R をリーマン面とし, $u(z), v(z)$ を R 上の実調和函数で, $f(z) = u(z) + iv(z)$ は R 上の開写像である (このとき, $f(z)$ を開調和写像とよぶ) とするならば, 次のことがいえる: [I] $R \in O_{AB}$ ならば, $u(z)$ は R 上で 1 個な共役 $u^*(z)$ をもっていて, $v(z) = \alpha u(z) + \beta u^*(z)$, ただし, α, β は実数で $\beta \neq 0$;

[II] $R \in O_{AB}$ ならば, [I] が成立しないような $u(z), v(z)$ が必ず存在する. —解析関数に関する定理で, topological なもの (参照: G. T. Whyburn, Topological analysis, Princeton) 以外にも, 開調和写像に拡張できるものがある. たとえば, E は平面上の閉集合で, 一次元測度 0 とし, G は E を含む領域とする. もし $f(z)$ が $G - E$ 上の有界な開調和写像ならば, $f(z)$ は G まで調和に延長できる.

特 別 講 演

松本幾久二 (名大教養) Jordan 領域の等角写像について

E を z -平面上の totally disconnected なコンパクト集合, Γ を E の各点を通る Jordan 閉曲線, D を Γ で囲まれた領域, D を等角に単位円 $|w| < 1$ に写像したときの $|w|=1$ 上の E の像を E_w とする.

F. and M. Riesz によれば, rectifiable な Γ に対しては, E の linear measure が零のときそのときに限り E_w の linear measure が零である. ここで rectifiable という制限をとりのぞくと,

任意の E に対して, E_w の linear measure が零 (さらに強く logarithmic capacity が零) となるように Γ をみつける.

Γ では, いかん Γ をえらんでも常に E_w の linear measure が零であるような E とはどんなものであろうか. よく知られたように logarithmic capacity が零である E はこの性質をもつが, 一方では Lavrentieff がこの性質をもたない linear measure 零の E の例を与えている.

この問題への1つの答として,

1/2-dimensional measure が零である E に対しては, いかん Γ をえらんでも常に E_w の linear measure は零である
が証明できる.

上記の性質をもつ E は 1/2-dimensional measure 零の集合以外に多く存在する. Lavrentieff によれば,

ある正数 $\delta > 0$ があって, E の各点の任意近傍内にその点と無限遠点を分離する harmonic modulus が δ 以上の円環がとれるならば, いかん Γ をえらんでも常に E_w の linear measure は零である.

この定理を用いれば, すべての Schottky 群の特異点集合 E は上性質をもつこと, また任意の $p, 0 < p < 2$, に対し, p -dimensional measure が正で上性質をもつ E の存在がわかる.

上記で得られた例はすべて N_D -集合であるが, N_D -集合でないものが存在するであろうか.

Moore - Kline によつて $\exists C \supset E$ (Jordan 閉曲線) なる

$\log \text{cap } E = 0$ なる $0 < K$

$m_1(F) = 0$ なる F

Bewrling の $\frac{1}{2}$ 次元

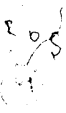
$E \in N_D$

⑥ E is a universal covering surface



$m_1(F) = 0$?

$m_{1/2}(F) = 0$ なる F がある.



$\sup_{K \in \mathcal{F}} \omega(S, \Gamma) \leq \omega$



10. 中井三留 (名大理) Dirichlet 写像の幾何学的特徴づけ

Ω を Euclid 空間の領域 (さらに一般に Riemann 面または Riemann 多様体), $m=m(\Omega)$ をその次元, $W(\Omega)$ を Ω 上 $\text{grad}f$ がほとんどいたる所存在し, $\int_{\Omega} |\text{grad}f|^2 \cdot dV_{\Omega}$ が有限となる実函数 f の族とする. Ω_1 から Ω_2 上への位相写像 T が $f \in W(\Omega_1) \Leftrightarrow f \circ T^{-1} \in W(\Omega_2)$ を満足するとき Dirichlet 写像という. その幾何学的特徴づけとして: 定理. T が Dirichlet 写像となるための必要十分条件は (i) $m=m(\Omega_1)=m(\Omega_2)=2$ なら T が擬等角写像 (ii) $m \geq 3$ なら T が擬等距離写像となることである. —この証明中, 位相写像 T が Radon-Nikodym density $R_T(x)$ をもち, かつ Jacobian $J_T(x)$ がほとんど到る所定義できるなら常に $R_T(x) \leq |J_T(x)|$ (a. e.) となることを示すが, 一つの本質的段階である. 上記の定理の一応用として: 定理. Royden 環 $M(\Omega_1)$ と $M(\Omega_2)$ が環同型のとき, かつそのときにかぎり, Ω_1 と Ω_2 は (i) $m=2$ なら擬等角同値, (ii) $m \geq 3$ なら擬等距離同値となる.

11. 前田文之 (広島大理) 二つの調和構造に対応する Wiener 函数族の比較について

同一の基底空間 Ω 上に二つの調和構造 $\mathfrak{H}_1, \mathfrak{H}_2$ が与えられていて, これらは BreLOT の公理 1, 2, 3 のほかに, 定数函数 1 が優調和, 正のポテンシャルが存在する, の二つの条件をみたすものとする. 各々の調和構造に対応して Wiener 函数が考えられるが, 有界連続な \mathfrak{H}_i -Wiener 函数の全体を $W^{(i)}$, そのうちの \mathfrak{H}_i -ポテンシャルの全体を $W_0^{(i)}$ と記す ($i=1, 2$). ここでは $W^{(1)} \subset W^{(2)}$ かつ $W_0^{(1)} \subset W_0^{(2)}$ が成立つための十分条件について考える. 一つの結果として, もし Ω 内にコンパクト集合 K があって, $\Omega - K$ で \mathfrak{H}_1 -優調和な函数は常にそこで \mathfrak{H}_2 -優調和であるならば, 上のことが成り立つ. また $\Delta u = qu$ ($i=1, 2$) の解の作る調和構造の場合にどうなるかについても考察をする.

12. 大津賀 信 (広島大理) ティリクレ原理について

$p > 1$ とする. R^3 内の領域 D 内の函数 f は, 極値的長さ $\lambda_p(\Gamma) = \infty$ なる曲線族 Γ に属するものを除く D 内の各曲線上絶対連続であり, $|\partial f / \partial x_i|^p$ ($i=1, 2, 3$) の積分が有限のとき, BLD^p 函数とよばれる. いま f が弱い

意味で次の形の微分方程式をみたすものとしよう:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \sum_{k=1}^m (Q_k f)^{p-2} \sum_{j=1}^3 a_{ij}^{(k)} \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^3 a_i^{(p)} |L_i f|^{p-2} L_i f \right\} = 0;$$

$$Q_k f = \left(\sum_{j=1}^3 a_{ij}^{(k)} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \right)^{p/2}, \quad L_i f = \sum_{j=1}^3 a_{ij}^{(p)} \frac{\partial f}{\partial x_j}.$$

さらに $Mf = \sum_k (Q_k f)^p + \sum_i |L_i f|^p$ とおく. 我々は, f と同じような境界値を持つ BLD^p 函数のうち, f が最小の $\int_D Mf dx$ を持つかという問題を論ずる. $p=2, \kappa=1, \lambda=0, a_{ij}^{(k)} = \delta_{ij}$ のときにはふつうのディリクレ原理の問題となる.

13. 洪 姪植 (日大理工) 方程式 $\Delta u + k^2 u = 0$ の解の評価について

u を方程式 $\Delta u + k^2 u = 0$ の解としたとき, 周 S でかこまれた領域 D の面積が $\pi j^2 / k^2$ (j はベッセル函数 $J_0(x)$ の最初の正零点) より小ならば, D にのみ関係するある定数 C があって, D の内部の点 P での u の値につき

$$|u(P)| \leq C \sup_{Q \in S} |u(Q)|$$

となることを前に示した. 今回はこの定数 C に対して具体的評価を与える二三の結果を示す.

14. 菊地敬造 (神奈川大工) Various m -representative domains in several complex variables.

有界な domain D 上の定点 t_0 で正規化条件 $\zeta(t_0) = 0, \zeta'(t_0) = E_n, \zeta''(t_0) = \dots = \zeta^{(m)}(t_0) = 0$ を満足する任意の pseudo-conformal mapping による像領域全体の集合 pseudo-conformal equivalence class of D での m -representative domain は M. Maschler によって, 一変数の場合に導入された. しかし, それは相当面倒な条件の下でしか存在しなかった. 今ここでは, 多変数の場合, 最小値問題に触れないで, operator σ_b^m, δ_b^m 等を使って, いくつか求める. その一つ $\xi_b^{(m)}(z; t_0)$ は任意の bounded domain D で, $K_b(z, t_0) \neq 0$ という条件だけで常に存在する holomorphic function であることを示す.

$$(I) \quad \xi_b^{(m)}(z; t_0) \equiv \xi_b^{(1)}(z; t_0) - \sum_{\nu=2}^m \frac{1}{\nu!} \frac{d^{\nu} \xi_b^{(1)}(z; t_0)}{dz^{\nu}} \left(\xi_b^{(1)}(z; t_0) \right)^{\nu}$$

$$\text{ただし } \xi_b^{(1)}(z; t_0) = T_D^{-1} \int_{t_0}^z T_D(z, t_0) dz,$$

$$\frac{d^{\nu} \xi_b^{(1)}(z; t_0)}{dz^{\nu}} = \left(\frac{d^{\nu} \xi_b^{(1)}(z; t_0)}{dz^{\nu}} \right)_{z=t_0},$$

乗積は Kronecker product.

$$(II) \quad \xi_b^{(m)}(z; t_0) \equiv T_D^{-1} \int_{t_0}^z M_b^{(m)}(t_0; z) dz$$

$$\text{ただし } M_b^{(m)}(t_0; z) = {}^1\sigma_D^{-1} \cdot {}^1\sigma_D^{-2} \cdot \dots \cdot {}^1\sigma_D \cdot T_D(z, t_0),$$

$$\begin{aligned} {}^{(\nu)}\sigma_b^{\nu-1} \cdot F(t_0; z) &= F(t_0; z) - \frac{\partial^{\nu-1} F}{\partial z^{\nu-1}} ({}^{(\nu)}T_D^{-1}) \Big|_{t_0}^z \cdots \\ &\quad \int_{t_0}^z {}^{(\nu)}T_D(\bar{t}_0, z) \cdot (dz \times E^{\nu-1}) \cdots (dz \times E), \\ \text{etc. } ({}^{(\nu)}T_D(\bar{t}_0, z) &= \left(\frac{\partial^{\nu-1} T_D(\bar{t}, z)}{\partial \bar{t}^{\nu-1} \partial z} - \frac{\partial ({}^{(\nu-1)}T_D(\bar{t}, t_0)}{\partial \bar{t}^{\nu-1}} \right. \\ &\quad \left. \cdot \left(({}^{(\nu-1)}T_D(\bar{t}_0, t_0))^{-1} \frac{\partial ({}^{(\nu-1)}T_D(\bar{t}_0, z)}{\partial z} \right) \right)_{t=t_0}. \end{aligned}$$

15. 加藤定雄 (神奈川大工)・松浦省三 (名工大)
 C^n における三種の Canonical domain とそれらの関係について

Maschler (Pacific J. 6 (1956), 9 (1959)) の意味で, $z \equiv (z_1, \dots, z_n)$, $f(z) \equiv (f_1(z), \dots, f_n(z))$ に対し初期条件 $(f(0), df(0)/dz) = (0, X)_D$, $|\det X| = 1$ の下に, C^n の有界領域 D に holomorphic に equivalent な領域の class \mathcal{D} を考える. ベクトル関数およびスカラー関数に対し, それぞれ初期条件 $(0, E_n)_D$, $(1)_D$ の下に内積 $(f, f)_D$ を最小とする関数を $M_D^{os}(z, 0)$, $m_D^1(z, 0)$ とおく.

$$\begin{aligned} w(z) &= \frac{M_D^{os}(z, 0)}{m_D^1(z, 0)}, \quad \det \frac{dw}{dz} = m_D^1(z, 0), \\ w \det \frac{dw}{dz} &= M_D^{os}(z, 0) \end{aligned}$$

をそれぞれみたす写像 $w = w(z)$ による D の image ($\in \mathcal{D}$) を Bergman representative domain (of class $(0, E_n)$), Bergman minimal domain (of class $(0, X)$, $\det X = 1$), Mitchell minimal domain (of class $(0, E_n)$) とよぶ. このとき上の canonical domain の集合 ($\in \mathcal{D}$) をそれぞれ A, B, C とするとき, もし $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C \neq \emptyset$, $B \cap C \neq \emptyset$ のいずれか 1 つが成立すれば $B \supset A = C$ である.

16. 樋口禎一 (東教育大理)・福井誠一 (東教育大理)
解析空間における \mathcal{O} -section について

H. Holmann は Math. Ann. 172 (1967) において次の定理を与えた: $\mathcal{O} = (\varphi_0, \varphi_1); (X, \mathcal{O}(X)) \rightarrow (Y, \mathcal{O}(Y))$ を Serre の意味の解析空間の間の正則写像とする. $x (\in X)$ の近傍 ($\subset X$) 内での解析集合 S が存在して, $\varphi_0^{-1} \circ \varphi_1(x) \cap S = \{x\}$, $\varphi_0|_S$ が discrete で, さらに x の近傍 $V (\subset S)$ に対し $\varphi_0^{-1} \circ \varphi_1(V)$ が x の X 内の近傍になっているとき, S を \mathcal{O} -section という. このとき **定理**. 次の (1), (2) は同値である: (1) \mathcal{O} -section が存在する; (2) $I_x(S) \cap \mathcal{O}^\# = \{0\}$ をみたすイデアル $I_x(S)$ が存在し, かつ \mathcal{O}_x/I_x は有限な $\mathcal{O}^\#$ -module をみたす. —ここでは一般の解析空間における \mathcal{O} -section を定義し, この定理が拡張されることを述べる. また, 滝島氏の定理の拡張も与える.

17. 近藤誠造 (京大理) 2 変数空間での固有面の配列について

x, y 空間の領域 D 中の既約な固有面の族 $F = \{\sum a_i\}$ の各固有面がほとんど互いに交わらずかつ D をうめついているとき, F のことを D 中の配列という. 配列の例はたとえば D での 1 つの正則関数の定数面の全体は D 中の配列と考えられるが, その他にも配列の例はいろいろある. また D 中の 1 点 $p_0 = (x_0, y_0)$ のある近傍 $|x - x_0| < \rho$, $|y - y_0| < \rho'$ を通る F 中の固有面がすべて p_0 の近傍で $x = f_a(y)$ または $y = g_a(x)$ (f_a は $|y - y_0| < \rho'$ で正則, g_a は $|x - x_0| < \rho$ で正則) のように片側に解けているとき, F は p_0 でカノニークな表現をもつという. **定理**: D 中の任意の配列 F に対して F が固有面族として正規である点 p が D の中にちゅう密に分布する. したがってまた F がカノニークな表現をもつ点 p_0 も D の中にちゅう密に分布する.

18. 梶原隼二 (九大理)・風間英明 (九大理) 助変数を伴う $\bar{\partial}$ -Neumann 問題について

C^n の正則領域の regular family については Andreotti-Grauert の結果と Dolbeault の定理を用いると助変数について C^∞ に依存する $\bar{\partial}$ -Neumann 問題を肯定的に解くことができる. ここでは全く別の Hörmander 流の方法で a priori estimate を導き, これより直接助変数を伴う $\bar{\partial}$ -Neumann 問題や Runge の問題を議論する.

19. 岩橋亮輔 (名市大経) 除法の恒等式と多項式的増大関数

K を C^N の正則凸なコンパクト集合, A を C^N の正則関数を要素とする $p \times q$ 型の行列とするとき次の恒等式が成立する: $I_{\mathcal{O}^p(K)} = (I_{\mathcal{O}^p(K)} - AA^\dagger) + AA^\dagger$. ここで $\mathcal{O}^p(K) = \lim_{\rightarrow} \mathcal{H}^p(U) = \lim_{\rightarrow} \mathcal{B}^p(U)$ (U は K の開近傍, $\mathcal{H}(U)$ は U での正則関数のなすヒルベルト空間, $\mathcal{B}(U)$ はバナッハ空間), $I_{\mathcal{O}^p(K)}$ は恒等写像, A^\dagger は $A: \mathcal{O}^q(K) \rightarrow \mathcal{O}^p(K)$ に対応する一般化された逆写像. K が 1 点のときは Cartan の定理を含む. さらに形式巾級数まで完備化すれば Palamodov の定理である. Ω を C^N の擬凸領域, $\bar{\Omega}$ を C^N の Osgood コンパクト化における Ω の閉包, A の $\mathcal{O}(\bar{\Omega})$ の関数を要素とする $p \times q$ 型行列, $\mathcal{Q}(\Omega) = \{f \in \mathcal{O}(\Omega) : \exists c, \rho, \sigma \geq 0 \mid |f(z)| \leq c \cdot d(z, \partial\Omega)^\rho \cdot (1 + |z|^2)^\sigma (z \in \Omega)\}$ とする. このとき $A: \mathcal{Q}^q(\Omega) \rightarrow \mathcal{Q}^p(\Omega)$ は位相準同型, $\text{Im} A = \{g \in \mathcal{Q}^p(\Omega) : \forall z \in \Omega, g_z \in \text{Im}(A_z: \mathcal{O}_z^q \rightarrow \mathcal{O}_z^p)\}$, $\mathcal{O}(\bar{\Omega})$ -加群 $\mathcal{Q}(\Omega)$ は平坦. これは Cartan の定理の類似であり, Linnik の定理を含む.

特 別 講 演

西野利雄 (京大理) *Nouvelles recherches sur les fonctions entières de plusieurs variables complexes.*

$f(x)$ を多複素変数 (x) の整函数とする. f の定数面の既約成分を f の素面という. f の素面の全体は, (x) 空間において明らかに正規族をなす. f の素面は次のごとくいくつかの type に分類される.

まず f の素面の列で (x) 空間で広義一様に収束するものを γ 列という. 一つの γ 列の limit は必ず f の素面の族になる. そこで f の一つの素面 S_0 が一つの γ 列の limit に含まれているとき, $\{S\}$ は S_0 に tend するという. このときもし f の一つの素面 S_0 に tend する任意の γ 列の limit が常に S_0 のみよりなるならば, S_0 を regular な素面といい, そうでないならば irregular な素面という. S_0 が irregular なとき, S_0 に tend する γ 列の limit に含まれる S_0 以外の素面を S_0 の共役という. このとき次の定理を得る:

一つの整函数に対して irregular な素面の全体は (x) 空間の点集合として高々第 1 類である.

したがって f のいかなる素面に対しても, それに tend する regular な面のみよりなる γ 列をとることができる. このような列を regular な γ 列という.

次に S_0 を f の一つの irregular な素面とし, S' を S_0 の共役とすると, もし S_0 に tend する任意の regular な γ 列は必ず S' にも tend するならば, S' を α 型の共役, そうでないときは S' を β 型の共役という. そして S_0 の共役はすべて α 型なるとき, S_0 を A' 型の irregular, そうでないとき S_0 を B' 型の irregular という. なお S_0 および S_0 の共役が全部 A' 型 (または B' 型) なるとき, S_0 を A 型 (または B 型) という.

互に交わった f の素面は必ず互に共役である. しかしそれ以外に共役であるための制限はない. また B 型の irregular 面は必ず連続的に配列されており, 孤立した irregular 面は必ず A 型である. したがって A 型の irregular 面をもつ整函数はすぐに作れるが, B 型の irregular 面をもつ整函数は容易に作れない. 実際には, 全

空間を外点をもつ領域に 1:1 解析的にうつす Bieberbach の写像函数を使って, そのような函数は得られる.

次に素面にいくつかの order を定義する. S_0 が f の素面であり, そこで f は値 c_0 をとるとする. このとき, もし $f-c_0$ が S_0 で r 位の 0 をとるならば, S_0 の order は r であるという. このことは S_0 のまわりに, c_0 に十分近い値をもつ f の素面が r 個存在することを意味するものではない. そこで正の数 ρ を十分小さくするとき, $|f-c_0| < \rho$ で与えられる S_0 の近傍の中に, $|c-c_0| < \rho$ を満たす任意の値 c をもつ f の素面が常に r' 個存在するとき, S_0 の quasi order が r' であるという. quasi order は必ずあるといえないと思う. 次に S_0 および S_0 の共役がすべて同一の quasi order をもつとき, それを S_0 の total order という.

もし f の一つの irregular 面が total order をもてば, 必ず A 型または B 型である. したがって A 型または B 型でない irregular 面は, 存在するとしても高々可算であることがわかる.

ところで今 $f(x, y)$ を 2 変数 x, y 整函数として, f のすべての素面が 1 変数の Riemann 面として単連結であり, かつ放物型であるとしよう. そうすればその素面はすべて特異点をもたず, かつ regular であることがわかる. しかもなお次の定理を得る:

2 変数の整函数 f は, もしそれらのすべての素面が単連結かつ放物型ならば, その空間に適当な解析的自己同型写像をほどこすことによって, 1 変数の整函数に帰着させることができる. $(ap, c) > 0 \quad f = C. \quad \text{すなわち } \dots$

参 考 文 献

[1] Nishino, T., *Nouvelles recherches sur les fonctions entières de plusieurs variables complexes*, I. J. Math. Kyoto Univ. 8 (1968), 49~100.

[2] Nishino, T., *Nouvelles recherches sur les fonctions entières de plusieurs variables complexes*, II. *Fonctions entières qui se réduisent à celles d'une variable*. J. Math. Kyoto Univ. 近刊.

異常な状況下と限られた時間内で講演アブストラクトを作製し配布することができるように, アブストラクトの原稿において, 今後はとくに繁雑な式をなるべく避け, 明確な表現と清浄な記述に協力されることを期待いたします. (K)

東京
小葉印刷所