1968
OCTOBER

日本数学会

昭和43年秋季例会

講演アブストラクト

函数論

時……　10月14日・15日

所……　東京大学教養学部

14日	10.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 7**
	13.30 ～ 14.30	特別講演	
15日	10.00 ～ 12.00	普通講演	**8 ～ 14**
	13.30 ～ 14.45	普通講演	**15 ～ 20**

10 月 14 日

1. 井上哲男（神戸商船大）・**久保忠雄**（阪大工）
双曲的多項式に関する不等式とその応用

まず次の定理を述べ証明する．**定理**．E は単位円 $\{|z|<1\}$ 内の閉集合で，その双曲的容量 $\rho(E)$ が正であるとする．このとき任意の n 次の双曲的多項式 $f_n(z)$ に対して不等式

$$|f_n(z)| \leqq (\max_{z\in E}|f_n(z)|/\rho(E)^n)|g(z)|^n$$

が $|z|=1$ と E で囲まれた領域 G 内の任意の点で成立する．ただし関数 $g(z)$ はある極値的性質をもつ点を零点とする n 次双曲的多項式の n 乗根の極限関数である．——E が唯一の連続体から成る場合（以前の講演で発表）の拡張である．次にこの応用として，双曲的多項式の E 上での面積積分による双曲的容量の新しい定義を導く．

2. 小沢　満（東工大理）　**On the Bieberbach conjecture for the sixth coefficient.**

単位円内正規化単葉函数

$$f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$$

に関する Bieberbach の予想のうち a_6 に対する肯定的解決を与える．**定理**．$|a_6|\leqq 6$．等号 ⇔ Koebe 函数．——Grunsky 不等式と Golusin 不等式との併用が本質的である．しかも初等的証明を与えることも出来ることを報告する．

3. 吹田信之（東工大理）　**extremal length に関する一不等式について**

W をリーマン面，U を Parameter disc $|z|<2$, $V=\{|z|<1\}$, $U'=\{|z|<1/2\}$ とする．K を U' に含まれるコンパクト集合とし，K と W の subboundary を結ぶ曲線族を Γ_K とする．$\gamma\in\Gamma_K$ の subarcs で V に含まれる曲線全体を Γ_{KV}, V の外にあるもの全体を Γ_V とするとき，つぎの不等式を得る：$\sqrt{\lambda(\Gamma_K)} \leqq \sqrt{\lambda(\Gamma_{KV})}+\sqrt{\lambda(\Gamma_V)}+4\pi$；ここに λ はextremal length を表わす．さらにこの不等式の応用についてのべる．

4. 吹田信之（東工大理）　**extremal length の連続性について**

Ω を平面領域とする．$\partial\Omega$ に subboundary をフィルターによって定義する．$\partial\Omega$ 上の二つの互いに素な集合 F_1, F_2 について，F_1, F_2 方向の exhaustion $\{\Omega_n\}$ を定義し，$\partial\Omega_n$ の F_1, F_2 を定義する相対境界を結ぶ曲線族を Γ_n, F_1, F_2 を結ぶ曲線族を Γ するととき，$\lambda(\Gamma_1)>0$ ならば，$\lambda(\Gamma)=\lim_{n\to\infty}\lambda(\Gamma_n)$ を示す．ここに λ は extremal length を表わす．——これは既報の結果（1967年秋）の一般化となっている．

5. 及川広太郎（東大教養）・**吹田信之**（東工大理）
radial slit disc mapping について

Ω を平面領域，α を一つの境界成分とする．$g(z)$ $(g(a)=1-g'(a)=0,\ a\in\Omega)$ は α を外円周へ写すような半径有限な Ω の radial slit disc mapping とする．$g(\Omega)$ は一般には incision 入りの radial slit disc である．われわれは incision がいつ現われるかを問題とし，つぎの結果を得た：incision が現われることは a のとり方によらない．さらに incision の近傍の外側を変えても incision のあるなしには関係しない．——証明にはフィルターを用いて境界対応を定義し，一種のバーリヤの存在が incision がないための条件であることを利用する．

6. 戸田暢茂（東北大理）　**代数型函数の Julia の方向について**

$f(x)$ を既約方程式 $f^n+a_1(z)f^{n-1}+\cdots+a_n(z)=0$ によって定義される $|z|<\infty$ での n 価代数型函数とする．ただし $a_1(z), a_2(z), \cdots, a_n(z)$ は $|z|<\infty$ での有理型函数で，小なくとも一つは有理函数でないものとする．代数型函数に対して Julia の方向は必ずしも存在しないが，この講演においては，定義方程式の係数の中少なくとも一つ Julia の除外函数でないものがあれば，$f(z)$ は Julia の方向をもつことを述べる．

7. 取消

特　別　講　演

岸　正倫（名大理）　正型対称ポテンシャル論

下半連続核に関するポテンシャル論は連続性原理を武器として研究されて来たが，更に一般なポテンシャル論を論ずるためには他に武器を求めなければならない．その一つに Beurling-Deny-Ito の Dirichlet space 或は regular functional space の方法がある ([1], [2], [3])．この講演では彼等の方法を有効に使って正型対称ポテシャル論の展開を試みる．

X：局所コンパクト Hausdorff 空間で K_6,

ξ：X で稠密な正 Radon 測度,

$\mathscr{B}$：コンパクト集合の外で 0 である有界可測函数の全体.

$\mathscr{B}$の元fを局所可積分函数 Vf に写す線型作用素 V をポテンシャル作用素という．V は次の 4 条件をみたしているものとする：

1) $f \geqq 0$ ならば $Vf \geqq 0$,

2) ${}^{\forall}f$ に対して $0 \leqq \int Vf \cdot f\,d\xi < \infty$,

3) ${}^{\forall}f, g$ に対して $\int Vf \cdot g\,d\xi = \int Vg \cdot f\,d\xi$,

4) ${}^{\forall}K$ コンパクト $\subset X$ に対して定数 A_K が存在して $\int_K |Vf|\,d\xi \leqq A_K(\int Vf \cdot f\,d\xi)^{1/2}$.

このとき内積 $(Vf, Vg) = \int Vf \cdot g \cdot d\xi$ で $\{Vf\,;\, f \in \mathscr{B}\}$ は前ヒルベルト空間になる．その完備化を H とする．

作用素Vは自然に拡張されて局所可積分函数に作用される．

$\mathscr{E}^+ = \{f \geqq 0\,;$ 局所可積分 $\int Vf \cdot f < \infty\}$

$\mathscr{E} = \mathscr{E}^+ - \mathscr{E}^+$

とおくと $f \in \mathscr{E}$ なら $Vf \in H$ である．

Proposition 1,　${}^{\forall}u \in H$ は局所可積分函数で

i) $\int_K |u|\,d\xi \leqq A_K ||u||$,

ii) $(u, Vf) = \int u \cdot f\,d\xi$ for ${}^{\forall}f \in \mathscr{E}$.

従って H は Deny の functional space [2] であるが，必ずしも regular ではない．

Beurling-Deny [1] にならって V の resolvents を作る．$u \in H \cup L^2(\xi)$ と正数 λ が与えられたとき，$v \in H$, $\lambda v - u \in L^2(\xi)$ である v の中で

$$F(v) = ||v||_H^2 + ||\lambda v - u||_{L_2}^2$$

を最小にするものが唯一つ存在する．それを $R_\lambda u$ と書く．

Proposition 2.

i) $R_\lambda u$ は次式で特徴づけられる：

$$(R_\lambda u, v)_H = (u - \lambda R_\lambda u, v)_{L^2} \text{ for } {}^{\forall}v \in H \cap L^2,$$

ii) $R_\lambda u - R_\mu u = (\mu - \lambda) R_\lambda R_\mu u$,　$u \in H \cup L^2$,

iii) $||\lambda R_\lambda u||_H \leqq ||u||_H$,　$||\lambda R_\lambda u||_{L^2} \leqq ||u||_{L^2}$,

Proposition 3.　次の 2 性質は同値である：

a) $H \cap L^2$ が H 内稠密,

b) ${}^{\forall}f \in \mathscr{B}$ に対して $\lambda \downarrow 0$ のとき $R_\lambda f$ は Vf に H で強収束する．

resolvents $\{R_\lambda\}$ と V との関係は

Proposition 4.　上の性質 a) を仮定すると

i) V が domination 原理をみたす

$\rightleftarrows {}^{\forall}f \in H \cap L^2, 0 \leqq f$, と ${}^{\forall}\lambda$ に対して $0 \leqq R_\lambda f$,

ii) V が完全最大値原理をみたす

$\rightleftarrows {}^{\forall}f \in H \cap L^2, 0 \leqq f \leqq 1$ と ${}^{\forall}\lambda$ に対して$0 \leqq R_\lambda f \leqq 1$.

i) ii) はそれぞれ module-contraction, normal contractions が H に作用することと同値である．これらは H が regular の場合には知られた事柄である．性質 a) はV が或る意味で無限遠点で 0 ならば成立する．

性質 a) を仮定すると Poisson 方程式をうる．すなわち

Proposition 5.　閉作用素 A が存在して

$AVf = -f$　${}^{\forall}f \in \mathscr{B}$.

さてエネルギー有限な測度のポテンシャルを次の条件のもとで論ずることが出来る．

c) $f_n \in \mathscr{B}, f_n \to 0$ (漠収束), $||Vf_n||_H \leqq M < \infty \Rightarrow Vf_n$ は H で 0 に弱収束する,

d) $f_n \in \mathscr{B}$, $\{Vf_n\}$ H 内強コーシー列 $\Rightarrow$ $\{f_n\}$ は漠位相で有界.

もちろん H が regular ならば c), d) をみたすが逆は真でない．

参　考　文　献

[1]　Beurling, A. and J. Deny, Dirchlet spaces. Proc. Nat. Acad. Sci., USA **45** (1959), 208–215.

[2]　Deny, J., Principe complet du maximum et contractions. Ann. Inst. Fourier, **15** (1965), 259–271.

[3]　伊藤正之：Diricblet space に関する最近の結果について．数学 **19** (1967), 65–76.

10 月 15 日

8. 窪田佳尚（東学芸大） **Riemann 面の self-mapping について**

genus $g(\geqq 2)$ の閉 Riemann 面の self-mapping (constant でない自分自身への解析写像) はすべて automorphism (univalent, onto) であることが知られている．また，O_G に属する開 Riemann 面の self-mapping は，面が $\{|z|<\infty\}$ または $\{0<|z|<\infty\}$ である場合を除いて，すべて univalent であることが Heins によって得られた．そこで，O_G に属さない開 Riemann 面に対して，いかなる条件のもとで，同様のことが成り立つかを問題にする．O_{AB} に属さない Riemann 面は univalent でない self-mapping をもつ，従って，O_{AB} に属する Riemann 面が対象になる．$U_{HB}\subset O_{AB}$ が知られている．ここでは，U_{HB} に属し，さらにある条件をみたす Riemann 面の self-mapping はすべて automorphism であり，しかも有限個しか存在しないことを示す．

9. 宮原　靖（東京理大理） **Teichmüller 写像についての一注意**

R 及び S を同位相な閉リーマン面とする．R から S の上への Teichmüller 写像 f_0 は一つの調和写像であるが，f_0 にホモトープな R から S の上への調和写像の族 $\mathscr{F}$ において，f_0 は次のような極値性をもつ．$Q(R)$ を R 上の正則 2 次微分のなす空間とし，Teichmüller 写像 f_0 は正数 $k(0<k<1)$ 及び $\varphi_0\in Q(R)$ によって定められるものとするとき，$Q(R)$ 上の線型汎函数

$$L[\varphi]=\iint_R\varphi(z)\varphi_0(z)|\varphi_0(z)|^{-1}dxdy\ (\varphi\in Q(R))$$

を考える．$\iint_S\eta=1$ なる S 上の任意の正値連続等角計量 η に対し，η に関する調和写像 $f_\eta\in\mathscr{F}$ に付随する正則 2 次微分を φ_η とすれば，

$$\mathrm{Re}\{L[\varphi_\eta]\}\leqq k/(1-k^2)$$

が成立つ．しかも等号の成立つのは $f_\eta=f_0$ のときに限る．すなわち $\mathscr{F}$ においてRe $\{L[\varphi_\eta]\}$ を最大にするのは Teichmüller 写像である．

10. 大津賀信（広島大理） **ディリクレの原理について**

前回の結果の拡張として，積分 $\int_D\{(Qf)^p+b|f|^p\}dx$ を最小にする問題を考える．ここに

$$\int_D(Qf)^pdx=\int_D\left(\sum_{i,j=1}^3 a_{ij}\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}\right)^{p/2}dx$$

$$(dx=dx_1dx_2dx_3,\ p>1).$$

また D は R^3 内の領域，a_{ij} は D 内の対称な可測函数で正数 c と共に

$$c^{-1}\sum_{i=1}^3\xi_i^2\leqq\sum_{i,j=1}^3 a_{ij}\xi_i\xi_j\leqq c\sum_{i=1}^3\xi_i^2$$

を満たし，b は D 内の非負可測函数とする．D 内の点から発し境界 ∂D へ向う曲線からなる或る族を Γ，その上の函数を φ，$\lambda_p(\Gamma')=\infty$ なる Γ' を除く Γ の各曲線に沿った極限値 $f(\gamma)$ が $\varphi(\gamma)$ に等しい $BLD^p(D)$ 函数全体の族を $D_\varphi{}^\Gamma$ としるす．さらに $L^p(b)=\{f\,;\int_D b|f|^pdx<\infty\}$ と置くとき，$D_\varphi{}^\Gamma\cap L^p(b)\neq\phi$ ならば，この族の中に上記積分を最小ならしめる函数 H が存在し，(或る意味で)一義的で，また広い意味で

$$\sum_i\frac{\partial}{\partial x_i}\left((QH)^{p-2}\sum_j a_{ij}\frac{\partial H}{\partial H_j}\right)=b|H|^{p-2}H$$

を満たすことを示す．さらに拡張を試みる．

11. 大津賀信（広島大理） **BLD^p 函数に関する一定理とその応用**

最初の定理はつぎの通り，u を領域 $D\subset R^3$ 内の BLD^p 函数，v を D の部分開集合 G 内の BLD^p 函数とする．もし G 内の p-a. e. 曲線に沿って (すなわち λ_p 値∞ の部分族を除いて) 変数 y が $x\in\partial G\cap D$ に近づくとき，$\lim v(y)$ が存在して $u(x)$ に等しいならば，G 内 v，$D-G$ 上 u に等しい函数は D 内の BLD^p 函数である．——開集合の列 $G^{(n)}$ が増大するとき，$G^{(n)}$ 内で Dirichlet の原理によって求められる函数の収束問題へ上の定理を応用する．

12. 岸　正倫（名大理）・**中井三留**（名大理） **対数容量とベール類**

重複カントール集合の補集合が対数容量 0 となる充分条件は

$$\lim_{k\to\infty}\sum_{n_1,\cdots,n_k=1}^{\infty}\frac{2^{\sum_{\nu=1}^k n_\nu-k}}{\sum_{\nu=1}^k\sum_{j=1}^{n_\nu-1}\log p_j{}^{(\nu)}}=0,$$

ただし重複カントール集合は $C(p_n{}^{(\nu)}|n=1,2,\cdots,\nu=1,2,\cdots)$ で与える．これにより対数容量 0 (従って一次測度 0) の第二類集合が存在する．

13. 秦野　薫（広島大理） **容量およびハウスドルフ測度について**

表題の問題に関連して，若干の例を与える．n 次元ユークリッド空間 $R^n(n\geqq 1)$ 内の集合 E に対する $\alpha(\alpha>0)$

次のハウスバルフ測度を$\wedge_\alpha(E)$で表わし，核$|x-y|^{-\alpha}(\alpha>0)$に関して定義された$\alpha$次の容量を$C_\alpha(E)$で表わす．最初に$R^n$内の対称な一般のカントール集合のハウスドルフ測度を評価し，これを用いて$\wedge_\alpha(E)=\infty$，しかし$C_r(E)=0$なる集合の存在を示す．次に$E_1, E_2\subset R'$はいずれも一般のカントール集合で$C_\alpha(E_1)>0$，$\wedge_\beta(E_2)=0$とする．ただし$0<\alpha, \beta<1$．適当にE_1, E_2をえらぶと，$\wedge_{\alpha+\beta}(E_1\times E_2)=0$，正で有限$\infty$，のいずれの場合も起り得ることを示す．この例は大津賀 (Nagoya Math. J. 1957, Capacité des ensembles produits) の問題に対する否定的な解答を含んでいる．

14. 山崎稀嗣（岡山大工） **Gauss 変分問題に関連した存在定理**

KとFはcompact Hausdorff spaces, G, Ψ, fとgはそれぞれ$K\times K$, $K\times F$, KとF上の実数値（有限）連続函数とする．K, F上の（非負 Radon）測度μ, νに対して$G(x, \mu)$, $\Psi(x, \nu)$等をいつものように定義する．**問題 1.** 次の条件をみたす測度μ, νが存在するか：$G(x, \mu)+\Psi(x, \nu)\geqq f(x)$ on K, $G(x,\mu)+\Psi(x,\nu)\leqq f(x)$ on $S\mu$, $\Psi(\mu,y)\leqq g(y)$ on F, $\Psi(\mu, y)=g(y)$ on $S\nu$. **問題 2,** 次の条件をみたす測度μと実数γが存在するか：$G(x, \mu)+\gamma\geqq f(x)$ on K, $G(x, \mu)+\gamma\leqq f(x)$ on $S\mu$, $\mu(K)=1$．この問題はGが対称核の場合には，ある条件の下でGauss積分を最小にするものを見出すという方法で解かれるが，Gが非対称核の場合にはこの方法は有効ではない．ここでは岸の存在定理の証明と同様にGlicksberg-Fanの固定点定理を用い，更に双対定理を用いて次の結果を得る．**定理 1.** もし$\Psi(\mu, \cdot)\leqq g$をみたすK上の測度μの集合がvaguely compactでしかも$g>0$ならば，問題 1 は解ける．**定理 2.** 問題 2. は常に解ける．

15. 梶原壌二（九大理）・**風間英明**（九大理） **相対コホモロジー集合に関する岡の原理について**

Xをスタイン空間，Lを複素リー群，$E(x)$をXを底空間，Lを構造群とする複素解析的ハイパーバンドルとする．$\mathfrak{G}^a, \mathfrak{G}^c$を，それぞれ$E(x)$上の正則または連続なセクションの芽の層とする．$X$内のノーマルな解析的集合$A$に対して$\mathfrak{I}_E{}^a(A)=\{F\in\mathfrak{G}^a;F=\text{単位元},\ A\ \text{上で}\}$とおき，$\mathfrak{I}_E{}^c(A)$も同様に定義する．このとき標準写像$H^1(X, \mathfrak{I}_E{}^a(A))\to H^1)X, \mathfrak{I}_E{}^c(A))$は両射である．証明にはGrauertやBungartの方法を用いる．

16. 梶原壌二（九大理）・**風間英明**（九大理） **正則写像に関する岡の原理について**

Aをスタイン空間Xのノーマルな解析的集合，Lを複素リー群とする．AからLの中への正則写像がXからLの中への連続写像に拡張できれば，つねにXからLの中への正則写像に拡張できるとき，(A, X, L)に対して岡の原理が成立するという．カップル(X, A)に対して相対コホモロジー集合の完全列の準同型対応

$$\begin{array}{ccccccccc}
H^0(X, \mathfrak{F}_E{}^a(A)) & \to & H^0(X, \mathfrak{G}^a) & \xrightarrow{\omega} & H^0(A, \mathfrak{G}^a) & \to & H^1(X, \mathfrak{F}_E{}^a(A)) & \to & H^1(X, \mathfrak{G}^a) \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow\beta & & \downarrow\gamma \\
H^0(X, \mathfrak{F}_E{}^c(A)) & \to & H^0(X, \mathfrak{G}^c) & \to & H^0(A, \mathfrak{G}^c) & \to & H^1(X, \mathfrak{F}_E{}^c(A)) & \to & H^1(X, \mathfrak{G}^c)
\end{array}$$

が得られる．（前講演の記号を参照．）前講演の結果よりβが両射であるから，(A, X, L)に対して岡の原理が成立する．これはKōdai M. S. R. **18** (1966), M. F. S. Kyushu Univ. **19** (1967) においてLが可換群の場合に梶原が得た結果の拡張である．

17. 渡辺　力（金沢大理） **Bishop の定理および解析的集合の族について**

Bishopは論文 "Condition for analyticity of certain set" において純次元解析的集合の列の幾何学的な意味での収束を定議しかつ次の定理を示した．**定理.** $\{S_n\}$をC^nの領域Dでの純λ次元解析的集合の列でDでの（相対的）閉集合Sへ幾何学的に収束するとする．この時もしS_nの2λ-volumeが一様に有界ならSもD内の解析的集合である．――この講演では次の二つの定理をのべる．**定理 1.** 上の Bishop の定理での極限集合Sはやはり純λ次元である(但し$S\neq\phi$として)．幾何学的収束に対して通常の収束を解析的収束とよぶことにする．この時岡先生は Note の中で，領C^2域での固有面の族が解析的に正規であるための必要十分条件は面積が局所的に一様有界であるという定理を示した．この講演での第二の目的はつぎの定理をのべることである．**定理 2.** $C^n(n\geqq2)$の領域Dでの純次元解析的集合の族が解析的に正規である為の必要十分条件は体積が局所的に一様有界である．

18. 鶴見和之（東電機大）・**神保敏弥**（東教育大） **Some properties on holomorphic fuuctions in general function algebras.**

X: locally compact Hausdorff space, $C(X)$: the algebra of complex valued continuous fuuctions on X, $A\subset C(X)$: natural algebra とする．$S\subset X$とする．S上で定義された複素数値函数fがA-holomorphic at $x\in S \overset{\text{def}}{\Leftrightarrow}$ 次のようなxの近傍$\mathfrak{v}$が存在する：すなわち，hは uniform limit on $\mathfrak{v}$ of functions from A. ――ここではA-holomorphic functions の或る性質を述べる．

19. 樋口禎一（東教育大理） **第一主定理における個**

数函数について

春の学会での金丸氏との結果について滑らかな境界をもつ領域が特に超球の場合には第一主定理における接近函数が正である．すなわち，$T(r)>N(r, 0)$ を示す．

20. 松浦省三（名工大）・**加藤定雄**（神奈川大工）

Mitchell minimal domain について

$\mathscr{F}_{0A}$ を C^n-space において初期条件 $w(0)=0, dw(0)/dz=A$, $|\det A|=1$ を満足する volume-preserving, holomorphic mappings の class とする．$M_z \geqq M_w$ for $w \in \mathscr{F}_{0A}$ のとき domain D は $\mathscr{F}_{0A}$ に関して minimal domain と呼ばれる (J. Mitchell, Duke Math. J. 1966)．ただし M_z は D の moment of inertia である．**定理 1.** D を bounded complete of circular domain とする．このとき D が $\mathscr{F}_{0A}$ に関して minimal domain になるための必要十分条件は D の Bergman kernel を $k_D(z, E)$ として，$\partial^2 k_D(0, \bar{o})/\partial t^* \partial Z$ が scalar matrix なることである．

第11回函数論シンポジウムを来る10月28～29日新潟大学のお世話で開催の予定．講演者は田村二郎，渡辺峯子，戸田暢茂の三氏．御参加歓迎．

東京
小薬印刷所