1968
MAY

日　本　数　学　会

昭　和　43　年　年　会

講演アブストラクト

函　数　論

時……　5 月 15 日・16 日

所……　京 都 大 学 理 学 部

---

15 日	10.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 8**
	13.00 ～ 15.00	普通講演	**9 ～ 16**
	15.10 ～ 16.10	特別講演	
16 日	10.00 ～ 12.00	普通講演	**17 ～ 24**
	13.00 ～ 14.10	普通講演	**25 ～ 30**
	14.30 ～ 15.30	特別講演	

5 月 15 日

1. 神野都史子 (三重大教育) **On some properties of normal meromorphic functions.**

$\mathfrak{N}$ を単位円内で定義された正規有理型函数の全体とし，$\mathfrak{N}_1$ を単位円内で定義された第一類の正規有理型函数 (Noshiro, 1938) の全体とする．まず，$f(z)$ が $\mathfrak{N}_1$ に属するための必要十分条件及び $\mathfrak{N}_1$ に属する函数 $f(z)$ に関する 2, 3 の性質について述べる．次に，$\mathfrak{N}$ に属する $f(z)$, $g(z)$ に対して，$f(z)g(z)$ は必ずしも $\mathfrak{N}$ に属するとは限らないことは知られているが，ここでは $f(z)g(z)$ が $\mathfrak{N}$ に属するための十分条件を与える．また，その条件が sharp であることを示す2つの例を述べる．

2. 戸田暢茂 (東北大理) **A. Rauch の定理について**

$f(z)$ を $|z|<\infty$ での n 価代数型函数とする．Rauch は $f(z)$ が order 正の整代数型函数ならば，ある方向 $\arg z=\theta$ があって，$\forall\varepsilon>0$, $|\arg z-\theta|<\varepsilon$ における $f(z)$ の Borel の除外値は高々一次元測度 0 を証明した．これに対し，order 正の代数型函数には，ある方向 $\arg z=\theta_1$ があって，$\forall\varepsilon>0$, $|\arg z-\theta_1|<\varepsilon$ に於ける $f(z)$ の Borel の除外値は高々可算個と改良できることを述べる．

3. 戸田暢茂 (東北大理) **ある種の，階数 0 の有理型函数について**

$f(z)$ を $|z|<\infty$ での有理型函数で有理函数でないものとする．Nevanlinna の意味の defect value は，一般には asymptotic value ではないことがわかっている．しかし $T(r,f)=O\{(\log r)^2\}$ なる函数 $f(z)$ に対しては，asymptotic value になる．この講演に於ては，階数 0 の有理型函数の中で，更に広い函数族に対して，Nevanlinna の defect value は asymptotic value になることを述べる．

4. 小沢　満 (東工大理) **Remarks on the deficiencies of meromorphic functions.**

つぎの定理およびその周辺についての諸注意について述べる．**定理**．有限位数の有理型函数 $f(z)$ に対し

$$\sum\delta(a,f')\leqq 2-dk(\lambda).$$

ここに λ は f の位数，d は正の定数，$k(\lambda)=\inf K(f)$,

$$K(f)=\limsup_{r\to\infty}\frac{N(r;0,f)+N(r;\infty,f)}{T(r,f)},$$

inf は位数 λ の函数 f に関するものとする．

5. 吹田信之 (東工大理) **$N_{\mathfrak{S}\mathfrak{D}}$ 集合の和について**

函数論的零集合のうちで $N_{\mathfrak{B}}$ 集合と $N_{\mathfrak{D}}$ 集合については，有限個の同じ族の集合の和はその族に属することが知られている．ここでは，$N_{\mathfrak{S}\mathfrak{D}}$ 集合についてこのことが成立しない例を示す．

6. 吹田信之 (東工大理) **Circular and radial slit disc mapping の写像半径について**

Ω を平面領域，α を一つの boundary component, (α, A, B) を $\partial\Omega$ の分割とする．α を外円周とする circular and radial slit disc mapping を定義するには，二つの写像半径 $\bar{R}(A)$ と $\underline{R}(B)$ の値が一致して有限となることが必要であった (前回報告)．今回は，上記の半径が一致するためには，A が analytic set であればよいことを示す．これは Choquet の Theory of capacities の直接の結果である．応用として，有限な $\bar{R}(A)$ ($\underline{R}(B)$) を定義するための minimal (maximal) sequence に対応する写像函数列の極限函数は，ある分割の circular and radial slit disc mapping であることが示される．

7. 武藤英男 (東工大理) **代数型面間の解析写像について**

既約代数方程式 $f^n+A_1(z)f^{n-1}+\cdots+A_n(z)=0$, $F^m+B_1(w)F^{m-1}+\cdots+B_m(w)=0$ で定義される整代数型函数 $f(z)$, $F(w)$ の固有な存在領域である Riemann 面を R_n, S_m とする．φ は R_n から S_m への解析写像．$\mathfrak{p}_{R_n}$: $(z, f(z))\to z$, $\mathfrak{p}_{S_m}$: $(w, F(w))\to w$ を projection maps とし，$h(z)=\mathfrak{p}_{S_m}\circ\varphi\circ\mathfrak{p}_{R_n}{}^{-1}(z)$ とおくとき，$h(z)$ が z の函数として一価になるとき φ は rigid であるという．ここでは φ が rigid となるための十分条件を与え，さらにいままでえられていた結果のいくつかの拡張についてのべる．

8. 新濃清志 (東工大理) **二つの ultrahyperelliptic surface 間の解析写像族について**

R, S を $y^2=G(z)$, $u^2=g(w)$ で定義された ultrahyperelliptic surface とする．φ を R から S への解析写像とすれば，Ozawa の定理によって，整函数 $f(z)$, $h(z)$ が存在して，$f(z)^2G(z)=g\circ h(z)$ が成立する．この $h(z)$ を φ に対応する projection と呼ぶ．$\mathfrak{A}(R, S)$ を R から S への解析写像の族とし，$\mathfrak{H}(R, S)$ をその projection の族とする．そのとき，次の定理がいえる： **定理**．ρ_g

$<+\infty$, p 次の多項式 $h_p(z)\in\mathfrak{H}(R, S)$ が存在すれば，任意な $h(z)\in\mathfrak{H}(R, S)$ は p 次の多項式である．また，$P(R)=P(S)=4$ のときも，同様な定理がいえる．

9. 窪田佳尚（東京学芸大）**Riemann 面の conformal rigidity について**

W は開いた Riemann 面で，φ は W の自分自身への解析写像とする．Huber は，φ が一つの 0 でない homotopy class を保存するならば，W がいくつかの簡単な面である場合を除いて，φ は periodic な自己等角写像になることを示した．ここでは，一つの 0 でない homology class を保存する写像について述べる．単連結な面はわれわれの対象から除かれる．**定理**．W は $\{0<|z|<\infty\}$ に等角同型でないとする．そのとき，0 に homologous でない一つの cycle c が存在し，$\varphi(c)$ が c に homologous ならば，次のいずれかが成り立つ．1°. φ は ~~periodic な~~ 自己等角写像である．2°. (i) W は孤立した境界成分 β をもち，β の harmonic dimension は 1 である．さらに (ii) β を境界成分としてもつ適当な end Ω が存在し φ の Ω への restriction は単葉である．——category 2° に属するもので，W 全体では単葉でないような W および φ の例は，簡単につくることができる．

10. 山村能勝（東京教育大理）**On the existence of bounded analytic functions.**

単位円 G 内に集積点を持たない点列 $\{z_\nu\}$ を与えるとき，次の二つの結果はよく知られている．(i) Blaschke の定理：丁度 $\{z_\nu\}$ にだけ零点を持つ G 内の非定数一価有界な解析函数が存在するための必要十分条件は $\sum(1-|z_\nu|)<+\infty$ となることである．(ii) Selberg の定理：$\mathfrak{X}$ を G 上の k 葉の complete covering surface でその分岐点の projection の集合が $\{z_\nu\}$ と一致するとき，$\mathfrak{X}$ 上に proper な一価有界な解析函数が存在するための必要十分条件は $\sum(1-|z_\nu|)<+\infty$ である．この条件を Green 函数で表わせば $\sum g_G(z, z_\nu)$ が収束することである．それに Heins による type Bl, Lindelöfian map, Selberg 理論の一般化等の結果を使って (i) (ii) を G が有限連結の Jordan 領域の場合に拡張できることを示す．

11. 林 一道（電通大）**リーマン面の minimal planar covering surface について**

W を (open 又は clored) リーマン面，$\tilde{W}$ を W の任意の regular planar covering surface とするとき，$\tilde{W}\geq\tilde{W}_1\geq W$ となる minimal (covering の強さによる順序に関して) な regular planar covering surface W_1 が常に存在することを示し，その性質についてのべる．

12. 水本久夫（岡山大工）**Periods of differentials and relative extremal length.**

$\{A_j, B_j\}$ を R-面 R の strongly canonical homology basis, $\{C_j\}$ を dividing cycle の basis, C_j^* を C_j の conjugate relative cycle とする．すべては 0 でない実数の系 $\{a_j^*, b_j^*, c_j^*\}$ (, $\{a_j^*, b_j^*\}$ and $\{c_j^*\}$) を与えて，$\int_{A_j} du^*=a_j^*$, $\int_{B_j} du^*=b_j^*$, $\int_{C_j} du^*=c_j^*$ (, $\int_{A_j} du^*=a_j^*$, $\int_{B_j} du^*=b_j^*$ and $\int_{C_j} du^*=c_j^*$, resp.) をみたす $du\in\Gamma_{ho}$ (, $\in\Gamma_{ho}\cap\Gamma_{hse}^*$ and $\in\Gamma_{hm}$, resp.) が存在するための必要十分条件を relative extremal length の言葉で述べ，その応用を示す．$du\in\Gamma_{ho}$ の場合について述べれば，$\Gamma^*=\{\tau|R$ 上の単一閉曲線$\}$, $\chi(\tau)=|\sum_j(\tau\times B_j)a_j^*+\sum_j(A_j\times\tau)b_j^*+\sum_j(\tau\times C_j^*)c_j^*|$ とするとき，上記 $du\in\Gamma_{ho}$ が存在するための必要十分条件は，$0<\lambda(\Gamma^*,\chi)<\infty$ であって，$\lambda(\Gamma^*, \chi)=\|du\|_R^{-2}$ が成り立つ；ここに $\lambda(\Gamma^*, \chi)$ は relative extremal length (cf. 1967 年年会アブ)．応用として，例えば，つぎの結果をうる：Γ^* のたがいに homologous な cycle の類別を Γ_j^* $(j=1, 2\cdots)$, $\chi_j=\chi(\tau)$ $(\tau\in\Gamma_j^*)$ とするとき，$\sum_j\chi_j^2/\lambda(\Gamma_j^*)<\infty$ ならば，上記 $du\in\Gamma_{ho}$ は存在する；ここに，$\lambda(\Gamma_j^*)$ は extremal length.

13. 田中 博（広島大理）**リーマン面上の分離的距離について**

倉持によりリーマン面 R 上へ H. B. 分離的距離と H. D. 分離的距離の概念が導入された．Wiener 完閉化と Royden 完閉化を使って二つの概念を表現し，さらに次の定理を証明する．**定理**．R の距離づけ可能な完閉化が Wiener (resp. Royden) 完閉化の商空間であれば，それは H. B. (resp. H. D.) 分離的である．**系**（倉持）．Martin 完閉化と倉持完閉化は H. B. 分離的であり，後者は H. D. 分離的でもある．

14. 倉持善治郎（北大理）**A. Beurling の定理の一つの拡張**

R を positive boundary のリーマン面，B_1 を minimal な境界点の集合とする．$\overline{\lim}_{v_n(p)\cap\Delta(p)}N(2, p)>0$: $p\in B_1$ のとき $\Delta(p)$ を p の contact set と呼ぶ．$f(z)$ を $R\to\underline{R}$ な正則函数とし CG が p で thin のとき $G^N\ni p$ で示し $\Delta(f(p)=\cap_\tau\bar{f}(G_\tau\cap\Delta(p)$: $G_\tau\ni p$. とおく．a を $\underline{R}$ の内点で Beurling の意味の ordinary point とすると

K. Strebel Comment. Math. Helv

き F の各点で $\Delta(f(p))=a$, $p\in(F\cap B_1)$, ならば F の容量は零である. 特に R を $|z|<1$ とすると $\Delta(p)$ は p に集積する僅かの集合である. 故に上の結果は A. Beurling, M. Tsuji の定理の拡張ともなっている.

15. 柴田敬一 (阪大教養) Teichmüller 写像の構成について

(仮定) R, R' はたがいに等角同値でない Riemann 面で, R から R' への擬等角写像 f_0 が存在する. (記号) R を R' に写し, かつ f_0 にホモトピックな擬等角写像の族を $\mathfrak{F}$ で表わす. $\mathfrak{F}$ に属するすべての写像の maximal dilatations の集合の下限を K_0 とする. (定義) R 上に適当な正則 2 次微分 α が存在して, $\alpha\neq0$ なる点では, α の trajectory に一致する主方向を持ち, dilatation が K_0 に等しいような擬等角写像を Teichmüller 写像と名付ける. (結論) $\mathfrak{F}$ は少なくとも 1 つの Teichmüller 写像を含む. (注意) 上の結論と Ahlfors, Strebel 等の結果を比較し, 一意性が成り立つための条件についても考察する.

16. 栗林暲和 (中央大理工) On the moduli of Riemann surfaces attached to hypergeometric differential equations.

この講演の目的は前回 (1958 年秋季学会) に引続き, z をパラメーターとする方程式 $y^n=x^{m_1}(x-1)^{m_2}(x-z)^{m_3}$, $n\nmid m_1+m_2+m_3$, で定義されたリーマン面の族の moduli の研究である. ここに n は素で $1\leqq m_i\leqq n-1$ $(i=1, 2, 3)$. われわれのリーマン面の第 1 種微分の基底は

$$\omega=\frac{x^{k_1}(x-1)^{k_2}(x-z)^{k_3}}{y^l}dx,\quad 0\leqq k_i\leqq n-1$$

の型の中から選べてその積分はある超幾何微分方程式を満足する. その微分方程式の解の比と moduli との関係を示すことが主目的である. そのために対応するアーベル多様体の族を parametrize する空間 H を考え, dim $H=1$, dim $H=2$ の場合を特に調べる. つぎの二つの事が主要結果である. (1) dim $H=1$ $\rightleftarrows$ 微分方程式の解の比 $w_1(z)/w_2(z)=\tau$ について $z=f(\tau)$ が一価. (2) dim $H=2$ の場合, H の中の jacobian points の特性化を超幾何函数の間の関係で表わす.

特　別　講　演

大津賀信 (広島大理) ディリクレの原理について

筆者は [3] において, Riemann 面 R 上の Dirichlet の原理を次のような見地に立って示した. すなわち, まず R 上の点から出発して R の内部に停滞しない曲線からなるある族 Γ とその上の函数 $f(\gamma)$, $\gamma\in\Gamma$, が与えられたものとする. 極値的長さの意味ではほとんどすべての γ に沿って境界極限値 f をもつ BLD 函数の族を $\mathfrak{D}_R$ としるす. もし $\mathfrak{D}_R$ が空でなければ, $\mathfrak{D}_R$ 内に Dirichlet 積分を最小ならしめるものが唯一つ存在し, それは調和である. これを解とよぼう.

今回 n 次元ユークリッド空間内の領域 D において, Dirichlet ノルムの代りにノルム

$$(1)\quad \|u\|_p=\left\{\int_D\left(\sum a_{ij}\frac{\partial u}{\partial x_i}\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)^{p/2}dx\right\}^{1/p}\quad (p\geqq2)$$

をとった場合の Dirichlet の原理を問題としたい. ここに a_{ij} $(i, j=1, \cdots, n)$ は i, j に関し対称な C^1 函数で, ある数 $c\geqq1$ が存在して任意実数 $\xi_1, \cdots, \xi_n$ に対し

$$c^{-1}\sum\xi_i^2\leqq\sum a_{ij}\xi_i\xi_j\leqq c\sum\xi_i^2$$

をみたすものとする.

このようなノルムを考えた動機は二つある. 1つは Lumer [2] (旧姓 Naïm) が, h を正調和として

$$\left(\int_D h^2|\text{grad } u|^2dx\right)^{1/2}$$

なるノルムを考えたことにある. これは (1) で $p=2$, $a_{ij}=h\delta_{ij}$ としたものである. 解は v を調和として v/h なる形をとる. もう一つは Löwner が R^3 内の二つのコンパクト集合 K_0, K_1 により囲まれた領域 D にて, K_0 で 0, K_1 で 1 をとる連続微分可能な函数 u に対し

$$\int_D|\text{grad } u|^3dx$$

を最小ならしめる問題を論じたことにある. この量と極値的長さとの関係は Gehring [1], Ziemer [4] 等により研究され美しい結果が得られている.

上記一般ノルム (1) には, Euler-Lagrange の方程式

$$(2)\quad \sum_i\frac{\partial}{\partial x_i}\left((Qu)^{p-2}\sum_j a_{ij}\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)=0,$$

$$\text{ここに}\quad Qu=\left(\sum a_{ij}\frac{\partial u}{\partial x_i}\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)^{1/2},$$

が対応する. これまで Dirichlet の原理の論じ方としては, 与えられた境界値をもつ函数のうちで, (1)を最小ならしめる解が存在してそれが (2) をみたすことを示す古典的行き方の他に, (2) の Dirichlet 解の存在を仮定しそれが実は (1) を最小ならしめることだけを示す行き方と二つある.

われわれは最初に後者の行き方をとり, 次のことを示す. もし (2) の C^1 解 u が存在し, また p 次の極値

的長さに関しほとんどすべての，境界に至る曲線 γ に対し

$$\left|\int_\gamma dv\right| \geqq \left|\int_\gamma du\right|$$

をみたす p 次の BLD 函数 v の族 $\mathfrak{D}^{(p)}$ が空でなければ，

$$\int_D (Qu)^p\,dx = \min_{v\in\mathfrak{D}^{(p)}} \int_D (Qv)^p dx.$$

冒頭にのべた問題を解決するにはまだ調べなければならないことが多く，ここに結果をしるす所まで行っていない．

Dirichlet 問題の前者の論じ方は最近多くの人々によって行なわれている．たとえば Browder, Lions, Brezis などで，時間に余裕があればその一部でも紹介したい．

文　　献

[1] F. Gehring : Extremal length definitions for the conformal capacity of rings in space. Mich. Math. J. **9** (1962), 137–150.

[2] L. Lumer–Naïm : Sur une extension du principe de Dirichlet en espace de Green. C. R. Acad. Sci. Paris **255** (1962), 1058–1060.

[3] M. Ohtsuka : Dirichlet principle on Riemann surfaces. J. Anal. Math. **19** (1967), 295–311.

[4] W. Ziemer : Extremal length and conformal capacity. Trans. Amer. Math. Soc. **126** (1967), 460–473.

17. 荻　信隆（金沢大理），**島崎利夫**（金沢大工）**On the sets of limit points of inversion groups.**

実 N 次元 Euclid 空間 E^N において，互いに内点を共有しない有限個の N 次元閉球 $S_j(j=1, \cdots, p)$ をとり，S_j に関する反転 I_j から生成される群 $G=\langle I_1, \cdots, I_p\rangle$ を反転群と呼ぶ．G は $C(\cup_{j=1}^{p}S_j)$ を一つの基本領域とする E^N（∞ もこめて考える）上の不連続群である．ここではこの不連続群 G の limit points の集合 $L(G)$ に関する二，三の性質を示す：（1）$x\in L(G)\Leftrightarrow\exists S_{j_0}$ かつ $\exists\{g_n\}_{n=1}^{\infty}\subset G: x=\lim_{n\to\infty}g_n(S_{j_0})$．（2）$S_j\ (j=1, \cdots, p)$ がちょうど他の 2 個の $S_{j_1}, S_{j_2}(\neq S_j)$ とのみ外接しているとき，$L(G)$ は Jordan 閉曲線である．（3）$N=2$（すなわち平面）のとき，（2）の Jordan 閉曲線によって囲まれた内部の領域は G の不変領域である．——これらは反転の幾何学的性質及び不連続群の基本領域の性質を用いて示される．

18. 池上輝男（阪市大理）**倉持境界上の pole について**

R を hyperbolic Riemann surface, R^{*M}, R^{*K} をそれぞれ R の Martin, Kuramochi の compact 化とする．Brelot–Naïm によれば minimal (Martin) boundary point a は倉持境界上に少なくとも 1 つの pole をもつ．a の poles の集合 a^V は R からそれ自身への identity mapping の R^{*K} における fine cluster set に他ならない．a^V が唯 1 点からなる a の集合を $\Delta'_1{}^M$ とすると $\Delta^M-\Delta'_1{}^M$（ただし，$\Delta^M=R^{*M}-R$）は R^{*M} に関して harmonic measure zero で，$a\in\Delta'_1{}^M$ にその unique pole $\tilde{a}$ を対応させる mapping を Φ とおくと，$\Delta^K-\Phi(\Delta'_1{}^M)$（ただし，$\Delta^K=R^{*K}-R$）は R^{*K} に関して harmonic measure zero. さらに Δ^K 上 R^{*K} に関して可解な f に対して $f_1=f\circ\Phi$ は R^{*M} に関して可解で $H_{f_1}{}^M=H_f{}^K$ であることが知られている．上の mapping Φ を利用して Δ^M と Δ^K との関連をしらべる．

19. 楠　幸男（京大理），**森　真一**（神戸大）**Dirichlet 積分有限な調和函数の境界値について**

R は開リーマン面またはグリーン空間，R^* は R の D-normal compactification (in Maeda's sense) とする．定義より任意の $u\in HD(R)$ は $u(a)=\int_\Delta f dw_a$, $\Delta=R^*-R$ と書ける．f は u に対し（w−a. e.）一意的に定まるから $f=H^{-1}u$ と書くと，H^{-1} は $HD(R)$ 上で 1-1, positive linear. R 上のコンパクト集合 E の外部で定義された $u\in HD(R-E)$ に対して $H^{-1}u=H^{-1}U$, $U=\lim_{n\to\infty}H_{u'n}$ と定義する．**定理**．u_ν $HD(R-E)$ とし，$u_\nu\to u\in HD(R-E)$ かつ $\|du_\nu-du\|_{I-E}\to 0$ $(\nu\to\infty)$ ならば $\liminf|H^{-1}u_\nu(b)-H^{-1}u(b)|=0$, $b\in\Delta$, w−a. e. ——系として，$\gamma\subset\Delta$ を $\omega(\gamma)>0$ な集合とし，$H^{-1}u_\nu=$ const. α_ν, w−a. e. on γ ならば $H^{-1}u$ も同様の性質をもつことが示される．さらに R^* が S-type ならば，任意の canonical potential は Δ の各連結成分上で w-a. e. const. であることが証明される．

20. 前田文之（広島大理）**調和境界上の Dirichlet 空間の構造について**

Ω を Green 空間，Ω^* をその可解な完閉化，ω を固定した一点 $x_0\in\Omega$ に対する調和測度，Γ を Ω^* の調和境界とする．$C(\Gamma)$ を Γ 上の連続函数の全体，$R_L(\Gamma)$ を，解が Ω 上 Dirichlet 積分有限な $\Delta=\Omega^*-\Omega$ 上の可解な函数を Γ に制限したものの全体とし，$C_L(\Gamma)=R_D(\Gamma)\cap C(\Gamma)$ とおく．Ω 内にコンパクトな球 K_0 を固定する．$\psi\in R_L(\Gamma)$ に対し，Γ 上 ψ に一致する Δ 上の可解な φ をとり，Δ 上 φ, ∂K_0 上 0 なる境界値に対する $\Omega-K_0$ での Dirichlet 問題の解の Dirichlet 積分の平方根で ψ のノルム $\|\psi\|$ を定義する．$R_L(\Gamma)$ はこのノルムで Hilbert 空間をなす．もし Ω^* が次の二つの条件をみたすならば，$(R_L(\Gamma), \omega)$ は Beurling-Deny の意味の Dirichlet 空間をなす：(i) $C_L(\Gamma)$ は $C(\Gamma)$ において一様位相で dense. (ii) $C_L(\Gamma)$ は $R_L(\Gamma)$ においてノルム $\|\psi\|$ に対して dense. 上の条件 (i), (ii) をみたす例としては，Royden 完閉化，HBD-完閉化，倉持完閉化等がある．

21. 大津賀　信（広島大理）**3 次元空間における鏡像の原理について**

平面でよく応用される鏡像の原理が，3 次元空間において成り立つかどうかはよく知られていないようである．得られた主な結果は次の通りである．S を球面，D をその球内のある領域とし，境界 ∂D は S 上のある 2 次元領域 E を含み，E は $\partial D-E$ の集積点を含まないものとする．E に関する D の鏡像を $\check{D}$ としるす．また h は D 内で調和で，$\partial h/\partial x$, $\partial h/\partial y$, $\partial h/\partial z$ は $D\cup E$ へ連続に延長でき，$\partial h/\partial n$ は E 上で 0 に等しいものとする．このとき，E を通る半径方向に沿っては D から

$\check{D}$ 内へ調和に h を接続できる．しかし一般には，$D\cup E\cup\check{D}$ 内到る所へ調和に接続できるとは限らない．参考文献．J. W. Green, Bull. Amer. Math. Soc., **44** (1938), 548–557.

22. 小川枝郎（神戸大工）調和空間における掃散測度列の収束性に関する注意

X を H. Bauer の公理を満たし正のポテンシャルを有する局所コンパクトな調和空間とする．この時必らず X 上有限連続なポテンシャルが存在する．それらの全体を $\mathscr{P}^c$ で表わす時，任意集合 E とコンパクトな支えをもつ正の Radon 測度 μ に対して $\int p d\mu^E=\int \hat{R}_p{}^E d\mu$, $p\in\mathscr{P}^c$ を満たす正の Redon 測度 μ^E が存在するが，これを μ の E への掃散測度と呼ぶ．但しここで $\hat{R}_p{}^E$ は p の E に関する reduced function の regularisation を表わすものとする．R.M. Hervé 及び H. Bauer は，もし非負な単調増大列 $\{\mu_n\}$ が共にあるコンパクト集合に支えをもち μ に漠収束するならば，掃散測度列 $\{\mu_n{}^E\}$ も μ^E に漠収束することを証明した．この講演では，もし上の定理で μ_n に対する単調増大の仮定を落せば結論の成立しないことを示す．

23. 山崎稀嗣（岡山大工）双対定理について

X と Y は $(\!(\ ,\ )\!)_1$ に関する paired linear spaces, Z と W は $(\!(\ ,\ )\!)_2$ に関する paired linear spaces, P は X 上の弱位相 $w(X,Y)$ に関する closed convex cone, Q は Z の $w(Z, W)$-closed convex cone, $y_0\in Y$, $z_0\in Z$, A は X から Z への $w(X, Y)-w(Z, W)$ 連続線型写像，A^* は A の adjoint, R は実数全体，R_0 は非負実数全体，P^+ と Q^+ は P と Q の conjugate cone, i,e., $P^+=\{y\in Y;\ (\!(x,y)\!)_1\geqq 0$ for all $x\in P\}$ とする．**定理 1.** もし $M=\sup\{(\!(z_0, w)\!)_2;\ w\in Q^+,\ y_0-A^*w\in P^+\}$ が有限でしかも集合 $G=\{(A^*w+y,\ r-(\!(z_0, w)\!)_2;\ y\in P^+, w\in Q^+,\ r\in R_0\}$ が $w(Y\times R,\ X\times R)$-closed ならば，$M=\inf\{(\!(x,\ y_0)\!)_1;\ x\in P,\ Ax-z_0\in Q\}$ が成立する．ただし $X\times R$ と $Y\times R$ は $(\!(\!(x,\ r), (y,\ s)\!)\!)=(\!(x,\ y)\!)_1+rs$ に関する paired linear spaces. この定理は Kretschmer の双対定理の逆である．大津賀の双対定理は Φ, f, g が連続函数の場合には定理 1 に含まれる．**定理 2.** M が有限でしかも G が $w(Y\times R,\ X\times R)$-closed ならば，$M=(\!(z_0,\ w)\!)_2$, $y_0-Aw\in P^+$ となる $w\in Q^+$ が存在する．集合 G が $w(Y\times R,\ X\times R)$-closed となるための条件と上の定理のポテンシャル論への応用についても述べる．

24. 水野弘文（電通大）2 変数代数函数の Riemann 面；分岐曲線と Picard 積分の停留点

V を 2 変数代数函数の Riemann 面，$\varphi: U\to V$ を V の被覆面 U から V への射影とする．分岐曲線 D は 1 変数の Riemann 面になる．その示性数を g とする．$E=\varphi(D)$ は V 上の 1 次元 analytic set になり有限個の cusp γ と node δ をもつ．γ に対応する D の点を $\Gamma=a^{(1)}+\cdots+a^{(c)}$ とおく．c は cusp の数．U 上の第 1 種 Picard 積分 I は局所変数 x_1, x_2 を用いて $\int A_1dx_1+A_2dx_2$ と表わされる．I の停留点は $\partial I/\partial x_1=\partial I/\partial x_2=0$ となる U の点，すなわち微分方程式 $A_1dx_1+A_2dx_2=0$ の特異点である．それを $\Theta_{\Pi}=u^{(1)}+\cdots+u^{(\chi(\Pi))}$ とかく．$\chi(\Pi)$ は U の Euler 標数．Θ_V も同様に定義する．D 上の第 1 種 Abel 積分の停留点を $K_D=e^{(1)}+\cdots+b^{(2g-2)}$ とする．K_D は Riemann 面 D の canonical divisor である．このとき U 上で $\Theta_U\equiv\varphi^{-1}\Theta_V+K_D-\Gamma$ が成立つ．被覆の度数を n とし，両辺の点の数を数えれば $\chi(U)=n\chi(V)+(2g-2)-C$ を得る．これは 1 変数の函数論でよく知られている Hurwitz の関係式 $2g_{U}-2=n(2g_V-2)+\nu$（ν は分岐点の数）の 2 変数への拡張である．

25. 緒方明夫（宮崎大教育）Quaternion space における方程式 $\Delta u+k^2u=0$ について

星，落合両氏によって 1967 年秋の学会で 3 次元の Helmholtz の方程式（1）$\Delta u+k^2u=0$ の解表示が quaternion の特殊函数として与えられたが，ここでは調和函数的な立場から今一つの解表示を与え，その応用を述べたい．$D(\subset R^4)$ を有界かつ単連結で，∂D は十分滑らかとする．$\zeta=\sum_{k=0}^3 y_ki_k=y_0+y$ を ∂D 上の動点，$x=\sum_{k=1}^3 x_ki_k$ を D の超平面 $x_0=0$ 上の内点とするとき，その超平面上で定義された（1）の解は次のように表示される：

$$(2)\qquad u(x)=-\frac{1}{4\pi^2}\int_{\partial D}\Big\{e^{ky_0}u(y)dz\,\bar{D}'_\zeta\Big(\frac{1}{r^2}\Big)-D_\zeta(e^{ky_0}u(y))\,d\bar{z}\frac{1}{r^2}\Big\};$$

$$r=|\zeta-x|,\quad D_\zeta=\sum_{k=0}^3\frac{\partial}{\partial y_k}i_k,\quad \bar{D}'_\zeta=\sum_{k=0}^3\bar{i}_k\frac{\partial}{\partial y_k},$$

$dz=ndS$, $d\bar{z}=\bar{n}dS$（n は曲面上の外向き法線ベクトル，$\bar{n}$ はその共役）．更に u がスカラー函数のとき，（1）自身の Green 函数に代えて D での調和函数の Green 函数 $G(\zeta,\ x)$ を導入し，（2）より次の境界値による解表示を得る：

$$u(x)=-\frac{1}{4\pi^2}\int_{\partial D}e^{ky_0}u(y)\frac{\partial}{\partial\nu}G(\zeta,x)dS$$

$$\Big(\frac{\partial}{\partial\nu}\text{ は外法線微分}\Big).$$

26. 河井壮一（立教大理）**3 次元コンパクト複素多様体について**

その上の有理型函数のなす体の次元が 1 であるような 3 次元コンパクト複素多様体は，代数曲線上の，次のような曲面を一般の束とする束空間と，双有理型同値であることが必要である:

complex torus, $K3$ surface, $b_1=1$, $p_g=0$ なる曲面，C^2/G, G affine transformations の形の曲面で $H_1(C^2/G, Z)\cong Z\oplus Z\oplus Z\oplus Z_m$ なるもの，あるいは Enriques 曲面.

27. 坪井照男（埼玉大理工）**Moment of inertia theorems for Bergman minimal domains.**

C^n-空間（$z=(z_1, \cdots, z_n)$ を座標とする）における領域 D の moment of inertia とは，

$$\mathrm{Mom}(D)=\int_D z^*z dv_D=\int_D(|z_1|^2+\cdots+|z_n|^2)dv_D$$

で定義される値とする，(dv_D はユークリッド体積要素). D の holomorphic mapping $w=w(z)=(w_1(z), \cdots, w_n(z))$ による像領域を $\varDelta$ としたとき，$\varDelta$ の $\mathrm{Mom}(\varDelta)$ を考えこれともとの $\mathrm{Mom}(D)$ との大小の比較を考える．この際，写像 $w=w(z)$ には次の条件を設けておく：

$$w(0)=0, \left|\frac{\partial(w_1, \cdots, w_n)}{\partial(z_1, \cdots, z_n)}\right|_{z=0}=1, \quad \mathrm{vol}(\varDelta)=\mathrm{vol}(D).$$

定理. D が Bergman minimal domain（中心は原点）のとき，D が $\mathrm{Mom}(D)$ を最小にする領域であるための必要十分条件は，$z\in D$ に対して $K_{11}*(0, z)K_{11}*(z, 0)=(\det (K_{11}*))^{1/n}K_{11}*$ が成立することである．ただし D の Bergman kernel を $k(z, \bar{t})$ としたとき，$K_{11}*(z, \bar{t})$ は $\partial^2 k(z, \bar{t})/\partial z_i\partial\bar{t}_j$ を (i, j) 元素にもつ $n\times n$ 行列で，とくに $K_{11}*=K_{11}*(0, 0)$ を示す.

28. 金丸忠義（熊本大教育），**樋口禎一**（東京教育大理）**解析写像における第一主定理について**

C^n の中の領域 D を C^n の中へ写す解析写像 $w=w(z)$ (hol. in $\bar{D}$, $w(D)\ni 0$) に対して，0 点の被われる度数を考察する際に $w^{-1}(0)$ が D の中で孤立点の集合となる場合について，これまで議論されてきた．ここでは，C^n の中の領域 D から C^k ($1\leqq k\leqq n$) の中への解析写像 (hol. in $\bar{D}$) について，D の中で $w^{-1}(0)$ が純 $(n-k)$ 次元となる場合に，number of zeros を重複度を含めたその次元の volume で定義して，従来の第一主定理の一般化を述べる.

29. 笠原乾吉（東大教養），**若林　功**（都立大理）**Existence of maximal analytic functions on complex spaces.**

前回の学会で林一道氏が講演された maximal analytic function は，多変数の connected complex space の場合にも存在することを注意する.

30. 藤本坦孝（名大教養）**解析空間の解析的自己同型群について**

1935 年に H. Cartan は C^n 内の有界領域 X について，X の解析的自己同型全体の群 Aut (X) が，Lie 群になることを示した．その後，Bochner-Montgomery がコンパクト解析的多様体 X に対し同様のことを示した．これ等の定理の一般化として，次のような既約解析空間 X に対し，Aut (X) が Lie 群となることを示す．（i）$X-K$ が C^n 上の（分岐でもよい）有界領域とみなせるようなコンパクト集合 K が存在するような空間 X. (ii) X 上での連続関数 v で，あるコンパクト集合 K 外で $*$-strongly $(n-1)$-convex ($n=\dim X$) で，任意の実数 c に対して $\{v>c\}$ が X 内で相対コンパクトとなるものが存在するような空間 X.——コンパクト連結解析的多様体から embedding dimension$\geqq 2$ の解析的集合を除いてできる空間 X が，このような空間の例となっていることや二，三のその他の例ものべたい.

特　別　講　演

中井三留（名大理）**調和空間に於ける主函数問題**

調和空間 R の理想境界 δ の近傍 A に調和函数 s を与えて，R 全体の調和函数 u で A において s のごとく挙動するものを求める問題を主函数問題という．ここで u が s らしくふるまうということの理解の仕方は多種多様で，それに従っていろいろの主函数問題が考えられるが，ここでは次のごとく考える.

問題の性質上 A の相対境界 α は A に関するディリクレ問題の正則点からなるとしてよい．$F(\alpha)$ を $C(\alpha)$ の部分空間で，ある開集合 $U\supset\alpha$ に対し $F(\alpha)\supset H(U)|\alpha$ とする．L を $F(\alpha)$ から $H(A)\cap C(A\cup\alpha)$ への線型作用素で

(L. 1)　$Lf|\alpha=f$;

(L. 2)　$u_n\in H(U)$, $\sup_U|u_n|\to 0\Rightarrow Lu_n\rightrightarrows 0$（広義）;

(L. 3)　$u\in H(R)$, $Lu=u|A\Rightarrow u=\mathrm{const.}$

の 3 条件を満足するものを便宜上主作用素と呼ぶ．これ

により u の s の挙動の模倣は $L(u-s)=u-s$ で理解する．かかる u を (R, L, s)-主函数と呼ぶ．

$1\notin H(R)$ 又は $L1\neq 1$ のときわれわれの (R, L, s)-主函数問題は双曲型，しからざるとき，すなわち，$1\in H(R)$ で $L1=1$ のとき放物型と呼ぶ．

定理 1. 双曲型主函数問題は常にただ一つの解をもつ．

放物型の場合 B を $R-A$ を含む正則領域としその相対境界を β とする．$\varphi\in C(\beta)$ に対し

$$T\varphi=L(H_\varphi{}^B|\alpha)|\beta$$

とおくと T は $C(\beta)$ から自身への完全連続作用素となることが (L.2) からわかり，(L.3) から β 上ただ一つの単位一般符号分布 μ で $<T\varphi, \mu>=<\varphi, \mu>$ となるものがある．これより

$$L\text{-flux}(s)=\int_\beta (s-L_s)\,d\mu$$

と定めると，リース・シャウダー理論より

定理 2. 放物型主函数問題は L-flux$(s)=0$ のときかつそのときにかぎり解をもち，解は加法定数を除き一意である．

第 11 回函数論シンポジウムを来る 10 月 28～29 日新潟大学のお世話で開催の予定．講演者は田村二郎，渡辺峯子，戸田暢茂の三氏．御参加歓迎．

調和空間

R: locally compact, connected, locally connected, Hausdorff 空間

相対空間 $\Omega \subset R$ ... regular

for $f \in C(\partial\Omega)$ ...

$x \in \Omega$

$f \to \ldots = \int f(y)\,d\omega(y, x, \Omega)$

$u \in \bar{H}(\Omega)$

α) ... lower semicont.

β) ... $> -\infty$

γ) v_Ω regular ...

H : sheaf

2 {regular regions} = a basis of open sets in Ω

3 : D region $\mathcal{F}$ upper directed family

$\Rightarrow$ upper envelope $\mathcal{F}$

Example 1

Green space