ニイ/

1967
MAY

日 本 数 学 会

昭 和 42 年 年 会

講演アブストラクト

函 数 論

時…… 5 月 13 日 ・ 14 日

所…… 東京都立大学教養部

---

13 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 9**
	13.00 ～ 15.30	普通講演	**10 ～ 19**
14 日	10.00 ～ 12.30	普通講演	**20 ～ 29**
	13.30 ～ 16.40	特別講演	

5 月 13 日

1. 都築正信（都立大理）**The spherical derivative of regular and meromorphic functions.**

D を単位円 $\{|z|<1\}$, $f(z)$ を D における有理型関数とする. $\rho(f(z))=|f'(z)|/(1+|f(z)|^2)$ とおく. 以下の定理を証明する.

定理 1. $f(z)$: regular かつ bounded type in D. この時, $\overline{\lim}_{|z|\to 1}(1-|z|)\rho(f(z))/e^{c/(1-|z|)}=O(1)$. ただし c は $f(z)$ にのみかかわる正の定数である. そして左辺の $1/(1-|z|)$ の order は下げることができない.

定理 2. $0\leqq r<1$ における任意の単調増加関数 $\varphi(r)$ をあたえる時, 次の条件 (1), (2) を満たす D 内有理型関数 $f(z)$ が存在する：

(1) $\overline{\lim}_{|z|\to 1,\ |z|=r}\dfrac{\rho(f(z))}{\varphi(r)}=\infty$,

(2) $f(z)$: bounded type in D.

2. 都築正信（都立大理）**単位円内有理型関数の Picard point の存在について**

D を $\{|z|<1\}$, C を $\{|z|=1\}$, $f(z)$ を D 内有理型関数とする. 任意の $\varepsilon>0$ に対し, $e^{i\theta}\in C$ において, $\{|z-e^{i\theta}|<\varepsilon\}\cap D$ で $f(z)$ が高々 2 つの値を除いてすべての値を無限回とる場合, $e^{i\theta}$ を $f(z)$ の Picard point という.

定理. $\delta>0$ を任意にあたえる時, 以下の条件を満たす D 内有理型関数 $f(z)$ で, Picard point を持つものが存在する：

$$\sup_{|z|<1}(1-|z|)\frac{|f'(z)|}{1+|f(z)|^2}\leqq\delta.$$

3. 佐藤恒雄（千葉大文理）**On the mean value of an entire function and its derivatives.**

$f(z)$ は order ρ, lower order μ $(0\leqq\mu\leqq\rho\leqq\infty)$ をもつ整函数とする. $p\geqq 1$ のとき

$$I_p(r,f)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|f(re^{i\theta})|^p d\theta,$$

$$I_p(r,f^{(k)})=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|f^{(k)}(re^{i\theta})|^p d\theta$$

とおく. このとき

$$\lim_{r\to\infty}{}^{\sup}_{\inf}\frac{\log[r\{I_p(r,f^{(k)})/I_p(r,f)\}^{1/pk}]}{\log r}=\frac{\rho}{\mu}$$

が成り立つことを示す. これは, Srivastava によって示された結果

$$\lim_{r\to\infty}{}^{\sup}_{\inf}\frac{\log[r\{I_p(r,f')/I_p(r,f)\}^{1/p}]}{\log r}=\frac{\rho}{\mu}$$

を含んでいる. なお, この Srivastava の証明に誤りがあるのを Lakshminarasimhan が指摘し, 彼自身 $p=1$ の場合を証明している.

4. 佐藤恒雄（千葉大文理）**Hayman の定理に関する注意**

W. K. Hayman は次の Picard 型の定理 A と a_ν 点の値分布に関する定理 B を証明した.

定理 A. $f(z)$ を $|z|<\infty$ での有理型函数で, 有限位数をもつものとする. $1/2\leqq\rho<\infty$ とし, $z_\nu(a)=r_\nu e^{i\theta_\nu}$ を角領域 Δ: $|\arg z|<\pi/2\rho$ に在る根とする. このとき,

(I) $f(z)$ が Δ 内で有界型であるならば,

$(*)$ $\displaystyle\sum_\nu\frac{\cos\rho\theta_\nu}{r_\nu{}^\rho}$ はすべての a に対して収束するか又は

(II) $f(z)$ が Δ 内で非有界型であるならば, 級数 $(*)$ は高々 2 つの a を除外して発散する.

定理 B. $f(z)$ を $|z|<1$ での有理型函数で, 有限位数をもつものとする. $n(r)$ を $f(z)=a_\nu$ $(1\leqq\nu\leqq q)$ の根の総和とする. ここに a_ν は $q\geqq 3$ 個の複素定数で, 1 個は ∞ であってもよい. このとき, もし $\overline{\lim}_{r\to 1}(1-r)n(r)\leqq k<\infty$ ならば,

$$\lim_{r\to 1}\frac{(1-r)\log M(r,f)}{\log(1/(1-r))}\leqq 2\lambda$$

が成り立つ. ここに, a_ν がすべて有限か, 1 個が ∞ であるかに従って $\lambda=k/(q-1)$ か $k/(q-2)$ である. ——ここではこれらの複素定数 a を位数が $f(z)$ より低い有理型函数 $g(z)$ に拡張できることを示す.

5. 田中忠二（早大理工）**解析函数の境界値に関する一・二の注意**

(1) 有界なる解析函数の境界値に関する, 良く知られた Fatou の定理に関する注意： すなわち, 境界値と angular limit との関連とそれの若干の応用につき述べる.

(2) 有理型函数の除外値に関する K. Matsumoto–L. Carleson の定理に関する若干の注意： すなわち, Jörg Winkler (M. Z. **93** (1966), 48–59) が上記の定理に関して, 定理 5 (p. 57) を証明しているが, これに関連した結果を述べる.

6. 梯鉄次郎（阪府大工）**単葉函数について**

すべての辺が w 平面の u 軸又は v 軸に平行な単連結多角形を考える. z 平面の単位円 $|z|=1$ の周上の点を多

角形の頂点に，内部の点を多角形の内部に写像する函数 $w=f(z)$ は Schwarz-Christoffel の公式によって簡単に作ることが出来る．

このような函数は $f(z)$ に $|z|<1$ おいて正則単葉であるが，この函数の展開係数の性質についてのべる．

7. 井上哲男（神戸大工），**久保忠雄**（神戸大工）**双曲多項式と環状領域の等角写像**

Eは z 平面内の有界な連続体で，その外部の領域をDとする．いま，単葉関数 $w=f(z)$ が D を $|w|>1$ に $z=\infty$ が $w=\infty$ に対応するように写像し，$P(z)$ は任意の n 次の多項式とすると，$|P(z)|\leqq M|f(z)|^n$（ただし，$M=\max_{z\in E}|P(z)|$）がD内のどんな z に対しても成立することが知られている (Mazurkiewicz の定理)．それに対して，Fを単位円 $|z|<1$ 内の一つの連続体とし，単位円周 $|z|=1$ とFとで囲まれた環状領域を R とする．いま，正則関数（かならずしも，単葉とはかぎらない）$w=f(z)$ がRを円環 $p<|w|<1$ に，外境界 $|z|=1$ は外境界 $|w|=1$ に対応するように写像するものとする．また，$f_n(z)$ を任意のn次の双曲多項式とする．そのとき，$|f_n(z)|\leqq(M_n/p^n)|f(z)|^n$（ただし，$M_n=\max_{z\in E}|f_n(z)|$）が$R$内どんな z に対しても成立することを証明する．また，$w=f(z)$ が単葉のとき，これを双曲多項式列で近似する問題について述べる．

8. 吹田信之（東工大）**On slit rectangle mappings.**

Ω を平面領域，α をその境界成分とする．α へ到る 4 本の互いに素な曲線が与えられたとき，これらで定められる 4 個の境界の部分を辺にもつような極小な截線長方形への等角写像を考える．横辺方向への exhaustion による写像函数の構成は，増加な曲線族列に関する extremal length の連続性の応用としてすでにのべた，今回は縦辺方向への exhaustion による構成を論ずる．結果は，exhaustion $\{\Omega_n\}$ の相対境界を結ぶ曲線族 Γ_n の extremal length について，$\lambda(\Gamma_1)>0$, $\lim\lambda(\Gamma_n)=l<\infty$ ならば，求める写像函数は構成できる．―― この結果は extremal length の連続性についてつぎの意味をもつ：l の値は二つの境界部分を結ぶ曲線族の extremal length ではなくて，それらに集積する曲線族 Γ の extremal length である．

9. 吹田信之（東工大）**Some examples on the continuity of extremal lengh.**

前講演の記号のもとで，つぎの二つの例を示す．

例 1．l の値が二つの境界部分を結ぶ曲線族の extremal length でない例．

例 2．$\lambda(\Gamma_n)=0$ $(n=1,2,\cdots)$．かつ $\lambda(\Gamma)>0$.

10. 水本久夫（岡山大工）**Theory of differentials normalized on some boundary components.**

Rを開リーマン面，$\hat{R}$ をその Kerékjártó-Stoïlow compactification とし，R の理想境界 $\Im$ を α,β,γ に α と $\alpha\cup\beta$ は $\hat{R}$ で閉集合であるように分割する．dU は regular region $G\equiv G(\alpha U)$ の外部で exact な R 上調和な微分で，$\|dU\|_R<\infty$, $\partial\Omega$ の derivation が β と γ の要素のみからなる任意な領域 $\Omega\subset R-\bar{G}$ に対して $U(p)=\int_{\partial\Omega}U(q)dw(q,p)$ が成り立つものとし，Λ_h は dU の real vector space とする；ここに，$d\omega(q,p)$ は $q\in\partial\Omega$ における線素 ds の Ω に関する一般化された調和測度，すなわち，粗雑ないい方で，ds 上で 1，$(\partial\Omega-ds)+\alpha$ 上で 0，β の各成分上で const. で flux が 0，γ 上で法線微分が 0 となるような調和函数である．そのとき空間 Λ_h に対して，α だけを全理想境界とみなした微分の理論と類似な結果が得られ，それにより，既報（前例会の講演）の結果を見通しよく述べることができることを報告する．

11. 水本久夫（岡山大工）**On relative extremal length and its extremal metric.**

$\Gamma=\{\tau\}$ は R 上の曲線族，P は linear density ρ の族．$\chi=\chi(\tau)$ はΓ上の非負実数値函数，$L(\rho,\tau,\chi(\tau))=(\int_\tau\rho|dz|)/\chi(\tau)$ $(=\infty$ if $\chi(\tau)=0)$, $L(\rho,\Gamma,\chi)=\inf_{\tau\in\Gamma}L(\rho,\tau,\chi(\tau))$, $A(\rho,R)=\iint_R\rho^2dxdy$ とする．そのとき，relative extremal length は $\lambda(\Gamma,\chi)=\sup_{\rho\in P}(L^2(\rho,\Gamma,\chi)\div A(\rho,R))$ によって定義される．$df\in\Gamma_c^1$ は $R-\bar{G}$ で exact．Γ は $\dot{R}-\alpha-\gamma$ 上の閉曲線および α 上に始点，終点をもつ開弧の族，$\chi(\tau)=\int_\tau df$ $(\tau\in\Gamma)$ とする．そのとき，$\lambda(\Gamma,\chi)$ の extremal metric dU は存在して，$dU\in\Lambda_h$．$R-\bar{\ }$ で exact，$\int_\tau dU=\chi(\tau)$ for a. a. $\tau\in\Gamma$ をみたすことを示す．さらに，Γ のある部分族の extremal metric について述べる．

12. 山口博史（広島大理）**リーマン面に於ける特別な linear operator の存在定理について**

W を開リーマン面，W' を W の end で $W-W'$ は compact とする．L は $\partial W'$ 上の連続函数の全体を定義域とする functional であって，Lf は $W'\cup\partial W'$ 上で連続で，W' では調和とし，更に次の条件：(1) $Lf=f$ on ∂W, (2) $L(c_1f_1+c_2f_2)=c_1Lf_1+c_2Lf_2$, (3) $L1\equiv1$, (4) $f\geqq0$ ならば $Lf\geqq0$ (5) $\int_{\beta(W')}(dLf)^*=0$ を満たすとする．このような L は normal operator といわれ，これに関しては次の存在定理：s は $W'\cup\partial W'$ 上の調和函数で，

$\int_{\beta(W')}(ds)^*=0$ となるように与えられているとする．このとき，W 上の調和函数 p で，W' 上では $p-s=L(p-s)$ を満たすものが additive constant を除き一意的に存在する．がいえることは知られている．——ここでは，L は (1), (2), (3) 及び (4)′：$\partial W'$ 上の任意の C^1–函数 f, g に対して $D_{W'}(Lf)<\infty$ であって $D_{W'}(Lf, Lg)=\int_{\partial W'} f(dLg)^*$．を満たすときにも上の存在定理はそのまま成立すること，又 (1), (2), (3), (4)′ を満たすが，normal operator にはならない例があることなどを示す．

13. 倉持善治郎（北大理）**リーマン面間の擬等角写像について**

二つの Riemann 面を R^1, R^2, として，$\{R^i_n\}$ $(n=0, 1, 2, \cdots)$ をその近似列とする $(i=1,2)$．$R^1-R^1_0$ と $R^2-R^2_0$ の間に dilatation quotient$\leqq K<\infty$ なる quasi-conformal mapping があるものとする．$R^1-R^1_0$ および $R^2-R^2_0$ には N-Martin topology が定義されていて，minimal points, singular points の集合を B^1_1, B^2_1, B^1_s, B^2_s とすれば，$R^1-R^1_0+B^1_1$ と $R^2-R^2_0+B^2_1$ および B^1_s と B^2_s とは連続的に対応する．また，その他のことについても述べる．

14. 池上輝男（阪市大理）**Wiener 境界と Martin 境界の関係について**

リーマン面 $R\notin O_G$ に2つのコンパクト化すなわち Wiener と Martin のコンパクト化を考え，それらをそれぞれ R^{*W}, R^{*M} で表わすと，R^{*W} から R^{*M} の上への連続な写像 π が存在して R の点を不変にすることがしられている．この事実をもとにして R 内の正の調和函数 u に対してそれの Wiener 境界 Δ^W への連続延長と Martin の minimal 境界 Δ_1^M における fine limit との関係を調べる．そのために Δ^W 上の harmonic boundary と pole とが重要な役割をなす．この観点から Minimum principle, Dirichlet 問題等をとりあげ，Δ^W と Δ^M との関係を調べる．

15. 小川枝郎（神戸大工）**Sur l'approximation par polyñomes harmoniques et son application.**

平面上の有界な Jordan 領域 D の境界を Γ とする．$z=x+iy$ とするとき解析関数 z^n $(n\geqq 0$ 整数) の実部と虚部の全体は独立な調和多項式の集合を作る．まず Γ 上与えられた任意の連続関数は上調和多項式の一次結合により Γ 上一様に近似できることを示す．つぎに Γ 上 Lebesgue measurable で二乗が可積分であるような実数値関数の全体を $L_2(\Gamma)$ で表わすとき，内積 $(f,g)=\int_\Gamma fg\,ds$ および norm $\|f\|=\sqrt{(f,f)}$ に対して $L_2(\Gamma)$ は complete な Hilbert 空間を作る．上調和多項式の全体 $\mathscr{H}$ は $L_2(\Gamma)$ 内 total であることが示され，$\mathscr{H}$ を orthonormalize して得られる関数系 $\{u_n\}$ を base に $L_2(\Gamma)$ の各関数 f は measure 0 を除き展開される．特に Γ が有限個の analytic curve でできていて f が連続関数である時，f の $\{u_n\}$ による展開は境界値 f に対する Dirichlet 問題の解を与える．この事実は Γ の式がわかっている時の Dirichlet 問題の近似解を与える可能性を示唆する．特に D が正三角形の時，D 内 $\Delta u=-2$，Γ 上 $u=0$ を満たす微分方程式の解 u を実際求めて見る．

16. 二宮信幸（阪市大理）**ポテンシャル論における存在定理について**

正の下半連続関数 $K(P, Q)$ を核とする測度 μ のポテンシャル

$$U^\mu(P)=\int K(P,Q)d\mu(Q)$$

を考える．存在定理とは，コンパクト集合 F とその上の正の上半連続関数 $f(P)$ が与えられたとき，F 上に正の測度 λ を求めて，高々容量 0 を除いて F 上で $U^\lambda(P)\geqq f(P)$，かつ λ の台の上で等号となるようにすることである．この定理は核が対称な場合にはよく知られている．5年前本会においてわれわれはこの定理が非対称核の場合に拡張されることを講演した．しかしその証明に誤りがあることが後程岸氏によって指摘された．岸，中井両氏は不動点定理を使うことによってこの定理を確立し，それによって非対称核ポテンシャルの理論を作った．今，われわれは不動点定理に依存しない別証明を与えてみようと思う．得られる結果は岸，中井両氏のものと同じである．

17. 早川ヒサ子（お茶の水大理）**Some Remarks on the Existential Theorem of Potential Theory.**

n 次元ユークリッド空間における角谷の不動点定理は，局所凸位相線型空間でも同じ形で成り立つことを K. Fan は証明している．この K. Fan の不動点定理を使って，次の形の補題を証明し，それをポテンシャル論に応用する．

Lemma. K は局所凸位相線型空間 E の convex compact subset, $A(x,y)$ は $K\times K$ 上の continuous real-valued で，K の任意の元 x に対して，関数 $y\to A(x,y)$ は convex とする．このとき，K の元 x で $A(x,y)\geqq A(x,x)$ $(\forall y\in K)$ なる x が存在する．

18. 伊藤正之（名大理）**Dirichlet space を生成する超函数とその応用**

昨春の学会の際，ユークリッド空間 R^n 上の special Dirichlet space を生成する超函数について述べた．（同じ結果が Herz によっても証明されていた.）ここではこの結果の拡張を試みたいと思う．R^n の領域 Ω 上の Dirichlet space は special Dirichlet space の場合と同様な性質を持つ $\Omega \times \Omega$ 上の超函数から作られる．さらにこれの応用として Ω 上の 2 つの regular functional space の間の完全最大値の原理を定義し，これが結局一方が Dirichlet space となる十分条件であることを示す．その他，完全最大値の原理を満たす functional space は Dirichlet space の列のある意味の極限であることなどを述べる．

19. 伊藤正之（名大理）**" Noyau associé " と掃散分布の性質**

一昨年秋の学会の際，special Dirichlet space における核と掃散分布の全質量との関係について論じた．これを domination 原理を満たす合成核，すなわち " noyau associe " に拡張して同様の議論が成立することを述べる．これは完全最大値を満たす合成核と Extended special Dirichlet space の核とが同値であるという結果を用いて，以前と殆んど同様に示される．

adjoint
$K(x,y)$ 連続ポテンシャルの原理

F 上 $\exists$ 連続 正 $f(x)$

$\exists \lambda \geq 0$ on F

$K(x,\lambda) \geq f(x)$ p.p. on F

$\leq$ on S_λ

(2)

5 月 14 日

20. 木村郁雄（神戸大教養）**解析的集合 $y^m=f(x_1,\cdots x_n)$ について**

方程式 $y^m=f(x_1, \cdots, x_n)$ によって，原点の近傍で定義される解析的集合を A とする．ここで $f(x_1, \cdots, x_n)$ は原点の近傍で正則で，$m>1$ とする．このとき原点 $x_1=\cdots=x_n=y=0$ が A の正規点であるための条件を求める．$f(x_1, \cdots, x_n)$ を原点において既約因子に分解して $f(x_1, \cdots, x_n)=f_1(x_1, \cdots, x_n)^{p_1}\cdots f_s(x_1, \cdots, x_n)^{p_s}$ とすると，その条件は $p_1=\cdots=p_s=1$ となることである．

21. 鵜沢正勝（教育大理）**A remark on the Cousin I problem.**

Cousin I 問題について，$H^1(D, \mathfrak{O})=0$ なら D で Cousin I 問題がつねに解けることはよく知られている．D が 2 次元の領域のときは逆も成りたつが 3 次元以上のときはわかっていない．ここでは X を Stein 多様体，A を純次元解析集合とするとき，$D=X\backslash A$ の場合を考える．A が余 2 次元でしかも 3 個以上の正則函数の共通零点となっている場合を除けば $H^1(D, \mathfrak{O})=0$ と D で Cousin I 問題がつねに解けることとは同値であることを示す．

22. 若林 功（東大理）**岡-Cartan の基本定理 A と正則包との関係についての注意**

定理．reduced normal complex space $(X, \mathcal{O}(X))$ (connected としておく）に対し，X 上の 0 次元 analytic set の作る $\mathcal{O}(X)$ の coherent sheaf of ideals に対して，岡-Cartan-Serre の基本定理 A が成立すれば X は K-完備となりかつ Kerner の作った正則 K 包と一致する．もし X 上の $\mathcal{O}(X)$ の section 全体の作る C-algebra $\Gamma(X, \mathcal{O}(X))$ が X と同次元のある reduced Stein space $(X', \mathcal{O}(X'))$ に対する $\Gamma(X', \mathcal{O}(X'))$ と C-algebra として同型ならば，X 自身 Stein space となる．

Out line. a) X が分離条件を満たすこと．b) X が K-完備なこと．c) $X=H(X)$ なること．d) $\Gamma(X, \mathcal{O}(X))$ が更に同次元 Stein algebra なら X 自身 Stein space であること；X から X' への injective mapping を作りそれが continuous holomorphic mapping であることを検証し，かつ X' が irreducible normal complex space であることを検証し，正則 K 包の定義より $X=X'$ すなわち X が Stein space となることをいう．

23. 清沢毅光（教育大理）**複素多様体における正則函数の接続について**

Hartogs, Osgood の定理を複素多様体で考える．この種の問題に関しては，これまでにいくつかの結果が得られている．(例えば，H. Fujimoto, K. Kasahara, H. Rossi, H. B. Laufer など.) ここでは J. J. Kohn, H. Rossi (Ann. of Math. **81** (1965)) をつかい，C^k Levi S-convex domain を定義し，この種に関する結果が得られることを示す．

24. 藤本坦孝（名大教養）**The continuation of sections of torsion-free coherent analytic sheaves.**

一般の解析的連接層の切断の接続については Thimm, Scheja, Andreotti, Grauert 等によって種々の形で論じられた．ここでは，torsion-free な解析的連接層に限って，彼等が与えたよりもいくらか弱い条件で，切断の接続の可能性を論じ，特に Hartogs-Osgood の定理が次の形に拡張されることを示す．

定理． $\mathfrak{F}$ を Stein 空間 $(X, \mathfrak{O})$ 上の torsion-free 解析的連接層とし，各点 $x\in X$ および $\mathfrak{O}_x$ の non-zero divisor u に対し $\mathrm{Ass}(\mathfrak{F}/u\mathfrak{F})$ が極大イデアルを含まないとする．この時，X 上の開集合 D および コンパクト集合 $K(\subset D)$ に対し，D の任意の既約成分が，$D-K$ 内既約ならば，$D-K$ 上の任意の $\mathfrak{F}$ の切断は D に一意的に接続可能である．——証明の方針は，$\mathfrak{F}\otimes_{\mathfrak{O}}\mathfrak{M}$ ($\mathfrak{M}$ は X 上の有理型関数芽の層）が，$\mathfrak{M}$ のいくつかの部分層の直和に同型なることを示し，$\mathfrak{F}$ をこれの部分層とみて，$\mathfrak{F}$ の切断を，有理型関数の組として接続して後，$\mathfrak{F}$ の切断とみなせるか否かを調べる．

25. 梶原壌二（九大理），**鈴木正昭**（金沢大理）**Hartogs 領域について**

Stein 空間 X で定義された上半連続関数 $h(x)$ は Hartogs 領域 $Y=\{(x, z); |z|<e^{-k(x)}, x\in X\}\subset X\times C$ が $X\times C$ の Runge-Stein 部分領域であるとき Hartogs 関数であるとよばれる．ここでは上記定義が局所的性質をもつことや Hartogs 関数と凸関数や多重劣調和関数との関係について論じる．

26. 岡野 節（名大工）**Fiber 上で与えられた有理型函数の近傍への拡張についての一注意**

X と Y を正規かつ連結な複素解析空間，π を X から Y の上への proper な正則写像とし，各 fibre $X_t=\pi^{-1}(t)$ は既約であるとする．K_t を X_t 上の有理型函数体，K'_t を K_t の元で X_t の近傍にまでのばせるもの全体のなす K_t の部分体とするとき，K'_t が K_t で代数的に閉じているかどうかを論じる．K. Stein による proper な正則写像の分解の理論を用いることにより，ほとんどすべての $t\in Y$ に対して K'_t は上記の性質を持っていることが示される．

27. 吉田　守（東海大工）**非斉次 Cauchy-Riemann 方程式についての一注意**

$(D_\nu)_{\nu\geq 1}$ を Stein 多様体 S の単調増加な部分領域列，D をその極限とする．g を $\bar\partial g=0$ をみたす $W^s(\mathrm{loc})$ の関数を係数とする (0,1)-型式とする．もしも各 D_ν にて $\bar\partial f^{(\nu)}=g$ をみたす W^{s+1} (loc, D_ν) の関数 $f^{(\nu)}$ があれば，D にて $\bar\partial f=g$ をみたす．W^{s+1} (loc, D) の関数 f があることを示す．

28. 樋口禎一（教育大理）**複素射影空間 $P_n(C)$ の微分形式について**

一般に $P_n(C)$ の Kähler metric は $ds^2=dz^*Ndz$; $N\equiv(1+|z|^2)^{-1}\cdot(E+zz^*)^{-1}$ で与えられる．このとき metric connection は

$$N^{-1}\cdot d'N=-(1+|z|^2)^{-1}\{z^*dz\cdot E_n+dz\cdot z^*\}.$$

そして curvature form は

$$d''(N^{-1}\cdot d'N)=-(1+|z|^2)^{-1}\{dz^*(E+zz^*)^{-1}dz\cdot E_n+(dz^*\times dz)(E_n+zz^*)^{-1}\}$$

となる．さらに total Chern form は $\det\{E_n+(i/2\pi)\cdot d''(N^{-1}\cdot d'N)\}$ で与えられる (R. Bott and S. S. Chern, Acta Math. **114** (1965))．このときつぎの結果を得る：$P_n(C)$ の total Chern form は $(1+(1/2\pi i)\varphi)^{n+1}$ に等しい．ここで $\varphi/2i$ は $P_n(C)$ の Kähler metric の associated two form である．

29. 幸原　昭（姫路工大）**Generalized Canchy-Riemann 方程式 $\partial_{\bar z_j}f=\bar a_j(z)f+\bar b_j(z)\bar f,\ j=1,2,\cdots,n\ (n\geq 2)$ の解の，正則函数との相似性について**

G を C^n 内の領域，$a_j,\ b_j\in C^{(\infty)}(G)\ (j=1,2,\cdots,n)$，$f=u+iv$，$i^2=-1$ とする，領域 D ($\bar D\subset G$) で自明でない解（以後単に解と呼ぶ）f は D で $\operatorname{rank}\begin{pmatrix}u_{z_1}\cdots u_{z_n} & u_{\bar z_1}\cdots u_{\bar z_n}\\ v_{z_1}\cdots v_{z_n} & v_{\bar z_1}\cdots v_{\bar z_n}\end{pmatrix}=2$ をみたすものとする，$M_t^{2n-2}=\{z\in D|f(z)=t\}$，$z=(z,\cdots,z_n)$ は C^n の中に正則に埋蔵された実 $(2n\text{-}2)$ 次元 $C^{(\infty)}$ 多様体であるが，i) $M_0^{2n-2}\neq\phi$ ならば Levi-Civita-Sommer の定理から複素 $(n\text{-}1)$ 次元解析的多様体であり，ii) G で $\operatorname{rank}\begin{pmatrix}a_1\cdots a_n\\ b_1\cdots b_n\end{pmatrix}=1$，$b_n\neq 0$，(*) $\partial_{z_j}A_k=\partial_{z_k}A_i\ (j,k=1,2,\cdots,n)$，$A_s=\begin{cases}a_s\\ b_s\end{cases}\ (s=1,\ 2,\ \cdots,n)$ ならば $M_t^{2n-2}\neq\phi$ のとき i) と同じことがいえる．iii) $b_j\equiv 0\ (j=1,2,\cdots,n)$ の時は，一変数の場合と同じ形の解を得る（局所的）．iv) Gで $b_j\ (j=1,2,\cdots,n)$ が正則，$a_j\equiv 0\ (j=1,2,\cdots,n)$ ならば退化した形で一変数の場合と同じ形の解を得る（局所的），v) iii), iv) ともに局所的解の存在条件は条件 (*) である，vi) 変数変換を施して iii) 以外は解が存在するならば iv) のような退化した形であることを示す（可逆変換が存在するようなある条件の下に）．

特　別　講　演

戸田暢茂（名大理）**fine limit を持つ有理型函数について**

1. $f(z)$ を z-平面上の点 a の近傍で定義された一価有理型函数で，a において真性特異点を持つものとする．Doob は fine topology を用いての a における集積値集合 (fine cluster set) を考え，つぎの興味ある結果を得た．

Doob の定理 ([2])．$\tilde C_f(a)$ を $f(z)$ の a での fine cluster set とする．このとき i) $\tilde C_f(a)$ は全平面，または ii) $\tilde C_f(a)$ は一点からなり，この場合には $f(z)$ の a の近傍における Picard の除外値は存在しない．

ここで特に興味が持たれるのは ii) の場合である．以下において ii) の場合の精密化とそれらの代数型函数への拡張を考えてみようと思う．

2. 有理型函数の場合．

以下簡単のために，$f(z)$ を $|z|<\infty$ での有理型函数で，有理函数でないものとする．本質的な働きをするのはつぎの Brelot の結果である．

補題 ([1])．D を ∞ が非正則境界点となる領域，$u(z)$ を D での優調和函数とする．このとき，$u(z)/\log|z|$ が一つの fine 近傍で下から有界ならば，$u(z)/\log|z|$ は ∞ において有限な fine limit を持つ．

これを用いて次の定理を得る．

定理 1 ([3])．$\tilde C_f(\infty)$ が一点からなっておれば，$f(z)$ の Nevanlinna の除外値は存在しない．

定理 2 ([3])．$\tilde C_f(\infty)$ が一点からなっておれば，$f(z)$

の Borel の除外値は存在しない．

定理 3 ([4])．$\tilde{C}_f(\infty)$ が一点からなっておれば，つぎのような直線 l が存在する：

任意に $\varepsilon>0$ を与えたとき，l： $\arg z=\theta_0$ に対して，$\Delta_\varepsilon=\{z;\ \theta_0-\varepsilon<\arg z<\theta_0+\varepsilon\}$ において $f(z)$ は Picard の除外値を持たない．

3. 代数型函数の場合．

$f(z)$ を $f^n+a_1(z)f^{n-1}+\cdots+a_n(z)=0$ によって決められる $|z|<\infty$ での n 価代数型函数とする．ここに $a_1(z), \cdots, a_n(z)$ は $|z|<\infty$ での有理型函数で，少なくとも一つは有理函数でないものとする．また R_f を $f(z)$ によって定められる $|z|<\infty$ の被覆 Riemann 面とする．$f(z)$ の ∞ における fine cluster set をつぎのように定義する：$\tilde{C}_f(\infty)=\cap_{v\in V}\overline{f(v')}$．ここに $V=\{v;\ \infty$ の fine 近傍$\}$，v' は射影が v となる R_f 上の最大の集合である．$\tilde{C}_f(\infty)$ は空でなく，Riemann 球面上で compact である．

上のごとく代数型函数の fine cluster set を定義すると，Doob の定理や定理 1, 2, 3 に相当する結果がつぎのごとく得られる．すなわち，

定理 4 ([5, 6])．i) $\tilde{C}_f(\infty)$ は全平面，または ii) R_f の ideal boundary の harmonic dimension を k とすると，$\tilde{C}_f(\infty)$ は高々 k 個の点からなる．かつこの場合，$f(z)$ の Picard の除外値は存在しない．

定理 5 ([5])．$\tilde{C}_f(\infty)$ が全平面でなかったら，$f(z)$ の Nevanlinna の除外値は存在しない．

定理 6 ([5])．$\tilde{C}_f(\infty)$ が全平面でなかったら，$f(z)$ の Borel の除外値は存在しない．

定理 7．$\tilde{C}_f(\infty)$ は全平面でないとする．$\tilde{C}_f(\infty)$ が $m(\leqq n)$ 個の点からなっていたらつぎのような m 個の直線が存在する：

$$l_1:\ \arg z=\theta,\ \cdots,\ l_m:\ \arg z=\theta_m$$

で任意の $\varepsilon>0$ に対して，

$$\Delta_\varepsilon=\bigcup_{i=1}^m \Delta_\varepsilon^i;\ \Delta_\varepsilon^i=\{z;\ \theta_i-\varepsilon<\arg z<\theta_i+\varepsilon\}_{i=1,\cdots,m},$$

において $f(z)$ の Picard の除外値は存在しない．

注．定理において，結論の m を m より小さい数におきかえることは一般にはできない．

文　　献

[1] M. Brelot : Étude générale des fonctions harmoniques ou surharmoniques positives au voisinage d'un point-frontière irrégulier. Ann. Univ. Grenoble **22** (1946), 201—219.

[2] J. L. Doob : Some classical function theory theorems and their modern versions. Ann. Inst. Fourier **15** (1965), 113—135.

[3] N. Toda : Sur l'allure des fonctions méromorphes. Nagoya Math. J. **26** (1966), 173—181.

[4] N. Toda : Sur les fonctions méromorphes aux limites fines. Nagoya Math. J. (à paraître).

[5] N. Toda : Sur l'ensemble d'adhérence fine des fonctions algébroïdes. Nagoya Math. J. (à paraître).

[6] N. Toda : Note sur l'ensemble d'adhérence fine des fonctions algébroïdes. (à paraître).

前田文之（広島大理）**Ideal Boundary に対する境界値問題について**

R を hyperbolic なリーマン面，または Brelot-Choquet の意味の Green space とするとき，R に適当な ideal boundary Δ をつけ加えて，この境界に対して境界値問題を考えることは，古典的境界値問題の拡張と考えられる．そのポテンシャル論的な一つの方法について述べる．ここでは $R\cup\Delta=\hat{R}$ が R の compactification である場合のみを考える．

I. まずはじめに，Laplacian に対する解，すなわち調和函数に関する境界値問題を取扱う．

1) Dirichlet 問題．これに関しては，Brelot [1], Constantinescu & Cornea [2] 等によるいわゆる Perron の方法での議論があるので，われわれはこの方法を採用する．以下では，$\hat{R}$ はこの意味の Dirichlet 問題に関して可解，すなわち Δ 上のすべての連続函数が可解であるとする．このとき Δ 上に調和測度 μ_a $(a\in R)$ が定義される．

2) その他の境界値問題—Neumann 問題と第三境界値問題．

これらの問題を考えるときは，境界における "normal derivative" の概念が必要である．その一つの定義の方法として Green の公式を保存する形で与えることができる．とりあえず調和函数の normal derivative を定義しよう．HD を R 上の Dirichlet 積分有限な調和函数の全体とし，$u, v\in HD$ に対し，その相互 Dirichlet 積分を $<du, dv>$ と書く．Δ の開集合 (relative) G に対し，$R_L(G)$ を Δ 上の可解な函数 f で $\Delta-G$ 上で $f=0$ かつ $H_f\in HD$ なるものの全体とする．一点 $a_0\in R$ を固定して $\mu\equiv\mu_{a_0}$ とおく．$u\in HD$ に対し μ-可測な函数 φ が u の G における normal derivative であるとは，すべての $f\in R_L(G)$ に対し

$$<du, dH_f>=-\int f\varphi d\mu$$

が成り立つことで定義する．

境界値問題は一般につぎの形のものを考える：〔問題 G, β〕：Δ の開集合 (relative) G，G 上の非負 μ-可測函数 β および Δ 上の μ-可測函数 ψ が与えられたと

き，$f \in R_D(\Delta)$ でつぎの条件をみたすものを求める：(i) $\Delta - G$ 上で $f=\psi$, (ii) H_f は G において $\varphi - \beta f = \psi$ をみたすような normal derivative φ を持つ．（ただし，$\mu(\Delta - G)=0$ で $\beta=0$ μ-a.e. のときは $\int \psi d\mu = 0$ の条件を入れる．）

このような f が存在したとき，H_f を〔問題 G, β〕の解と呼ぶ．この問題が解を持つための二，三の十分条件を述べる．

II. つぎの問題は，I のような論法を，より一般な偏微分方程式に対する境界値問題に拡張して適用することである．ここではその一つの例として，方程式 $\Delta u = qu$ (Δ は Laplacian q は非負可測函数）についてIの議論の拡張の方法と問題点にふれる．

文　　献

[1] M. Brelot, Le problème de Dirichlet axiomatique et frontière de Martin. Jour. de Math. **35** (1956), 297—335.

[2] C. Constantinescu and A. Cornea, Ideale Ränder Riemannscher Flächen. Berlin-Göttingen-Heidelberg (1963).

[3] J. L. Doob, Boundary properties of functions with finite Dirichlet integrals. Ann. Inst. Fourier **12** (1962), 573—621.

[4] F-Y. Maeda, Normal derivatives on an ideal boundary. J. Sci. Hiroshima Univ. **28** (1964), 113—131.

[5] F-Y. Maeda, Full-harmonic structures on a Green space. 数理解析研講究録 (to appear).

第10回函数論シンポジウムを来る7月11～12日金沢大学のお世話で開催の予定．御参加歓迎．