1966
OCTOBER

日本数学会

昭和41年秋季例会

講演アブストラクト

函数論

時…… 10月10日・11日

所…… 東京大学理学部

10日	10.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 7**
	13.00 ～ 14.50	普通講演	**8 ～ 15**
	15.00 ～ 16.00	特別講演	
11日	9.30 ～ 12.00	普通講演	**16 ～ 25**
	13.00 ～ 14.00	特別講演	

10 月 10 日

1.　栗林暲和（中央大理工）**A note on the trace-formula of Eichler.**

R を compact なリーマン面とする．G を R の自己同型群の一つの部分群とする．G が巡回群でその位数 n を素数と仮定する．G の一つの生成元を σ とするとき，σ で不動である R の点を $P_1, P_2, \cdots P_r$ とする．P_i の局所座標 t_i を適当にえらべば，σ は σ：$t_i \to \zeta^{\nu_i} t_i$, $\zeta = e^{2\pi i/n}$ と表わされる．ここで ν_i は $1 \leqq \nu_i \leqq n-1$ である整数．そのときいわゆる Eichler の trace-formula はつぎの形に表わされる：R の 1 次の第 1 種微分の作るベクトル空間における σ の表現を $\rho(\sigma)$ とすると，$\mathrm{tr}\,\rho(\sigma) = 1 + \sum_{i=1}^{r} \zeta^{\nu_i}/(1-\zeta^{\nu_i})$.—— 本講演では，この定理の函数論的な意味を解説し，Hurwitz の公式は Eichler の定理から自然に得られることを示す．

2.　松井邦光（同志社大工）**開いたリーマン面上のリーマンの周期関係式について**

開リーマン面上楠氏の意味のリーマンの関係式は主に Γ_{hse}（またはその部分族）内で canonical 近似 $\{F_n\}$ に対する A-type の canonical homology 基 (C.H.B. $\{F_n\}_A$ で示す) に関し求められてきた．$\{F_n\}$ が canonical でないとき，Pfluger はあるリーマン面である基に対し関係式が成立することを示した．この結果を一般化する．W を genus 有限の開リーマン面，$\{F_n\}$ を canonical 近似，$F_n - F_{n-1} = \sum F_n^i$, F_n^i 内のあるパラメーター近傍を V_n^i, $\partial V_n^i = C_n^i$, $\sum C_n^i = I$, $R = W - \sum V_n^i$, $R_n = R \cap F_n$, R の I に関する double を $\hat{R}$, R_n の $\partial R_n \cap I$ に関する double を $\hat{R}_n$ とする．W のある条件を満足する切断の仕方からできる $\hat{R}$ 上 Γ_h 内で特別な C.H.B. $\{\hat{R}_n\}_A$（$\hat{R}_n$ は canonical でない）に関し楠氏の周期関係式が成立する．この特別な場合が Pfluger の定理になる．W の genus が ∞ の場合でも微分に制限をつければ成立する．なお上の条件では Accola の周期関係式は成立しないがもっと強い条件をつければ成立する．つぎに斎之内氏の新しい意味での周期関係式が成立するための条件をいう．

3.　山口博史（広島大理）**開リーマン面におけるある種の境界値問題**

W を開リーマン面，W' を W の end とする．W' 上の normal operator L が条件 $(dLf, dLg)_{W'} = \int_{\partial W'} fd(Lg)^*$ をみたすとき distinguished とよぶ．W の境界要素全体を互いに素な 2 組 α, β に分ける（ただし α は閉集合）．各 $V \in \mathcal{V}_\beta = \{W$ の end : $\beta(V) \subset \beta\}$ に対して 1 つの distinguished normal operator L_V を対応させ，その対応に次の性質 (consistency) を仮定する：$V_1 \subset V_2$, $V_1, V_2 \in \mathcal{V}_\beta$ ならば，V_1 上で $L_{V_1}(L_{V_2}f) = L_{V_2}f$．いま次の意味の境界値問題を考える：$W$ 内に始点をもち，α に到達する曲線 γ の族を $\mathcal{C}$ とする．$\lambda(\mathcal{C}) < \infty$ のとき，W 上の函数 f に対して，(i) 殆んどすべての $\gamma \in \mathcal{C}$ に対して，$\lim_{z\in\gamma} H_f(z) = \lim_{z\in\gamma} f(z)$,（ii）任意の $V \in \mathcal{V}_\beta$ に対して，V 上で $L_V(H_f) = H_f$ なる W 上の Dirichlet 積分有限な調和函数 H_f の存在および一義性．ここでは f が W 上で連続微分可能，Dirichlet 積分有限であって，任意の $V \in \mathcal{V}_\beta$ に対して $\int_{\beta(V)} fd(L_V g)^* = 0$ をみたせば，解は存在し，特に α が孤立しているときには，解は一義的であることを示す．

4.　水本久夫（岡山大工）**Theory of abelian differentials normalized on some boundary components.**

R を開いたリーマン面，$\hat{R}$ をその Kérékjártó-Stoilow compactification とし，R の理想境界 $\mathfrak{I}$ を α と γ に，α は空でなく $\hat{R}$ で閉集合であるように分割する．$d\tilde{U}$ は regular region $K \equiv K(d\tilde{U})$ 内の高々有限個の周期，特異点を除いて R で調和な微分で，$\tilde{U}$ は $R - \bar{K}$ で一価で，$\|d\tilde{U}\|_{R-K} < \infty$, $\partial\Omega$ の derivation が γ の要素のみからなる任意な領域 $\Omega \subset R - \bar{K}$ に対して $\tilde{U}(p) = \int_{\partial\Omega} \tilde{U}(q)\, d\tilde{w}(q \cdot p)$ が成り立つものとし，$\tilde{\Gamma}$ は $\tilde{\varphi} = d\tilde{U} + id\tilde{U}^*$ の real vector space とする．$\partial\Omega_0$ の derivation が α の要素を含む領域 Ω_0 に対して，$\tilde{u}$ が $\bar{\Omega}_0$ 上で一価調和で $\tilde{u}(p) = \int_{\partial\Omega_0} \tilde{u}(q)\, d\tilde{w}(q,p)$ が成り立つとき normalized potential という．ここに，$d\tilde{w}(q,p)$ は $\partial\Omega$ $(\partial\Omega_0)$ の線素に関する $\Omega(\Omega_0)$ の調和測度，ただし γ 上では極限の意味で法線微分が 0 となるようにしたもので，作り方は Marden-Rodin (1966) にならう．つぎに，Γ の中で Kusunoki (1959) の canonical differential に対応する族を定義し，その中で Riemann の周期関係式，Riemann-Roch の定理，Abel の定理，etc.，を確立する．応用として，種数 g の R の $g+1$ 葉垂直水平混合截線写像，$g+1$ 葉波紋放射線混合截線写像を得る．また，$\tilde{\Gamma}_h = \tilde{\Gamma}_{hm} \dotplus \tilde{\Gamma}_{hse}$, etc. 空間 $\tilde{\Gamma}$ の直交分解について述べる．

5. 水本久夫（岡山大工）**On generalized extremal length.**

$\alpha_1, \cdots, \alpha_\iota, \beta, \gamma$ は条件（i）$\alpha_j \neq \phi (j=1, \cdots, \iota)$; (ii) $\alpha_1, \cdots, \alpha_\iota, \alpha \cup \beta$ $(d=\sum_{j=1}^{\iota} \alpha_j)$ は $\hat{R}$ で閉集合; をみたす $\mathfrak{F}$ の分割. $c_j (j=1, \cdots, \iota)$ は実数, $c_j^* (j=1, \cdots, \iota)$ は 0 でなく, $\sum_{j=1}^{\iota} c_j^*=0$ なる実数. $\mathfrak{F}=\{\tau|\tau$ は α_j に始点 $\alpha_k (j \neq k)$ に終点をもつ $\hat{R}-\gamma$ 内の曲線弧$\}$, $\mathfrak{F}^*=\{\tau|\tau$ は $\hat{R}-\alpha-\beta$ 内の閉曲線の有限個からなる$\}$. $c(\tau)=|c_k-c_j| (\tau \in \mathfrak{F}), c^*(\tau)=|\sum_{j=1}^{\iota} n_j c_j^*| (\tau \in \mathfrak{F}^*, \tau \sim \Pi_{j=1}^{\iota} \alpha_j^{n_j}$ (mod β, γ, weak h. b.)). $P=\{\rho|dz| | \int_\tau \rho |dz| \geqq c(\tau) (\tau \in \mathfrak{F})\}$, $P^*=\{\rho|dz| | \int_\tau \rho |dz| \geqq c^*(\tau) (\tau \in \mathfrak{F}^*)\}$, $A_\rho(R)=\iint_R \rho^2 dxdy$. そのとき $m(\mathfrak{F})=\inf_P A_\rho(R)$, $m(\mathfrak{F}^*)=\inf_{P^*} A_\rho(R)$ を $\mathfrak{F}, \mathfrak{F}^*$ の generalized modulus といい, $\lambda(\mathfrak{F})=1/m(\mathfrak{F})$, $\lambda(\mathfrak{F}^*)=1/m(\mathfrak{F}^*)$ を generalized extremal length という. extremal metric は, $\mathfrak{F}$ に対しては極限の意味で $u=c_j(\alpha_j)$, $u=$const., $\int du^*=0$ (comp. of β), $\partial u/\partial n=0$ (γ) なる R 上の調和函数 u, $\mathfrak{F}^*$ に対しては $u=$const. (α_j), $\int_{\alpha_j} du^*=c_j^*$, $u=$const., $\int du^*=0$ (comp. of β), $\partial u/\partial n=0(\gamma)$ なる u から, $\rho_0|dz|=|du+idu^*|$ によって得られ, それぞれ $m(\mathfrak{F})=||u||^2$, $m(\mathfrak{F}^*)=||u||^2$. さらに, R 上に有限個の点 $p_1, \cdots, p_K$ を指定して, generalized reduced modulus の概念を導入し, その extremal metric について述べる. つぎに, これらの extremal slit map への応用を述べる.

6. 水本久夫（岡山大工）**Conformal mapping of Riemann surfaces onto extremal slit covering surfaces.**

種数有限な R の垂直水平截線写像, 波紋放射線截線写像, 波紋放射線の入った多重円板への写像, etc. と, それらの extremal property について述べる.

7. 及川広太郎（東大教養）・**吹田信之**（東工大）**半径無限大の円弧截線入り円板**

Ω を平面領域とし, 境界成分 C および点 $a \in \Omega$ を固定してつぎのような函数 f 全体から成る族 $\mathfrak{F}$ を考える: Ω で正則単葉, $f(a)=0$, $f'(a)=1$, C の像は像領域 $f(\Omega)$ の外部境界. $M[f]=\sup_{z \in \Omega}|f(z)|$ とおき, $r_{aC}=\inf_{f \in \mathfrak{F}} M[f]$ とおく. もし $r_{aC}<\infty$ ならば inf は min であり, それをとる函数は Ω を半径 r_{aC} の円弧截線入り円板に等角写像する. これはよく知られたとおりである. $r_{aC}=\infty$ ならば, すなわち $M[f]=\infty$ がすべての $f \in \mathfrak{F}$ で成り立つならば, どうなるであろうか. 上のような extremal problem はもはや意味を失なう. しかしわれわれはある方法によって $\mathfrak{F}$ の函数を一意的に定め, それが半径無限大の円弧截入り円板に Ω を等角写像することを示すことができる.

8. 前田文之（広島大理）**倉持境界上の non-minimal points の簡単な例について**

平面領域で, その倉持境界に non-minimal points が現われる例は倉持氏によって与えられているが, それをすこし簡単にして次のものをつくる. D を単位円とし, D 内の実軸 $(-1, 1)$ 上に, 両側から原点に収束するスリットの列 S_i, $i=1, 2 \cdots$, を考え, $S=\cup S_i \cup \{0\}$, $S^*=\overline{(0, 1)-S}$ とするとき, 領域 $D-S^*$ において原点が非正則点になるようにとる. このとき, $D-S$ の倉持境界で原点に対応する部分は, 端点が minimal points, 内点はすべて non-minimal points である一つの線分と考えられる.

9. 前田文之（広島大理）**全優調和函数の理論の公理論的取扱いについて**

Brelot 等によって論ぜられている調和函数および優調和函数の公理論的な取扱いの方法を全優調和函数の取扱いにも適用してみる. すなわち局所コムパクト空間上に Brelot の意味の調和構造が与えられたとき, これに更に詳しい構造（全調和構造）を付加して, 全優調和函数の理論, 特に積分表示の話を, Riemann 面上におけると同様に展開する.

10. 森真一（神戸大教育）・**池上輝男**（阪市大理）**広義一様収束と Wiener compactification.**

$\{u_n\}$ は開リーマン面 R 上の HD-function からなる系列で, HD-function u に $||u-u_n||_R \to 0$ とする. このとき R の調和境界 Γ において u と $\{u_n\}$ との関係がどのようになっているかを示す. $\{u_n\}$ が一様有界ならば Dirichlet norm をすてて, 上と同様の結果が得られる. 結果としては, $\underline{\lim}_{n\to\infty}|u(b)-u_n(b)|=0$ が調和測度 0 の集合をのぞいて Γ の各点で成り立つ. $\underline{\lim}$ は lim にかえることはできない. またこの逆について述べる.

11. 能代　清（名大理）**Some remarks on cluster sets.**

一般な平面領域における一価有理型函数の集積値集合に関する既知の定理の拡張, Bagemihl によって最近得られた解析持続に関する定理の改良, 種々の集積値集合の間の包含関係などについて述べる.

12. 松本幾久二（名大理） **集積値集合の二，三の定理**

D を複素平面上の領域，E を ∂D に属する Hausdorff の ½ 次元測度 0 の閉集合とすると，ある条件下で，E の各点で無限大となる D で優調和な函数が存在する．その応用として，集積集合の二，三の定理を証明する．その他に除外値に対する能代の定理の拡張についてのべる．

13. 戸田暢茂（名大理） **代数型函数の fine cluster set について**

$f(z)$ を $|z|<+\infty$ での n 価代数型函数とする．これに対して，∞ での fine cluster set $\tilde{C}_f(\infty)$ を定義し，有理型函数の場合と同様の結果が得られることを述べる．すなわち，1) $\tilde{C}_f(\infty)$ は全平面か高々 n 個の点からなる；2) $C_f(\infty)$ が高々 n 個の点からなっていれば，$f(z)$ は Picard, Nevanlinna, Borel の除外値をもたない．

14. 赤座　暢（金沢大理） **Kleinian group の computing function について**

Kleinian group の singlar set の点の分布が一様であろうと予想されている．ここでは μ 次元の order ν の computing function より極限移行により order ∞ の computing function を定義する．この函数は興味ある性質をもつことがわかり，かつこの性質を利用して，以上の予想の正しいことについて述べる．

15. 実宝四郎（防衛大） **On a theorem of Fatou type.**

$R^n(n\geqq3)$ の単位球 S 内の正質量ポテンシャルの境界挙動に関して次の定理が得られる：$u(x)$ を S 内で正の優調和函数とすれば，境界上殆んどすべての点 ξ において $\lim_{x\to\xi}u(x)=u(\xi)$ が存在する．ただし $x\to\xi$ は，ξ を頂点とする任意の Stolz domain $\varDelta(\xi)$ から，点 ξ における capacitary density (Newtonian) 零の集合 $E(\xi)$ を要すれば除外して行なうものとする．すなわち $x\to\xi(x\in\varDelta(\xi)-E(\xi))$，上記は Naim および Doob による周知の定理に，集合の thinness に関する若干の性質を付加して得られる結果に過ぎぬが，E. Tolsted による一定理 (J. London M. S. **36**(1961), p. 65) の精密化にはなっている．ただし $n\geqq3$.

特　別　講　演

新濃清志（東工大） **解析写像の存在について**

リーマン面間の解析写像の存在については 1965 年以来の Ozawa の一連の論文 [8, 9, 10, 11, 12, 13] により具体的なリーマン面，すなわち ultrahyperelliptic surface 間の解析写像について詳しく研究され，豊富な結果が得られた．そして同時に数多くの問題が提起され，この方面の研究の端緒を開いた．Hiromi, Mutō, Niino によりいくつかの問題が解決され若干の進展をみたが [2, 3, 4, 7]，まだ研究途上にある．ここでは，これまでに得られた結果とその方法についてのべる．

1. リーマン面 R 上の非定数有理型函数の集合 $\mathfrak{M}(R)$ の元 f に対して，$P(f)$ は f がとらない値の個数とし，$P(R)=\sup_{f\in\mathfrak{M}(R)}P(f)$ とおく．

定理 1. $P(R)<P(S)$ ならば，リーマン面 R からリーマン面 S への解析写像は存在しない [8].

一般に，任意に与えられたリーマン面 R に対して $P(R)$ を得ることは非常に難しい．整代数型函数の固有な存在領域として定義されるリーマン面に対しては，Rémoundos[14] の Picard の定理の一般化により若干 $P(R)$ を計算することができる．また，ある面は $P(R)$ により完全に characterize される．

2. R_2, S_2 を $y^2=G_2(z)$, $u^2=g_2(w)$ で，R_3, S_3 を $y^3=G_3(z)$, $u^3=g_3(w)$ でそれぞれ定義される ultrahyperelliptic surfaces または regularly branched three-sheeted covering Riemann surfaces とする．ここで G_2, g_2 は無限個の simple zeros のみをもつ整函数で，G_3, g_3 は無限個の simple zeros または double zeros のみをもつ整函数である．このとき，$P(R_2)\leqq4$, $P(R_3)\leqq6$ である．

定理 2. $P(R_2)=4$ であるための必要十分条件は，整函数 $f(z)$, $H(z)\,(\not\equiv \text{const}, H(0)=0)$ が存在して

$$f(z)^2G_2(z)=(e^{H(z)}-\gamma)(e^{H(z)}-\delta),\quad \gamma\delta(\gamma-\delta)\neq0$$

が成立することである [9].

定理 3. $P(R_3)=6$ であるための必要十分条件は，整函数 $f(z)$, $H(z)\,(\not\equiv \text{const}. H(0)=0)$ が存在して

$$f(z)^3G_3(z)=(e^{H(z)}-\gamma)(e^{H(z)}-\delta)^2,\quad \gamma\delta(\gamma-\delta)\neq0$$

が成立することである [2].

定理 4. $P(R_3)=5$ である面 R_3 は存在しない [2].

$P(R_2)=3$, $P(R_3)=4$ に関する characterization はある条件のもとで得られているが [3, 7]，完全にはまだ得られていない．ここでは Borel [1] の恒等式を Nevanlinna [5] の方法で拡張した lemma [17, 2]，それを繰返して証明される lemma [7]，また $H(z)$ を整函数，$\gamma(\neq 0)$ を定数とするとき函数 $e^{H(z)}-\gamma$ の無限個の simple zeros を保証する Ozawa の lemma [9]，それを拡張した lemma [3, 7] 等が用いられる．

3. **定理 5.** R_2 から S_2 への解析写像 φ が存在するための必要十分条件は，整函数 $f(z)$，$h(z)$ が存在して $f(z)^2G_2(z)=g_2\circ h(z)$ が成立することである [11].

G_2, g_2 の order が有限のとき，それと同じ zoros をもつ基本乗積をそれぞれ G_2^*, g_2^* とし，その order を $\rho_{G_2^*}$, $\rho_{g_2^*}$ とする．

定理 6. $\rho_{G_2^*}<\infty$, $0<\rho_{g_2^*}<\infty$ のとき，R_2 から S_2 への解析写像 φ が存在すれば，$\rho_{G_2^*}=\nu\rho_{g_2^*}$ (ν は整数) が成立する [12].

定理 7. R_3 から S_3 への解析写像 φ が存在するための必要十分条件は，整函数 $h(z)$, $f_1(z)$ と $G_3(z)$ の double zeros でのみ simple poles をもち得る函数 $f_2(z)$ が存在して $f_1(z)^3G_3(z)=g_3\circ h(z)$ または $f_2(z)^3G_3(z)=g_3\circ h(z)$ が成立することである [4].

R_3 に関しても定理6と同様な定理が成立する [4]. 定理5，7の特別な場合として，$P(R_2)=P(S_2)=4$, $P(R_3)=P(S_3)=6$ の場合 [3, 7]，S_2, S_3 が閉じている場合 [11, 4] に解析写像が存在するための必要十分条件が得られている．また R_2 から R_3 への，R_3 から R_2 への解析写像の非存在も知られている [4]. これらの定理は Selberg [15]，Ullrich [16] 等による代数型函数の値分布理論を用いて証明される．

4. **定理 8.** (i) $G_2(z)$ の order が有限 [12], (ii) $P(R_2)=4$, (iii) $P(R_3)=6$ [7] のいずれかの場合，R_2 から R_2 へ，または R_3 から R_3 への解析写像が存在すれば，それは単葉写像である．対応する函数 $h(z)$ (定理5，7参照) は有理数 θ をもって $h(z)=e^{i\theta}z+b$ とかける．

文　献

[1] Borel, E., Sur les zéros des fonctions entières. Acta Math. **20** (1897), 357–396.

[2] Hiromi, G., and K. Niino, On a characterization of regularly branched three-sheeted covering Riemann surfaces. Kōdai Math. Sem. Rep. **17** (1965), 250–260.

[3] Hiromi, G., and M. Ozawa, On the existence of analytic mappings between two ultrahyperelliptic surfaces. Kōdai Math. Sem. Rep. **17** (1965), 281–306.

[4] Mutō, H., On the existence of analytic mappings. Kōdai Math. Sem. Rep. **18** (1966), 24–35.

[5] Nevanlinna, R., Einige Eindeutigkeitssätzes in der Theorie der meromorphen Funktionen. Acta Math. **48** (1926), 367–391.

[6] ——, Eindeutige analytische Funktionen. Berlin 2nd ed. (1943).

[7] Niino, K., On regularly branched three-sheeted covering Riemann surfaces. Kōdai Math. Sem. Rep. **18** (1966), 229–250.

[8] Ozawa, M., On complex analytic mappings. Kōdai Math. Sem. Rep. **17** (1965), 93–102.

[9] ——, On ultrahyperelliptic surfaces. Kōdai Math. Sem. Rep. **17** (1965), 103–108.

[10] ——, On complex analytic mappings between two ultrahyperelliptic surfaces. Kōdai Math. Sem. Rep. **17** (1965), 158–165.

[11, 12] ——, On the existence of analytic mappings. I; II. Kōdai Math. Sem. Rep. **17** (1965), 191–197; **18** (1966), 1–7.

[13] ——, A remark on the growth of analytic mappings. (to appear).

[14] Rémoundos, G., Extension aux fonctions algébroïdes multiformes du théorème de M. Picard et de ses généralisations. Mém. Sci. Math. Paris (1927).

[15] Selberg, H. L., Algebroide Funktionen und Umkehrfunktionen Abelscher Integrale. Avh. Norske Vid. Akad. Oslo **8** (1934), 1–72.

[16] Ullrich, E., Über den Einfluss der Verzweigtheit einer Algebroide auf ihre Wertverteilung. J. Reine Ang. Math. **167** (1931), 198–220.

[17] Wittich, H., Über eine Borelsche Identität. Math. Zeitschr. **84** (1964), 233–243.

10 月 11 日

16. 伊藤正之（名大理）**Dirichlet space の singular 測度について**

X を局所コンパクトハウスドルフ空間，ξ を X 上至る所稠密な正測度，D を X, ξ に関する Dirichlet 空間とする．更に Beurling, Deny の表現定理において考えた singular 測度を σ とする．このとき次の結果を得る．1. 任意の $u, v \in D$ に対し，$S_u \cap S_v = \phi$ ならば，$X \times X$ 上の函数 $u^*(x) \cdot v^*(y)$ は σ-可積分になり，かつ $(u, v) = -\int u^*(x)\, v^*(y)\, d\sigma(x,y)$ となる．ただし，S_u は u の支え，u^* は u の refinement をそれぞれ表わす．2. σ は負型函数における singular 測度と同じ性質をもつ．この 1, 2 の結果を用いて，昨秋の学会で述べた掃散分布の支え，および全質量に関する結果をより精密にすることができる．しかも新らしく次の結果を得る．D のポテンシャル u_μ と S_μ の補集合に含まれる開集合 ω に対し，μ の ω への掃散分布を μ' とする．μ' が絶対連続であることの必要かつ十分な条件は σ の X への射影が絶対連続なことである．

17. 伊藤正之（名大理）**最大値の原理と contraction に関する一注意**

X, ξ は前の講演と同じとし，$\mathfrak{X}$ を X, ξ に関する functional space とする．Deny は仮定(*)のもとに次の 2 つの同値性を証明した：(*) 任意のコンパクト集合 K に対して，ある正の定数 $A(K)$ が存在して，任意の $u \in \mathfrak{X}$ に対し，$\int_K |u|^2 d\xi \leqq A(K)\|u\|^2$. 1. module contraction が $\mathfrak{X}$ に作用する．$\Longleftrightarrow$ $\mathfrak{X}$ が domination 原理をみたす．2. すべての normal contraction が $\mathfrak{X}$ に作用する．$\Longleftrightarrow$ $\mathfrak{X}$ は完全最大値の原理をみたす．——この結果は大変興味深いものに思われるが，ただ仮定(*)はポテンシャル論の立場では検証するのに相当困難に思われる．この講演では(*)を仮定しなくとも上の 2 つの同値性は証明できることを報告する．

18. 伊藤正之（名大理）**非対称核をもつ functional space つについて**

Beurling, Deny の functional space の理論はその対象が正型の対称核であるという点に難がある．ここでは非対称核を含む functional space を定義する．X, ξ は先きの講演と同じとし，C_K を X で定義された有限連続，コンパクトな台をもつ函数全体に一様収束位相を入れた空間とする．Banach 空間 $\mathfrak{X}$ が拡張された functional space であるとは $\mathfrak{X}$ の各元は局所 ξ-可積分函数で次の条件を満すときいう．(i) 任意のコンパクト K に対し，ある正数 $A(K)$ が存在して，$^\forall u \in \mathfrak{X}$ に対し，$\int_K |u|\, d\xi \leqq A(K)\|u\|$. (ii) $C_K \cap \mathfrak{X}$ は C_K, $\mathfrak{X}$ それぞれで稠密である．(iii) $\mathfrak{X}$ 上に連続な双一次形式 $a(u,v)$ が存在して，$^\forall u \in \mathfrak{X}$ に対し，$a(u,u) = \|u\|^2$. このとき，$\mathfrak{X}$ に contraction が作用することの定義を少々変えることによって，module contraction, 掃散原理，レゾルバントに関する同値性，unit contraction, 完全最大値の原理，レゾルバントの劣マルコフ性に関する同値性等は regular functional space の場合と同様になる．

19. 山崎稀嗣（広島大理）**Gauss 変分問題に関連した可容性の問題について**

Gauss 変分の値と Fuglede が考えた量との関係を調べ，それを用いて可容性の問題を解く．Ω を局所コンパクトな Hausdorff 空間，Φ を非負，下半連続な対称核とする．Ω 上の非負測度 μ によるポテンシャル $\Phi(x,\mu)$ とエネルギー (μ,μ) とをいつものように定義する．次の測度の族を考える：$E=\{\mu; (\mu,\mu)<\infty\}$, $E_A=\{\mu\in E; S\mu$ コンパクト$\subset A\}$,（$S\mu$ は μ のささえ），内(外)容量零の集合を除いて A 上で $\Phi(x,\nu)\geqq f(x)$ をみたす $\nu\in E$ の族を Γ^i_A (Γ^e_A) とする．f が E_Ω のすべての測度に関して積分可能な場合に $\nu\in E_A$ に対する Gauss 積分 $(\nu,\nu)-2\int f d\nu$ の下限 I^i_A, $I^e_A=\sup_{G\supset A} I^i_G$（$G$ は開集合）および Γ^i_A (Γ^e_A) の測度のエネルギーの下限 $c^i_f(A)$ ($c^e_f(A)$)（族が空集合のとき値を ∞ と約束する）の関係を問題にする．Φ が正型しかも E がエネルギーから定義される擬距離に関して完備であるとする．f に（擬）半連続性を仮定すれば $-I^i_A=c^i_f(A)\leqq c^e_f(A)\leqq -I^e_A$ が成立する．この関係で不等号がいつ等号になるか（可容性の問題）について述べる．

20. 木村郁雄（神戸大教養）**一方向に関する擬凸性について，II**

さきに二変数の場合を述べたが，同様なことが $n(>2)$ 変数の場合にも成り立つ．すなわち，たとえば，$x, y_1, \cdots, y_{n-1}$ 空間内の領域 D が x に関して擬凸であるというのを解析的曲面の族 $\mathfrak{F}_t$: $y_i=f_i(x,t)$, $|x-x_0|\leqq r$, $i=1,2,\cdots, n-1$, $0\leqq t\leqq 1$ が $\mathrm{Fr}\,\mathfrak{F}_t\subset D$, $\mathfrak{F}_t\subset D$, $0<t\leqq 1$ ならばつねに $\mathfrak{F}_0\subset D$ となることであるとする；ただし $f_i(x,t)$ は $|x-x_0|\leqq r$, $0\leqq t\leqq 1$ で連続で t を固定すれば $|x-x_0|\leqq r$

で正則とする．このように定義すると，この意味で擬凸な領域はふつうの意味で擬凸な領域になる．またこれに関して，一，二の応用を述べる．

21. 河合良一郎（京大教養）**多変数函数論におけるある近似定理について**

複素n変数の空間(x)上に，有限葉の領域の列$\{D_m\}$があるとする．各D_mはtopologicalに同相で，境界・分岐点は近いものとし，D_mの極限D_0はあるtopologicalな条件を満たすものとする．D_0の完全内部にとった解析多面体Δ_0はOka Mem. Ⅷ のLemme fondamentalによって，空間$(x_1,x_2,\cdots x_n,y_1,\cdots,y_N)$内のpolycylindre (γ_0)内のvariété analytipue Σ_0: $y_j=f_i(p)(p\in\Delta_0,\ j=1,2,\cdots,N)$として実現できる．ここで主張するのは，適当な$N$に対して，$D_m$の分岐点を$S_m$，$D_0$の分岐点を$S_0$としたとき，$S_m$と$S_0$との距離が$O(2^{-\alpha m})$のorderで0に近づくとき，各$D_m$の中に解析多面体$\Delta_m$をとり，これをやはり同じ空間内のpolycylindre (γ_m)内のvariété analytique Σ_mとして実現することができ，しかもΣ_mはΣ_0に，(γ_m)の境界は(γ_0)の境界にそれぞれ距離$O(2^{-\alpha m})$で近づくようにできるということである．これはΔ_mの近傍におけるD_mの基本系の函数に対する"ある種の近似定理"と考えられる．

22. 酒井栄一（金沢大理）**ラインハルト領域の有理型拡大**

中心を含むラインハルト領域における有理型函数の有理型接続について述べる．まず，Levi-Kneserの連続性定理を用いると，次の二つの補題が成り立つ．**補題 1.** fが$\{a_1<|z_1|<b_1, |z_2|<b_2,\cdots, |z_n|<b_n\}$および$\{|z_j|<b'_j\}_{j=1}^n$で有理型ならば，$f$は$\{|z_j|<b_j\}_{j=1}^n$にまで有理型に接続される．ここに，$0<a_1<b'_1<b_1$, $0<b'_j<b_j\ (j=2,\cdots,n)$とする．**補題 2.** fが$\{|z_1|<b_1, a_2<|z_2|<b_2,\cdots, a_n<|z_n|<b_n\}$および$\{|z_j|<b'_j\}_{j=1}^n$で有理型ならば，$f$は$\{|z_j|<b_j\}_{j=1}^n$にまで有理型に接続される．ここに，$0<b'_1<b_1$, $0<a_j<b'_j<b_j\ (j=2,\cdots,n)$とする．上記二つの補助定理から容易に次の結果が得られる．**定理**．中心を含むラインハルト領域Dで有理型な函数はすべて，Dを含む最小の完全ラインハルト領域にまで有理型に接続される．——なお，対数的に凸な実表現領域をもつラインハルト領域にまで有理型接続が可能である．

23. 梶原壌二（九大理）**Oka's principle for extensions of holomorphic mappings, II.**

Lを可換な複素Lie群，$\mathfrak{A}_L$とC_LをそれぞれLに値をもつ正則または連続写像の芽の層とする．AがStein多様体Sの解析的集合ならば，標準的写像$H^1(X,A;\mathfrak{A}_L)\to H^1(X,A: C_L)$は単射である．したがって次の岡の原理を得る：$A$から$L$の中への正則写像$f$が$S$から$L$の中への正則写像に拡張されるための必要十分条件は$f$が$S$から$L$の中への連続写像に拡張されることである

24. 加藤定雄（神奈川大）・**松浦省三**（群馬大教育）**有界なhomogeneous domainにおけるanalytical automorphismについて**

$m\times n$ matrix space内のbounded domain D_zにおけるBergman metricを$ds^2=dz^*T_{D_z}(z,\bar{z})dz$とし，normal mapping $w=T_{D_z}^{-1/2}(z_0,\bar{z}_0)\int_{z_0}^{z}T_{D_z}(z,_0,\bar{z}_0)$による像$\Delta_w$を，$D_z$の$z_0$に関するnormal domainと定義する．われわれはnormal domainの性質を用いて，D_zが$\det T_{D_z}(z,\bar{z}_0)\neq 0$であるhomogeneous domainの場合の，analytical automorphismのもつべき必要条件をのべ，とくにsymmetric domainおよびそのpreudo-conformal equivalent classのanalytical automorphismの具体的な形についてのべる．

25. 鶴見和之（東京電機大）・**金丸忠義**（東京教育大理）**On unitary matrices as boundary values of analytic functions.**

n次matrix変数$Z=(z_{ij})$のm次matrix valued analytic function $F(Z)$を考える．いま，Zがunitary matrixのとき，$F(Z)$がunitaryになるならば，$F(Z)$がどんな形になるかという問題を考察する．これについて，O.S. RathausはProc. A.M.S. **17** (1966)で$Z=Uz$, U: unitary, z: 1変数，$F(Z)$: $n\times n$形，の場合について論じているが，われわれは$Z, F(Z)$がn次のmatrixの場合について考察する．

特　別　講　演

柴田敬一（阪府大教養）**最小擬等角写像と Teichmüller 写像**

1. 相等しい正の種数 g をもつ閉リーマン面の任意の2つは一般には等角同値でなく，それらの等角同値が $3g-3$個（ただし $g=1$ の場合は1個）の連続な複素パラメターに依存することが古くから知られていた．そこで，種数が $g\geqq 2$ であるすべての閉リーマン面を等角同値類に分けることが当然問題になった．

2. Teichmüller はまず，この問題を固定されたホモトピー類の中で考えることを試み，そのような面上の正則2次微分の（複素係数での）1次独立なものの個数がちょうど $3g-3$ であることに着目してつぎの定理を予想した（[7],[8]）．

定理． X, Y を相等しい種数 $g\geqq 2$ をもつ閉リーマン面の対とするとき，(i) X, Y は互に等角同値であるか，または (ii) X から Y への位相写像のどんなホモトピー類 **A** が与えられても，**A** に属する擬等角写像のなかで maximal dilatation を最小にする写像 f がただ1つ存在する（最小擬等角写像の存在と一意性）．(iii) 後の場合，X 上に定数因数を除いてただ1つの正則2次微分 α_f が存在し，α_f の零点では f は等角であり，その他の点では f の Richtungsfeld は α_f の trajectory に一致し，かつ，f の dilatation は constant である．(iv) bordered surface についても，double をつくることによって同じ結果が成り立つ．また，有限個の点の対応を指定した場合も同様であるが，ただこのときは α_f が指定点ではたかだか1位の極をもつかも知れない．

この定理を完全に証明したのは Ahlfors [1] である．

(iii) の性質をもつ擬等角写像を Teichmüller 写像と呼ぶ．

3. 特に，単位閉円板 $|X|\leqq 1$, $|Y|\leqq 1$ において境界 $|X|=1$, $|Y|=1$ の上に有限同数の指定点をおいた場合にも，最小擬等角写像が一意に存在してそれは Teichmüller 写像であるが，ここで指定点が円周上で稠密になるようにその個数を増していくとき，最小擬等角写像がどうなるであろうかということが一つの問題である．これを formulate して論じたのは Ozawa [4] が最初であり，Strebel [6] によって継承された．

$K_0\geqq 1$ を定数とし，x-平面上に拡がった双曲型リーマン面 R を $y=f_0(x)=(1/2)\{(K_0+1)x+(K_0-1)\bar{x}\}$ により R を $\mathrm{Re}\{x\}$ の方向に引伸ばして y-平面上に拡がった双曲型リーマン面 S をつくり，R, S をそれぞれ単位円板 $|X|<1$, $|Y|<1$ に等角写像すれば，$|X|<1$ から $|Y|<1$ への擬等角写像 F_0 が得られる．

定理． (Ozawa-Strebel) もしも R が有限な面積をもつならば，F_0 と同じ境界対応をもつ $|X|<1$ から $|Y|<1$ へのすべての擬等角写像の中で，F_0 はただ1つの最小擬等角写像である．

Strebel はさらに，われわれの予想に反する重要な例を与えた．

反例． つぎの性質をもつ函数 $T(X)$ が存在する．

(i) $Y=T(X)$ は $|X|=1$ から $|Y|=1$ への位相写像；

(ii) $|X|<1$ から $|Y|<1$ への位相写像で，境界対応 $Y=T(X)$ をもつ最小擬等角写像が無数に多く存在する．

4. 問題． 少なくとも1つの擬等角写像を許容するように境界 $|X|=1$, $|Y|=1$ の対応を与えるとき，円板 $|X<1$, $|Y<1$ の間に，この境界条件を満足する Teichmüller 写像がつねに存在するか？　また一意性についてはどうか？

Gerstenhaber-Rauch [3] は Teichmüller 写像が調和写像（[2] 参照）になっていることに着目して，

(i) リーマン面 Y 上に conformal metric を与え，それに関して調和な位写像 $X\to Y$ をつくり，

(ii) この metric を動かして Teichmüller 写像に達することができる．

という programme を述べているが，現在のところ (i) の証明 [5] だけでもあまり簡単でなく，この方法でうまくいけるかどうかも明らかではない．

文　献

[1] Ahlhors, L.V.: On quasiconfomal mappings. J. d'Anal. math. **3** (1954), 1-58.

[2] Eells, J. Jr. and Sampson, J. H.: Harmonic mappings of Riemannian manifolds. Amer. J. Math. **86** (1964), 109-160.

[3] Gerstenhaber, M. and Rauch, H. E.: On extremal quasi-conformal mappings. Proc. Nat. Acad. U.S.A. **40** (1954), 808-812, 991-994.

[4] Ozawa, M.: On an approximation theorem in a family of quasiconformal mappings. Kōdai Math. Sem. Rep. **11** (1959), 65-76.

[5] Shibata, K.: On the existence of a harmonic mapping. Osaka Math. J. **15** (1963), 173-211.

[6] Strebel, K.: Zur Fragen der Eindeutigkeit

Society ... on modern mathematics ... Ahlfors

extremaler quasikonformer Abbildungen der Einheitskreises, Comment. Math. Helv. 36 (1962), 306–323, ibid. **39** (1964), 77–89.

[7] Teichmüller, O.: Extremale quasikonforme Abbildungen und quadratische Differentiale. Abh. Preuss. Akad. Wiss. **22** (1939), 1–197.

[8] ——: Bestimmung der extremalen quasikonformen Abbildungen bei geschlossenen orientierten Riemannschen Flächen. ibid. **24** (1943), 1–42.

第9回函数論シンポジウムは来る11月21日（月）22日（火）に埼玉大学理工学部（浦和市）で開催の予定．講演者は吉田洋一・能代　清・小沢　満・赤座　暢の諸氏．御参加歓迎．

F：領域 Δ で定義された擬等角写像の class

ある $f_0 \in F$　$\sup_{x\in\Delta} D_{f_0}(x) = \inf_{f\in F} \sup_{x\in\Delta} D_f(x)$.

def. f_0 を F の中での最小擬等角写像 (extremal quasi-conformal mapping

def.) X, Y 擬等角的に同値なリーマン面
$\varphi(x)dx^2$ 高々1位の極をもつ Y 上の有理型2次微分
なるとき complex eccentricity が a.e. に
$k\frac{\bar{\varphi}}{|\varphi|}$ に等しい quasi-conformal mapping を
Teichmüller 写像とよぶ

—— 閉じた ... 境界対応に対して ...
Teichmüller ...

$z \to w$ ... $|dw|^2 = \left|\frac{\partial w}{\partial z}dz + \frac{\partial w}{\partial \bar{z}}d\bar{z}\right|^2$
C^1 写像

$$= \left(\left|\frac{\partial w}{\partial z}\right|^2 + \left|\frac{\partial w}{\partial \bar{z}}\right|^2\right)|dz|^2 + \mathrm{Re}\left\{\frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial \bar{z}}dz^2\right\}$$

harmonic map

Teichmüller

$\varphi(w(z))\frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial \bar{z}}dz^2$ ... harmonic mapping

東京
小薬印刷所