1966
MAY

日 本 数 学 会

昭 和 41 年 年 会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函 数 論

時…… 5 月 17 日 ・ 18 日

所…… 京 都 大 学 理 学 部

---

17 日	10.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 8**
	13.00 ～ 15.30	普通講演	**9 ～ 19**
18 日	10.00 ～ 12.00	普通講演	**20 ～ 29**
	13.00 ～ 14.20	普通講演	**30 ～ 35**
	16.00 ～ 14.50	特別講演	

5 月 17 日

1. 新濃清志（東工大）**On regularly branched three-sheeted covering Riemann surfaces.**

リーマン面R上の非定数有理型函数の集合$\mathfrak{M}(R)$の元fに対して，$P(f)$はfがとらない値の個数とし，$P(R)=\sup_{\mathfrak{M}(R)}P(f)$とおく．$R$を三価整代数型函数$\sqrt[3]{g(z)}$の固有な存在領域として定義される regularly branched three-sheeted covering Riemann surface とする．そのとき$2\leqq P(R)\leqq 6$である．$P(R)=6$であるRの characterization と$P(\mathrm{R})=5$であるRの非存在はすでに示した．ここで$P(R)=4$であるRのある characterization を与え，$P(R)\leqq 4$であるための一つの条件を示す．つぎに，SをRと異なる regularly branched three-sheeted covering Riemann surface とし，$P(R)=P(S)=6$と仮定する．そのとき，RからSへの解析写像が存在するための必要十分条件を与える．その系として，$P(R)=6$のときRからRへの解析写像が存在すれば，それは単葉写像であることを示す．

2. 窪田佳尚（教育大理）**二つの Riemann 面間の解析写像とある曲線族の極値的長さについて**

円環領域の modulus と解析写像との関係については Schiffer の論文がある．その一つの拡張として，Landau-Osserman は Riemann 面上で，harmonic length の概念を導入し，解析写像との関係について論じている．(J. Anal. Math. 7(1960))．ここでは，解析写像と下に示す曲線族の極値的長さとの関係について述べる．―― W, W'で Riemann 面を，φでWからW'への解析写像を表わし，W'の各点p'に対して，$n_\varphi(p')$で$\varphi(p)=p'$なる点pの個数を表わす．$n_\varphi=\sup_{p'\in W'}n_\varphi(p')$とする．また$W$上の cycle cに対して，$\lambda_W(c)$でcに homologous な曲線族の極値的長さを表わす．そのとき，$n_\varphi<\infty$なるφに対して，つぎのことが得られる：(1) $\lambda_W(c)\geqq n_\varphi^{-1}\lambda_{W'}(\varphi(c))$．(2) 特に$\varphi$が type Bl であるとき，$c=\varphi^{-1}(\varphi(\mathrm{c}))$である$W$上の cycle cに対して，$\lambda_W(c)=n_\varphi^{-1}\lambda_{W'}(\varphi(c))$．(2) の逆は一般には成立しないが，$W$, $W'\notin O_G$で，集合$E=\{p'\in W'|n_\varphi(p')<n_\varphi\}$の各連結成分が適当な parametric disk に含まれるとき，(2) の逆が成立する．

3. 吹田信之（東工大）**曲線族の増加系列と極値的長さ**

$\{\Gamma_n\}$は Riemann 面$\mathfrak{R}$上の曲線族の増加列とし$\cup\Gamma_n=\Gamma$とおく．このとき$\lambda(\Gamma)=\lim_{n\to\infty}\lambda(\Gamma_n)$が成立する．ここに$\lambda$は極値的長さを表わす．――この結果の応用として，$\mathfrak{R}$の二組の境界成分を結ぶ曲線族を$\{\gamma\}$，$\tilde{\gamma}$は高々可算個の曲線の和集合で$\tilde{\gamma}\cap\gamma\neq\phi$ $(\forall\gamma)$，をみたすものとすれば，$\lambda\{\gamma\}=(\lambda\{\tilde{\gamma}\})^{-1}$が示される．

4. 吹田信之（東工大）**截線入り長方形への写像について**

頂点 A, B, C, D の四辺形Qの内部より閉集合Eを除いた領域をQ'とする．頂点はQ'で到達可能，対辺$\widehat{\mathrm{AB}}$, $\widehat{\mathrm{CD}}$を結ぶ曲線族の極値的長さが有限ならば，Q'は水平截線（および incision）入りの長方形へ等角写像される．証明にはコンパクトな相対境界をもたない領域によるQ'の近似についての極値的長さの連続性 (Strebel の結果の拡張) が用いられる．写像の極値性，単独性についても言及したい．

5. 水本久夫（岡山大理）**On extremal properties of circular slit covering surfaces.**

Bはz平面上の領域，C_j $(j=1,\cdots,N)$はBの境界成分，$C=\sum_{j=1}^N C_j$とする．$\mathfrak{F}_p$はつぎの (a)～(d) をみたすB上の解析函数$f(z)$の族とする：(a) $f(z)$はz_j $(j=1,\cdots,\iota)$にm_j位の零点，ζ_k $(k=1,\cdots,\kappa;\zeta_1=\infty)$に$n_k$位の極をもつ$(\sum_{j=1}^{\iota}m_j=\sum_{k=1}^{\kappa}n_k=p)$; (b) $\nu_j(f)\equiv(1/2\pi)\cdot\int_{C_j}d\arg f=0$ $(j=1,\cdots,N)$; (c) $|\int_C \lg|f|d\arg f|<+\infty$; (d) $\lim_{z\to\infty}f(z)/z^{n_1}=1$. **定理 1**：$J(f)=\int_C\lg|f|d\arg f-2\pi\sum_{j=1}^{\iota}m_j\lg|f^{[m_j]}(z_j)|-2\pi\sum_{k=2}^{\kappa}n_k\lg|f^{[n_k]}(\zeta_k)|$ $(f\in\mathfrak{F}_p)$に対して，$J(\varphi)=\min_{f\in\mathfrak{F}_p}J(f)$となる$\varphi\in\mathfrak{F}_p$が唯一つの存在して，$\varphi$は$B$を原点を中心とする波紋の入った$p$葉被覆面に写像する；ここに，$f^{[m_j]}(z_j)=f^{(m_j)}(z_j)/m_j!$, $f^{[n_k]}(\zeta_k)=(1/f(\zeta_k))^{(n_k)}/n_k!$（既報），$\mathfrak{F}_p'=\{f|\int_C\lg|f|d\arg f\leqq 0,\ f\in\mathfrak{F}_p\}$, $\mathfrak{F}_p''=\{f|p$ 葉な $f\in\mathfrak{F}_p\}$とすれば，$\mathfrak{F}_p''\subsetneqq\mathfrak{F}_p'\subsetneqq\mathfrak{F}_p$.　**定理 2**：$I(f)=\Pi_{j=1}^{\iota}|f^{[m_j]}(z_j)|^{m_j}\Pi_{k=2}^{\kappa}|f^{[n_k]}(\zeta_k)|^{n_k}$に対して，$I(\varphi)=\max_{f\in\mathfrak{F}_p'}I(f)=\max_{f\in\mathfrak{F}_p''}I(f)$, $\varphi\in\mathfrak{F}_p''$．さらに，$I(\varphi)\neq\sup_{f\in\mathfrak{F}_p}I(f)$などについて述べる．

6. 水本久夫（岡山大理）**On conformal mappings onto radial slit covering surfaces.**

(a), (b′) $\nu_j(f)=0$ $(j=1,\cdots,N';N'\leqq N)$, (c′) $\sum_{i=1}^{N'}\int_{C_i}$

$\lg|f|d\arg f\leqq 0$, (d) をみたし，さらに，$f(z)$ による C_j $(j=N'+1,\cdots,N)$ の像が原点を中心とする波紋または円周である解析函数 $f(z)$ の族を $\mathfrak{F}$ とする；ここで $\nu=0$ または $k=0$ は許される．$k=0$ のときは (d) の代りに他の正規化条件を用いる． **定理 1**：$J(\psi)=\max_{f\in\mathfrak{F}}J(f)$ となる $\psi\in\mathfrak{F}$ が唯一つ存在して，ψ は B を原点を中心とする波紋または円周 $(C_{N'+1},\cdots,C_N$ に対応) と原点からでる放射線 $(C_1,\cdots,C_{N'}$ に対応) を境界とする被覆面に写像する．この定理から特に，**定理 2**：$I(\psi)=\min_{f\in\mathfrak{F}_p'}I(f)=\min_{f\in\mathfrak{F}_p''}I(f)$ となる $\psi\in\mathfrak{F}_p''$ が存在して，ψ は B を原点からでる放射線の入った p 葉被覆面に写像する．さらに，$I(\psi)\neq\inf_{f\in\mathfrak{F}_p}I(f)$ などについて述べる．

7. 及川広太郎（東大教養）**平行截線写像に関する一注意**

Ω は有限 $(\geqq 2)$ 個の解析閉曲線で囲まれた有界領域，$0\in\Omega$ とする．$p\,(q)$ は水平(垂直)截線領域への写像函数で 0 で展開 $1/z+cz+\cdots$ をもつものとする．**定理**．$(p+q)/2$ による Ω の像は円領域（円周のみで囲まれた領域）ではない．—— 一般に円領域への写像を構成することは複雑で，$(p+q)/2$ がそれであるとは誰も予想しているわけではないが，また上の事実を明記している文献もみあたらないので証明を与えてみる．**証明**．一般性を失うことなく Ω は円領域でしかも外部境界が円周 $|z|=r$ であると仮定してよい．$(p+q)/2$ が円領域への写像を与えるならこれは $1/z$ と一致しなければならないが，このことからつぎの矛盾が導かれる：Ω の内部境界を $|z-a_k|=r_k$，0 のこれに関する鏡像を b_k，$k=1,\cdots,n$，とすると，$|z|<\infty$ で正則なすべての函数 f に対し $\sum_{k=1}^{n}(r_k/\bar{a}_k)^2f'(b_k)=0$ が成り立たなければならない．

8. 斉之内義一（京工繊大）**開 Riemann 面上の Riemann relation に対する注意**

開 Riemann 面上の二乗可積分な調和微分に対する Riemann の bilinear relation は主に semiexact な微分（Γ_{hse} の要素）あるいは Γ_{hse} の部分族に対して求められてきた．一般の Γ_h に属する微分の場合には dividing cycle からの周期が出てくるので A, B 周期以外の周期も考えなければならない．このような形の一つの relation は O_G の面に対して Ahlfors によって得られている．また Marden もこの種の relation を O_G の面に対して導いている．ここでは両者の方法とは別な方法で一つの関係式を導く．$\{F_n\}$ を canonical exhaustion, $\partial F_n=\cup_i\gamma_n^{(i)}$, $\gamma_n^{(i)}$ を含む ring を $D_n^{(i)}(D_n^{(i)}\cap D_n^{(j)}=\phi,\ i\neq j)$, $D_n=\cup_i D_n^i(D_n\cap D_m=\phi,\ n\neq m)$‘ $D=\cup D_n$ として D を graph に写像する函数を u_0+iv_0 とするとき，$\sum_n(\min_i\nu_n^{(i)})=\infty$ ならば $w_1,w_2\in\Gamma_h$ に対して

$$(w_1,w_2{}^*)=\lim_{n\to\infty}\Big\{\sum_{i=1}^{p(n)}\Big(\int_{Ai}w_1\int_{Bi}\bar{w}_2-\int_{Ai}\bar{w}_2\int_{Bi}w_1\Big)-\sum_{i=1}^{p(n)}\Big(\int_{Ai}w_1''\int_{Bi}\bar{w}_2''-\int_{Ai}\bar{w}_2''\int_{Bi}w_1''\Big)+\sum_{i=1}^{m(n)}\frac{\overline{l_n^{(i)}}c_n^{(i)}-m_n^{(i)}\overline{d_n^{(i)}}}{\theta_n^{(i)}}\Big\}.$$

ここに $\nu_n^{(i)}$ は $D_n^{(i)}$ の harmonic modulus, $l_n^{(i)}$, $m_n^{(i)}$ はある複素数列，$c_n^{(i)}=\int_{\gamma_n^{(i)}}w_1$, $d_n^{(i)}=\int_{\gamma_n^{(i)}}w_2$, $\theta_n^{(i)}=\int_{\gamma_n^{(i)}}dv_0$, w_i'' は w_i の Γ_{hm}^* 成分．

9. 栗林暲和（中央大理）**On some properties of an Abelian variety.**

アーベル多様体の中のヤコビ多様体の模様を調べることは代数幾何の方では割合よく研究されている．この講演でわれわれが前に考察した Riemann 面の族 $\Omega(0,7,\{1,1,1,2\})$ に対して，それから生ずるある種の jacobian varieties が同じ種の abelian varieties の族の中での模様を函数論的に調べる．**定理**．われわれの abelian varieties の族の中には Ω に対応しないただ一点があってその abel 多様体は $y^7=x(x-1)$ で定義される Riemann 面に対応する jacobian variety と $y^7=x(x-1)^2$ で定義される Riemann 面に対応する jacobian variety との product である．

10. 栗林暲和（中央大理工）**On moduli of Riemann surfaces.**

1965 年秋季日本数学会で行なった特別講演の続きである．すなわち Riemann 面の族 $\Omega(0,n,\{\nu_1,\cdots,\nu_r\})$ を考える．それに所属の Riemann 面の方程式は $y^n=(x-a_1)^{m_1}\cdots(x-a_s)^{m_s}$ $(n\nmid m_1+\cdots+m_s,\ r=s+1)$ で与えられる．ここに $m_i\nu_i\equiv 1\pmod n$, $i=1,\cdots,s$, であり，$(\nu_r\sum_{i=1}^{s}m_i)+1\equiv 0\pmod n$. この講演では上の Riemann 面の方程式に現われた parameters $a_1,\cdots,a_s$ の一般化された Teichmüller space A の複素構造に関する正則性を論ずる．

11. 池上輝男（阪市大理）**Martin の non-minimal boundary points について**

Ω を Green space, Δ をその Martin 境界とするとき，よく知られているように Δ は minimal な点の集合 Δ_1 と non-minimal な Δ_0 とに分けられ，Δ_0 は harmonic measure が 0 になる．ここでは Δ_0 の点の位相的な一つの特性を述べる．すなわち「Δ_0 の点は (Δ_0 内で) 孤立することができない．」証明には potential 論の方法を利用する．このことからつぎの結果が得られる：もし

$\Delta_0 \neq \phi$ ならば少なくとも可算個の Δ_0 の点が存在する．

12. 倉持善治郎（北大理）**部分領域内の位相と優調和函数**

G をリーマン面内の部分領域とする．$G \notin O_{HB}$，$\notin O_{HD}$ のときそれぞれ Martin の位相を定義する $U(z)$ を優調和函数とするとき，∂G で零となる G 内調和函数との関係を調べる．G 内での $N'(z, p)$ とリーマン面 R に対する $N(z, p)$，あるいは $K'(z, p)$ と $K(z, p)$ による位相の函数を述べる．また $N(z, p)$，$p \in B_1$ のときのある性質についても述べる．

13. 柴田敬一（阪府大教養）**調和写像の一意性について**

X，Y を任意の同位相なリーマン面とするとき，Xから Y への位相写像のあるホモトピー類の中に，Y 上の conformal metric η：$ds^2=p(y)|dy|^2$（y：Yの局所座標）に関して調和な位相写像が存在するならば，それは X の自己等角写像を除いて一意に定まる．

14. 二宮信幸（阪市大理）**対数ポテンシャルにおける掃散について**

平面上で対数ポテンシャル

$$U^{\mu}(P)=\int \log(1/\overline{PQ})\,d\mu(Q)$$

を考える．対数ポテンシャルにおける掃散は通常つぎの形のものが知られている．μ を台がコンパクトの正の測度，Fを対数容量正のコンパクトとするとき，F上に新しい正の測度 μ' を与えて，F上高々対数容量0を除いて，$U^{\mu'}(P)=U^{\mu}(P)+c$，全空間で…≦…となるようにできる．このさい μ' の全質量は μ のそれと同じにでき，c は負でない定数（ただし μ と Fには依存する）であるが一般には0とすることはできない．しかしFの対数容量が1より小さくないときには，c をなくすることができて，対数ポテンシャルにおける掃散が三次元空間におけるニュートン・ポテンシャルの場合と同じ形のものにすることができることを示す．しかしこの場合には μ' の全質量が μ のそれより増えるけれども．

15. 伊藤正之（名大理）**Special Dirichlet space の生成作用素について** $n \geq 3$

ユークリッド空間 R^n 上の special Dirichlet space D の核 κ に対して，ある超函数 T が存在して，$T*\kappa=\varepsilon$（εは Dirac の超函数）を満足する．この T を D の生成作用素と呼ぶ．ここでは超函数 T がある special Dirichlet space の生成作用素になるための必要かつ十分な条件を与える．**I.** 正型な超函数 T が核の全測度が無限大である special Dirichlet space の生成作用素になるための必要，十分な条件は 1) T は階数 2 である；2) T はエネルギー原理を満たす；3) $R^n-\{0\}$ において $T \leqq 0$；4) 任意の $(\mathfrak{D})^+$ の函数 φ に対して $\int T*\varphi dx=0$. **II.** また正型な超函数 T が核の全測度が $a(>0)$ である special Dirichlet space の生成作用素になるための必要かつ十分な条件は，上の 1), 3), 4) を満たす正型の超函数 T_0 が存在して，$T=T_0+a^{-1}\varepsilon$ である．――さらにこの応用として，Kunugi の核およびその拡張について考える．

16. 伊藤正之（名大理）**Invariant functional space の核について**

Deny は局所コンパクトアーベル群上の invariant functional space $\mathfrak{X}$ に対しつぎの条件を満たす非負かつ正型の測度 κ が存在することを示した．すなわち $\mathfrak{X}$ 内のポテンシャル u_f は $\kappa*f$ に等しい．ただし，f はコンパクトな台をもつ有界可測函数である．われわれはこの測度 κ を $\mathfrak{X}$ の核と呼ぶ．ここでは上に述べた逆がまた成立することを示す．すなわち，任意の正かつ正型の測度κに対し，κを核にもつ invariant functional space が存在する．――さらに正かつ正型の測度 κ が special Dirichlet space の核になるための必要かつ十分な条件を与える．

17. 伊藤正之（名大理）**Condensor principle と unit contraction**

Deny によって導入された regular functional space が Dirichlet space になるための必要かつ十分な条件を与える．Xを局所コンパクトハウスドルフ空間，ξをX上至る所稠密な正の測度，$\mathfrak{X}$ を X, ξ に関する regular functional space とする．このときのつぎの三条件はすべて同値になる：(1) unit contraction が $\mathfrak{X}$ に作用する；(2) $\mathfrak{X}$ は condensor principle を満足する；(3) $\mathfrak{X}$ は Dirichlet space である．さらに $\mathfrak{X}$が invariant functional space である場合，上の結果はより精密になる．

18. 野崎安雄（学習院大）**α 次平衡ポテンシャルの連続について**

$m(\geqq 3)$ 次元閉球 S についての α 次平衡ポテンシャルは G. Pólya, G. Szegö (1931), M. Riesz (1937) によれば

$$u(P)=\pi^{-(m/2+1)}\Gamma(m/2)\sin(\alpha\pi/2)\cdot\int_S (R^2-r_{PQ}^2)^{-(\alpha/2)}r_{PQ}^{\alpha-m}dQ \quad (0<\alpha<2)$$

で与えられ，$P\in S$ のとき $u(P)=1$ である．ここでは $\alpha=2$ のとき（Ω_m は m 次元単位球面積）

$u(P)\equiv R^{m-2}/\Omega_m\int_S r_{PQ}^{2-m}dQ$，$P\in S$ のとき $u(P)=1$ とおくことによって $u(P)$ は α の函数とみて $\alpha=2$ で下に半連続であることを証明しよう．その結果として，α 次ポテンシャル論におけるポアッソン積分，グリーン函数も上の意味で $\alpha=2$ において下に半連続であることが導かれる．α 次ポテンシャルを α の函数とみることはポテンシャル論，リーマン，リュビル積分および超函数との結びつきに大切であり，$\alpha=2$ における連続性は以上の理論を簡潔にするための重要な性質である．

19. 山崎稀嗣（広島大理）**線型計画法に関連した可容性の問題について**

X, Y をコンパクトな Hausdorff 空間，$\Phi(x, y)>-\infty$ を $X\times Y$ 上の下に半連続な函数，g を X 上の函数とする．コンパクト集合 $K\subset Y$ に対して非負 Radon 測度の族 $\mathcal{M}_K=\{\mu;\ S\mu\subset K, \int\Phi(x, y)d\mu(y)\leqq g(x)\}$ を考える；ただし $S\mu$ は μ のささえ．f を上方有界，universally measurable な Y 上の函数とし，$\mathcal{M}_K\neq\phi$ のとき $M(K)=\sup\{\int fd\mu\ ;\ \mu\in\mathcal{M}_K\}$ とおく．大津賀により，いつ $M_i(A)=\sup_{K\subset A}M(K)$ と $M_e(A)=\inf_{G\supset A}M_i(G)$ とが一致するかいう問題が提起された；ただし G は開集合．ここではこれに対する解答を与える：f の上半連続性と，条件 (1) $g(x_0)<\infty$，$\Phi(x_0, y)>0$ なる x_0 が存在する，条件 (2) $f>0$，のいずれかを仮定すれば，$\mathcal{M}_K\neq\phi$ のとき $M_i(K)=M_e(K)$ が成立する．——さらにある条件を付加することにより，解析集合に対して $M_i(A)=M_e(A)$ が成立すること，および岸や Fuglede の結果との関係も述べる．

5 月 18 日

20. 赤座　暢（金沢大理）**Singular sets of some Kleinian groups.**

Kleinian group の singular set の構造について未解決の点が多い．いま境界が N 個の mutually disjoint な円により囲まれた領域を基本領域にもつ Kleinian group を G とし，E を G の singular set とする．前に $N\geqq 5$ のとき，1次元 measure $m_1(\mathrm{E})>0$ である group の存在を示したが，ここでは $N=4$ のときにも $m_1(E)>0$ である Kleinian group の存在することを示す．$N=3$ のときは，つねに $m_1(E)=0$ はすでにわかっている．

21. 田中忠二（早大理工）**Some limit theorems for Blaschke products in the unit circle.**

単位円内の Blaschke products に関する新しい型の極限定理をいくつか述べる．

22. 戸田暢茂（名大理）**Fine limit をもつ有理型函数について**

$f(z)$ を $|z|<\infty$ での一価有理型函数で，∞ で真性特異点をもつものとする．このとき∞で fine topology による cluster set すなわち fine cluster set $\bar{C}_f(\infty)$ は全平面か一点で，後者の場合には，$f(z)$ は Picard の意味の除外値をもち得ないことを J. L. Doob が証明している．——ここでは，後者の場合，すなわち fine limitをもつ $f(z)$ の性質を Doob の定理の拡張として二三述べてみようと思う．

23. 松本幾久二（名大理）**対数容量正の Picard 集合**

E を successive ratios ξ_n の Cantor 集合とすると，よく知られているように，Eの対数容量が零であるためには，

(1)　$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{\log\xi_n^{-1}}{2^n}=\infty$

の成立が必要十分である．前回 $\xi_{n+1}=o(\xi_n^2)$ が成りたてば E は Picard 集合になることを述べたが，この条件から (1) が導けるから，かかる E の対数容量は零である．ここでは上の条件がつぎのように改良できることを報告する．$\lambda\geqq\sqrt{2}$，p を任意の奇数として，

(2)　$\xi_{n+1}=o(\xi_n^{\lambda})$ かつ特に $\xi_{np+1}=o(\xi_{np}^2)$

ならば，E は Picard 集合である．(2) をみたし (1) をみたさぬものが存在する．したがって，対数容量正の完全 Picard 集合が存在する．

24. 松浦省三（群馬大学芸）・**加藤定雄**（神奈川大工）**標準領域について**

B を C^n 内の有界領域 D の m-representative domain とする．このとき B は同一中心をもつ D の $(m+1)$-representative domain になることを示す．最小領域についても同様の結果が得られる．

25. 曾根徳順（山梨大）**On a mean value theorem for a certain mapping of several complex variables.**

写像 $w=w(z,\bar{z})\equiv(w_1(z,\bar{z}),\cdots,w_n(z,\bar{z}))'$ が C^n の領域 $D\ni z\equiv(z_1,\cdots,z_n)'$ で定義され，$\partial w_j/\partial\bar{z}_k$ $(j,k=1,\cdots,n)$ が D で存在して連続とする．D の2点 $a=(a_1,\cdots,a_n)'$，$b=(b_1,\cdots,b_n)'$ $(a\neq b)$ を結ぶ線分 $[a,b]:z=a+t(b-a)$，$0\leqq t\leqq 1$，が D の点ばかりからなるとき，$[a,b]$ 上の適当な二点を $c=(c_1,\cdots,c_n)'$，$d=(d_1,\cdots,d_n)'$ ($a_k\neq b_k$ ならば，c_k,d_k は線分 $[a_k,b_k]$ の内点）とすれば

$$x^*(w(b,\bar{b})-(a,\bar{a}))$$
$$=\begin{pmatrix}x\\ \bar{x}\end{pmatrix}^*\left([\mathfrak{R}]\frac{\partial\begin{pmatrix}w\\0\end{pmatrix}}{\partial\begin{pmatrix}z\\ \bar{z}\end{pmatrix}}\right)_{z+c}\begin{pmatrix}x\\ \bar{x}\end{pmatrix}+i\begin{pmatrix}x\\ \bar{x}\end{pmatrix}^*\left([\mathfrak{I}]\frac{\partial\begin{pmatrix}w\\0\end{pmatrix}}{\partial\begin{pmatrix}z\\ \bar{z}\end{pmatrix}}\right)_{z+d}\begin{pmatrix}x\\ \bar{x}\end{pmatrix}$$

ここで，$x=b-a$，$[\mathfrak{R}]A=(1/2)(A+A^*)$，$[\mathfrak{I}]A=(1/2i)\cdot(A-A^*)$，$0=(0,\cdots,0)'$ (n 次)，$\partial\begin{pmatrix}w\\0\end{pmatrix}\Big/\partial\begin{pmatrix}z\\ \bar{z}\end{pmatrix}$ は Jacobian 行列とする．

26. 曾根徳順（山梨大）**Univalent mappings in 'φ-concave domains' of the space C^n.**

C^n の領域 $D=D_1\times\cdots\times D_n$ において，$j=1,\cdots,n$ に対して，各 D_j がたかだか φ_j-concave (J. Math. Soc. Japan **15** (1963) p. 192) であるとき，$D\in D_\varphi$ と表わそう．このときつぎの定理が証される．——写像 $w=w(z)\equiv(w_1(z),\cdots,w_n(z))'$ が上述の領域 $D\in D_\varphi$ で正則 $(z\equiv(z_1,\cdots,z_n)'\in D)$ とする．$|\theta_j|\leqq\varphi_j/2$ $(j=1,\cdots,n)$ をみたすすべての実数 θ_j $(j=1,\cdots,n)$ に対して，D の各点で

$$[\mathfrak{R}]\left\{\frac{\partial w}{\partial z_1}e^{i\theta_1},\cdots,\frac{\partial w}{\partial z_n}e^{i\theta_n}\right\}\gg 0$$

なら，$w=w(z)$ は D で単葉である．ここで，$\dfrac{\partial w}{\partial z_j}=\left(\dfrac{\partial w_1}{\partial z_j},\cdots,\dfrac{\partial w_n}{\partial z_j}\right)'$，また正方行列 A に対して $[\mathfrak{R}]A=\dfrac{1}{2}\cdot(A+A^*)$，さらに $A\gg 0$ は A が正値エルミット形式であることを意味する．——証明は前題目の'平均値の定理'を応用して得られる．

27. 樋口禎一（教育大理）**多変数函数論における第一主定理について**

C^n から P^n への holomorphic mappings に関しての第一主定理はいろいろな形で表現されてきた．ここでは W. Stoll (Math. Ann. **156**(1964)) の結果と P. Bott and S.S. Chern (Acta Math. **114**(1965)) の結果との関係について述べる．

28. 寺田俊明（京大理）**複素多変数の関数が正則となるためのある種の条件について**

各変数について正則な関数は多変数の関数として正則であるという Hartogs の定理の条件を弱めるのが目標である．$\mathfrak{D},\mathfrak{D}'$ をそれぞれ x-平面，y-平面上の領域，$\mathfrak{E}$ を $\mathfrak{D}$ に含まれる点集合，$f(x,y)$ を $(\mathfrak{D},\mathfrak{D}')$ で定義され，$y\in\mathfrak{D}'$ を固定すると x について $\mathfrak{D}$ で正則，$x\in\mathfrak{E}$ を固定すると y について $\mathfrak{D}'$ で正則な関数とする．このとき $f(x,y)$ が $(\mathfrak{D},\mathfrak{D}')$ で 2 変数の関数として正則であるためには，集合 $\mathfrak{E}$ の容量が正なら十分である．また，$\mathfrak{E}$ の容量が零であり，しかも $\mathfrak{E}$ が compact set の可算和なら，必ず反例が作れる．もっと多くの変数の場合も同様である．

29. 西野利雄（京大理）**多変数の場合のリーマンの写像定理について**

多変数の空間では，多重連結な領域 $\mathfrak{D}$ を考えるとき，$\mathfrak{D}$ では正則な多価函数の組をいかに選んでも，その函数による写像の像領域が，決して超球の内部と位相同型にならない場合があることを示す．このことは，1 変数におけるリーマン写像定理が，このような意味では，多変数に拡張され得ないことを意味している．

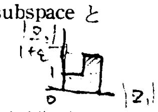
30. 木村郁雄（神戸大教養）**一方向に関する擬凸性について**

2変数 w, z の空間内の領域 D がつぎの条件 (O) をみたすとき，D は w に関して擬凸であるということにする．(O) 解析的曲面の族

$\mathfrak{F}_t$: $w=f(z,t)$, $|z-z_0|\leqq r, 0\leqq t\leqq 1$, が，$Fr.\mathfrak{F}_0\subset D$ および $\mathfrak{F}_t\subset D$, $0<t\leqq 1$ をみたすならば $\mathfrak{F}_0\subset D$. ここで $f(z,t)$ は $\{|z-z_0|\leqq r, 0\leqq t\leqq 1\}$ 上で連続で，t を固定すれば $|z-z_0|\leqq r$ 上で正則であるとする．――このように w に関する擬凸性を定義すると，これが普通の意味の擬凸性を導くことを示す．このことは一般の n 変数空間においても成り立つ．

31. 藤本坦孝（名大工）**イデアルの連接層に対する一致の定理**

解析空間内の既約解析的集合に関する一致の定理を，イデアルの連接層の場合に，つぎのように拡張することができる．(reduced) 解析空間 X のイデアルの層 $\mathfrak{A}$ に対して，Supp $(\mathfrak{O}/\mathfrak{A})$ が既約であり，各 $x\in X$ での茎 $\mathfrak{A}_x$ が，primary decomposition において embedded component をもたないとき，他の $\mathfrak{B}$ に対して，一点 $x_0\in\mathrm{Supp}(\mathfrak{O}/\mathfrak{A})$ で $\mathfrak{A}_{x_0}\supseteq\mathfrak{B}_{x_0}$ ならば，$\mathfrak{A}\supseteq\mathfrak{B}$ である．さらに，領域 $D\ll C^n$ に対して，$\bar{D}$ の近傍でのイデアルの層 $\mathfrak{A},\mathfrak{B}$ について，各 x での茎 $\mathfrak{A}_x$, $\mathfrak{B}_x$ がともに 0 次元の primary component をもたないとき，∂D の近傍で $\mathfrak{A}=\mathfrak{B}$ ならば，D 全体で $\mathfrak{A}=\mathfrak{B}$ である．また，この一致の定理を使うことによって，解析的多様体上の Cousin-II 分布の接続可能性の研究がまったく余 1 次元の解析的集合の接続の研究に帰着されることや，order の連続性に関する Abhyankar の結果が simple subspace という仮定なしに成り立つことを示す．



32. 梶原壌二（名大教養）・**酒井栄一**（金沢大理）**有理型接続に関する補助定理について**

$0<\varepsilon<1$ に対して $A=\{1-\varepsilon<|z_1|<1+\varepsilon, |z_2|<1+\varepsilon, \cdots, |z_n|<1+\varepsilon\}\cup\{|z_1|\leqq 1, |z_2|<1, \cdots, |z_n|<1\}$, $B=\{|z_1|<1+\varepsilon, |z_2|<1+\varepsilon, \cdots, |z_n|<1+\varepsilon\}$ とおく．つぎの補助定理を証明する．**補助定理．** A で一価有理型な函数はすべて B にまで一価有理型接続できる．

33. 梶原壌二（名大教養）・**酒井栄一**（金沢大理）**有理型函数の商表示と接続について**

(D,φ) をスタイン多様体の上の領域，$\mathfrak{K}$ を D 上の有理型函数のある族，$(\tilde{D}_{\mathfrak{K}}, \tilde{\varphi}_{\mathfrak{K}})$ を $\mathfrak{K}$ に関する (D,φ) の有理型被とする．直前の講演における補助定理を用いると，$(\tilde{D}_{\mathfrak{K}}, \tilde{\varphi}_{\mathfrak{K}})$ は Docqwer-Grauert の意味で p_7-擬凸である．この事実よりつぎの二定理を得る．**定理 1.** スタイン多様体の上の領域 (D,φ) で有理型な函数はすべて D 上の二つの正則函数の商で表示できる．

定理 2. スタイン多様体の上の領域 (D,φ) で有理型な函数はすべて (D,φ) の正則被まで有理型接続できる．

34. 梶原壌二（名大教養）**Cartan-Behnke-Stein の定理の拡張について**

Cartan-Behnke-Stein の定理をつぎの形で拡張する．L を可換な複素 Lie 群，$\mathfrak{A}_L$ を L に値をもつ正則写像の芽の層とする．まず $H^1(D,\mathfrak{A}_L)=0$ をみたす C^2 の上の領域 (D,φ) は正則領域である．つぎに $\{(D_p,\varphi_p)\}$ をスタイン多様体の領域の増加列，(D,φ) をその極限

とする．D が単連結のときは $H^1(D, {}_L\mathfrak{A})\to\lim_{p\to\infty}H^1(D_p, \mathfrak{A}_L)$ は単射である．これを用いると最後に，D が滑らかな境界をもつ C^n の領域で，すべての単連結な有界多重円筒 D に対して $H^1(D\cap P, \mathfrak{A}_L)=0$ をみたすとき，D は正則領域である．また最初と最後の命題は $L=GL(n, C)$ に対しても成立する．

35. 梶原壌二（名大教養）**正則写像の拡張に対する岡の原理について**

$A=\{(z, w),\ 1-zw=0\}\subset C^2$ を考える．写像 $\lambda(z, w)=1/z$, $(z, w)\in A$ は A より $C-\{0\}$ の中への正則写像であるが，C^2 より $C-\{0\}$ の中への正則写像には拡張できない．そこで正則写像が拡張されるための条件が問題になってくるが，この問題に関して岡の原理が成立することを示すつぎの定理を注意したい：A を単連結なスタイン多様体 S の解析的集合，L を可換，連結複素リー群とする．A より L の中への正則写像 g が S より L の中への正則写像へ拡張できるための必要十分条件は g が S より L の中への連結写像に拡張できることである．

特　別　講　演

大西英一（京都大教養）**内分岐をもつ領域のある種の局所的性質**

1. 1938 年 H. Cartan [3] は《次元が 3 以上の複素数空間 $C^n(n\geqq 3)$ においては，正則域でなくてクーザンの第 1 問題が解けるような領域が存在する》ことを示したが，それにはローラン展開から導かれる一つの事実を lemma として用いた．

1951 年岡先生 [5] は Cartan が用いたこの lemma を三環定理と命名し，解析的曲面や，その上の函数に対して種々の応用をされた（4 参照）．

$n(n\geqq 3)$ 複素変数 $x_1, \cdots, x_n$ の空間において，$\underline{\Delta}$ を次の polycylinder とする：

$(\underline{\Delta})$ $\qquad |x_j|<r_j\ (1\leqq j\leqq n).$

また，$p_1, \cdots, p_m$ を $0\leqq p_i<r_i$ をみたす m 個 $(3\leqq m\leqq n)$ の実数とし，$\underline{\Delta}'$をつぎのような polycylinder とする：

$(\underline{\Delta}')$ $\qquad |x_i|\leqq p_i\ (1\leqq i\leqq m),\ |x_j|<r_j\ (m+1\leqq j\leqq n).$

さて，$\underline{\Delta}_0=\underline{\Delta}-\underline{\Delta}'$ とおき，$\underline{\Delta}_0$ における正則函数の芽のつくる解析的層を $\mathcal{O}$ とすれば，三環定理は $m=3$ の場合であって，つぎのように述べることができる〔問題 (A) 参照〕．

$\mathcal{O}$ を係数とする 1 次元のコホモロジーは零である：$H^1(\underline{\Delta}_0, \mathcal{O})=0.$

2. 三環定理は $\underline{\Delta}_0$ が単葉な場合に成り立つが，多葉域である場合は知られていなかった．これを調べるのを問題 (A) とする：

問題 (A). Δ を polycylinder $\underline{\Delta}$ 上の内分岐をもつ多葉域とし，Δ から $\underline{\Delta}$ への projection を π であらわし，$\Delta=\pi^{-1}(\underline{\Delta}')$ とおくとき，$\Delta_0=\Delta-\Delta'$ に対して $H^1(\Delta_0, \mathcal{O})=0$ が成り立つか．〔$\mathcal{O}$ は Δ_0 における正則函数の芽のつくる解析的層である．〕すなわち Δ_0 の covering $\mathcal{U}=\{U\}$ に対して $U\cap U'(U, U'\in\mathcal{U})$ において正則な函数 $g_{UU'}$ が与えられ，$U\cap U'\cap U''(U''\in\mathcal{U})$ において $g_{UU'}+g_{U'U''}+g_{U''U}=0$ をみたすとき，各 U で正則な函数 h_U が存在して，$g_{UU'}=h_U-h_{U'}$ となるか．

一般に，complex space X からその部分集合 A を除いた残りの領域 $X-A$ のコホモロジーが消えるか否かは種々の問題に対して重要なポイントとなる．最近 Andreotti-Grauert [2], Scheja [11, 12] は $X-A$ のコホモロジーが消える十分条件を求めているが，ホモロジカル・ディメンションを用いた formal な結果しかえていない．問題 (A) はこの問題を locally に調べることに相当する．

3. つぎに，問題 (A) に関連するいくつかの問題を述べる．これらの問題はいずれも Δ_0 が単葉の場合には肯定的に解かれているが，多葉域の場合は知られていなかった．

Δ_0 における Cousin の第 1 問題. Δ_0 の covering $\mathcal{U}=\{U\}$ と，各 U において méromorphe な函数 φ_U が与えられ，$U, U'\in\mathcal{U}$ に対して $\varphi_U-\varphi_{U'}$ が $U\cap U'$ において正則なとき，Δ_0 で méromorphe な函数 Φ が存在して，すべての $U\in\mathcal{U}$ に対して $\Phi-\varphi_U$ が U において正則となるか．

$m=n$ の場合に この問題は poles の接続に関する **Rothstein [10] の問題**といってよい：Δ の境界の近傍で与えられた poles は Δ 全体に接続できるか．

4. 問題 (H). φ を Δ で正則で，1 次の零のみをもつ任意の函数とし，S を φ の零点として定義される Δ 上の $n-1$ 次元の解析的曲面とする．f を S 上の任意の正則函数とする．f が $S\cap\Delta_0$ の各点 Q において，Q の Δ_0 内の近傍 U_Q で正則な函数 F_Q の $S\cap U_Q$ 上

への restriction になっているとき，Δ 全体で正則な一つの函数 F が存在して，f が F の S 上への restriction となるか．任意の S と任意の f に対してつねにこの問題が解けるとき，問題 (H) は解けるという．(Δ が単葉の場合は Oka [5] の Lemma; 後述 **5** 参照)

5. これらの問題を解くために，領域 Δ（葉数を ν とする）を特別な形〔(K) 型〕の曲面 Σ であらわす．すなわち，Δ 上の proper な函数 $\eta(P)$ をとって Δ を $n+1$ 次元の空間 $(x_1,\cdots,x_n,y)$ 内の n 次元の曲面 Σ: $y=\eta(P)$ としてあらわし，Σ から Δ への projection を π_0 とするとき，Σ の $n-1$ 次元の singular variety T が Σ の ordinary double variety であって，$\hat{T}=\pi_0{}^{-1}(\pi_0(T))$ が $\pi_0(T)$ の $\nu-1$ 葉の covering space となり，かつ $\pi_0(T)$ と Δ の分岐面 σ の projection $\pi(\sigma)$ のどの component も重ならないようにし，さらに T のほとんどすべての点において Σ が相異なる接平面をもつようにする．Σ は polycylinder $\tilde{\Delta}$: $(x)\in\Delta$, $|y|<R$ に含まれるものとする．polycylinder : $(x)\in\Delta_0$, $|y|<R$ を $\tilde{\Delta}_0$ とあらわす．

問題 (H*). f を $\hat{T}$ 上の任意の正則函数とする．f が $\hat{T}\cap\tilde{\Delta}_0$ の各点 M の近傍 U_M において，U_M で正則な函数 $F_M((x),y)$ の $\hat{T}\cap U_M$ 上への restriction であるとき，f は $\tilde{\Delta}_0$ において正則な（したがって $\tilde{\Delta}$ で正則な）一つの函数 F の $\hat{T}$ 上への restriction であるか．このことがすべての f について成り立つとき問題 **(H*)** は解けるという．

一般に n 次元空間内の r 次元の解析集合上の函数が空間の函数の restriction となるかどうかという問題(Spurproblem) について，1951 年 Oka [5] は《$r=n-1$ 次元の解析的曲面の場合には，高々 $n-3$ 次元の部分解析集合は障害とならない》ことを示した．この事実に注目して最近 Abhyankar [1]，Kuhlmann [4]，Thimm [13] 等は一般に $r(\leqq n-2)$ 次元の場合を研究しているが，formal な結果しか出ていない．問題 (H*) は，この問題の $r=n-2$ の場合で，しかも特殊な形の解析集合 $\hat{T}$ に対するものであるが，それだけに具体的な critère が得られる．これが問題 (A) の critère にもなる．

6. 結果を要約すると，

1°. 《問題 (A)⇨Δ_0 における Cousin の第 1 問題⇨問題 (H)》は周知であるが，さらに《問題 (H)⇨問題 (H*)⇨問題 (A)》が成り立ち，これらの問題はすべて同値である．

2°. しかし，単葉の場合と異なり，問題 (A) の解けない領域 Δ_0 が存在する，とくに $m=n$ の場合は Rothstein の問題の解けない例となっているし，また前述の Spurproblem は $r=n-2$ の場合でさえ，ただ一点も障害となることが明らかになった．(これは Spurproblem に対する Thimm [13] の critère (Satz 10) が誤っていることを示す．)

3°. 問題 (H*) に対する種々の critère が得られた．最初の critère では，$\hat{T}=\pi_0{}^{-1}(\pi_0(T))$ に depend する条件が含まれているが，第二の critère は T と Δ の葉数 ν のみに depend する使い易い形をとる．それを用いて，実は《問題 (A) が解けるかどうかは，葉数 ν にも depend しないで，ただ (K) 型の Σ の ordinary double variety T のみによって定まる》という興味ある結果に導かれる．そして実際，T のみに depend するような critère も得られるが，3 環 ($m=3$) の場合と 4 環以上 ($m\geqq 4$) の場合とでは，条件に違いを生ずる．

参 考 文 献

[1] Abhyankar, Concepts of order and rank on a complex space, and a condition for normality. Math. Ann. **141** (1960).

[2] Andreotti-Grauert, Théorèmes de finitude pour la cohomologie des espaces complexes. Bull. Soc. math. France **90** (1962).

[3] H. Cartan, Sur le premier problème de Cousin. C. R. **207** (1938).

[4] Kuhlmann, Über die normalen Punkte eines komplexen Raumes. Math. Ann. **146** (1962).

[5] Oka, Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables. VIII-Lemme fondamental. J. Math. Soc. Japan **3** (1951).

[6] Onishi, Quelques propriétés locales des domaines intérieurement ramifiés. J. Math. Kyoto Univ. **3** (1964).

[7] ——, ——. II. J. Math. Kyoto Univ. **4** (1964).

[8] ——, ——. III. J. Math. Kyoto Univ. **4** (1965).

[9] ——, Construction des surfaces analytiques ayant une variété double ordinaire donnée. J. Math. Kyoto Univ. **4** (1964).

[10] Rothstein, Über die Fortsezung von Verteilungen meromorpher Ortsfunktionen im R_6. Math. Ann. **124** (1952).

[11] Scheja, Riemannsche Hebbarkeitssätze für Cohomologieklassen. Math. Ann. **144** (1961).

[12] ——, Eine Anwendung Riemannscher Hebbarkeitssätze für analytische Cohomologieklassen. Arch. Math. **12** (1961).

[13] Thimm, Untersuchungen über das Spurproblem von holomorphen Funktionen auf analytischen Mengen. Math. Ann. **139** (1959).

第 9 回函数論シンポジウムは来る 11 月頃埼玉大学理工学部（浦和市）で開催の予定．