

1963
MAY

日 本 数 学 会

昭 和 38 年 度 年 会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函 数 論

時…… 5 月 24 日 ・ 25 日

所…… 京 都 大 学 理 学 部

24 日	9.30 ~ 11.30	普通講演	1 ~ 9
	12.45 ~ 14.00	普通講演	10 ~ 14
	14.30 ~ 16.00	特別講演	
25 日	10.00 ~ 12.00	普通講演	15 ~ 24

東 京
K.K. 小 葉 印 刷 所

1. 齊之内義一 (京工織大) 任意の開リーマン面上の analytic semiexact differential について

放物型の開リーマン面上, Γ_a に属する微分の A -周期に対する Virtanen の理論 (楕により O_{HD} の面で成り立つことが注意されている) が, 任意の面上で微分を Γ_{ase} に属するとしたときにも成り立つことを注意する. そのために Ahlfors によって導入された distinguished harmonic differential と $\Gamma_{hsc} \cap \Gamma_{hsc}^*$ に属する微分との周期関係式が導かれる. これを利用して与えられた複素数列 $\{a_n + ib_n\}$ を A -周期にもつ微分 $\in \Gamma_{ase}$ が存在するための必要十分条件が得られる. 次に A -周期によって一意的に定まるための一つの十分条件を analytic modulus の定義を拡張して与える.

2. 森 真一 (立命大理工) 二つのリーマン面間の conformal map と harmonic boundary との関係について

$R \in O_{HB}$ から $R' \in O_G$ の中への写像 f が type-BI であるための必要十分条件を精密化する. そのために次の集合 $A_{p_0}^*$ を定義する: $p_0^* \in \mathcal{A}_F$ で最大値 1 をとる連続非負の劣調和関数の全体を Ω とし, $A_{p_0}^* = \cap e_\omega (V_\omega \in \Omega)$, ただし $e_\omega = \{p^* \in R_F^* - R; \omega(p^*) = 1\}$ とする. p_0^* と $A_{p_0}^*$ とのそれぞれの f による像をとるとき type-BI の構造がはっきりしてくる. また $\mathcal{G}_{R'}(f(p); q)$ の G.H.M. の quasi-bounded component $v_q(p)$ が $q \rightarrow v_q(p)$ として R' 上のグリーンポテンシャルである (M. Heins) が, その質量のおかれている場所が, R' 上の $\mathcal{A}_F$ の点の像集合であることを注意する. ほかに $R' \in O_G$ のとき, f が Lindelöfian の場合について調べたところを報告する.

3. 古関健一 (岡山大理) 単葉函数の係数について積分方程式

$$\Im \left[6\kappa^3(t)^2 + A\kappa(t) + 2\kappa(t) \int_0^t 2\kappa^2(t_1)t_1 dt_1 + B\kappa^2(t)t - 4\kappa^2(t) \int_0^t 2\kappa(t_1) dt_1 \right] = 0, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

$\kappa(t) = e^{i\varphi(t)}$, の解について研究したことを話す.

$$\varphi^{(k)}(t)_{t=0} = \sum_{j=0}^k a_{k,j} \varphi^{(j)}(0)^j$$

とおいたとき

$$a_{n,t} = -\frac{1}{\Re \kappa A} \left[36_n C_2 \Re X^3 a_{n-2,t} + \sum_{j=1}^{n-3} \sum_{r_1=1}^{r_2-1} \sum_{r_2=1}^{r_{j+1}-1} \sum_{r_{j+1}=1}^{r_{j+1}-1} \sum_{k_1=0}^{k_2=0} \sum_{k_2=0}^{k_{j+1}=0} \sum_{k_{j+1}=0}^{k_{j+1}-1} \right. \\ \left. (-1)^{j+1/2} 12_n C_2 3^{j+1} \Re \kappa^3 \right. \\ \left. \cdot \frac{(n-3)!}{(r_1-1)!(r_2-2)! \cdots (r_{j+1}-1)!} \right. \\ \left. \cdot \prod_{k=1}^j \frac{1}{n-2-r_1-\cdots-r_k} \right. \\ \left. \cdot a_{r_1,k_1} a_{r_2,k_2} \cdots a_{r_j,k_j} a_{r_{j+1},k_{j+1}} \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^{n-3} \sum_{r_1=1}^{r_2-1} \sum_{r_2=1}^{r_{j+1}-1} \sum_{r_{j+1}=1}^{r_{j+1}-1} \sum_{k_1=0}^{k_2=0} \sum_{k_2=0}^{k_{j+1}=0} \sum_{k_{j+1}=0}^{k_{j+1}-1} \right. \\ \left. (-1)^{j+1/2} 12_n C_2 3^{j+1} \Re \kappa^3 \right. \\ \left. \cdot \frac{(n-3)!}{(r_j-1)!(r_{j+1}-1)! \cdots (r_{j+1}-1)!} \right. \\ \left. \cdot \prod_{k=1}^j \frac{1}{n-2-r_1-\cdots-r_k} \right. \\ \left. \cdot a_{r_1,k_1} a_{r_2,k_2} \cdots a_{r_j,k_j} a_{r_{j+1},k_{j+1}} + \cdots \right], \quad t \leq n-2$$

が成立する. これより $a_{n,t}$ はことごとく求められる.

4. 曾根徳順 (山梨大学芸) n 重連結領域における有型型函数の多葉性について

S. Ozaki, On the theory of multivalent functions, Ⅱ, Sci. Rep. Tokyo Bunrika D., A, 4 (1941) における Theorem C を改良すると, 他の方法で導かれた T. Umezawa, On the theory of univalent functions, Tôhoku Math. J. 7 (1955) における Theorem 16 の拡張がえられることを注意し, それらをさらに, n 重連結領域で, k 次の微分を用いた場合に拡張する. なお, 応用として, 上の論文 (Umezawa) における Theorem 4 の拡張: $f(z) = z^k + a_{k+1}z^{k+1} + \cdots$ の高々 p 葉の十分条件について述べる.

5. 山村能勝 (教育大理) On a boundary theorem on Riemann surfaces.

Constantinescu-Cornea は $U \subset O_{L'} (\subseteq O_L)$ なる関係を証明した. $U \subset O_L$ に対しては Lindelöfian map に関する Heins の結果と Martin 空間における thin set についての Naïm の結果を用いて簡単な証明ができるが, $O_{L'}$ の場合にも被写像リーマン面の Alexandroff 完閉化を考えれば, 後は O_L の場合と同様にして別証

明を与えることができる. また $R \in U, \Omega$ を R の部分領域とすると, $R - \bar{\Omega}$ が R のある bounded minimal な Martin 境界点で thin ならば, $\Omega \in O_{L'}$ なることもわかる.

6. 戸田暢茂 (名大理), 松本幾久二 (名大理) 倉持の定理について

R をリーマン面, K を $R-K$ が連結な R の相対的コンパクトな部分集合とする. 「 $R \in O_{HB} - O_G (O_{HD} - O_G)$ なら $R-K \in O_{AB} (O_{AL})$ 」という倉持の定理に関し Constantinescu と Cornea は, B の部分では有界な minimal 調和函数が, D の部分では HD-minimal 函数が本質的な役割を果たしていることを明らかにした. しかし, かかる函数の存在を許さないリーマン面でなお倉持の定理と同様に任意の K に対し $R-K \in O_{AB} (O_{AL})$ が成り立つものが存在するかという問題が残されている. B の部分について, この問題に肯定的解答を与えるのがここでの目的である. “ $R \in O_{AB} - O_G$ が少なくとも一つの正調和測度の ideal boundary component をもてば, $R-K \in O_{AB}$ ” で実際にこの定理の条件をみたし, 有界な minimal 調和函数の存在を許さぬリーマン面が存在する. 倉持の定理では K のコンパクト性は相当にゆるめられたのであるが, ここでは同様のことは成立しない.

7. 松本幾久二 (名大理) 集積値集合についての一注意

能代清著 “Cluster sets” の記号を用いる. 次の定理は, 集積値集合論において最も重要なものの一つである: $C_L(f, z_0) - C_{F-E}(f, z_0)$ は $z_0 \in (\bar{I} - E)$ のとき空集合であるかまたは開集合である. ただし $E \subset I'$ は対数容量 0 の閉集合, D が単位円のときは, この定理における境界集積値集合 $C_{F-E}(f, z_0)$ を相当小さいものでおきかえうことを大津賀, Lohwater, 能代が証明しているが, 一般領域の場合でも同様に次のようなかなり小さいものでおきかえう. 内集積値集合 $C_D^\oplus(f, \zeta) (\zeta \in I')$: $\alpha \in C_D^\oplus(f, \zeta) \iff \exists \{z_n\} \subset D, \Re z_n = \Re \zeta$ または $\Im z_n = \Im \zeta, \lim_{n \rightarrow \infty} z_n = \zeta$ かつ $\lim_{n \rightarrow \infty} f(z_n) = \alpha$. (特に ζ の近傍で直線 $\Re z = \Re \zeta$ および $\Im z = \Im \zeta$ と D が交らぬときは $C_D(f, \zeta) = \emptyset$ とおく). 境界集積値集合 $C_{F-E}^\oplus(f, z_0)$ をこの内集積値集合 $C_D^\oplus(f, \zeta)$ を用いて普通の場合と同様に定義すると, $C_L(f, z_0) - C_{F-E}^\oplus(f, z_0)$ は $z_0 \in (\bar{I} - E)$ のとき空または開集合である.

8. 宇野利雄 (日大理工), 洪 姪植 (日大理工) Screening について (第 4 報)

平滑な境界 S でかこまれた領域を V とし, S を S_1, S_2 の二部分に分ける. V の外部で指定された特異点をもち, S_1 上で 0 となるような解を求める方程式 $\Delta u = 0$ の境界値問題を考える. S_1 が S の上に密に配布されているときはこの問題の解は S 全体の上で 0 となる解とほとんど等しく, したがって V 内ではほとんど値 0 をとる. このことをしらべるために, まず S 全体で 0 となる解を S 上の一重層にもとづくポテンシャルとしてあらわし, 次にこの一重層を S_2 からはのぞき, それを S_1 の上に適当に再配分し, それにもとづくポテンシャルで目的のポテンシャルを近似することにした. 前回では S が円である場合の 2 次元問題についてしらべたが, 今回はこれを 3 次元に拡張し, また方程式 $\Delta u = \lambda u$ についても考える.

9. 柴田敬一 (阪府大教養) 境界対応固定の極値的擬等角写像について

境界対応を固定した場合の最小擬等角写像に関しては, Ozawa, Strebel 等の研究が知られているが, ここでは単位円板相互間の写像に限定して, “ $|z| < 1$ から $|w| < 1$ への一つの擬等角写像が与えられたとき, これと同じ境界対応をもつすべての擬等角写像の族の中で, maximal dilatation が最小になるものをもとめる” という問題を考えるための準備として, 問題をすこし変形し, 別の極値問題の解との関係についてのべる.

11. 田村二郎 (東大教養) On analytic mappings.

Riemann 面 R から Riemann 面 S への解析写像を $w = f(z)$ とする. R, S をそれぞれ Fuchs 群 G_R, G_S であらわせば, f は $\{|z| < 1\}$ から $\{|w| < 1\}$ への正則函数であって, つぎの条件をみたす: $z \equiv z' \pmod{G_R} \Rightarrow f(z) \equiv f(z') \pmod{G_S}$. したがって, f は有界函数の一種とみなされる. 例えば, Blaschke の定理と辻の結果を用いると, f の個数函数 $N(r, a)$ は $(1-r)^{-1-\varepsilon} (\varepsilon > 0)$ の位数をこえない. このような f の “有界性” と Sario の結果との関係について述べる.

11. 及川広太郎 (東大教養) リーマン面の接合について

Pfluger の論文 Über die Konstruktion Riemannscher Flächen durch Verheftung, J. Ind. Math. Soc. 24 (1960), 401~412 の 411 頁の最後の行の問題への解答, 結果は否定的である.

12. 赤座 暢 (金沢大理) Schottky 群にかんする -2 次元 Poincaré theta series について

z 平面上に $2p$ 個の互いに素な円 $\{H_i, H'_i\}_{i=1}^p$ を考える. H_i の外部を H'_i の内部にうつす一次変換 $S_i(z)$ ($i=1, 2, \dots, p$) を生成元にする群 G を Schottky 群という. いま $H(z)$ を pole が G の特異点集合に含まれない任意の有理関数とし, G より生成された級数 $\theta(z) = \sum_{\sigma} H(z_i) dS_i(z)/dz$ を G の -2 次元 Poincaré theta series という. この級数が定義領域でつねに絶対かつ広義の様に収束するかという問題は未解決である. ここではこの級数が必ずしも絶対かつ広義の様に収束しない Schottky 群の存在を述べて, この Burnside の問題が否定的に解けたことを報告する.

13. 倉持善治郎 (北大理) Gross の定理の逆について

D を z -pl. 内の null-boundary の領域とし, $w=f(z)$ を D 内の正則関数とする. $z=f^{-1}(w)$ をその逆関数, $z=f^{-1}(w_0)$ を正則要素とする. w_0 を中心として Gross の star domain を作り A を $|w|=1$ 上の特異集合の射影とすると, Gross の定理 (M. Tsuji による拡張) によれば A は測度零の F_σ -set である. ここでは上の結果がある意味で十分であることを示す. A を $|w|=1$

特 別 講 演

栗田 稔 (名大工) 複素空間の解析写像における第 1 主定理について

1. m 次元空間の領域 D を m 次元の微分多様体 M の中へ写すとき, $M \ni a$ なる点 a の被われる度数を考察し, これによって M 自身がどの程度被われるかを研究するのが, 第 1 主定理の目標といえよう. Chern はこれについて, M が Riemann 空間の場合に, つぎのことを基本として研究を進めている.

M は compact な Riemann 空間とし, 全体積を c , 体積素片を Ω として, 一点 $a \in M$ に関してつぎのような関数 u を考える:

(i) u の Laplacian form $d(*du) = \frac{1}{c} \Omega$;

(ii) Σ_a を点 a のまわりの立体角の素片とすると, a の近傍の点 x では,

$$*du = -\frac{1}{I_{m-1}}(1+\varepsilon)\Sigma_a;$$

ここに, I_{m-1} は $m-1$ 次元の単位球面の表面積, また, $x \rightarrow a$ のとき $\varepsilon \rightarrow 0$.

いま, 別の空間に領域 D をとり, その M 内への微分可能な写像 f を考え, D の境界は regular (Stokes の公式が適用できるという意味での), $M \ni a$ に対し

上の任意の測度零の F_σ -set とするとき, w -pl. 上の null-boundary で planar character の covering surface R を次の条件をみたすようにできる: R は A をある star domain の特異集合の $|w|=1$ 上の射影である. なお, これに関する他の問題もふれる.

14. 佐藤大八郎 (Univ. of Saskatchewan) 無限位数の整函数の増大度について

報告の主題は, 有限位数の整函数の位数と型を巾級数の係数から計算する公式を, 無限位数の整函数へ拡張することにある. 定義と記号については, 数学 14 巻 2 号 p. 95 § 2, p. 102 補題 2 参照. 定理. 第 q 種の整函数 $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ の $\lambda_{(q)}$ と $\kappa_{(q)}$ ($q=2, 3, 4, \dots$) は, 次の式で与えられる: (1) $\lambda_{(q)} = \limsup_{n \rightarrow \infty} n \cdot \log^{(q-1)} n + (-\log |a_n|) = \lambda$; (2) $\kappa_{(q)} = S_{(q)} \cdot \limsup_{n \rightarrow \infty} |a_n|^n \cdot \log^{(q-2)} n$. ここに $S_{(2)} = 1/(e\lambda)$, $S_{(q)} = 1$ ($q \geq 3$) である. ここで $q=2$ (有限位数) とすると (1), (2) は位数 $\lambda_{(2)}$ と型 $\kappa_{(2)}$ を与えるよく知られた公式になるが, その場合の (2) の係数 $S_{(2)} = 1/(e\lambda)$ は $q=2$ の場合にのみ, 例外的にでてくる係数である. この公式 (1), (2) を有型型函数の場合に拡張することは, かなり難問にみえる. 乞情報.

$f^{-1}(a)$ は D の内部にあって有限個とし, $\int d(*du)$ に Stokes の定理を適用すると, 結局

$$(1) \quad n(a, D) + \int_{\partial D} *du = \frac{1}{c} v(D).$$

ここで, $n(a, D)$ は D が a を被う度数, $v(D)$ は $f(D)$ の M における代数的な体積である.

(1) が Chern のいわゆる第 1 主定理で, これが以後の考察の基本となる. とくに, D が compact のときは, (1) から

$$(2) \quad n(a, D) = \frac{1}{c} v(D)$$

となり, すべての点 a について被う度数は一定である.

2. つぎに, M を複素射影空間 P_n とし, その計量をふつう行なわれるように Fubini の計量 (holomorphic constant curvature 1 のケーラー空間) にとった場合を考える. この空間は, $n=1$ とすると Riemann 球になっている.

この P_n の計量は, 一点 a ($t=0$ に対応) をもとにして,

$$(3) \quad dS^2 = dt^2 + \left(\frac{1}{2} \sin 2t \cdot \theta\right)^2 + \sin^2 t \cdot d\sigma^2$$

と分解される. ここに, θ は 1 次微分式, $d\sigma^2$ は点 a の polar plane P_{n-1} のケーラー計量で, $dS^2 = \sum_{a=1}^{n-1} \omega^a \bar{\omega}^a$

とおくとき, $d\theta = i \sum_{a=1}^{n-1} \omega^a \wedge \bar{\omega}^a$. そして,

$$(4) \quad ds^2 = \theta^2 + d\sigma^2$$

が単位球面上のリーマン計量になっていて, その体積素片を θ とすると, θ は (3) の $t=0$ なる点 a での立体角素片になる.

このことを利用すると, 第 1 節の (i), (ii) をみたす u は,

$$(5) \quad u = \frac{1}{I_{2n-1}} \left(-\log \sin t + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k \sin^{2k} t} \right)$$

で与えられることがわかる.

3. 複素ユークリッド空間を C_n , その P_n 内への解析写像を f とする. いま, C_n で原点を中心とする半径 r の球を考え, これに (1) を適用する. そして,

$$N(a, D_r) = \int_{r_0}^r \frac{n(a, D_r)}{r^{2n-1}} dr, \quad T(r) = \int_{r_0}^r \frac{v(D_r)}{r^{2n-1}} dr,$$

$$J = \int_{r_0}^r \left(\frac{1}{r^{2n-1}} \int_{\partial D_r} *du \right) dr$$

とおくと,

$$N(a, D_r) = \frac{1}{c} T(r) - J.$$

この式から, 複雑な計算の結果, $r > r_0 (= \text{const})$ として,

$$(6) \quad N(a, D_r) < \frac{1}{c} T(r) + \int_{r_0}^r \left(\frac{1}{r^{2n}} \int_{\partial D_r} v B \theta \right) dr$$

となる. ここに, θ は C_n 内での体積素片,

$$v = -\frac{1}{I_{2n-1} \sin^{2n-2} t} \left(\log \sin t + \sum_{k=1}^{n-1} (-1)^k \frac{1}{k} \cdot n \cdot C_k \cos^{2k} t \right) (> 0)$$

であり, また B は次のようなものである. いま, C_n の計量を $dl^2 = \sum_j dz^j d\bar{z}^j$ とし, 写像 f によって, (3) の dS^2 が

$$f^*(dS^2) = a_{jk} dz^j d\bar{z}^k$$

となるとすれば, $a_{jk} (= \bar{a}_{kj})$ は C_n 上のテンソルの成分で, その $n-1$ 次の主座行列式の和は unitary frame のとり方に関係しない. これが B である. $\det(a_{jk}) \neq 0$ のときは, (a_{jk}) の固有値を $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ とおけば,

$$B = \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \cdots + \frac{1}{\lambda_n} \right)$$

となる. (6) を使って, 次の定理を証明することができ

る.

定理. (Chern) C_n の P_n 内への解析写像 f について, C_n の原点中心, 半径 r の球を D_r とし,

$$T(r) = \int_{r_0}^r \frac{v(D_r)}{r^{2n-1}} dr, \quad U(r) = \int_{D(r)-D(r_0)} \frac{B}{r^{2n}} \theta dr$$

を考える. $r \rightarrow \infty$ のとき,

$$(7) \quad T(r) \rightarrow \infty, \quad U(r) = o(T(r))$$

ならば, $f(C_n)$ の補集合は測度 0 である.

証明. $f(C_n)$ の特性函数を $\rho(a)$ ($a \in P_n$) とし, P_n の不変測度を da とおいて, (6) の両辺に $\rho(a) da$ をかけて P_n 全体で積分すると,

$$\int_{P_n} n(a, D_r) \rho(a) da = v(D_r)$$

であることと,

$$\int_{P_n} v da$$

が収束し, 点 $z \in D(r) - D(r_0)$ に無関係な数 (k とおく) であることから,

$$(8) \quad T(r) < \frac{b}{c} T(r) + k U(r) + \text{const.}$$

ここに,

$$b = \int_{P_n} \rho(a) da = \int_{f(C_n)} da.$$

それで $b < 1$ とすれば, (8) は仮定に矛盾することがわかる. (証終)

この定理の条件 (8) がどのような場合に成り立つかについては, 筆者にはよくわからない.

参 考 文 献

- [1] S. S. Chern, The integrated form of the first main theorem for analytic mappings into complex projective space. Ann. of Math. 71 (1960), 536-551.
- [2] S. S. Chern, Holomorphic mappings of complex manifolds. L'Enseignement Math. 7 (1961), 176-187.
- [3] 栗田 稔, ケーラー多様体の解析写像. (第 8 回微分幾何学シンポジウム講演要旨) (1962), 1-6.
- [4] H. I. Levine, A theorem on holomorphic mappings into complex projective space. Ann. of Math. 71 (1960), 552-56.

5 月 25 日

15. 菊地敬造 (東海大理), 松浦省三 (群馬工専), 加藤定雄 (神奈川大工) On some results in several complex variables.

多変数函数論において, Bergman kernel function $k_D(z, \bar{z})$ およびこれにより作られる

$$T_D(z, \bar{z}) \left(\equiv \frac{r^2}{2t^* z} \log k_D(z, \bar{z}) \right)$$

の重要性はよく知られている. われわれはこれらの $k_D(z, \bar{z})$, $T_D(z, \bar{z})$ を用いて得られる諸種の invariants, および representative domains, minimal domains,

normal domains 等一連の canonical domains に関する二、三の結果について述べる。

16. 田代倣章(教育大理) Bergman metric の holomorphic curvature について

有界領域 $D(\subset C^n)$ に対する核函数 $K(z, \bar{z})$ から導かれる Bergman metric

$$ds^2 = dz^* T(z, \bar{z}) dz \quad \left(T(z, \bar{z}) = \frac{\partial^2 \log K(z, \bar{z})}{\partial z^* \partial \bar{z}} \right)$$

は、領域によって一意に定まる Kähler metric である。したがって holomorphic curvature

$$R = - \frac{(u \times u)^*(E_n \times T)(\partial/\partial z^*) (T^{-1} \partial/\partial \bar{z}) (u \times u)}{(u \times u)^*(T \times T)(u \times u)}$$

が考えられる。これは正則写像に対して不変である。このとき最小値問題より、 $R < 2$ であることは知られている。単連結な有界領域においては、つねに負であるらしい。ここで、analytically homogeneous domains: (1) unit hypersphere ($|z|^2 < 1$), (2) polycylinder ($|z_i|^2 < 1, i=1, \dots, n$), (3) complex-sphere ($|z'\bar{z}| < 1, 1-2|z|^2 + |z'\bar{z}|^2 > 0$) について、 R はそれぞれ、(1) $R_1 = -2/(n+1)$, (2) $-1 \leq R_2 \leq -1/n$, (3) $-2/n < R_3 \leq -1/n$.

このことから、 $n \geq 2$ のとき unit hypersphere から、polycylinder と complex-sphere への正則写像は存在しないことがわかる。

17. 尾野 功(教育大理) 多変複素空間のリーマン球面への射影とその回転について

複素次元 n の空間 C_n の任意の点 $z=(z_1, \dots, z_n)'$, ($z_k = x_{2k-1} + ix_{2k}$; $k=1, \dots, n$) を実次元 $2n+1$ のユークリッド空間のリーマン球面 $\sum_{k=1}^{2n+1} X_k^2 = 1$ 上の点に、球面上の極 $(0, \dots, 0, 1)$ から射影すれば、つぎの関係が得られる:

$$X_k = \frac{2x_k}{\sum_{k=1}^{2n+1} x_k^2 + 1} \quad (k=1, \dots, 2n),$$

$$X_{2n+1} = \frac{\sum_{k=1}^{2n} x_k^2 - 1}{\sum_{k=1}^{2n} x_k^2 + 1}.$$

つぎにこの球面を回転し、その球面上の点を複素次元 n の第2の空間 C_n' の点 $w=(w_1, \dots, w_n)'$ に射影するとき、 C_n の定点 $a=(a_1, \dots, a_n)'$ が、 C_n' の原点に写される変換の一般形は次のようになる:

$$w = \frac{U\{(1+|a|^2)E + a(z-a)^*\}(z-a)}{1+a^*z + z^*a + |a|^2|z|^2}.$$

ここに、 $|a|^2 = \sum_{k=1}^n |a_k|^2$, $a^* = (\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_n)$, U は $\det U = 1$ の n 次のユニタリ行列、 E は n 次の単位行列である。この変換は、 a の反形点 $-a/|a|^2$ のみを w 空間の ∞ 点に写し、 $n=1$ のとき、 $w = e^{i\theta}(z-a)/(1+\bar{a}z)$

と変形されホロモルフィックである。なお、これに関する不変式に言及する。

18. 尾崎繁雄(教育大理), 樋口禎一(教育大理) On value distribution of holomorphic mappings in several complex variables.

Chern と Levine (Ann. of Math. 71 (1960)) は C_n の k 次元複素射影空間 $P^k(C)$ ($k \geq n$) への holomorphic mapping に関して、一変数の有理型函数論における Nevanlinna の第一主定理を拡張した。ここでは $w = (w_1(z_1, \dots, z_n), \dots, w_n(z_1, \dots, z_n))'$ を C^n の単位超球 D_z から C^n の中への Jacobian ($\det \partial w / \partial z$) が恒等的には0でない holomorphic mapping とする。その像領域 D_w の任意の点 a に対して、 $w^{-1}(a) \cap D_z$ は孤立点の集合とし、 $w^{-1}(a) \cap D_z$ を空集合とする。このとき複素 n 変数の holomorphic mapping に関する平均値定理(すなわち第一主定理)を述べる。

18. 尾崎繁雄(教育大理), 樋口禎一(教育大理) On star-like and convex-like mappings in several complex variables.

Jacobian positive な mapping $w=w(z, \bar{z})$ に関して一変数函数論における star-like と convex-like function の拡張を述べる。領域 D_z として単位超球を選び、" $w=w(z, \bar{z})$ による像領域 D_w の境界上の w とその外法線 N とのなす角 $((w, N))$ が $0 < (w, N) < \pi/2$ のとき、 $w=w(z, \bar{z})$ を原点に関して star-like mapping と呼び、また像領域 D_w とその接超平面がつねに一点のみを共有するとき、 $w=w(z, \bar{z})$ を convex-like mapping と呼ぼう”。この $w=w(z, \bar{z})$ が star-like であるための必要十分条件は

$$\begin{pmatrix} z \\ \bar{z} \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} \\ \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} & \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} w \\ \bar{w} \end{pmatrix} > 0.$$

特に、 $w=w(z)$ が pseudo-conformal mapping の場合には、微分形式の比

$$\frac{(d' - d'') \log |w| \wedge [d'' d' \log |w|]^{n-1}}{(d' - d'') \log |z| \wedge [d'' d' \log |z|]^{n-1}}$$

が positive であることが、star-like なることと同値であり、必要十分条件は $\Re\{z^*(\partial w / \partial z)^{-1} w\} < 0$ だけとなる。さらに $w=w(z)$ が convex-like であるための必要十分条件について述べる。

20. 曾根徳順(山梨大学芸) C^n の非凸領域における函数系の単葉性について

前回述べた C^1 における函数の単葉性の十分条件の一つを C^n の場合に拡張し、それを利用して、 C^n の $|Z| < 1$ における函数(系)の二次導函数による単葉性の十分条件(尾崎, 尾野, 梅沢: 二次導函数について, 教大数学研究録, 2巻, 6, 7号, 1955)を C^n の領域(凸とは限らない)で $p(\geq 2)$ 次の導函数のノルムを制限する場合に拡張する。

21. 大西英一(京大教養) 内分岐をもつ有限葉正則領域について

複素多変数の空間の上の、内分岐をもつ有限葉の正則領域は、必ずしも正則凸状ではないが、正則凸状性に似たある種の性質(正則領域であるための必要条件)をもつ。

22. 笠原乾吉(中央大理工) 解析函数の接続に関する Hartogs の定理について

C^n ($n \geq 2$) 内の単一閉曲面 S で囲まれた領域 D があるとき、その境界 S の近傍において1個正則な函数は D 全体で1個正則になる。この定理は Hartogs-Osgood の定理として有名であり、Osgood の教科書に証明があるが、不完全な点があると思われる。Stein 多様体においても同様の定理がなりたつことを、Hartogs-Osgood の方法を修正し、Stein 多様体の C^n への埋蔵定理を用いて示したい。

23. 梶原肇二(金沢大理) 一般のチューブ領域について

チューブ領域に関する Stein の定理の一般化を考え、実 n 変数 x または y の空間をそれぞれ R_x^n または R_y^n とする。複素 n 変数 $z = x + \sqrt{-1}y$ の空間を C_x^n とするとき、 $A \times B = \{x + \sqrt{-1}y; x \in A, y \in B\}$ を一般のチューブと呼ぶ。このとき次の諸命題を順に証明することができる。(イ) 領域 $A \subset R_x^n$ が凸でなければ、十分大きな a に対して $A \times \{y; -a < y_j < a\}$ は正則領域でない。(ロ) $A \times \{y; a_j < y_j < b_j\}$ が正則領域でなければ、 $d_j - c_j \leq b_j - a_j$ に対して、 $A \times \{y; c_j < y_j < d_j\}$ は正則領域でない。(ハ) 一般のチューブ領域は、それが凸のときに限り正則領域である。(ニ) $A \times \{y; a_j < y_j < b_j\}$ の正則被は一般のチューブ領域である。(ホ) 一般のチューブ領域の正則被はその凸被に一致する。

24. 小川枝郎(阪市大理) Sur le balayage pour des ensembles analytiques.

Cartan は Newtonian potential の balayage theory において初めて任意集合への内掃散、外掃散なる概念を導入した。一方、Fuglede は新しく consistent kernel と perfect kernel を定義し、集合の inner capacity, outor capacity について主に論じ、局所コンパクト空間 E の perfect normal の仮定の下にそれらの capacitability について考察した。この講演では perfect kernel に関する potential において内掃散、外掃散と μ -capacity を定義し、Choquet の capacitiability に関する主定理の応用によって domination principle の仮定の下に K -analytic set への balayability について論ずる。

来る 11 月末開催予定の第6回函数論シンポジウム(会場・大阪府立大学工学部)については目下準備中; 御参加を歓迎します。