相対境界 $\partial\Omega_n \cap D$ は D 内のただ1つの閉解析曲線からなる；(iii) $\cap_{n=1}^{\infty}\Omega_n=\phi$. 2つの列 $\{\Omega_n\}$ と $\{\Omega'_n\}$ は任意の h に対して，$\Omega_m\subset\Omega'_n$, $\Omega'_m\subset\Omega_n$ となる m が存在するとき equivalent という．D の境界成分は $\{\Omega_n\}$ の equivalent class として定義される．$\Gamma=\cap_{n=1}^{\infty}\overline{\Omega}_n$ はふつうの定義による境界成分と一致する．いま，$w=f(z)$ を D から平面領域 D' への位相写像とする．上の定義から f は D と D' の境界成分の間の 1:1 対応を与えることがわかる．この意味で f による Γ の像を $f(\Gamma)$ で表わす．

$f(z)$ を D で定義された任意の単葉解析函数とする．そのとき D の境界成分 Γ をつぎのように分類する (Sario[13]): (1) $f(\Gamma)$ がつねに1点ならば，Γ を weak という；(2) $f(\Gamma)$ がつねに連続体ならば，Γ を strong という；(3) Γ が weak でも strong でもなければ，unstable といい，weak と strong をいっしょにして stable という．

当然つぎの問題が起る：(A) 1点からなる境界成分が与えられたとき，それが weak か unstable かをきめる；(B) 連続体からなる境界成分が与えられたとき，それが strong か unstable かをきめる．

$z=0$ を含む領域 D 内で正則単葉で $f(0)=0$, $f'(0)=1$ かつ $f(\Gamma)$ が $f(D)$ の外境界である函数 $f(z)$ の族を $\mathfrak{F}_\Gamma$ とする．つぎに，$\mathfrak{F}_\Gamma$ に関する functional を定義する (Rengel [11]):

$$R(\Gamma)=\mathrm{snp}_{f\in\mathfrak{F}_\Gamma}m(f),\quad (m(f)=\min_{w\in f(\Gamma)}|w|);$$
$$r(\Gamma)=\inf_{f\in\mathfrak{F}_\Gamma}M(f),\quad (M(f)=\max_{w\in f(\Gamma)}|w|).$$

容易に $R(\Gamma)<\infty\Rightarrow\Gamma$ strong, $r(\Gamma)=\infty\Leftarrow\Rightarrow\Gamma$ weak がわかる．

Sario [14] は任意の open な Riemann 面上で適当に functional を定義し，その extremal problem を解決した．そして capacity を定義し，それを用いて weak の概念を拡張した．その上，strong の問題をも extremal method により取り扱った．平面領域の場合に，この extremal problem と $r(\Gamma)$, $R(\Gamma)$ の関係が求められる．weak については，local property であること，擬等角写像で不変な性質であることは知られているが，strong については現在まだわかっていない．問題 (A) については，Grötzsch [6] の判定条件のほかに，Γ が weak なるための extremal length を用いた判定条件 (Jurchescu [7]), modulus を用いた判定条件 (Savage [15], Oikawa [10]) が知られている．これらを用いることにより，特殊領域の境界成分の weak, unstable が調べられる (Oikawa [10], Akaza [1], [2])．他方，strong については，上のような有効な判定条件は現在のところ知られていない．われわれは僅かな例によって，非常に制限された領域について，$R(\Gamma)<\infty\Leftarrow\Rightarrow\Gamma$ strong が成立し，その境界成分について，問題 (B) が解決されることを知るのみである (Oikawa [10])．したがって，strong については，今後の研究にまたねばならぬことが多い．

文　献

[1] Akaza, T., On the weakness of some boundary component. Nagoya Math. J. **17** (1960), 219-223.

[2] Akaza, T., and K. Oikawa, Examples of weak boundary components. Ibid. **18** (1961), 165-170.

[3] Denneberg, H., Konforme Abbildung einer Klasse unendlich-vielfach zusammenhängender schlichter Bereiche auf Kreisbereiche. Ber. Verh. Sächs. Akad. Wiss Leipzig. Math.-Nat. Kl. **84** (1932), 331-352.

[4] Fischer, A., Über die konforme Abbildung symmetrischer unendlich vielfach zusammenhängender schlichter Bereiche. Jena (1915).

[5] Georgi, K., Über die konforme Abbildung gewisser nichtsymmetrischer unendlich-vielfach zusammenhängender schlichter Bereiche auf Kreisbereiche. Jena (1915).

[6] Grötzsch, H., Eine Bemerkung zum Koebeschen Kreisnormierungsprinzip. Ber. Verh. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig. Math-Nat. Kl. **87** (1935), 319-324.

[7] Jurchescu, M., Modulus of a boundary component. Pacific J. Math. **8** (1958), 791-809.

[8] Koebe, P., Über die Uniformisierung beliebiger analytischer Kurven, III. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen (1908), 337-358.

[9] Koebe, P., Über die konforme Abbildung endlich- und unedlich-vielfach zusammenhängender symmetrischer Bereiche. Acta Math. **43** (1922), 202-287.

[10] Oikawa, K., On the stability of boundary components. Pacific J. Math. **10** (1960), 263-294.

[11] Rengel, E., Existenzbeweise für schlichte Abbildungen mehrfach zusammenhängender Bereiche auf gewisse Normalbereiche. Jber. Deutsch. Math.-Verein. **45** (1935), 83-87.

[12] Sario, L., Capacity of the boundary and of a boundary component. Ann. Math. **59** (1954), 135-144.

[13] Sario, L., Stability problems on boundary components. Proc. Conf. Anal. Func., Princeton (1957), 55-72.

[14] Sario, L., Strong and weak boundary components. J. Analyse Math. **5** (1958), 389-398.

[15] Savage, N., Weak boundary components of an open Riemann surface. Duke Math. J. **24** (1957), 79-96.

東京 K.K. 小葉印刷所

1962
JUNE

日　本　数　学　会

昭　和　37　年　度　年　会

講　演　ア　ブ　ス　ト　ラ　ク　ト

函　　数　　論

時……　6　月　2　日　・　3　日

所……　東　京　大　学　理　学　部

2　日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 14**
	13.20 ～ 14.40	普通講演	**15 ～ 20**
	15.40 ～ 16.40	特別講演	
3　日	10.00 ～ 11.40	普通講演	**21 ～ 26**
	13.00 ～ 14.00	特別講演	

6 月 2 日

1. 坂口杲一（奈良学芸大）**函数が p 葉であるための十分条件について**

小川氏による p 葉条件: "$|z|\leqq r$ で正則かつ $f(z)\cdot f'(z)\neq 0\ (0<|z|\leqq r)$ なる函数 $f(z)=z^p+\cdots$ が，一つの実数 k と $|z|=r$ の任意の弧 C に対して $\int_C[d\arg df(z)+kd\arg f(z)]>-\pi$ を満足するならば，$f(z)$ は $|z|\leqq r$ で p 葉である" を，k が複素数の場合にまで拡張し，それから導かれる二三の p 葉条件について述べる．特別な場合として，次の単葉条件が得られる: 単連結領域 D が原点を含み，かつ境界 C が $\Re k\geqq -1$ なる複素数 k に対して，$d\arg dz+d\arg z^k\geqq 0\ (z\in C)$ を満たす滑かな曲線であるとする．(k が実数のときは，C は原点に関して星状である.) $f(z)=z+\cdots$ が閉領域 $\bar{D}$ で正則で，$\Re[e^{ic}f'(z)(f(z)/z)^k]>0,\ z\in\bar{D}$，ならば，$f(z)$ は $\bar{D}$ において単葉である．

2. 安倍　斉（愛媛大工）**On some analytic functions in an annulus.**

昨秋の学会講演で，単位円内単葉有理型函数に関する Montel-Bieberbach の定理を mean univalent の場合へ超越直径の考えにより拡張した．今回は円環内単葉有理型函数について Montel-Bieberbach 型の sharp な結果を証明する．方法は symmetrization による．これに関連して mean univalent の場合について考える．次に前回講演の補足として単位円の場合に pole を explicit に定めたときの結果についてのべる．

3. 曾根徳順（山梨大）**或る種の積分で表わされた函数の単葉性について**

$w=f(z)=z+\cdots$ は $|z|<1$ で正則単葉で，$|z|<1$ を領域 D の上に写像する．D^* は D を含む単連結領域で，さらに J. Math. Soc. Japan **13** (1961), p. 106 に定義されている性質 U を $\varphi=\varphi(D^*)$ でもつ．f の逆函数 f^- は D^* で正則，D^* を単連結領域 D^*_-（必要ならば Riemann 面上にとる）の上に写像する．$p(z,\theta)$ は $z\in D^*_-$, $\theta\in[a,b]$ で連続，θ を固定するとき，D^*_- において z の正則函数である．$\psi(\theta)$ は $[a,b]$ で単調，区間全体では定数でない．以上の仮定があるとき，ある $0\leqq\alpha\leqq 2\pi$ とすべての $z\in D^*_-$, $\theta\in[a,b]$ に対して $\alpha+\varphi<\arg p(z,\theta)<\pi+\alpha-\varphi$, $\varphi<\pi/2$ ならば $F(z)=\int_a^b d\psi(\theta)\cdot\int_0^z p(\zeta,\theta)f'(\zeta)\,d\zeta$ は D^*_- で正則単葉である．なお，この型の二三の定理にふれる．

4. 曾根徳順（山梨大）**凸型，星型函数の一般化について**

梅沢，小川氏の単葉性判定条件をやや一般化して，次のように定義する．Γ を $z=z(t)$, $a\leqq t\leqq b$ である有向正則弧とし，$w=f(z)$ を Γ 上で正則，$f'(z)\neq 0$ とする．$\varphi(w)$ は実数値をとる一価函数で，$\varphi(f(z(t)))$ は t で微分可能とする．このとき $a\leqq t_1<t_2\leqq b$ のような任意の t_1, t_2 に対して $\Big[h\arg df(z(t))+k\varphi(f(z(t)))\Big]_{t_1}^{t_2}\geqq -\alpha$ なら，$f(z)$ は Γ 上で $(h, k\varphi;\ \alpha)$-convex であるという，ここで $h\geqq 0$, $k\gtreqless 0$, $\alpha\geqq 0$ は定数，arg は一価連続なようにとる．この定義を用いた定理として例えば領域 D で $F(z)=cf'(z)g(z)/g'(z)$, c は任意の複素定数 $(\neq 0)$ であるとき，$f(z)$ が D 内の等高線 $|g(z)|=$一定 ($\arg g(z)=$一定) の上で $(h, 0;\ \alpha)$-convex なら，$F(z)$ は対応等高線上で $(0, h\arg f;\ \alpha)$-convex であり，逆も成立する．

5. 佐藤大八郎（東海大）**L. Bieberbach の定理の誤りについて（整数値整函数について）**

L. Bieberbach は，Arch. Math. **4** (1953), p. 23 で，次の定理を述べた: 整函数 $f(z)$ とそのすべての高階導函数が $z=0, 2, \cdots, k-1$ の k 個の点で整数値をもつならば，これは有理整函数か，または $\limsup_{r\to\infty} M(r)\cdot\exp(-r^k)\geqq 1$ である．この定理の正しくないことは，$k=4$ の場合の $f(z)=\exp(z(z-1)(z-2)(z-3)/2)$ よりもわかるが，一般の場合に，反例とそれについての意見をのべる．任意の order $\rho\geqq k$，または order $\rho=k$, type $\sigma\geqq\sigma_c=[V(1, 1, \cdots, k)]^{-2/k}$ をもつ連続無限個の超越函数が上記 Bieberbach の条件を満たす．ここに $V(x_1, \cdots, x_n)=\Pi_{i<j}(x_j-x_i)$ は Vandermonde 行列式とする．これに反して order $\rho<k$，または order $\rho=k$, type $\sigma<\sigma_c$ なる超越整函数で上記条件を満たすものは（もしあるとしても）高々可算個しかない（予想としては無いといいたい)．定理の訂正を紹介する．

6. 佐藤大八郎（東海大）**Straus 氏の予想への反例と，それに関連した事（整数値函数について）**

E.G. Straus は Proc. Amer. Math. Soc. **2** (1951), p. 27 で次の予想問題を提出した: 整函数（解析函数）と，そのすべての高階導函数が，すべての（または無限に多くの）整数値（ガウス整数値）において整数値（ガウス整数値）をとるならば，この函数は有理整函数である．この予想に対して反例を上げ，かつそれについて意見をのべる．反例は，$f(z)=f_1(\sin(\pi z))+\cos(\pi z)\cdot f_2(\sin(\pi z))$ という形の超越整函数を，$f^{(n)}(l)$ $(n=0, 1, 2, \cdots;\ l=0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$ がすべて正数値になるようにつくってゆく．これによって $r>r_0$ で $M(r)\leqq\exp(\exp(r^{(1+\varepsilon)}))$, $\varepsilon>0$ なる超越整函数をつくり得た．一方，ある $\varepsilon<0$ で上記関係を満たすような超越整函数は存在しないことが証明されるので，この意味において，上記反例は最良例である．$M(r)\leqq\exp(\exp((\pi+\varepsilon)r))$, $\varepsilon>0$ における値 π が最良値であるか，そうでないならば，どこまで下げ得るかは，今のところわからない．

7. 一松　信（立大理）**解析函数の多項式近似における次数と打ち切り誤差**

各種の解析函数を多項式で近似する古典的な問題は，近年電子計算機による函数計算という実用上の要請から新しく見直され始めた．実軸上の区間においては Taylor 展開よりも Tchebycheff 展開のほうが有利である．同程度の精度（打ちきり誤差）をうるのに前者で n 項，後者で m 項を要するとすると，n が大きいとき，ごく大体の目安として，次の関係式が示される: 1) 展開中心から $R(>1)$ の距離に特異点があるとき $m\sim n(\log R/\log 2R)$（区間の長さ 1); 2) 位数 ρ $(0<\rho<\infty)$ の整函数の場合 $m\sim n(\log n/\log 2^{\rho}n)$．もっと詳しい結果をうるには，展開係数 a_n の漸近式 $(n\to\infty)$ に関する情報が必要である．超幾何函数および合流型超幾何函数（とくに初等函数）に対して吟味し，Maehly の報告 (UNESCO/NS/ICIP/Al, No. 12) の裏づけを試みる．

8. 木村郁雄（神戸大理）**対数的ポテンシャルについて**

高次元空間における対数的ポテンシャルについて，B. Fuglede が研究をしているが，平面上のときとは大分異なった状態になる．ここでは特に複素二次元の場合の様子を一，二のべる．

9. 二宮信幸（阪市大理）**α 次ポテンシャルに対する最大値原理について**

$m(\geqq 3)$ 次元空間において，測度 μ の α 次ポテンシャル $U^{\mu}_{\alpha}(x)=\int|x-y|^{-\alpha}d\mu(y)$ を考えるとき，次の最大値原理が成立つことを昨秋報告した: α を $m-2\leqq\alpha<m$ なる数，μ を α 次エネルギー有限な正の測度，ν を任意の正の測度とするとき，μ の台の上で $U^{\mu}_{\alpha}(x)\leqq U^{\nu}_{\alpha}(x)$ ならば，$0<\beta\leqq m-2$ なるすべての β に対して，全空間で $U^{\mu}_{\beta}(x)\leqq U^{\nu}_{\beta}(x)$ が成り立つ．ここで，β の範囲を $0<\beta\leqq\alpha$ にまで拡げることができるであろうと予想したが，じっさいにそうであることを主張する．

10. 二宮信幸（阪市大理）**ポテンシャル論における最小変分の方法について**

$K(x, y)$ を正，下半連続，$x=y$ では $+\infty$ を許す対称核，$f(x)$ をコムパクト F の上で正，有限，上半連続な函数とするとき，F 上に正の測度 μ を与えて，(1) F 上高々 K-容量 0 を除いて $U^{\mu}(x)\geqq f(x)$, (2) μ の台上では $U^{\mu}(x)\leqq f(x)$ となるようにできる．ただし $U^{\mu}(x)$ は μ の K-ポテンシャルである．この事実は，Gauss の最小変分の理論の不正確な点を修正した Frostman の考えをより一般化することによって，亀谷氏によって得られたものである．Gauss の最小変分の理論は対称核に対してのみ有効であるので，非対称核に対しても最小変分の理論が有効であるような手段をもつことによって，亀谷氏の上の結果を得たいと思う．

11. 宇野利雄（日大理工）・**洪 姙 植**（お茶大理）**Screening について（第 3 報）**

capacity の果す役割を考察する一つの実例として，ある境界でかこまれた有限領域に対する電気しゃ断の問題を考えてきた．ここにこの境界には導体の壁の部分とその間に開いた窓の部分とがあって，窓の部分からは外界の擾乱の入りこむ可能性が考えられるものである．前回の報告ではポテンシャル論のいくつかの基本定理をつかって，窓の部分の capacity を C とするとき，形内の点 P におけるポテンシャル $u(\mathrm{P})$ が $u(\mathrm{P})<C/r$ で評価されることを示した．ここに r は P から窓の部分にいたる最短距離である．この評価にのみたよればしゃ断はもっぱら窓の部分の広さにのみ関係するように見えるが，窓の部分の測度と壁の部分の測度の比が一定であっても両者がこまかく入りまじっているときは，上の評価とは全く別なメカニズムで形内に擾乱の入りこまないことを境界が円であるときの二次元問題について示す．

12. 梶原壌二（金沢大理）**Stein 多様体における領域の不正則量について**

昨秋の学会にて，C^n の領域に不正則量なるものを考え，領域の不正則性がやはり或る種の局所的性質をもつことを発表した．こんどはそれらが Stein 多様体の領域に対しても同様に成り立つことを示す．用いるのは，

Pocquier-Grauert の Stein 多様体の imbedding に関する定理，彼等の Stein 多様体における Levi の問題および Oka の C^n の上の領域における Levi の問題である．

13. 笠原乾吉（中央大理工）**解析的集合の既約性について**

解析的集合はある点で既約でも，その点のいくらでも近くに可約な点が存在しうる．$z_1^2-z_2^2z_3=0$ の原点などは有名な例である．D を C^n の領域，M を D の解析的集合とする．M の既約な点であって，しかも可約な点の集積点になっているような点全体の集合を S とする．最近，一松先生は，$n=2$ のときは $S=\phi$ であることを示された．この事実は，次の定理のように一般化される．**定理．** S の閉包 $\bar{S}$ は D の解析的集合であり，$\bar{S}$ の各点Pにおいて $\dim_P \bar{S} \leqq \dim_P M-2$ がなりたつ．もし M が純次元的ならば，等号が成立する．——S の閉包をとる理由は，$z_4(z_1^2-z_2^2z_3)=0$ または $z_4^4-2z_3^2z_4^2+z_3^4(1-z_1^2z_2)=0$ などによってわかる．

14. 佐藤昭一（九大理）**有理型函数のイデアルについて**

$\mathfrak{O}$ を n 変数の巾級数のなす環，K をその商体とする．K の二元 α, β を用いて，K に新しい operation $\otimes$, $\oplus$ を $\lambda\oplus\mu=\lambda+\mu-\alpha$, $\lambda\otimes\mu=\alpha+\{(\lambda-\alpha)(\mu-\alpha)(\beta-\alpha)^{-1}\}$ で定義する．このとき K は $\oplus$, $\otimes$ に関してふたたび体になる．これを $K_{\alpha\beta}$ で表わす，K の一次変換 $\chi_{\alpha\beta}(t)=(t-\alpha)(\beta-\alpha)^{-1}$ は $K_{\alpha\beta}\to K$ の isomorphism を与える．$\chi_{\alpha\beta}^{-1}(\mathfrak{O})=\mathfrak{O}_{\alpha\beta}$ とおき，$\mathfrak{O}_{\alpha\beta}$ の $\oplus$, $\otimes$ に関する ideal を (α, β)-ideal または一般に L-ideal と呼ぶことにする．ここでは一松氏の fractional ideal の sheaf に関する所論を L-ideal の sheaf に移すことについて述べたい．

15. 広海玄光（教育大理）**On a criterion for regularity.**

$z=\infty$ にのみ集積点をもつ閉解析曲線群で囲まれた平面領域 Ω を考える．$\{\gamma_i\}$ を Ω 内の $z=0$ と $z=\infty$ とを分かつ閉解析曲線の列で，$z=\infty$ に収束するものとする．このとき $z=\infty$ が Dirichlet 問題の正則点であるための必十条件は，任意にとった上記の $\{\gamma_i\}$ に対して $\lim \omega_i(z)/D_i(\omega_i)=0$ となることである．ここに $\omega_i(z)$ は，γ_i の内部と Ω との共通部分 Ω_i に対する γ_i の調和測度 $\omega(z;\ \gamma_i,\ \Omega_i)$ で，$D_i(\omega_i)$ は $\omega_i(z)$ の Ω_i 上での Dirichlet 積分である．

16. 吹田信之（東工大）**Dielectric Green's function について**

n 個の解析曲線でかこまれた平面領域を $\tilde{D}(\tilde{D}\ni\infty)$, $(\bar{\tilde{D}})^c=\sum_{j=1}^n D_j$, $\partial\tilde{D}=C=\sum C_j$ とする．M. Schiffer により定義された dielectric Green's function $g_\varepsilon(z,\ \zeta)$ をつぎの形に一般化する：$\varepsilon=(\varepsilon_1,\ \cdots,\ \varepsilon_n)$, $\varepsilon_j>0$ として，a) $g_\varepsilon(z,\ \zeta)$ は $z=\zeta$, $z=\infty$ を除いて全平面で連続，かつ $\tilde{D}$ および $D_j\ (j=1,\ \cdots,\ n)$ で調和；b) $\zeta\ni\tilde{D}$ なら $g_\varepsilon(z,\ \zeta)+\log|z-\zeta|$ は $z=\zeta$ で調和，$\zeta\in D_j$ なら $g_\varepsilon(z,\ \zeta)+\varepsilon_j \log|z-\zeta|$ が $z=\zeta$ で調和，さらに $g_\varepsilon(z,\ \zeta)+\log|z|\to 0\ (z\to\infty)$; c) C_j 上で $\partial g_\varepsilon(z,\ \zeta)/\partial n_z+\varepsilon_j\partial g_\varepsilon(z,\ \zeta)/\partial\tilde{n}_z$．これを用いて，恒等写像を通って混合型の截線領域同志を結ぶ n-parameter の写像函数の族の存在を示す．さらに有限リーマン面上の dielectric Green's function についてものべる．

17. 阪井　章（阪府大）**リーマン面上の $(F,\ G)$-解析的微分の存在について**

任意のリーマン面 R 上に特異点を(留数の和が0の条件のもとに）与えて $(F,\ G)$-解析的微分を求める問題は (F,G) に条件：$\bar{F}\cdot G>0$ がみたされているとき，Weyl の直交射影の方法が解析的な場合と殆んど平行に用いられることを示す．証明は調和函数に相当するものとして微分方程式：$(\sigma u_x)_x+(\sigma u_y)_y=0\ (\sigma>0)$ の解の性質を利用する．

18. 赤座　暢（金沢大理）**Schottky group の singular set について**

z 平面上で互いに外部にある $2n$ 個の円 H_1, H_1'; H_2, H_2'; $\cdots$; H_n, H_n' によりかこまれた領域を B とする．$H_i\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ の外部を $H_i'\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ の内部にうつす一次変換を $S_i(z)$ とする．かような $S_i(z)\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ により生成される一次変換群 G は B を基本領域とする Schottky group といわれる．いま $^\forall S(z)\in G$ に対して $E=(|z|\leqq\infty)-\cup_{S\in G}S(B)$ は totally disconnected でいたるところ疎である perfect set であることが知られている．この E を G の singular set という．E の Hausdorff の意味の一次元の長さ $m(E)$ については殆んど知られていない．ここでは $m(E)=0$ になるための条件についてのべる．

19. 斎之内義一（京工繊大）**開いた Riemann 面上の Riemann の period relation について**

開 Riemann 面の canonical region による近似 $\{F_n\}$ に関する canonical homology basis を $\{A_n,\ B_n\}$ とする．各 F_n の境界を含む環状領域の harmonic modulus を μ_n とするとき，$\sum\mu_n=\infty$ ならば Γ_h に属する differential に対して period relation が成り立つことが知られている (Kusunoki)．ここでは harmonic modudus の minimum の和が発散するとき，Γ_{hse} に対して period relation が成立することが示される．また近似 $\{F_n\}$ が canonical でないとき，特別な homology basis を選べば，Ahlfors の得た結果の一つの拡張が得られる．

20. 榛本浩一（阪府大教養）**あるリーマン面上での近似問題について**

R_g を種数 g の閉リーマン面，$R_g^{O_1,O_2}$ を R_g の2点 O_1, O_2 で穴をあけた subsurface とする．$R_g^{O_1,O_2}$ 上の領域(必ずしも有界でなく．$\bar{G}$ の補集合が空でないとする）G とその部分閉集合 C が与えられている．C が Mergelyan の条件Bをみたすとする．さらに C が O_2 に cluster しないならば G で定義された holomorphic な函数 $f(p)$ は $R_g^{O_1,O_2}$ で holomorphic な函数 $g(p)$ で一様に近似され，かつ p が C にそって $R_g^{O_1,O_2}$ の境界に近づくとき $|g(p)-f(p)|\Rightarrow 0$ である．この結果はさらに領域の個数が可付番個の場合にもすこし条件をつければ拡張できる．しかし R_g^O 上での同じ問題については ここでのべる証明は利用できない．R_g^O 上での Carleman 連続体の特性化の問題は未解決であると思われる．
参照：Л. И. Волковыский: Некторые Вопросы Теории Аналитических и Квазианалических Функций на Римановых Поверхностях. ИССЛЕДОВАНИЯ ПО СОВРЕМЕННЫМ ПРОБЛЕМАМ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО. (1960), 402—405.

特　別　講　演

Marcel Brelot (Univ. Paris)　Comparative study of some axiomatic researches concerning equations of elliptic and parabolic type and potential theory.

6　月　3　日

21. 楠　幸男（京大理）**グリーン空間のノルム環による完閉化**

グリーン空間を R，その Martin 空間を $\hat{R}$，境界 $\hat{R}-R$ の minimal な部分を Δ_1 とする．函数 1 を表わす Martin の canonical measure を χ とし，R 上の函数族 $\mathfrak{S}$ を次のように定義する：$f\in\mathfrak{S}$ は有界連続で，$f=Tf+\varphi$ という表現をもつ．ここに Tf は R 上で調和で，φ は Δ_1 上で χ 測度0の集合を除いて pseudo-limit 0 をもつ函数である．Naïm の結果から f のこのような分解は一意的であり，優調和函数や $\hat{R}$ 上の連続函数(R への制限)はすべて $\mathfrak{S}$ に属する．$\mathfrak{S}$ に sup ノルムを入れると $\mathfrak{S}$ はノルム環になる．これに位相を入れて R の完閉化 R^*，調和境界 Δ^* を定義する．R^* は距離空間にはならないが，Δ^* 上に函数を与えて Dirichlet 問題を論ずることができる．これより $Tf=\int_{\Delta^*}fd\mu$ とかけることがわかる．その他，Δ^* と Δ_1 との対応について二，三注意する．

22. 中井三留（名大理）**単位円内有理型函数の一性質**

単位円内有理型函数が，ある種の条件(特に境界条件)のもとに定数になることを主張する型の定理がたくさんあるが，ここでは従来のものとは大変異質であると思われる境界条件で有理型函数が定数になるという次の結果を報告する．**定理：** $f(z)$ を単位円内有理型函数，E を単位円周上の測度正の集合とする．もし E の各点 $e^{i\theta}$ において $\lim_{n\to\infty}\sup_{z\in S_n(\theta)}|f(z)-\alpha|=0$，ただし α は固定された定数で，$S_n(\theta)=\{z;\ a_{2n+1}<|z-e^{i\theta}|<a_{2n},\ |z|<1\}$, $a_n=\exp(-\exp n\pi)$ とするならば，$f(z)$ は単位円内で恒等的に α となる．証明にはリーマン面のロイデン完閉化の理論を使う．また，上記定理の一般化についても付言する．

23. 倉持善治郎（北大理）**リーマン面上の正則函数の境界上の状態に就いて**

R を正境界をもつリーマン面とし，$N(K)$-Martin のトポロジーが定義されているものとし，$w=f(z)$; $z\in R$, は w 球面上に値を落とす正則函数とする．G を R 内の領域で p を $N(K)$ approximately に含むものとする．a) $w=f(z)$ が F-type ならば $M(p)=\cap_i\overline{f(G_i)}$ は調和量零の集合を除けば1点よりなる；b) $w=f(z)$ による R の球面面積有限ならば容量零を除いて $M(p)=\cap_i f(G_i)$ は一点よりなる．a), b) はそれぞれ Fatou, Beurling の

定理の拡張で，しかも殆んど同じ方法で証明される．a) は Constantinescu の定理に似ている．

24. 大津賀 信（広島大理）鏡像に関する極値距離について

上半面内の有界領域を D，その境界に含まれる実軸上のある(一次元)開集合を E，E に関する D の鏡像に D と E とを加えて得られる領域を $\hat{D}$ とする．閉上半平面内にあって $\hat{D}$ と共通点をもたぬ集合を X_1，X_2，おのおのの鏡像と併せて得られる集合をそれぞれ $\hat{X}_1$，$\hat{X}_2$ とする．このとき $\hat{X}_1$，$\hat{X}_2$，の $\hat{D}$ に関する極値距離は，X_1，X_2 の D に関するそれの半分に等しいことを示す．もし X_1，X_2 が閉集合ならば，それらは $\hat{D}$ と共通点をもってもよい．この結果は，Pacific J. Math. **10** (1960), p. 268，脚注 2 に出された及川の問題に肯定的に答えている．

25. 大津賀 信（広島大理）等角写像論における Lindelöf の定理の拡張について

等角写像論において，次の事実は Lindelöf の定理としてよく知られている．単連結領域 D が $w=f(z)$ により単葉等角に $|w|<1$ に写像され，D の境界要素 P が w_0 に対応するとき，w_0 における円内の角領域内からの集積値集合はPの主点の集合と一致する．他方，Pの主点が1点 z_0 からなる場合には，角領域に限らず，円内のある小さい集合の外部から w_0 に近づくとき，$f^{-}(w)$ は z_0 に収束することが知られている．われわれはPの主点が1点より多いときにもこれと同様なことが言えるかどうかということを問題とする．

26. 及川広太郎（東大教養）開リーマン面上の第一種アベル微分について

開リーマン面上でノルム有限な第一種アベル微分を論ずるのに，O_{HD}，O_{KD}，や O_{AD} の仮定が単に便宜的なものであるかか否かをしらべたい．基準ホモロジー基 $\{A_n, B_n\}$ を与えたとき，閉リーマン面においては A 周期のない第一種アベル微分はすべて零であるが，われわれは開リーマン面において A 周期のない微分 $\varphi\in\Gamma_{as}\cap\Gamma_{hse}$ がすべて零になるのはいかなる場合かをしらべる．この問題に関しては，$\Gamma_{he}\cap\Gamma^*_{hse}\subset\Gamma^*_{he}$ の成り立つリーマン面，すなわち一価調和 Dirichlet 有限な函数の共役はもし dividing cycle に沿って周期がないならばあらゆる cycle に沿っても周期がないようなリーマン面，が重要なのではないかと思われる．以上において記号は Ahlfors-Sario の本の第5章にしたがった．

特 別 講 演

林 一道（東工大）リーマン面の境界について

開リーマン面上の適当な函数族によってその境界を定義し，それを利用して面上の種々な函数の性質ないしはその一般化として，二つのリーマン面間の conformal map の性質を研究することは既に幾多の人々によって行なわれてきた([9], [10], [11], [12], [16], [17], [20], [21])．ここでは面上の有界調和函数を用いて定義される境界について，昨年度秋季例会で報告したこと [5] およびその後得られた結果についてお話したい．

S を開リーマン面，$HB(S)$ を S 上の一価有界調和函数全体のつくるベクトル束とすると，表現定理（[22]）により $HB(S)$ の極大イデアルの空間 S^*(これを S の‘境界’とよぶ)上の連続函数のつくるベクトル束 $C(S^*)$ と $HB(S)$ の間に線型束同型対応 π がある．($S\in O_G$ のときは $HB(S)=\{0\}$ と規約し，$S^*=\phi$ となる．) また，G を余集合が non-polar な S の(連結とは限らぬ)開部分集合，$H_0B(G)$ を ∂G (の正則点) で0になる G 上の一価有界調和函数全体とすると，$HB(S)$ から $H_0B(S)$ 上への線型束準同型対応および $H_0B(G)$ から $HB(S)$ 中への線型束同型対応の存在が知られており（[1], [2]），これらを利用して G の境界 G^* を定義し S^* の一部分と identify できる．

$S+S^*$ の点 p の基本近傍系として次のようにとる：i) $p\in S$ のときは S 中の p の基本近傍系，ii) $p\in S^*$ のときは $\{G+G^*\}$，ここに G は $p\in G^*$ なる開集合全体にわたる．この位相により $S+S^*$ は Hausdorff 空間になり，S は $S+S^*$ 中で dense，S^* は compact となる．S^* 上の open かつ closed set と S 上の generalized harmonic measure が一対一に対応し，Mori の定理（[15], [18]）ないしその Matsumoto による一般化（[14]）がみちびかれる．

さらに $p\in S$ のとき，$\mu_p(f^*)=(\pi f^*)(p)$ $(f^*\in C(S^*))$ によって S^* 上に全質量1の正 Radon 測度 μ_p が定義され（μ_p-測度0とか，μ_p-可積とかの性質は p によらないので，必要ないときは p を省略する)，S 上の quasi-bounded function にはその極限値として S^* 上の μ-可積な $\pm\infty$ もとれる連続函数が一対一に対応する．さらに一般に S 上の連続非負優調和函数は S^* の各点で極限値をもち，その境界値函数は greatest harmonic minorant の quasi-bounded part のそれと一致する．

次に二つのリーマン面間の conformal map の boundary behaviour に関しては Constantinescu-Cornea [3], Doob [4], Heins [8], Parreau [19] などの研究があるが，これらに対応するものとして次の諸結果が得られる．

φ: $R(\notin O_G)\to S$ を conformal map (1対1とは限らぬ)，$\{S_n\}$ を S の exhaustion とするとき，$HB(\varphi)\equiv\{f|f\in HB(R),\ T_{\varphi^{-1}(S_n)}f=0,\ n=1, 2, \cdots\}$ とおき（[3]），$HB(\varphi)$ の maximal ideal できまる R^* の部分集合を R^*_φ とかくと，$R^*-R^*_\varphi$ は $\sum\{\varphi^{-1}(S_n)\}^*$ の開包となり $\mu(R^*-R^*_\varphi-\sum\{\varphi^{-1}(S_n)\}^*)=0$ である．

φ が Lidelöfian map（[7]）ならば，$p\to p^*(\in R^*)$ のとき $\varphi(p)$ は S の一点に tend するか，S の ideal boundary に tend するかであって，φ は $R+R^*_\varphi+\{\sum(\varphi^{-1}(S_n))^*\}$ から $S+S^*$ 中への continuous map に extend される．特に $S\in O_G$ ならば $R^*_\varphi=\phi$ でなければならない．また G を S の開集合とするとき，G から S 中への identity map を φ にとれば，G^* は G 自身を面と考えたときの G の境界の一部分で，したがって G 上の連続非負優調和函数が G^* の各点で極限値をもつこともわかる．

$A^*\subset\sum\{\varphi^{-1}(S_n)\}^*$ かつ $\mu(A^*)>0$ ならば $\varphi(A^*)$ は capacity 0 の compact set に含まれないという形の Riesz の定理が成立するので，p^* が R^* の孤立点ならば $p^*\in R^*_\varphi$ である．

φ が locally type-Bl（[6]）だと Matsumoto（[13]）によって $R^*_\varphi=R^*$ となるので，次の形で Matsumoto の定理の一般化がのべられる：

$S\in O_G$, $G\subset R$; $G^*(\neq\phi)\subset R^*_\varphi$ ならば $\varphi(G)$ は高々 polar set を除いて S を cover する．

文 献

[1] Ahlfors, L. V., and L. Sario, Riemann Surfaces. Princeton (1960).

[2] Constantinescu, C., and A. Cornea, Über den idealen Rand und einige seiner Anwendungen bei der Klassifikation der Riemannschen Flächen. Nagoya Math. J. **13** (1958), 169—233.

[3] Constantinescu, C., and A. Cornea, Über das Verhalten der analytischen Abbildungen Riemannscher Flächen auf dem idealen Rand von Martin. Nagoya Math. J. **17** (1960), 1—87.

[4] Doob, J. L., Conformally invariant cluster value theory. Illinois Math. J. **5** (1961), 521—549.

[5] Hayashi, K., Sur une frontière des surfaces de Riemann. Proc. Jap. Acad. **37** (1961), 469—472.

[6] Heins, M., On the Lindelöf principle. Ann. Math. **61** (1955), 440—473.

[7] Heins, M., Lindelöfian maps. Ann. Math. **62** (1955), 418—446.

[8] Heins, M., Functions of bounded characteristic and Lindelöfian maps. Proc. Internat. Cong. Math., Edinburgh, (1958), 376—388.

[9] Kuramochi, Z., On the ideal boundary of abstract Riemann surface. Osaka Math. J. **10** (1958), 83—102.

[10] Kusunoki, Y., and S. Mori, On the harmonic boundary of an open Riemann surface, I. Jap. J. Math. **29** (1959), 52—56.

[11] Kusunoki, Y., and S. Mori, On the harmonic boundary of an open Riemann surface, II. Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto ser. A **33** (1960), 209—233.

[12] Martin, R. S., Minimal positive harmonic functions. Trans. Amer. Math. Soc. **49** (1941), 137—172.

[13] Matsumoto, K., On subsurfaces of some Riemann surfaces. Nagoya Math. J. **15** (1959), 261—274.

[14] Matsumoto, K., An extension of a theorem of Mori. Jap. J. Math. **29** (1959), 57—59.

[15] Mori, A., On the existence of harmonic functions on a Riemann surface. J. Fac. Sci. Univ. Tokyo ser. I, **6** (1951), 247—257.

[16] Mori, S., On a compactification of an open Riemann surface and its application. J. Math. Kyoto Univ. **1** (1961), 21—42.

[17] Nakai, M., A measure on the harmonic boundary of a Riemann surface. Nagoya Math. J. **17** (1960), 181—218.

[18] Parraeu, M., Sur les moyennes des fonctions harmoniques et analytiques et la classification des surfaces de Riemann. Ann. Inst. Fourier **3** (1951), 103—197.

[19] Parreau, M., Fonction caractéristique d'une application conforme. Ann. Fac. Sci. Univ. Toulouse **19** (1956), 175—189.

[20] Royden, H. L., Harmonic functions on open Riemann surface. Trans. Amer. Math. Soc. **73** (1952), 40—94.

[21] Schark, I. J., Maximal ideals in an algebra of bounded analytic functions. J. Math. Mech. **10** (1961), 735—746.

[22] 吉田耕作，線型作用素．岩波 (1943).

Symposium on Potential Theory が Prof. M. Brelot の参加をえて6月4日と5日 箱根宮の下共済会保養所で行なわれます.

第五回函数論シンポジウムは7月16日と17日に山形大学で開催される予定です. 奮って御参加ください. (YK)

東　京
K.K. 小薬印刷所

1962
OCTOBER

日本数学会

昭和37年度秋季例会

講演アブストラクト

函　数　論

時…… 10 月 13 日 ・ 14 日

所…… 名古屋大学 教養部 東山校舎

13 日	10.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 5**
	13.30 ～ 15.00	特別講演	
14 日	10.00 ～ 12.00	普通講演	**6 ～ 12**
	13.30 ～ 14.30	特別講演	