1961
OCTOBER

日 本 数 学 会

昭 和 36 年 度 秋 季 例 会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函　数　論

時……　10 月 13 日 ・ 14 日

所……　京 都 大 学 理 学 部

13 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 12**
	13.00 ～ 13.45	普通講演	**13 ～ 15**
	14.00 ～ 15.00	特別講演	
14 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**16 ～ 26**
	13.00 ～ 14.00	特別講演	

1. 安倍 斉（愛媛大工）**On mean 1-valent and meromorphic functions.**

単位円内 mean 1-valent (Biernacki の意味での) かつ meromorphic な函数 $f(z)=z+a_2z^2+\cdots$ を考える．(i) まず univalent な場合に知られている結果のうちで代表的な Montel-Bieberbach の定理がこの場合にも成立することを示すために，つぎの定理を証明する．定理．$g(z)=1/z+b_0+b_1z+\cdots$ は $0<|z|<1$ で正則かつ mean 1-valent な函数とする．$g(z)$ による $|z|<1$ の像領域を D_g とする．円周 $|w|=r$ は D_g によって完全に cover されないものとする．かかる r の集合を S_r とする．S_r の上限を b，下限を a とすれば，S_r は一つの connected set からなり，$b-a\leqq 4$．——これよりただちに一般化された Montel-Bieberbach の定理が得られる．(ii) さらに $|a_2|$ の評価，$f(z)$ に関する歪曲定理等についてのべる．

2. 小川庄太郎（奈良学芸大）**ある種の k 葉条件について**

$f(z)$ が単一連結閉領域 $\bar{D}_z$ で正則，周 C_z 上で $f'(z)\neq 0$ とする．$\varphi(w)$ は w の一価函数とする．条件 $\int_{C_z} d\arg df(z)=2p\pi$ の下において，もし C_z の t 個の任意の弧 $l_1, l_2, \cdots, l_t$ に対して

$$\sum_{i=1}^{t}\int_{l_i}(d\arg df(z)+d\varphi(f(z)))>(t-2(k-p+1))\pi$$

が $t=1,2,\cdots,k-p+1$ のすべての場合について成り立つならば，$f(z)$ は $\bar{D}_z$ で高々 k 葉である．——以上の主定理から，尾崎，梅沢の結果のある種の拡張が得られること，また，有理型函数についても，これと同様の結果が得られることを示す．

3. 西宮 範（芝浦工大）**帯状領域で正則な函数について**

帯状領域 $|\Im z|<\pi/2$ で $|\Im f(z)|<\pi/2$ をみたす函数 $f(z)$ に関する積分表示をみちびく．それを用いて，角微係数に対応する定理を得る．すなわち，任意の $\alpha\,(0<\alpha<\pi/2)$ に対して，非負の定数 c が存在して，$|\Im z|\leqq\alpha$ において $\Re z\to\infty$ のとき一様に $f(z)-z\to c$, $de^{f(z)}/de^z\to c$, $(e^z)^{n-1}d^ne^{f(z)}/(de^z)^n\to 0\ (n=2,3,\cdots)$ が成り立つ．特に $c>0$ のときは，後の二つから $f'(z)\to 1$, $f^{(n)}(z)\to 0\ (n=2,3,\cdots)$.

4. 古関健一（岡山大理）**単葉函数の係数について**

先に発表した論文「単葉函数の係数について」に誤りがあったので，計算を仕直したことを話す．論文の方程式(32)を解けば

$$\Im\Big[\kappa^2(s)e^{-2s}+\kappa(s)e^{-s}\int_\infty^0 2\kappa(s_1)e^{-s_1}ds_1\Big]=0 \quad (n=2\ \text{のとき}),$$

$$\Im\Big[\kappa^n(s)\cdot ne^{-ns}+\sum_{i=2}^{n}\Big\{\sum_{p_1=i}^{n}p_1\sum_{p_2=i-1}^{p_1-1}p_2\cdots$$
$$\sum_{p_{i-1}=2}^{p_{i-2}-1}p_{i-1}\Big(\kappa^{n-p_1+1}(s)(n-p_1+1)e^{-(n-p_1+1)s}$$
$$\int_\infty^s 2\kappa^{p_1-p_2}(s_2)e^{-(p_1-p_2)s_2}\int_\infty^{s_2}\cdots$$
$$\int_\infty^{s_{i-1}}2\kappa^{p_{i-1}-1}(s_i)e^{-(p_{i-1}-1)s_i}ds_i\cdots\ ds_2$$
$$+\kappa^{p_1-p_2}(s)(p_1-p_2)e^{-(p_1-p_2)s}$$
$$\int_\infty^s 2\kappa^{p_2-p_3}(s_3)e^{-(p_2-p_3)s_3}\int_\infty^{s_3}\cdots$$
$$\int_\infty^{s_{i-1}}2\kappa^{p_{i-1}-1}(s_i)e^{-(p_{i-1}-1)s_i}ds_i\cdots$$
$$ds_3\int_s^0 2\kappa^{n-p_1+1}(s_1)e^{-(n-p_1+1)s_1}ds_1+\cdots$$
$$+2\kappa^{p_{i-1}-1}(s_i)(p_{i-1}-1)e^{-(p_{i-1}-1)s}$$
$$\int_s^0 2\kappa^{n-p_1+1}(s_1)e^{-(n-p_1+1)s_1}$$
$$\int_s^{s_1}2\kappa^{p_1-p_2}(s_2)e^{-(p_1-p_2)s_2}\int_s^{s_2}\cdots$$
$$\int_s^{s_{i-2}}2\kappa^{p_{i-2}-p_{i-1}}(s_{i-1})e^{-(p_{i-2}-p_{i-1})s_{i-1}}ds_{i-1}\cdots$$
$$ds_2ds_1\Big)\Big\}\Big]=0\quad (n\geqq 3\ \text{のとき})$$

を得る．この積分方程式を研究したことを話す．

5. 小松勇作（東工大）**On the main theorem on angular derivative.**

$f(z)$ を右半面で正の実部をもつ正則函数とする．角微係数に関する Wolff-Julia の定理によって，Stolz の路に沿って $z\to\infty$ のとき，$f(z)/z\to c$, $f'(z)\to c$; ここに c は負でない実数．前回の報告では，この結果を補充して，$z^{n-1}f^{(n)}(z)\to 0\ (n=2,3,\cdots)$ となることを述べた．——今回は任意次数の微分積分の概念を利用して，この結果がさらにつぎの形にまで一般化されることを述べる： p を任意な実数とするとき，$f(z)$ の $-p$ 次の導函数（p 次の積分）$D^{-p}f(z)$ に対して $z^{-p-1}D^{-p}f(z)\to c/\Gamma(p+2)\ (-\infty<p<+\infty)$.

6. 松本幾久二（名大理）**有理型函数の除外値の個数**

z 平面内の totally-disconnected な compact 集合 E の余集合である領域 Ω の正規近似 $\{\Omega_n\}_{n=0,1,2,\cdots}$ は，$\Omega_n-\bar{\Omega}_{n-1}$ の連結成分 $R_{n,k}$ がすべて二重連結であるとする．$u(z)+iv(z)$ を $\{\Omega_n\}$ についてつくった Ω の graph へ Ω をうつす函数とすれば，niveau 曲線 $u(z)=r$ は有限個の単純閉曲線 $\gamma_{r,k}\ (1\leqq k\leqq n(r))$ からなる．$\gamma_{r,k}$ を含む $\Omega_n-\bar{\Omega}_m\ (n>m)$ の型の開集合の二重連結な成分の最長のものの harmonic modulus を $\mu(\gamma_{r,k})$ とし，$\mu(r)=\min_{1\leqq k\leqq n(r)}\mu(\gamma_{r,k})$ とおく．Carleson の方法を用いて，前回にのべた私の結果および Carleson の結果が，つぎのように相当改良される．各 $R_{n,k}$ は高々 ρ 個の $R_{n+1,m}$ に分かれ，$\lim_{r\to\infty}\mu(r)=+\infty$ なら，E に少なくも一つの真性特異点をもつ Ω の有理型函数は，高々 $\rho+1$ 個の値を除き，すべての値を Ω 内で無限回とる．

7. 水本久夫（岡山大理）**On the valence of a meromorphic function on an abelian covering surface.**

W を任意なリーマン面，f を W 上の有理型函数とする．f の valence ν_f を $\nu_f(w)=\sum_{f(p)=w}n(p;f)$ によって w 平面上の函数として定義する．ここで $n(p;f)$ は p における f の multiplicity である．本講演では，valence が有界な非定数有理型函数を許容するアーベル被覆面 $W\in O_G$ の特性について述べる．

8. 林 一道（東工大）**開リーマン面のある種の boundary について**

S を任意の開リーマン面とするとき，S 上の一価有界調和函数全体 $HB(S)$ は完備なベクトクル束をなすことが知られている．そこでベクトル束の表現定理を適用すると，$HB(S)$ はその極大イデアルの空間 S^* 上の連続函数全体 $C(S^*)$ と同型になる．さらに，$S+S^*$ に適当に位相をいれて S^* を S の boundary と考えることができる．この S^* の性質についてのべ，またこれをつかって $HB(S)$ の函数のいくつかの既知の結果が説明されることを示す．

9. 林 一道（東工大）**F. and M. Riesz の定理について**

p を開リーマン面 S 上の一点とするとき，前述の同型対応 $\varphi: HB(S)\to C(S^*)$ によって，$\mu_p(f^*)=(\varphi^{-1}f^*)(p)\ (f^*\in C(S^*))$ として S^* 上に Radon measure μ_p が定義される．この μ_p をつかって "S 上の AB-function F が S^* の μ_p-measure 正の集合上で定数極限値をもつならば $F\equiv$const である" という F. and M. Riesz の定理の成立することを示し，その応用について述べる．

10. 中井三留（名大理）**方程式 $\Delta u=Pu$ について，IV**

$P\equiv 0$ の場合と $P\not\equiv 0$ の場合とで解空間の性質に本質的と思われる相違が出ることがある．その例としては，$P\not\equiv 0$ の場合に O_G に相当するものがないというミルベルグの定理，あるいは小沢の定理等が代表的なものである．未発表の例を一つあげれば，$PP(R)$ を正解全体，$PP(R-\bar{R}_0)$ を $R-\bar{R}_0$ 上の正解で ∂R_0 上零なもの全体とするとき，$P\not\equiv 0$ ならば $PP(S)\simeq PP(R-\bar{R}_0)$．このような相違の生ずる原因の大部分を説明できると思うつぎの不等式をのべる：

$$\iint_{R_0}Pvdxdy\leqq\int_{\partial R_0}\frac{\partial u}{\partial\nu}ds,$$

ここに u を $R_1-\bar{R}_0$ 上の解で $u\geqq 0$ かつ ∂R_0 上 $u=0$ とし，v は $\bar{R}_1$ 上の解で ∂R_1 上 $u=v$ とする．

11. 中井三留（名大理）**H_∞ 境界について**

U を単位開円板，$\bar{U}$ を単位閉円板，C を単位円周，H_∞ を U 内の AB 函数全体の上限ノルムによるバナッハ空間，U^* を H_∞ の極大イデヤル空間，したがって $U\subset U^*$ とし，$\Gamma=U^*-U$ を U の H_∞ 境界とよぶ．すると，U^* から $\bar{U}$ 上への連続写像 π で U^* 内の U から $\bar{U}$ 内の U への恒等写像となるものが存在する；ただし $\pi^{-1}(U)=U$．各 $f\in H_\infty$ に対し $\{f(p);\ p\in\pi^{-1}(e^{i\theta})\}=D_U(f,e^{i\theta})$ となることをのべる．この一応用として，$f_1,f_2,\cdots,f_n\in H_\infty$ が $\sum|f_k|\geqq\delta>0$ かつ $\cap_{k=1}^{n}C_U(f_k,e^{i\theta})\not\ni 0$ がすべての $e^{i\theta}\in C$ に対して成立すれば，不定方程式 $f_1g_1+f_2g_2+\cdots+f_ng_n=1$ が H_∞ 内で解けることが直ちにわかる．

12. 中井三留（名大理）**ロイデン境界の応用**

R をリーマン面；R^*, Γ, Δ をそれぞれ R のロイデン完閉化，ロイデン境界およびその正則部分（調和境界），また μ を Γ 上の正規測度とする．1 [ルージン・プリバロフ型定理]．$E\subset\Gamma$ かつ $\mu(E)>0$; G を R の開集合でその R^* 中の閉被 $\bar{G}$ が E の近傍になっているとする．f を G で有理型で E の各点で連続的境界値零をもつとする．すると，f は G で恒等的零である．2. R を特に閉リーマン面 F の部分面，$\bar{R}$ を F 中の R の閉被とする．R^* は $\bar{R}$ のつぎの意味での「被覆面」$(R^*, \pi, \bar{R})$ として表現できる．π は R^* から $\bar{R}$

の上への連続写像で R^* 中の R から $\overline{R}$ 中の R への恒等写像である．このとき，(イ) $\pi^{-1}(p)\cap\Delta\neq\phi\rightleftarrows p$ が $\overline{R}-R$ の正則点集合の閉被に入る；(ロ) $E\subset\overline{R}-R$ の調和測度正 $\rightleftarrows\mu(\pi^{-1}(E))>0$. ——これらの応用例を二三のべる．

13. **森　真一**（立命大理工）**On a compactification of an open Riemann surface and its application.**

$R\notin O_G$ なる開リーマン面 R のある compactification とその応用について述べる．R の普遍被覆面 R^∞ を単位円板 K: $|z|<1$ に等角写像する．K から R への等角変換を T とする．R 上の連続有界な実数値函数を f とし，$\lim_{r\to1}f\circ T(re^{i\theta})$ が linear measure zero を除いて存在するような f の全体を $\mathfrak{F}$ で示す．$\mathfrak{F}$ は $\|f\|=\sup_R|f|$ でノルム環をつくる．$\mathfrak{F}$ の部分族として，$\mathfrak{F}_0=\{\phi;\ \phi\circ T(e^{i\theta})=0\ (\text{a.e.})\}$ および $\mathfrak{F}_c=\{\varphi;\ \varphi$ の carrier compact$\}$ をとる．$\mathfrak{F}$ の極大イデアルからつくられる compact Hausdorff space を $R_{\mathfrak{F}}{}^*$ で示す．R は $R_{\mathfrak{F}}{}^*$ の中に密にかつ open に写る．また，$\mathfrak{F}$ は HB と $\mathfrak{F}_0$ の直和となっている (Royden の分解に対応する)．Royden の調和境界に対応するものは，$\mathfrak{F}_0$ を含む極大イデアルの集合 $\Delta_{\mathfrak{F}}$ である．有界な劣調和あるいは優調和函数と $\Delta_{\mathfrak{F}}$ との関係が存在する．また $\Delta_{\mathfrak{F}}$ に Carathéodoy 外測度を導入し，Nakai の canonical measure とこの外測度との関係が得られる．Parreau の HP-function の分解をわれわれの立場から得ることができる．

14. **辻　良平**（芝浦工大）**On deformable map of a Riemann surface.**

リーマン面 R が，自分自身の中への一価等角写像において無限小変換を含むとき，R は deformable であるという．Heins は，特別な簡単な場合を除けば，R が deformable であるための必要十分条件は，$R\in O_{AB}$ であることを証明した．この証明には Lindelöfian map が使われているが，それほどの大道具は不要に思われるので，その別証を述べる．

15. **阪井　章**（阪大理）**リーマン面上の準解析的微分及び函数について**

リーマン面 R 上で generating pair (F,G) が与えられたとき，pure differential φ に対して operator $T\varphi=\mathrm{Re}(F^*\varphi)-i\,\mathrm{Re}(G^*\varphi)$ を考える．$T\varphi$ が closed であるとき，φ は (F,G)-differential という．Bers は閉じた面の場合に Abel differential と同じ理論が組立てられることを述べている．ここでは，一般のリーマン面について R 上の (F,G)-differential および (F,G)-analytic function について述べる．

特　別　講　演

吹田信之（東工大）**Jenkins の係数定理について**

本講演では単葉函数の理論において有用な Jenkins の係数定理について紹介する．

1954 年に発表された Jenkins の一般係数定理 [3] は，彼自身ものべているように，Teichmüller の係数定理 [9] にヒントを得たものであろうが，その考え方は Grötzsch の一連の論文に端を発する extremal metric の方法である．まず，一般係数定理について説明する．

R を有限なリーマン面，$Q(z)dz^2$ をその上で有理型な正の二次微分とし，その二位以上の極を H，一位の極および零点を C とかく．この二次微分の trajectories ($Q(z)dz^2>0$ となっている maximal curves) によって分けられる領域 Δ_j, $j=1,2,\cdots,k$, の admissible family $\{\Delta\}$ [4] に対し，函数 $f_j(z)$, $j=1,2,\cdots,k$, の admissble family $\{f\}$ とは，つぎの条件をみたす函数の集まりである：

(i) $f_j(z)$ は Δ_j を R 内へ等角写像する；

(ii) Δ_j 内にある極 A に対し $f_j(A)=A$;

(iii) $f_j(\Delta_j)\cap f_l(\Delta_l)=\varphi$, $j\neq l$, j, $l=1,2,\cdots,k$;

(iv) A が Δ_j 内の m 位 $(m\geqq2)$ の極ならば A の近傍で $f_j(z)=z+a_{m-3}/z^{m-3}+$ higher powers of z^{-1}; ここに(これ以後も)局所変数は無限遠点の近傍にとる；

(v) $\{f\}$ はそれ自身を恒等写像と結ぶつぎの意味の許容ホモトピー F を許す．ここにホモトピー F とは，連続な $F(P,t)$, $P\in\cup\Delta_j$, $0\leqq t\leqq1$, に対し，(a) $F(P,0)=f_j(P)$, (b) $F(P,1)=P$, (c) $Q(z)dz^2$ の $\cup\Delta_j$ 内の極 P に対し $F(P,t)=P$, (d) R 内の極 S に対し $F(P,t)\neq S$, $P\neq S$, なるホモトピーである．なお，$A\in H$ に対し，$\lim_{p\to A}\Delta_t\arg F(P,t)$ を $d(F,A)$ とかく；

(vi) ホモトピー F は strip domain [4] の境界上にある $A\in H$ については $d(F,A)=0$ にとれる．

そこで一般係数定理はつぎのようにのべられる：

定理．R に正の二次微分 $Q(z)dz^2$, $\{\Delta\}$, $\{f\}$ が与えられているとき，$Q(z)dz^2$ の二位の極を $P_1,\cdots,P_r$, 二位以上の極を $P_{r+1},\cdots,P_n$ とかき，これらの一方は空でないものとする．$P_j\in\Delta_e$, $j\leqq r$ のとき，$f_l(z)$ および $Q(z)$ の最初の展開係数を $a^{(j)}$ および $\alpha^{(j)}$, $j>r$ のとき P_j の位数を m_j として，$f_l(z)$ の z のつぎの展開係数 ((iv)) および $Q(z)$ の最初の展開係数をそれぞれ $a_{m-3}^{(j)}$, $\alpha^{(j)}$ とするとき，

$$\mathrm{Re}\left\{\sum_{j=1}^{r}\alpha^{(j)}\log a^{(j)}+\sum_{j=r+1}^{n}\alpha^{(j)}a_{m_j}\right\}\leqq0.$$

ここに $\log a^{(j)}=\log|a^{(j)}|-id(F,p_j)$ $(j\leqq r)$. ここで等号が成立するとき，つぎの三つの場合に f_l は Δ_l で恒等写像になる．

(i) Δ_l 内に二位以上の極があるとき，(ii) Δ_l の二位の極に対し $a^{(j)}=1$ のとき，(iii) Δ_l 内に一位の極があるとき，または一位の極に終っている trajectory の一点が Δ_l 内にあるとき．

この定理は広用が広く，単葉函数論における主要な結果は適当な二次微分をえらぶことによって，上の定理から証明される [4].

ここではこの定理の簡単な応用として．Teichmüller の係数定理を説明し，さらに円外単葉函数族 $\sum$ に関する一つの歪曲定理をのべる．

他方，Bieberbach の係数問題またはそれから派生した円外単葉函数族 $\sum$ に関する係数問題には，$|a_2|\leqq2$, $|c_1|\leqq1$ を除いて，一般係数定理は使われていない．しかし，Rを球面にとって，上の定理に類似のいくつかの係数定理を使うことによって，これまでに得られたほとんどの結果を系統的に得ることができる．すなわち，$|a_3|\leqq3$ [6]，($|a_2|$, $|a_3|$) の係数領域の決定 [7]，$|b_2|\leqq2/3$ [2, 8]，$|b_3|\leqq1/2+e^{-6}$ [1] などである．これらの結果は 1957 年 Princeton における Conference on Analytic functions において Jenkins 自身によって講演された [5].

最後に，これらの定理を使って係数問題に関する二三の注意をのべる．

文　献

[1] Garabedian, P. R., and M. Schiffer, A coefficient inequality for schlicht functions. Ann. of Math. **61** (1955), 116–136.

[2] Golusin, G. M., Some evalutions of the coefficients of univalent functions. Mat. Sbornik. **3** (1938), 321–330. (Russian)

[3] Jenkins, J. A., A general coefficient theorem. Trans. Amer. Math. Soc. **77** (1954), 262–280.

[4] ———, Univalent functions and conformal mapping. Ergebnisse (1958).

[5] ———, Coefficients of univalent functions. Analytic functions. Princeton Univ. Press (1960), 161–197.

[6] Löwner, K., Untersuchungen über schlichte konforme Abbildungen des Einheitskreises, I. Math. Ann. **89** (1923), 103–121.

[7] Schaeffer, A. C., and D. C. Spencer, Coefficient regions for schlicht functions. Amer. Math. Soc. Colloquium series **35** (1950).

[8] Schiffer, M., Sur un problème d'extrémum de la représentation conforme. Bull. Soc. Math. France **65** (1937), 48–55.

[9] Teichmüller, O., Ungleichungen zwischen den Koeffizienten schlichter Funktionen. Sitzgsber. Preuss. Akad. Wiss., Phys-math. Kl. (1938), 363–375.

10　月　14　日

16. **宇野利雄**（日大理工）・**洪 姙 植**（お茶の水大理）**Screening について**（**第 2 報**）

境界をほとんど導体でかこんで領域内に外部の擾乱が及ばないようにする電気しゃ断の問題について，前回には 2 次元問題の例について予備的考察を試みた．今回は 3 次元の場合につき，Green 函数の適切な一般評価を試みることにより，この現象の解釈を試みた．同様の評価によって $\lambda<0$ の場合の方程式 $\Delta u+\lambda u=0$ の解の場合にも同じような screening の現象の成立することがわかるが，$\lambda>0$ の場合には考えている領域の零境界値問題の固有値が関係し，λ がこの固有値とほとんど等しいときにはしゃ断とは反対に著しい共鳴現象が起り得る．

17. **伊藤順一**（名工大）**右半平面における劣調和函数について**

従来，Phragmén-Lindelöf の境界条件を満足する半平面内の劣調和函数に関しては，Ahlfors-Heins, Lelong-Ferrand, 辻などの研究がある．Riesz および Nevanlinna の有界的函数の理論を応用して，右半平面内の最も一般的な劣調和函数の表現を導き，これを応用して Heins の結果の拡張，および整函数に関する Boas の結果の精密化を試みたい．

18. **小沢　満**（東工大）**On the growth of minimal positive harmonic functions.**

$z=\infty$ にのみ集積点をもちうる閉解析曲線群で囲まれた領域 D に関する $z=\infty$ に極をもつ正調和極小函数 $u(z)$ に対して，一般に $M(r)=\max_{|z|=r}u(z)$ とおくと $0<\delta<M(r)/\log r$ $(r>r_0)$ が成立し，さらに $z=\infty$ が D に関し正則点であるための完全条件は $M(r)/\log r<N$

$<+\infty$ なることである．非正則点であるための完全条件は $\lim_{r\to\infty}(M(r)/\log r)=\infty$ なることである．$f(z)$ は整函数とし，$|f(z)|>a$ $(a>0)$ である領域 D に関して $z=\infty$ が正則点であるための完全条件は，$f(z)$ が多項式なることである．

18. 倉持善治郎（北大理）**Singular points の example**

R を正境界をもつリーマン面とし，R_0 をそのコンパクトな領域とする．$R-R_0$ の一点 p を極とする *Green 函数を $N(z,p)$ とし，それより N-Martin のトポロジーを $R-R_0$ に導入する．p の capacity が正なるとき singular point と呼び，さらに harmonic measure が正或いは零となるにしたがって第二種或いは第一種と呼ぶとする．1) 第二種の点は高々可付番であるが，第一種は連続の濃度をもつ集合となり得る．2) p を singular point，G を p を N-approximately に含む領域とする．p が第二種ならば G 内には球面面積有界な解析函数は存在しないが，p が第一種のときには面積有界な解析函数は存在する．しかし有界葉から G は成立することはできない．

20. 倉持善治郎（北大理）**リーマン面上のポテンシャル class H. N. D. について**

R および $R-R_0$ は前題と同様とする．H. N. D. なるリーマン面の class を考えることと $R-R_0$ で ∂R_0 上で零となる H. D. を考えることとは同等である．$(R-R_0)^\infty$ を $|z|<1$ に写像して singular point p の像を $|z|=1$ 上で 1 となる集合とするとき，つぎのことが得られる．1) Constantinescu の HD indivisible set は第二種の singular point の像でありかつ逆に第二種の singular point の image は HD indivisible set である．2) G を $R-R_0$ の領域とする．G が H. N. D. に含まれる条件を $R-R_0$ のトポロジーで求め得る．——つぎに，R なるリーマン面上のポテンシャル，最大値原理などについて述べる．

21. 野崎安雄（学習院大）**Riemann-Liouville integral of ultrahyperbolic type and its applications.**

2 点 $\mathrm{P}(x_1,\cdots,x_m)$，$\mathrm{Q}(\xi_1,\cdots,\xi_m)$ 間の距離の平方を $r^2_{\mathrm{QP}}=(x_1-\xi_1)^2+\cdots+(x_\mu-\xi_\mu)^2-(x_{\mu+1}-\xi_{\mu+1})^2-\cdots-(x_m-\xi_m)^2$ $(\mu\geqq 1)$ とする．$J^\alpha f(\mathrm{P})=(1/K_m(\alpha))\int_{D^{\mathrm{P}}}f(\mathrm{Q})r^{\alpha-m}_{\mathrm{PQ}}\cdot dQ$, $K_m(\alpha)=\pi^{(m-1)/2}\Gamma((2+\alpha-2)/2)\Gamma(\alpha)\Gamma((1-\alpha)/2)\div\Gamma((2+\alpha-\mu)/2)\Gamma((\mu-\alpha)/2)$ を R.-L. 積分と呼ぶ．また，ラプラシアンは $\Delta\equiv\partial^2/\partial x_1^2+\cdots+\partial^2/\partial x_\mu^2-\partial^2/\partial x_{\mu+1}^2-\cdots-\partial^2/\partial x_m^2$ とする．M. Riesz にならって基本性質を導く：$J^\alpha(J^\beta f(\mathrm{P}))=J^{\alpha+\beta}f(\mathrm{P})$，$\Delta J^{\alpha+2}f(\mathrm{P})=J^\alpha f(\mathrm{P})$，$J^0 f(\mathrm{P})=f(\mathrm{P})$．また，$J^\alpha_{D^{\mathrm{P}}_S}u(\mathrm{P})=J^{\alpha+2}\,\overline{\Delta u,\ du/dn,\ u}(\mathrm{P})$ $=(1/K_m(\alpha+2))\int_{D^{\mathrm{P}}_S}\Delta u r^{\alpha+2-m}_{\mathrm{PQ}}dQ+(1/K_m(\alpha+2))\left\{\int_{S^{\mathrm{P}}}du/dn\cdot r^{\alpha+2-m}_{\mathrm{PQ}}-udr^{\alpha+2-m}_{\mathrm{PQ}}/dn)dS\right\}$ を用いて，$\Delta J^2_* f(\mathrm{P})=J^0_*\overline{f,g,h}(\mathrm{P})=f(\mathrm{P})$，$J^{-2p}\overline{f,g,h}(\mathrm{P})=\Delta^p f(\mathrm{P})$ を導く．——R.-L. 積分を用いて，偏微分方程式 $\Delta u=f$ をみたし，曲面 S 上で $u=g$，$\partial u/\partial n=h$ になる解 u を求めることができる．例として $\mu=2p-1$，$m=2l$ の場合は $u(\mathrm{P})=\Delta^{l-1}(-1)^{p-1}/\{(2l-2)!\,\omega_{2l-1}\}\left[\int_{D^{\mathrm{P}}_S}f(\mathrm{Q})d\mathrm{Q}+\int_{S^{\mathrm{P}}}g(\mathrm{Q})dS+\int_{s^{\mathrm{P}}}h(\mathrm{B})ds\right]$，$\mathrm{B}\in{}_s\mathrm{P}$．

22. 二宮信幸（阪市大理）**ポテンシャル論における最大値の原理について**

$K(x,y)$ および $N(x,y)$ は正で連続，$x=y$ では $+\infty$ をとることが許される函数，K は対称とする．核 K と N に関するポテンシャルを考える．前回の講演で核 K の核 N に対する掃散の原理は，核 K の核 N に対する最大値の原理に同値であることを報告したが，さらにその最大値の原理について調べてみたい．その結果，よく知られた Cartan の最大値の原理を拡張したものが得られることを主張する．$m\,(\geqq 3)$ 次元空間において α 次のポテンシャル $U^\mu_\alpha(x)$ を考える．$m-2\leqq\alpha<m$ なる一つの α に対して，α 次のエネルギー有限な台がコンパクトの正の測度 μ と任意の正の測度 ν に対して，μ の台の上で $U^\mu_\alpha(x)\leqq U^\nu_\alpha(x)$ ならば，$0<\beta\leqq m-2$ なるすべての β に対して全空間で $U^\mu_\beta(x)\leqq U^\nu_\beta(x)$ が成り立つ．

23. 大津賀　信（広島大理）**一般ポテンシャルの局所的性質について**

局所コンパクト空間 Ω 内の一般ポテンシャル $U^\mu(\mathrm{P})=\int\Phi(\mathrm{P},\mathrm{Q})d\mu(\mathrm{Q})$ の局所的性質に関し，一つの問題が残っていた．簡単のため核は正とし，N_{P_0} は点 P_0 の近傍を，S_μ は測度 μ のささえを表わすものとする．$\mathrm{P}_0\in P_c$，$1\leqq c<\infty$，とは，P_0 が孤立点でなく，どの N_{P_0} に対しても，$\mathrm{P}_0\in S_\mu\subset N_{\mathrm{P}_0}$ なる μ が存在して，$\lim_{\mathrm{P}\to\mathrm{P}_0}U^\mu(\mathrm{P})>c\lim_{\mathrm{P}\in S_\mu,\,\mathrm{P}\to\mathrm{P}_0}U^\mu(\mathrm{P})$ をみたすこととする．$\mathbf{P}_\infty=\cap_{c>1}\mathbf{P}_c$ とおく．つぎに $\mathrm{P}_0\in\mathbf{Q}$ とは，どの N_{P_0} に対しても，$S_\mu\subset N_{\mathrm{P}_0}$ で S_μ 上 $U^\mu(\mathrm{P})$ が有界しかし N_{P_0} 内非有界な μ が存在することとする．わかっていたことは $\mathbf{Q}\subset\mathbf{P}_\infty$，問題は $\mathbf{Q}=\mathbf{P}_\infty$？ であった．今回は，もし $\Omega\times\Omega$ の対角線集合の外で核が有限値連続，かつ $\mathbf{P}_\infty$ の各集積点の近傍系は可付番基をもてば，$\mathbf{P}_\infty$ の各点 P_0 に対し，S_μ 上 $U^\mu(\mathrm{P})$ が有限値連続，しかし $\lim_{\mathrm{P}\to\mathrm{P}_0}U^\mu(\mathrm{P})=\infty$ となる μ が存在すること，したがって $\mathbf{Q}=\mathbf{P}_\infty$ となり問題は肯定的に解決されることを報告する．関連した結果にもふれる．

24. 梶原壌二（九大教養）**On the inholomorphic quantity of a region in C^n.**

多変数函数論において正則領域は決定的な役割を果たしその研究は盛んに行なわれている．私は C^n の一般の領域が正則領域とどの位違うかを表わす「不正則量」なるものを考え研究した．例えば，この不正則量は一種の局所的性質をもつ．雑にいえば，C^n の領域が局所的に正則領域とあまり変わらないならば，大局的にも正則領域とあまり変わらない．これは Levi の問題の一種の精密化である．さて，${}^\forall z,\zeta\in C^n$ に対し $d(z,\zeta)\rightleftarrows\sum_{i=1}^n|z_i-\zeta_i|$，${}^\forall D\subset C^n$ に対し，$d_D(z)\rightleftarrows\inf_{\zeta\in\partial D}d(z,\zeta)$ と定義する．${}^\forall\chi\in O_D$ に対し，$D(\chi,\rho)\rightleftarrows\{z;\ z\in D,\ d_D(z)>\rho|\chi(z)|\}$ と定義する．C^n の任意の開集合 D に対し，$D(1,\rho)\supset H\supset D$ をみたす正則開集合 H が存在するような ρ の inf を D の不正則量と呼ぶ．また，D の不正則量を r とするとき，$D(1,r)$ を D の正則部分と呼べば，正則領域に関して成り立つことは，この正則部分に対しても成り立つことが多い．例えば D における Cousin 問題はその正則部分でつねに解ける．

25. 大西英一（京大教養）**三環定理について**

岡先生の Mémoire Ⅷ の三環定理 (Lemme de Cartan) とはつぎの定理である．《$n\geqq 3$ のとき，n 複素変数 $(x_1,\cdots,x_n)$ の空間内でつぎのような三つの単葉領域を考える．Δ_1: $\rho_1<|x_1|<r_1$，$|x_2|<r_2$，$|x_3|<r_3$，$(x_4,\cdots,x_n)\in\mathcal{D}$；$\Delta_2$: $|x_1|<r_1$，$\rho_2>|x_2|<r_2$，$|x_3|<r_3$，$(x_4,\cdots,x_n)\in\mathcal{D}$；$\Delta_3$: $|x_1|<r_1$，$|x_2|<r_2$，$\rho_3<|x_3|<r_3$，$(x_4,\cdots,x_n)\in\mathcal{D}$ $(r_i>\rho_i\geqq 0$，$\mathcal{D}$ は任意の単葉領域)．さらに，$\delta_1=\Delta_2\cap\Delta_3$，$\delta_2=\Delta_3\cap\Delta_1$，$\delta_3=\Delta_1\cap\Delta_2$ とする．このとき，もし各 δ_i で正則な函数 $g_i(x_1,\cdots,x_n)$ が与えられ，$\delta_1\cap\delta_2\cap\delta_3$ において恒等的に $g_1+g_2+g_3=0$ であれば，各 Δ_i において正則な函数 h_i が存在して，各 g_i は δ_1 で $g_1=h_2-h_3$，δ_2 で $g_2=h_3-h_1$，δ_3 で $g_3=h_1-h_2$ とあらわされる．》必要があって，内分岐をもつ多葉領域の場合にこの定理を調べた結果，必ずしも成り立たないことがわかった．その反例と成り立つ場合の多葉域の性質，criterion を述べる．

26. 吉岡恒夫（阪大理）**Normalité analytique et normalité algébrique d'une variété algébrique complexe.**

岡潔先生の第Ⅷ番目の論文の lemme fondamental において，考える多葉域が代数的多葉域である場合には，求める函数として，すべて代数函数をとることができる．このことを用いて，つぎのことがわかる．(1) irréductible な複素代数多様体が，解析的に normal であるためには，代数的に normal であることが必要かつ十分である．(2) 代数的多葉域 D の中の，F の polycylindre の上にある部分 Δ で正則な函数は，D で正則な代数函数で，Δ において広義一様に近似できる．(3) 複素射影代数多様体の，H. Cartan の意味での normalisé は，やはり複素射影代数多様体になる．

特　別　講　演

赤座　暢（金沢大理）**境界成分の強性及び弱性について**

Koebe [8] (1908) は任意の連結度をもつ平面領域は，境界成分が円または点よりなる領域に 1:1 かつ等角に写像できるであろうという予想をたてた．これを Koebe の Kreisnormierungsprinzip という．以後，この問題は Koebe [9]，Fischer [4]，Georgi [5]，Denneberg [3] 等により特別の場合について解決されたが，Grötzsch [6] (1935) は有限個の vollkommen punktförmig (任意の単葉写像で点にうつる) な集積境界をもつ場合に可能であることを証明した．これが歴史的に weak という概念の現われた最初である．上の Koebe の問題，もっと一般に無限連結領域の等角写像論においては，集積境界の対応を調べることは必要欠くべからざることである．単位円板は有限全平面に 1:1 かつ等角に写像できないことは周知の事実であるが，無限連結領域では 1 点からなる境界成分が連続体（少なくとも 2 点を含む）からなる境界成分に対応する例はいくらでもある．このことについて，Sario [12] (1954) が任意の open な Riemann 面上の extremal problem として扱ったことから，その研究が活発になった．

平面領域の境界成分の厳密な定義を与える (Kerékjárto-Stoilow)．$\{\Omega_n\}_{n=1}^\infty$ をつぎのような平面領域 $D\subset(|z|\leqq\infty)$ の部分集合列とする．(i) $\Omega_1\supset\Omega_2\supset\cdots$; (ii)

相対境界 $\partial\Omega_n \cap D$ は D 内のただ1つの閉解析曲線からなる; (iii) $\cap_{n=1}^{\infty}\Omega_n=\phi$. 2つの列 $\{\Omega_n\}$ と $\{\Omega'_n\}$ は任意の h に対して, $\Omega_m\subset\Omega'_n$, $\Omega'_m\subset\Omega_n$ となる m が存在するとき equivalent という. D の境界成分は $\{\Omega_n\}$ の equivalent class として定義される. $\Gamma=\cap_{n=1}^{\infty}\overline{\Omega}_n$ はふつうの定義による境界成分と一致する. いま, $w=f(z)$ を D から平面領域 D' への位相写像とする. 上の定義から f は D と D' の境界成分の間の 1:1 対応を与えることがわかる. この意味で f による Γ の像を $f(\Gamma)$ で表わす.

$f(z)$ を D で定義された任意の単葉解析函数とする. そのとき D の境界成分 Γ をつぎのように分類する (Sario[13]): (1) $f(\Gamma)$ がつねに1点ならば, Γ を weak という; (2) $f(\Gamma)$ がつねに連続体ならば, Γ を strong という; (3) Γ が weak でも strong でもなければ, unstable といい, weak と strong をいっしょにして stable という.

当然つぎの問題が起る: (A) 1点からなる境界成分が与えられたとき, それが weak か unstable かをきめる; (B) 連続体からなる境界成分が与えられたとき, それが strong か unstable かをきめる.

$z=0$ を含む領域 D 内で正則単葉で $f(0)=0$, $f'(0)=1$ かつ $f(\Gamma)$ が $f(D)$ の外境界である函数 $f(z)$ の族を $\mathfrak{F}_\Gamma$ とする. つぎに, $\mathfrak{F}_\Gamma$ に関する functional を定義する (Rengel [11]):

$$R(\Gamma)=\mathrm{snp}_{f\in\mathfrak{F}_\Gamma}m(f),\quad (m(f)=\min_{w\in f(\Gamma)}|w|);$$
$$r(\Gamma)=\inf_{f\in\mathfrak{F}_\Gamma}M(f),\quad (M(f)=\max_{w\in f(\Gamma)}|w|).$$

容易に $R(\Gamma)<\infty\Rightarrow\Gamma$ strong, $r(\Gamma)=\infty\Leftarrow\Rightarrow\Gamma$ weak がわかる.

Sario [14] は任意の open な Riemann 面上で適当に functional を定義し, その extremal problem を解決した. そして capacity を定義し, それを用いて weak の概念を拡張した. その上, strong の問題をも extremal method により取り扱った. 平面領域の場合に, この extremal problem と $r(\Gamma)$, $R(\Gamma)$ の関係が求められる. weak については, local property であること, 擬等角写像で不変な性質であることは知られているが, strong については現在まだわかっていない. 問題 (A) については, Grötzsch [6] の判定条件のほかに, Γ が weak なるための extremal length を用いた判定条件 (Jurchescu [7]), modulus を用いた判定条件 (Savage [15], Oikawa [10]) が知られている. これらを用いることにより, 特殊領域の境界成分の weak, unstable が調べられる (Oikawa [10], Akaza [1], [2]). 他方, strong については, 上のような有効な判定条件は現在のところ知られていない. われわれは僅かな例によって, 非常に制限された領域について, $R(\Gamma)<\infty\Leftarrow\Rightarrow\Gamma$ strong が成立し, その境界成分について, 問題 (B) が解決されることを知るのみである (Oikawa [10]). したがって, strong については, 今後の研究にまたねばならぬことが多い.

文　献

[1] Akaza, T., On the weakness of some boundary component. Nagoya Math. J. **17** (1960), 219–223.

[2] Akaza, T., and K. Oikawa, Examples of weak boundary components. Ibid. **18** (1961), 165–170.

[3] Denneberg, H., Konforme Abbidung einer Klasse unendlich-vielfach zusammenhängender schlichter Bereiche auf Kreisbereiche. Ber. Verh. Sächs. Akad. Wiss Leipzig. Math.-Nat. Kl. **84** (1932), 331–352.

[4] Fischer, A., Über die konforme Abbildung symmetrischer unendlich vielfach zusammenhängender schlichter Bereiche. Jena (1915).

[5] Georgi, K., Über die konforme Abbildung gewisser nichtsymmetrischer unendlich-vielfach zusammenhängender schlichter Bereiche auf Kreisbereiche. Jena (1915).

[6] Grötzsch, H., Eine Bemerkung zum Koebeschen Kreisnormierungsprinzip. Ber. Verh. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig. Math-Nat. Kl. **87** (1935), 319–324.

[7] Jurchescu, M., Modulus of a boundary component. Pacific J. Math. **8** (1958), 791–809.

[8] Koebe, P., Über die Uniformisierung beliebiger analytischer Kurven, III. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen (1908), 337–358.

[9] Koebe, P., Über die konforme Abbildung endlich- und unedlich-vielfach zusammenhängender symmetrischer Bereiche. Acta Math. **43** (1922), 202–287.

[10] Oikawa, K., On the stability of boundary components. Pacific J. Math. **10** (1960), 263–294.

[11] Rengel, E., Existenzbeweise für schlichte Abbildungen mehrfach zusammenhängender Bereiche auf gewisse Normalbereiche. Jber. Deutsch. Math.-Verein. **45** (1935), 83–87.

[12] Sario, L., Capacity of the boundary and of a boundary component. Ann. Math. **59** (1954), 135–144.

[13] Sario, L., Stability problems on boundary components. Proc. Conf. Anal. Func., Princeton (1957), 55–72.

[14] Sario, L., Strong and weak boundary components. J. Analyse Math. **5** (1958), 389–398.

[15] Savage, N., Weak boundary components of an open Riemann surface. Duke Math. J. **24** (1957), 79–96.

東京 K.K. 小薬印刷所

1962
JUNE

日 本 数 学 会

昭 和 37 年 度 年 会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函　数　論

時……　6 月 2 日 ・ 3 日

所……　東 京 大 学 理 学 部

2 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	1 ～ 14
	13.20 ～ 14.40	普通講演	15 ～ 20
	15.40 ～ 16.40	特別講演	
3 日	10.00 ～ 11.40	普通講演	21 ～ 26
	13.00 ～ 14.00	特別講演	