位相を定める．これら位相間の関係についてのべる．

30. 大津賀　信（広島大理）**Fugledeの条件（CW）について**

核はつねに正型とする．Fugledeはつぎの条件を（CW）としるした．$\mathfrak{E}$ 内のエネルギーが一様有界な漠収束ネットはつねに弱収束する．われわれはつぎの弱い条件を（CW）$'$ としるそう．$\mathfrak{E}$ 内のエネルギーが一様有界で一定コンパクト集合にささえの含まれる漠収束ネットは弱収束する．（CW）と（CW）$'$ をみたす十分条件を与え，α 核とリーマン面上のグリーン核は共に（CW）をみたすことを示す．さらに（CW）あるいは（CW）$'$ を仮定して，$\mathfrak{E}$ または $\mathfrak{E}_F$ の完備性を論ずる．ここに $\mathfrak{E}_F$ はささえがコンパクト集合 F に含まれる $\mathfrak{E}$ の部分集合を表わす．

31. 大津賀　信（広島大理）**容量と随伴容量の関係**

$\check{\Phi}(\mathrm{P}, \mathrm{Q})=\Phi(\mathrm{Q}, \mathrm{P})$ を Φ の随伴核とよぶ．　$\Phi>0$ のとき，空でないコンパクト集合 K に対して，ささえ $S_\mu \subset K$ で Ω 内 $U^\mu(\mathrm{P})\leqq 1$ なる μ の全質量の sup により定義される容量 $C(K)$ と，$\check{\Phi}$ に対する随伴容量 $\check{C}(K)$ の間には $\check{C}(K)\leqq 4\lambda C(\mathrm{K})$ なる関係のあることを Choquet は示した．ただし，つぎの λ 拡大された最大値の原理が仮定してある：ささえのコンパクトな μ に対し Ω 内つねに $U^\mu(\mathrm{P})\leqq\lambda \sup_{\mathrm{Q}\in S_\mu} U^\mu(\mathrm{Q})$．核が一般符号のときは容量の代りにつぎの量を考える．$V(K)=\inf \sup U^\mu(\mathrm{P})$，ここに inf は $S_\mu\subset K$ なる単位分布に関し，sup は S_μ 上で考える．また，$\check{\Phi}$ に対する同様な量を $\check{V}(K)$ とします．$K\times K$ 上 $\Phi(\mathrm{P}, \mathrm{Q})>m>-\infty$ ならば，Choquet と同様な方法で，$V(K)-m\leqq 4(\check{V}(K)-m)$ が示される．ここに最大値の原理は仮定しない．ガウス変分の結果を用いると，何らの技巧なしに 4 を 2 で置きかえうることが示される．

32. 大津賀　信（広島大理）**漠収束列について**

つぎの Choquet，岸による重要な結果を拡張する．核 Φ は $\Omega\times\Omega$ 内の対角線集合外で連続で，Φ と $\check{\Phi}$ は連続性の原理をみたすものとする．測度列 $\{\mu_n\}$ は一定コンパクト集合にささえが含まれ，μ_0 に漠収束すれば，外容量0集合を除き Ω 内で $\underline{\lim}_{n\to\infty} U^{\mu_n}(\mathrm{P})=U^{\mu_0}(\mathrm{P})$．

33. 岸　正倫（名大理）**平衡分布の一意性について**

対称核 $K(x, y)$ が平衡原理をみたすとする．すなわち，任意のコンパクト集合 C に対してつぎの正の分布 μ_C がある：μ_C の台 $\subset C$，全空間で $K\mu_C(x)\leqq 1$，C 上 p.p.p. $K\mu_c(x)=1$．ただし $K\mu_C(x)=\int K(x, y)d\mu_C(x)$．$\mu_C$ を平衡分布，$K\mu_C(x)$ を平衡ポテンシャルという．このとき平衡ポテンシャルは一意に存在することが知られている (Ninomiya)．しかし平衡分布は一般に一意でない．ここでは，平衡分布が一意にきまるための必要条件および十分な条件について考察する．

34. 二宮信幸（阪市大理）**一般化された掃散問題について**

$K(x, y)$ および $N(x, y)$ をそれぞれ x と y の正で連続，対称な函数，$x=y$ に対してのみ $+\infty$ をとることを許すものとする．正の質量分布 μ のポテンシャル $U^\mu(x)=\int K(x, y)d\mu(y)$，$V^\mu(x)=\int N(x, y)d\mu(y)$ を考える．正の質量分布 μ とコンパクト F が任意に与えられたとき，(1) F 上で K-容量 0 を除き $U^{\mu'}(x)=V^\mu(x)$，(2) 全空間で $U^{\mu'}(x)\leqq V^\mu(x)$ なる正の質量分布 μ' が F 上に存在するとき，核 K は核 N に対して掃散問題が解けるという．この一般化された掃散問題に対しても，先般発表した論文「対称核ポテンシャルの研究（阪市大紀要，1957）」における主要結果もまた成り立つことを主張する．

第三回函数論シンポジウムを 12 月中旬，お茶の水女子大学で開催の予定．詳細については目下準備中．

東　京
K. K. 小 薬 印 刷 所

1960
OCTOBER

日 本 数 学 会

昭 和 35 年 度 秋 季 例 会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函　　数　　論

時……　10 月 22 日 ・ 23 日

所……　京 都 大 学 理 学 部

---

22 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 12**
	13.00 ～ 13.40	普通講演	**13 ～ 15**
	13.45 ～ 14.45	特別講演	
23 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**16 ～ 28**
	13.00 ～ 14.30	特別講演	

10 月 22 日

1. 曾根徳順（山梨大） **Some classes of analytic functions.**

$f(z)=z^p+a_{p+1}z^{p+1}+\cdots$ （p は正整数） の形をもち，$|z|<1$ で正則な函数族を F とする．$|z_0|<1$ を満足する勝手の複素数 z_0 に対して，$|\zeta|<1$ で正則，単葉，$|\omega(\zeta)|<1$，$\omega(\zeta)\neq z_0$ である函数 $\omega(\zeta)$ が勝手に与えられ，$f(z)\in F$ に対して $\phi(\zeta)=f[\omega(\zeta)]$ とおくとき，$|\phi^{(p)}(0)|\leqq p!4^p(|\phi(0)|+|f(z_0)|)$ ならば $f(z)\in F_{p0}^*$ という．F_{p0}^* を考える前に．上の F_{p0}^* の定義の中で，$z_0\neq 0$，$\omega(0)=0$ という $\omega(\zeta)$ の制限を追加して得られる $f(z)$ の集合を F_p^*とすれば（当然 $F_p^*\supset F_{p0}^*$），次のような結果が得られる：（i）$[f(z)]^p\in F_p^* \Leftrightarrow f(z)\in F_1^*$．（ii）$F_p^*\supset F_p$．ここで F_p は $|z|<1$ で平均 p 葉な（まず circumferentially）F の部分族とする．(iii) $f(z)\in F$ に対して，$f(z)\in F_p^* \Leftrightarrow |z|^p(1+|z|)^{-2p}\leqq|f(z)|$，$|z|<1$．(iv) $f(z)\in F_p^*$ なら，$|a_{p+1}|\leqq 2p$，また $|w|<4^{-p}$ に対して，方程式 $f(z)=w$ は $|z|<1$ 内に正確に p 個の根をもつ．

2. 安倍　斉（愛媛大工） **On some analytic functions in a multiply connected domain.**

Rengel (Über einige Schlitztheoreme der konformen Abbildung (1932—1933)) はいわゆる Rengel の不等式を証明し複連結領域における単葉函数について論じている．ここでは多葉函数について述べたい．そのために，複連結領域の多葉写像に対する Rengel 型の不等式をつくり，例えば Biernacki の意味の p 葉函数の歪曲定理その他について述べる．あわせて Schiffer の Modul 定理 (On the modulus of doubly-connected domains (1946)) の別証明をあたえる．

3. 西宮　範（芝浦工大） **On a class of univalent functions.**

単位円 $|z|<1$ で正則単葉であって，$f(0)=0$，$f'(0)=1$，$\Re(zf'(z)/f(z))>1/2$ で規定された函数族 $St^*=\{f(z)\}$ について Schild が論じた (Proc. Amer. Math. Soc. **9** (1958), 751—757)．これは星型函数族 St の一つの部分族である．ここでは一般に $\Re(zf'(z)/f(z))>1-\lambda$ $(0<\lambda\leqq 1)$ で定められた函数族 St_λ についてしらべる．St_λ は λ と共に増加し，$St_{1/2}=St^*$，$St_1=St$．また，凸型函数族を C で表わすとき，$C\subsetneqq St_{1/2}$．St および St^* についての歪曲定理，係数評価などが St_λ の場合へ一般化されることを示す．

4. 古関健一（岡山大理） **多葉函数の係数について**

$|z|<1$ において p 葉な正則函数 $w=f(z)=z^p+l_1z^{p+1}+\cdots$ の係数の絶対値の評価について考える．そのためには，まず $|z|<1$ に截線を入れた領域を G_{t_0} とする．$|u|<1$ を G_{t_0} に等角写像する函数を $h(u)=e^{-t_0}(u+\cdots)$ とする．$h(u)$ はつぎの偏微分方程式を満足する：$\partial h(u,t)/\partial t=(\partial h(u,t)/\partial u)u(1+\kappa(t)u)/(1-\kappa(t)u)$，$h(u,0)=h(u)$，$h(u,t_0)=u$．$\varphi(u,t)=f(h(u,t))$ とおけば，$\varphi(u,t)$ もまたこの微分方程式を満足し，$\varphi(u,t_0)=f(u)$ となり，$\varphi(u,t)$ は t のすべての値に対して p 葉函数となる．$\varphi(u,t)=e^{-p(t-t_0)}(w^p+l_1(t)w^{p+1}+\cdots)$ とおけば，$l_1'(t)=l_1(t)+2u(t)p$ が成立する．この関係より $l_1(t)e^{-t}=l_1(0)+2p\int_0^t u(t)e^{-t}dt$．ゆえに $l_1(0)=0$ ととり得るならば，$|l_1(t_0)|\leqq 2p$ となる．このため Carathéodory の領域核の理論を拡張する必要がある．そのことについて話す．

5. 小松勇作（東工大） **On starlike and convex mappings of a circle.**

単位円で正則単葉な函数については，とくに星型および凸型の写像をなす函数族が A. Marx (Math. Ann. **107** (1933), 40—67), E. Strohhäcker (Math. Z. **37** (1933), 356—380) などによってくわしく調べられた．彼らの得た主要な結果は，ほぼつぎの形にまとめられる：$f(z)=z+\cdots$ が $|z|<1$ で正則凸型ならば，$|z|<1$ で $\Re(f(z)/z)>1/2$，$\Re(zf'(z)/f(z))>1/2$，$\Re f'(z)^{1/2}>1/2$；限界はいずれも最良．——ところで，これらの評価をみちびくための両者の方法は相異っていて，その過程はむしろ逆の順序をたどっている．本報告では，両者の方法を比較検討し，これらの結果が実ははるかに簡単にみちびかれることを注意したい．

6. 水本久夫（東工大） **On conformal mapping of a multiply-connected domain onto a canonical covering surface, III.**

各境界成分が連続体からなる有限連結平面領域を，全平面を多葉に被い，原点に中心をもつ波紋の入った被覆面上に，等角に写像する函数の極値性ならびに写像函数の存在について論ずる．

7. 吹田信之（都大理） **Fredholm eigen value について**

平面領域 D における積分方程式 $\rho\varphi(z)=\iint_D(K(z,\bar{\zeta})-\Gamma(z,\bar{\zeta}))\varphi(\zeta)d\tau_\zeta$ を考える．D から閉円板 U を除いた領域 $D-U$ においてすべての $\rho=0$ ならば，$D^c=E\in N_{\mathfrak{D}}$．——これは小沢の結果の拡張である．他にスペクトル ρ の分布の状態についてものべる．

8. 辻　良平（芝浦工大） **Hurwitz の不等式の等号について**

A. Hurwitz によって，種数 p の閉 Riemann 面の自己等角写像の最大個数 N は $\leqq 84(p-1)$ であることが証明され，さらに，$p=2$ のときは 48 で等号は成立せず，$p=3$ のときは等号が成立すること (Klein) が知られている．しかし $p\geqq 4$ のときにこの等号が成立するかどうかは全く知られていない．ここでは，閉 Riemann 面の自己等角写像群を Fuchs 群として考えることにより，一般な観点からその等号成立の可能性を調べる．

9. 赤座　暢（金沢大理） **On the weakness of some boundary component.**

D を平面領域，Γ を一点からなる D の境界成分とする．D の任意の等角写像による Γ の像が一点からなるとき，Γ を weak といい，weak でないとき unstable という (Sario)．S_n $(n=1,2,\cdots)$ を z 平面の正の実軸に対称で直交し，かつ原点 O に収束する線分の列とせよ．z 平面から $\cup_{n=1}^{\infty}S_n\cup\{O\}$ をのぞいた領域をあらためて Dとするとき，D の境界成分である原点 O の weakness について述べる．S_n を $x=a_n(>0)$，$|y|\leqq h_n$ で表わすとき，以下の結果を得た．$h_n\leqq a_n\tan\alpha$ $(0<^{\exists}\alpha<\pi/2)$ ならば，O は weak である．この条件がみたされないとき，O が unstable になる例がある．すなわち，S_n: $x=1/n$，$|y|\leqq h_n=c/(n-1)^p$ $(0<p<1,\ c>0)$ ならば，O は unstable である．

10. 倉持善治郎（北大理） **擬等角写像のリーマン面の境界上での一性質に就いて**

二つのリーマン面 R_1 と R_2 がありその間に一対一の擬等角写像 $w=f(z)$: $z\in R_1$，$w\in R_2$ があるとする．R_1 の境界点は，minimal point, singular point と non-minimal point よりできている．このとき，上述の点は $f(z)$ により同種の点に写像できるように $f(z)$ を B 上にまで拡張することができ，かつこのとき $f(z)$ は $R+B_1$ 全体で連続となる．ここで B_1 は minimal point の集合である．他方 Constantinescu の minimal function と上の minimal point の関係にもふれる．

11. 及川広太郎（広島大理） **ショットキー被覆面について**

閉リーマン面 W のショットキー被覆面は，よく知られたように，W のハンドルを全部切り離しそれを無限枚用意して貼りあわせることによって得られる．けれども，この定義はあまりに直観的すぎ，実際，面 W を変形する際などは不便であるので，厳密な定義が要求される．それは例えば Ahlfors-Sario の近著 p. 241 ff. に出ているが，われわれはこの定義から出発して一応周知とみなされている次のことがらに厳密な証明を与える：（1）ショットキー被覆面は単葉型である，（2）ショットキー被覆面より弱い被覆面はもはや単葉型ではない，（3）ショットキー被覆面より強い被覆面で単葉型でないものはありうる．以上，考えている被覆面はすべて Weyl の意味で unverzweigt, unbegrenzt, regulär なものとする．——問題：単葉型な被覆面は常にショットキー被覆面を覆うか？ もしこれが正しいなら（2）とあわせてショットキー被覆面の extremal property による一つの特徴づけが得られることになる．

12. 島田三郎（日大理工） **On P. J. Myrberg's approximation theorem on Fuchsian groups.**

P. J. Myrbergの定理 (Ein Approximationssatz für Fuchsschen Gruppen. Acta Math. **57** (1931)) が Fuchs 群 G が divergence type のときに成立し，かつこの approximation theorem が成立するのは G が divergence type のときに限ることを示す：定理．G が divergence type の Fuchs 群であると $|z|=1$ 上に次の性質をみたす測度 2π の集合 E が存在する．$\gamma(e^{i\theta})$ は原点と $e^{i\theta}\in E$ を結ぶ任意の半径，$\{\gamma_n(e^{i\theta})\}$ は G の元による $\gamma(e^{i\theta})$ の像曲線の集合とする．今 C を $|z|=1$ に直交する任意の円弧とすると適当な n_ν が存在して $\gamma_{n_\nu}\to C$ $(\nu\to\infty)$ とできる．また，G が divergence type でないときには上の如き approximation theorem は成立しない．——その他 Hopf の ergodic theorem 等の関連する二三の問題について考察する．

13. 大津賀　信（広島大理） **ガウス変分問題の拡張について**

局所コンパクト空間内に n 個の互いに素なコンパクト集合 $K_1,\cdots,K_n$，$K=\cup_{k=1}^{n}K_k$ 上 $-\infty$ をとらない上半連続函数 $f(\mathrm{P})$，同じく K 上の正値連続函数 $g(\mathrm{P})$ を考

える．$x_1 \geqq 0, \cdots, x_n \geqq 0$，に対して，$\int_{K_k} g d\mu = x_k$ なる条件をみたす K 上の非負ラドン測度 μ に関して $I(\mu) = (\mu, \mu) - 2\int f d\mu$ を最小ならしめる問題とその解のポテンシャルの性質を論ずる，

14．岩崎　旦（神戸大御影分校）**$\mathfrak{F}$-Potential について**

今まで研究されてきた potential の標準的なものは，$\int_w (1/r_{pq}) d\sigma_q$，$\int_w \log(1/r_{pq}) d\sigma_q$ である．ここに $1/r_{pq}$，$\log(1/r_{pq})$ は方程式 $\Delta u = 0$ の基本解であることに留意すれば，$\Delta u = 0$ に対して $\mathfrak{F}u = 0\ (\mathfrak{F} \equiv \partial_x \partial_x - \partial_y)$ の基本解 $U(p, q) = (y-\eta)^{-1/2} \exp(-(x-\xi)^2/(y-\eta))\ (y < \eta)$，$= \infty\ (x = \xi,\ y = \eta)$，$= 0\ (x \neq \xi,\ y \leqq \eta;\ x = \xi,\ y < \eta)$ をとって，potential の考えを拡張しようと思う．すなわち，$u(p) = \int_E U(p, q) d\mu(q)$（ただし，$\mu(q)$ は質量分布）を $\mathfrak{F}$-potential と呼び，従来の potential の理論とよく似た理論が展開できるが，その相違点も現われる．これらを明らかにし，さらに新しい種々の型の potential が考えられることを示そうと思う．

15．霜田伊左衛（徳島大学芸）**ある函数空間について**

$|z| \leqq 1$ で正則な函数族に対して $\|f(z)\| = |(1/2\pi i) \cdot \int_{|\zeta|=1} f(\zeta)/\zeta^2 \cdot d\zeta|$ で定義すると normed space となる．これについて二三のべる．

特　別　講　演

梅沢敏夫（群馬大学芸）**Univalent functions and conformal mapping.**

単葉函数の理論において，よく知られている二三の結果について，それらの結果が最近どの程度に拡張されているかについて述べる．

1. Nehari の結果について．

単位円 E 内で正則な函数 $p(z)$ と微分方程式

（1）　　$y''(z) + p(z) y(z) = 0$

の解 $y(z)$ を考える．(1) の二つの独立解 $u(z)$，$v(z)$ の比 $f(z) = u(z)/v(z)$ は，E においてただ一つの極をもつ有理型函数で，$f'(z) \neq 0$ である．$f(z)$ の Schwarz の導函数 $\{f(z), z\}$ は $p(z)$ と次の関係で結ばれている：

（2）　　$\{f(z), z\} = 2p(z)$.

(1) の解 $y(z) = Au(z) + Bv(z)$ が $z_1, z_2, \cdots, z_p$ で 0 となることと，$f(z)$ がこれらの点で $-BA^{-1}$ をとることとは同値である．したがって，$y(z)$ が高々 p 個の零点をもつための条件を求めれば，$f(z)$ が高々 p 葉なるための条件が求められるわけである．このことを利用して Nehari [1] は次の結果を得ている：

$f(z)$ が $|z| < 1$ において単葉であるためには，$|\{f(z), z\}| \leqq 6/(1-|z|^2)^2$ であることが必要であり，$|\{f(z), z\}| \leqq 2/(1-|z|^2)^2$ であることが十分である．

この結果は E. Hille [2]，Nehari [3]，Pokornyi [4] などによって拡張されている．B. Schwarz [5] の結果を利用すれば，次のような拡張も可能である：

$Q(x)$ を適当な正の実函数とするとき，$|\{f(z), z\}| \leqq 2a \cdot Q(|a^{1/2} z|)$，$a > 1$，$|z| < 1$ ならば，$f(z)$ は $|z| < 1$ 内の任意の点を中心とし，半径 $\log[(a^{1/2}+1)/(a^{1/2}-1)]$ の非ユークリッド円内で単葉である．

これらの結果を p 葉の場合に拡張することは非常に困難である．なお，Nehari の結果に関連して，Robertson, Gabriel などの研究についても言及したい．

2. 能代の定理と Close-to-convex 函数．

$f(z)$ が凸領域 D 内で正則，$\mathfrak{R} f'(z) > 0$ ならば，$f(z)$ は D 内で単葉である．

この定理から，容易に次の定理が得られる：

凸領域 D において正則な函数 $f(z)$ に対して D を凸領域に写像する函数 $\varphi(z)$ が存在して，$\mathfrak{R}[df(z)/d\varphi(z)] > 0$，$z \in D$，ならば，$f(z)$ は D において単葉である．

D を閉領域とすれば，この定理の仮定は，次のことと同値である：

D において，$f'(z) \neq 0$，(D) 上の任意の点を z_i, z_j とするとき，

（3）　$\int_{z_i}^{z_j} d \arg df(z) > -\pi$，$z \in (D)$.

これは Kaplan [6] の結果を多少拡張したものといえる．

(3) を用いると，能代の定理を次の形に拡張することができる：

$f(z)$ は正則曲線で囲まれた閉凸領域 D 内で正則で，$f'(z) \neq 0$ とする．$d \arg df(z)/d \arg dz = 0$ を満足させる (D) 上の点 z_i，$i = 1, 2, \cdots$，のすべてに対して $\mathfrak{R} e^{i\alpha} f'(z_i) > 0$（$\alpha$：実定数）ならば $f(z)$ は D 内で単葉である[7]．

(3) を p 葉の場合に拡張した結果を用いれば能代の定理を p 葉の場合に拡張することができる．また，能代の定理は多変数のベクトル函数の場合にも拡張されていることをつけ加えたい．

文　献

[1] Z. Nehari, The Schwarzian derivative and schlicht functions. Bull. Amer. Math. Soc. **55** (1949).
[2] F. Hille, Remarks on a paper by Zeev Nehari. Bull. Amer. Math. Soc. **55** (1949).
[3] Z. Nehari, Some criteria of univalence. Proc. Amer. Math. Soc. **5** (1954).
[4] V. V. Pokornyi, On some sufficient conditions for univalnce. Doklady Akademii Nauk SSSR (N. S) **79** (1951).
[5] B. Schwarz, Complex Nonoscillation theorems and criteria of univalence. Trans. Amer. Math. Soc. **80** (1955).
[6] W. Kaplan, Close-to-convex schlicht functions. Michigan Math. Journ. **1** (1952).
[7] T. Umezawa, On the theory of univalent functions. Tôhoku Math. Journ. **7** (1955).

10　月　23　日

16．阪井　章（阪大理）**劣調和函数の二三の応用**

単位円内の有界正則函数の初等的性質等を双曲型Riemann 面に拡張する．Green 函数を用いて絶対値に相当するものを定義し，劣調和函数の性質を用いる．

17．栗林暲和（芝浦工大）**非負の調和函数の分解について**

非負の調和函数に関する R. S. Martin の定理の別証を位相解析の定理との関連においてのべる．

18．楠　幸男（京大理）・**森　真一**（立命館大理工）**On the harmonic boundary of an open Riemann surface, II.**

前回の諸定理を拡張及び補充するのが目的である．調和境界上への調和測度の導入と $\underline{HD}$ minimal function との関係（これは中井氏の報告があったもの）およびリーマン面 R 上の non-compact 領域 G の諸性質を調和境界との関連においてしらべる．例えば $G \notin SO_{HD}$ なるための必要十分条件は，$\overline{G}$（bar は R の Royden 完備化における閉被）に含まれ，$\overline{R-G}$（従って $\overline{\partial G}$）にぞくしない調和境界点が存在することである．これから Bader-Parreau の定理，或いは G に compact set を加えても除いても SO_{HD} の性質は変らないこと等が明らかにわかる．また G の double 上で対称な調和境界点を定義できる．それがちょうど対称な二点からなる必要十分条件は $G \notin SO_{HD}$ かつ $\in NO_{HD}$ なることである．

19．藤家竜雄（立命館大理工）**Riemann 面の部分領域についての二三の注意**

Riemann 面の部分領域の class (SO_{HD}, NO_{HD}) の ideal boundary については，楠，森両氏によって Royden の compactification の立場からいろいろの結果が得られているが，それらの結果は HD-函数を HB-函数に代えても，部分領域と Constantinescu-Cornea の unteilbare Menge との関係の考察においてほとんど平行的に成り立つことを示し，それに関連して部分領域の性質および Riemann 面が O_{HD} あるいは O_{HB} であるための二三の条件を求める．

20．中井三留（名大理）**ロイデン完閉化に関する位相的注意**

リーマン面 R のロイデン完閉化を R^*，ロイデン境界を $\partial R = R^* - R$，∂R 中の正則部分である調和境界を Δ とする．(1) ∂R を連結成分 $\{E_\kappa\}$ に分解するとき，$\{E_\kappa\}$ はケレクヤルト・ストイロフの意味の末端の全体と考えてよい．(2) E_κ が双曲的末端 $\Leftrightarrow E_\kappa \cap \Delta \neq \phi \Leftrightarrow E_\kappa$ 上のグリーン函数の最小値が 0．(3) F を ∂R の閉集合で，$D_n \supset \overline{D}_{n+1} \cap R$ なる R の開集合列で $F = \cap_n \overline{D}_n$ とかけるなら $F \cap (\partial R - \Delta) \neq \phi$（系：$E_\kappa \cap (\partial R - \Delta) \neq \phi$）．(4) ∂R のどの点も可算近傍基を有さぬ（系：R^* は距離づけ不能；∂R のどの点も ∂R 中で孤立しない；E_κ は R^* 中で退化せぬ.）．

21．中井三留（名大理）**方程式 $\Delta u = Pu$ について，I（正解空間）**

P をリーマン面 R 上の正値 C^1 密度とし，かつ $P \not\equiv 0$ と仮定する．$\Delta u = Pu$ のグリーン函数 $G(p, q)$ によりポテンシャル $U^\mu(p) = \int_R G(p, q) d\mu(q)$ を定義するとき，ポテンシャル論で原理と呼ばれる性質の大部分を満足する．この応用として $\Delta u = Pu$ の正解空間に関するマルチン理論が調和の場合と大体同様程度に成立することをのべる．

22．中井三留（名大理）**方程式 $\Delta u = Pu$ について，II（ディリクレ有限解空間）**

リーマン面 R上 $\Delta u = Pu$ の有界（または $D[u] < \infty$ または $E[u] = D[u] + \iint_R Pu^2 dxdy < \infty$）な解 u の全体を PB（または PD または PE）で示し，それらが 0 のみからなることを $R \in O_{PB}$（または O_{PD} または O_{PE}）

なる記号で示す. (1) PD はベクトル束をつくる (したがって特に PD-函数は正値 PD-函数の差にかける), (2) PD の線型空間構造は, P の仮想境界における状況のみで定まる. (3) $R\in O_{PD}$ はある種の最大値原理の成立を特徴とする. (4) $PD\neq\{0\} \Rightarrow PB\neq\{0\}$ (したがって小沢の分類図の細分: $O_G\subset O_{PB}\subset O_{PD}\subset O_{PBD}\subset O_{PE}=O_{PBE}$ をうる).

23. **小沢　満** (東工大) **Positive harmonic functions on an end.**

end 上で正調和, 相対境界上で 0 である函数族に対して, いわゆる Martin 理論の Potential 論の諸原理を使わない別証を与える. そのために, Heins によって導入された汎函数の値域および変分について考察し, ついで Martin の表現定理を証明する. 表現定理以後の Martin 理論は Martin のもとの証明による.

24. **林　一道** (東工大) **end 上の $\Delta u=Pu$ の正解について**

end 上の正調和函数の ideal boundary における状態についての Heins の定理 (Ann. Math. (1952)) が $\Delta u=Pu$ ($P>0$) の正解の場合にも成立することを示す. さらに, 上述の定理の Lemma から Hahn-Banach の定理を用いて, end 上の正解の族に関する Martin 理論の一部分を証明する.

25. **宇野利雄** (日大理工)・**洪 姓 植** (茶女大理) **分数次元集合と $\Delta u+\lambda\rho u=0$ の固有値分布について**

n 次元空間での方程式 $\Delta u+\lambda\rho u=0$ において, ρ は次元 α の集合 E の外で 0, E の上では一様で全質量=1 なる密度配布であるとする. この方程式について固定境界値問題を考えたとき, その固有値の漸近分布法則として, λ より小なる固有値の個数 $A(\lambda)$ について $A(\lambda)=O(\lambda^{\alpha/\alpha+2-n})$ となることを予想している. 今までの報告で E が $(n-1)$ 次元超平面のときや, また $n=1$ で E が 3 進集合のときにこの関係が成立することを示した. 今回は $n>1$ の場合に E を 3 進集合の積集合にとり, 同様に上の関係の成立つことを示す.

26. **梶原壌二** (九大理) **real analytic vector bundle に関する一注意**

complex analytic fibre bundle を位相的に特性化する「岡の原理」に関する Grauert の結果が real analytic な場合にも成立たないかという問題がある. ここでは一番簡単な場合として次の事実が成立つことを注意しよう. すなわち, 一次元の real analytic manifold を base にもつ real analytic vector bundle が topological に trivial ならば, real analytic に trivial である. 証明は Grauert のそれを少し修正してなぞらえる.

27. **佐藤昭一** (九大理) **Complex space の mapping について**

Projective space P^n の m 次元 linear manifold の全体は $\binom{n+1}{m+1}-1$ 次元 projective space の中の $(n-m)(m+1)$ 次元の algebraic variety $H(m,n)$ で表現される. f を complex space X から $H(m,n)$ への holomorphic mapping とすれば, f は係数が X の holomorphic function であるような system $F=(\sum_{j=0}^{n} a_{ij}(x)p_j,\ 0\leqq i\leqq n-m)$; $\mathrm{rank}\,(a_{ij}(x))=n-m$, $x\in X$ を定める. 逆に, 上のような system を与えれば, X から $H(m,n)$ への holomorphic mapping が定まる. System F は X の各点に m 次元の linear manifold を対応させるような X から P^n への対応を定める. 特に $m=0$ の場合には, F は X から P^n への holomorphic mapping を定義する. 一般の場合, F は, いわば, 一点の像が m 次元であるような, X から P^n への holomorphic mapping である.

28. **公田　蔵** (都日比谷高) **Holomorphic mapping について**

C^n から n 次元複素射影空間 P^n への holomorphic mapping に関して, Levine と Chern (Ann. of Math. **71** (1960)) は, 一変数の有理型函数論における Nevanlinna の第一主要定理を拡張した. これと, Stoll (Math. Z. **57** (1952—1953)) による類似の結果との関係について述べる.

特　別　講　演

能代　清 (名大理) **Cluster Sets.**

1952年秋綜合分科会 (京都) のとき, 解析函数の集積値集合の理論についての特別講演を行なった. (詳細は数学 **5** (1953), 65—72; Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, **8** (1958), 1—12.) その折, いくつかの問題を提出したが, これらの大部分はその後約 8 年間に解決され, また多くの新しい興味ある重要な結果が発表された. 一応, 1959 年までの結果を系統的に Cluster Sets, Ergebnisse Series, no. 28 (1960) の小冊子にまとめた. 今年になってから. Matsumoto が集積値集合の立場から非常に重要な結果を得た. ——それは, 前述の未解決であった一つの問題に解答を与えたものでもある.

よく知られるように, 解析函数の集積値集合の理論の最初の系統的な研究は約 40 年前 Iversen と Gross によってなされた. 1940年より前のそれに続く重要な寄与は Seidel, Doob, Cartwright, Beurling によってなされた. Seidel と Beurling の研究が日本の函数論研究者に多大の刺激と興味とを与えて, 1940年頃からこの理論へのいくつかの寄与が Kunugui, Irie, Tôki, Kametani, Tsuji, Noshiro によってなされた (これらの文献については数学 **5** の論説, back ground については拙著, 最近の函数論, 近代函数論参照). 最近では著しい発展が Bagemihl, Seidel, Collingwood, Cartwright, Hervé, Lehto, Lohwater, Meier, Ohtsuka その他多数の内外の数学者によってなされた. 上記の小冊子は貴重な多くの結果をできるだけ系統立った形にしかも compact に纒めたもので, これらの多くの内外の数学者に深甚の感謝の意を表するとともに, 筆者の準備不足のために書き洩した重要な結果があったとすれば, これに対して心からのお詫びをしたい. 小冊子は, 集積値集合の定義から始まる. 内集積値集合 $S_{z_0}^{(D)}$, 内集積値集合 $S_{z_0;L}^{(D)}$, 界集積値集合 $S_{z_0}^{*(C)}$, $S_{z_0}^{(C)}$, range of values $R_{z_0}^{(D)}$, 漸近値集合 $\Gamma_{z_0}^{(D)}$ の記号 (定義については近代函数論 315—316 参照) は次のように変更することにした.

D を任意の連結領域, Γ をその境界, E を Γ に含まれる totally disconnected な有界閉集合とする. 函数 $w=f(z)$ は D において一価有理型とする. このとき,

$$S_{z_0}^{(D)},\ S_{z_0;L}^{(D)},\ S_{z_0}^{*(C)},\ S_{z_0}^{(C)},\ R_{z_0}^{(D)},\ \Gamma_{z_0}^{(D)}$$

の代りに, それぞれ

$$C_D(f,z_0),\ C_D(f,z_0;L),\ C_{\Gamma\text{-}E}(f,z_0),\ C_\Gamma(f,z_0),$$

$$R_D(f,z_0),\ A_D(f,z_0)$$

を今後使用する.

(1) 一般な平面領域における解析函数. 容量 0 の真性特異点の compact set E を含む境界 Γ を持つ平面領域 D 内の一価有理型函数の場合への集積値集合の古典的定理の拡張を論ずる. ここでは Ahlfors の被覆面の理論が基本的役割を持つ. 特に Hervé の諸定理 (J. Math. pure appl. **35** (1956), 161—173; Ann. Acad. Sci. Fenn. I 250/14 (1958), 1—4) が重要であって, Matsumoto の研究は Hervé の定理との関連において興味深い. (2) 単位円内有理型函数. Seidel の class (U) の函数, Collingwood-Cartwright の境界定理, Bagemihl-Seidel (Proc. Nat. Acad. Sci. **39** (1953), 1068—1075) と Collingwood (Acta Math. **91** (1954), 165—185) の Baire category と cluster sets の関係, ambiguous points の Bagemihl の結果 (Proc. Nat. Acad. Sci. **41** (1955), 379—382), Lusin-Privaloff-Plessner の定理と関係の深い Meier の定理 (Comment. Math. Helv. **30** (1955), 224—233), of bounded type および normal な有理型函数についての Lehto-Virtanen の研究など. ここでは, Ohtsuka の radial cluster sets による界集積値集合という新しい idea の導入 (J. Math. Soc. Japan **2** (1950), 1—15) の重要性が著しい. しかし, (2) は日本の数学者の寄与のもっとも少ない方面である. (3) 開いた Riemann 面上の一価解析函数をとり扱って, 被覆性と境界挙動を論ずる. 集積値集合の見地から, Heins, Kuroda, Kuramochi, Constantinescu-Cornea, Matsumoto, Mori その他の結果を述べる. (4) pseudo-analytic functions の集積値集合 (その要点は Jap. Journ. Math. **29** (1959) (辻教授記念号) 参照).

本講演では, 日本では余り知られていないと思われる単位円内有理型函数の集積値集合の著しい結果, その他気付いた未解決の問題, 将来どのように集積値集合の理論が動くであろうかなどについて述べてみたい.

予告. 来る 12 月 2 日・3 日山梨大学において第三回函数論シンポジウムを開催の予定.

MEMO