surfaces. Proc. Jap. Acad. **34** (1958), 672—675.
[22] Mizumoto, H., On Riemann surfaces with finite spherical area. Kōdai Math. Sem. Rep. **9** (1957), 87—96.
[23] Nevanlinna, R., Eindeutige analytische Funktionen. Springer-Verlag, Berlin (1936 u. 1953).
[24] Noshiro, K., Contributions to the theory of singularities of analytic functions. Jap. Journ. Math. **19** (1948).
[25] Ozawa, M., On Riemann surfaces admitting an infinite cyclic conformal transformation group. Kōdai Math. Sem. Rep. 8 (1956), 152—157.
[26] Ozawa, M. and H. Mizumoto, On ring of analytic functions. To appear.
[27] Parreau, M., Sur les moyennes des fonctions harmoniques et analytiques et la classification des surfaces de Riemann. Thèse; Annales de l'Inst. Fourier **3** (1951), 103—197.
[28] ———, Fonction caractéristique d'une application conforme. Annals Fac. Sci. (1956).
[29] Royden, H. L., Rings of meromorphic functions. Sem. on anal. func. Inst. for Advanced Study Princton, II (1958), 273—285.
[30] Seidel, W., On the distribution of values of bounded analytic functions. Trans. Amer. Math. Soc. **36** (1934).
[31] Tsuji, M., Fundamental theorems in potential theory. Journ. Math. Soc. Jap. **4** (1952).
[32] ———, On a Riemann surface, which is conformally equivalent to a Riemann surface, with a finite spherical area. Comm. Math. Univ. St. Paul. **6** (1957), 1—7.
[33] ———, On Abelian and Schottkyan covering surfaces of a closed Riemann surface. Comm. Math. Univ. St. Paul **6** (1957), 9—28.
[34] Valiron, G., Lectures on the general theory of integral functions. Toulouse, Edouard Privat (1923).

MEMO

1960
MAY

日本数学会

昭和35年度年会

講演アブストラクト

函数論

時…… 5月26日・27日

所…… 東京大学理学部

26日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 14**
	14.00 ～ 14.35	普通講演	**15 ～ 17**
	14.35 ～ 16.05	特別講演	
27日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**18 ～ 28**
	13.00 ～ 14.00	特別講演	
	14.00 ～ 15.30	普通講演	**29 ～ 34**

10 月 23 日

1. 有馬喜八郎（埼玉大文理） **単位円内における正則函数について**

Gap series の絶対値と偏角についての関係を考える．その他．

2. 梯　鉄次郎（近畿大理工） **或る単葉函数の係数について**

$|z|<1$ において函数 $f_0(z)=((1+z)/(1-z))^2$ は正則かつ単葉である．また任意の実数値 λ_1, μ_1 に対して函数 $f_1(z)=((1+w_1)/(1-w_1))^2=((1+z)/(1-z)+i\lambda_1)^2+\mu_1{}^2$ は同じく $|z|<1$ において，正則単葉となる．以下これを繰りかえして得られる函数 $f_2(z)=((1+w_2)/(1-w_2))^2=((1+w_1)/(1-w_1)+i\lambda_2)^2+\mu_2^2$, $\cdots$ はすべて $|z|<1$ において正則かつ単葉な函数を表わす．このようにして得られる単葉函数族の係数の性質についてのべる．

3. 小川庄太郎（奈良学芸大） **ある単葉条件とそれに関して二三の注意**

既報の単葉条件 $\int_C\{d\arg df(z)+d\varphi(f(z))\}>-\pi$ の一つの応用として，一方向凸および一方向星型の十分条件が得られることを示す．なお，梅沢氏の一方向凸の十分条件(J. Math. Soc. Japan **4**(1952))と close-to-convex との関連について注意する．

4. 大久保　薫（伊勢崎高校） **正則函数の係数問題について**

原点に関して星型な函数の係数については $|a_n|\leqq n$, 凸型函数については $|a_n|\leqq 1$ なる関係が成り立つことはよく知られている．また，close-to-convex な函数についても $|a_n|\leqq n$ が成り立つことが分っている．筆者は $\Re f'(z)/\phi'(z)>0$ または $\Re zf'(z)/s(z)>0$ なる関係が満足されるときには，$\phi(z)$ として直径線に垂直な方向に凸型な函数，$s(z)$ として直径線の方向に星型な函数をとれば，やはり $f(z)=z+a_2z^2+\cdots$ について $|a_n|\leqq n$ が満足されることを明らかにする．また，$\Re\{zf'(z)\}'/\phi'(z)>0$ なる関係が成り立つときに，$\phi(z)$ として凸型函数をとれば，$f(z)=z+a_2z^2+a_3z^3+\cdots$ は直径線に垂直な方向に凸型な単葉函数であり，かつ $|a_n|\leqq 1$ が成り立ち，かつ凸型函数をふくむ函数となる．なお，上記の関係は直径線の方向に星型と同様な性質を有する函数，例えば typically real な函数を $s(z)$ としても成り立つ．

5. 梅沢敏夫（群馬大学芸） **On extended star-like functions.**

単位円内で正則な函数 $F(z)=z+a_2z^2+\cdots+a_nz^n+\cdots$ を考える．定理 1. $F(z)$ が $|z|\leqq\rho<1$ の像領域のすべての点に関して星型で，それ以外の点に関しては星型でないとき，$|a_n|\leqq \mathrm{Min}(n,\ 1/\rho^{n-1})$ $(n=2,\ 3,\ \cdots)$. 定理 2. $F(z)$ が像領域外の実軸上の一点 η に関して星型ならば，$|a_2+1/2\eta|\leqq 2$, $|a_3+a_2/2\eta+1/3\eta^2|\leqq 3$;

$$\left|\sum_{r=1}^{n}\Big(\sum_{i+j+\cdots+k=n}\overset{1}{\smile}{a_i}\,\overset{2}{\smile}{a_j}\cdots\overset{r}{\smile}{a_k}\Big)/r\eta^{r-1}\right|\leqq n\ (a_1=1;n=2,3,\cdots).$$

定理 3. ζ が $F(z)$ の星型中心ならば，$|F^{(n)}(\zeta)|\leqq n!\cdot(n+|\zeta|)/(1-|\zeta|)^{n+2}$ $(n=1,\ 2,\ \cdots)$.

6. 柳原二郎（中央大工） **単葉な写像について，I**

$|z|<1$ で正則な函数 $f(z)$ が，$f(z)=z+a_2z^2+\cdots$ のような展開をもち，$(1/2\pi)\int_0^{2\pi}|f(re^{i\theta})|^p d\theta\leqq K^p$, $p>0$, $0\leqq r<1$, なる条件をみたすとき，これは $H_p(K)$-class に属するという．特に $H_2(K)$ に対しては，(i) $f(z)\in H_2(K)$ は $|z|<\rho$ で単葉である．ここで $(1+\rho^2)/(1-\rho^2)^3=K^2/(K^2-1)$. (ii) この ρ は同時に星型限界である．(iii) 凸型限界 K は，つぎの式で与えられる：$(1+K^2)(1+10K^2+K^4)/(1-K^2)^5=K^2/(K^2-1)$. ——これらはいずれも exact である．(iv) H_p-class. $p\neq 2$, に対しても同様な問題を考えることができる．

7. 西宮　範（芝浦工大） **On variability-region of coefficients for analytic functions typically-real in an annulus.**

前報において，円環で正の実部をもつ解析函数族 $\widehat{\mathfrak{R}}$ についてその Laurent 係数の variability-region を考えた．ここでは，$\widehat{\mathfrak{R}}$ と密接な関係にある typically-real な解析函数族について類似な問題を取り扱う．

8. 栗林暲和（芝浦工大） **正の実部をもつ解析函数の係数領域について**

複連結の有限領域 D で一価正則，正の実部をもつ任意の函数に対していわゆる Herglotz 型の表示が可能であることを証明する．つぎに，D で一価正則な函数族 $\mathfrak{B}$ に広義一様収束の位相を導入する．normalized された正の実部をもつ函数族 $\mathfrak{A}$ が $\mathfrak{B}$ で compact な convex subset をなすことから，$\mathfrak{A}$ の extremal points とその領域函数との関係を調べる．上記の表示とこの関係から variability-region に関する Carathéodory の定理の一般化を得る．

9. 安倍　斉（愛媛大工） **On some analytic functions in a multiply connected domain.**

D は少なくとも boundary points として 3 点以上含む n 重連結領域とする．D が原点を含んでいれば，$\Phi(0)=0$, $\Phi'(0)>0$ なる条件をみたす $\Phi(z)$ により単位円内へ等角(無限多価)に写像することができる．この函数を考えることによりつぎの結果を得る： (i) Hayman の主要定理 (Symmetrization in the theory of functions, Stanford, Tech. Rep. No. 11, 1950) を拡張することにより，その一部を n 重連結領域へ拡張することができる．その一つをあげれば，$f(z)$ が上記の領域 D で正則(必ずしも一価ならず)とし，その任意の一分枝は $z=0$ のまわりで $f(z)=a_0+a_1z+\cdots$ とする．$f(z)$ による像領域にに含まれる円 $|w|=r$ の半径 r の上限を R とすれば，$|a_1|\leqq 4(|a_0|+R)\Phi'(0)$. (ii) D で正則(必ずしも一価ならず)な函数 $f(z)$ の値域に関する定理を得る．例えば Bloch's constant の n 重連結領域への拡張ができる．

10. 吉川比呂作（九大工） **On the minimum modulus of Blaschke product.**

零点がすべて 0 または負であるような Blaschke product $B(z)=\Pi_{k=1}^{\infty}(z+x_k)/(1+x_kz)$ $(0\leqq x_1\leqq x_2\leqq\cdots<1,\ \sum_{k=1}^{\infty}(1-x_k)<\infty)$ に対して $m(r)=\min|B(re^{i\theta})|$, $\rho=\underline{\lim}_{r\to 1}m(r)$, $\sigma=\overline{\lim}_{r\to 1}m(r)$ とおく．零点が無限個あるときは明らかに $\rho=0$ であるが，σ に対しては数年前に本会でつぎのことを証明した．すなわち $\sigma=1$ なるために必要十分な条件は $\underline{\lim}_{n\to\infty}p_n=0$, ただし $p_n=(\sum_{k=1}^{n}(1-x_k)^{-1})(\sum_{k=n+1}^{\infty}(1-x_k))$. ここでは $\sigma=0$ であるための十分条件は $\lim_{n\to\infty}p_n=\infty$, 必要条件は $\overline{\lim}_{n\to\infty}p_n=\infty$ であることをのべる．

11. 伊藤順一（名工大） **負の実軸上に質量分布をもった劣調和函数について**

負の実軸上に零点をもつ order が 1 より小さい整函数が equivalent な三条件をみたすことは Valiron および R. P. Boas により研究された．$G(z)$ は有限平面で正則で $|\arg z|<\pi$ において解析的な或る種の函数とし，$u(z)$ を負の実軸上の Borel set 上で定義された genus q の mass distribution をもった finite order の劣調和函数の canonical integral とする．条件：$u(r)\sim(-1)^{q}AG(r)$, $A\geqq 0$, $q+1>\rho$ に equivalent な三条件を導き，order が 1 より小さい劣調和函数への応用を試みるのが本論文の目的である．特別の場合として $G(z)=z^{\sigma}(\log z)^{\alpha}$, $q+1>\sigma>q$, α: 実数，を含む．

12. 木村郁雄（神戸大理） **多重劣調和函数とバリヤーについて**

ジリクレ問題に関するバリヤーを，少し定義しなおすと，多変数函数論における多重劣調和函数に対しても，バリヤーの働きをする函数が得られることを示したいと思う．

13. 尾崎繁雄（教育大理）・**坪井照男**（埼玉大文理） **Bergman minimal domain の拡張**

二変数の場合について述べる．記号はすべて I. Ono, Analytic vector function of several complex variables (J. Math. Soc. Japan **8**(1956)) と同一内容とする．領域 D における函数 $f(z)$ の Jacobian $\det(\partial f(z)/\partial z)$ が D 内の定点 u においてつぎの条件を満足するものとする．$J(u)=1$, $\partial J(u)/\partial z=0$, $\cdots$, $\partial^{n-1}J(u)/\partial z^{n-1}=0$. このような $f(z)$ による D の像領域全体の中で，その体積の最小のものがある．この特別な像領域を，D の u に関する中心 0 (ただし $f(u)=0$) の n-minimal domain と呼ぶ．$n=1$ のときが通常の Bergman minimal domain である．まず，初めに任意領域をその n-min. d. に写像する写像の特性を，D の Bergman kernel で与え，つぎに D 自身が n-min. d. であるための完全条件を与える．その他 n-min. d. と m-min. d. $(n\neq m)$ との相互関係やいろいろの n-min. d. に関連した結果も述べる．

14. 尾崎繁雄（教育大理）・**道脇義正**（前橋短大） **ベクトル空間に於ける代表領域写像函数について**

単位円においては，非ユークリッド線素 $ds=|dz|/(1-|z|^2)$ を用いると，一点を通る測地線は，その点を通る直交円弧である．これの多変数への拡張として，超球領域における測地線の方程式については，行列空間で，菅原，Siegel などの研究がある．われわれはベクトル空間における有界領域 D において，Bergman metric $ds^2=dz^*\,T_D(z,\ \bar z)\,dz$ を用いれば，測地線の微分方程式は $\ddot z+T_D^{-1}(z,\ \bar z)\partial T_D(z,\ \bar z)/\partial z(\dot z\times\dot z)=0$ （×印は Kronecker 積）となること，および z_0 を通る測地線の方程式は $UT_D^{-1/2}(z_0,\ \bar z_0)\int_{z_0}^{z}T_D(z,\ \bar z_0)\,dz=(r,\ 0,\cdots,\ 0)'$, $z_0\in D$; ここに，r は実媒介変数，U はユニタリー行列であることを証明し，D を代表領域に写像する函数として $W=T_D(z_0,\ \bar z_0)\int_{z_0}^{z}T_D(Z,\ \overline{Z_0})\,dz$ が得られること等を

証明する．ただし，$z\equiv(z_1, z_2, z_n)'$, $\partial/\partial z\equiv(\partial/\partial z_1, \cdots, \partial/\partial z_n)$, * は転置共軛，$K_D(z, \bar{z})$ は領域 D における Bergman の核函数，$T_D(z, \bar{\zeta})\equiv\partial^2\log K_D(z, \bar{\zeta})/\partial\zeta^*\partial z$,

15. 浅見健夫 (阪大理) **解析集合の非 normal 点の集合について**

C^n の領域 D の解析集合 M の上の正則函数 f を考える．x を M の一点とし，x のいかなる近傍においても f は ambiant space の正則函数から induce されないとする．このような x の全体を $S_N(f)$ と書くと，定理 1. $S_N(f)$ は解析集合である．——x を M の点とし，x の近傍で M 上の函数 f が存在して x を $S_M(f)$ に含むとする．このような x の全体を S_N と書くと，定理1を用いて，系．S_N は解析集合である．(Cartan Sém.1953 Ex. X の定理 3 bis.) ——定理 2. M が k 次元の解析集合であるとき，S_N は，1) M の $k-1$ 次元の singularity と 2) M の reducible points の集合の closure とよりなる．——定理 3. codim.$M=2$. M は D の正則函数 F, G の共通0点で，M に対応する ideal の底は F と G からなるとする．そのとき，f が M 上の函数で codim.$S_M(f)\leqq 4\Rightarrow S_N(f)$ は実は空集合．

16. 梶原壌二 (九大理) **Cousin-I 領域についての一注意**

K. Oka, H. Cartan によれば，C^2 の上の不分岐な領域が Cousin-I 領域であるための必十条件は正則領域であることである．C^2 の上の分岐した Cousin-I 領域が正則領域であることは，不分岐の場合の証明を適当に修正すれば証明することができる．更に，これが正則凸であるかどうかは興味ある問題である．ここでは，それより弱いある種の凸性が成立つことを注意しよう．

17. 岩橋亮輔 (名大理) **A characterization of holomorphically complete spaces**

連結 n 次元解析空間 X 上の正則函数環を $A(X)$，準同型 $A(X)\to C$ (character という) の全体を X^* とする．X^* に弱位相を入れる．写像 θ: $X\to X^*$ を $\theta(x)f=f(x)$ で定義すると θ は連続．定理．連結 n 次元解析空間 X に対して X が holomorphically complete $\Leftrightarrow\theta$: $X\approx X^*$(homeomorphism).

特　別　講　演

及川広太郎 (東工大) **Teichmüller 空間の分岐点**

与えられた種数 g ($\geqq 2$) の閉リーマン W 全体を考え，互いに等角同値なものの類を $\langle W\rangle$，それら全体を R_g とおく．

つぎに一つの W_0 を固定し，W_0 から W の上への orientation preserving な位相写像 h を用いて対 (W, h) を考える．(W, h) と (W', h') が等角同値だとは，W から W' の上へ $h'h^{-1}$ とホモトピックな等角写像のあることと定義し，等角同値類を $\langle W, h\rangle$，それら全体を T_g (Teichmüller 空間) と表わす．T_g から R_g の上へは $\langle W, h\rangle\to\langle W\rangle$ で定義される射影があり，その意味で T_g は R_g の被覆空間である．

W_0 の自己自身の上への orientation preserving な位相写像 H のホモトピー類 (H) 全体から成る群を $\mathfrak{G}^*$ とおく．$(H)\in\mathfrak{G}^*$ は T_g の自己自身の上への

$$(H):\quad \langle W, h\rangle\to\langle W, hH\rangle$$

なる一対一変換を誘起する．(H) のなかには $\neq(1)$ でありながら T_g に恒等変換を誘起するものがあり得るから，それら全体を $\mathfrak{J}$ とおき，$\mathfrak{G}_g=\mathfrak{G}^*/\mathfrak{J}$ を考える．これは T_g の変換の群で各元は R_g の上への射影を変えずまた

$$R_g=T_g/\mathfrak{G}_g$$

であるから，Decktransformationsgruppe とよんでおく．

T_g についてはいろいろのことが知られている．なかでも，T_g が $6g-6$ 次元ユークリッド空間と位相同型である [5, 6] ことや T_g は $3g-3$ 次元複素解析多様体である [1, 2, 7] ことは有名である．これらについては小沢氏の特別講演 (1956年春) や小沢・一松両氏によるシンポジウムの講演 (1959年夏) でもくわしく論じられた．

われわれの今回の興味は R_g を $T_g/\mathfrak{G}_g$ なる商空間としてしらべることにある．とくに，R_g が多様体であるか否かという問題に焦点をしぼることにする．$\mathfrak{G}_g$ が T_g で properly discontinuous でありその元はすべて解析変換であることは容易にわかるから，分岐点にのみ注目すればよいことになる．

$\langle W, h\rangle$ が T_g の分岐点であるか否かは W の自己等角写像全体の群 $\mathfrak{C}_W$ で決まる．すなわち，$g\geqq 3$ ならば $\mathfrak{C}_W\neq\{1\}$, $g=2$ ならば $\mathfrak{C}_W\neq\{1, J\}$ (ここで W は超楕円面で J はその上下シートの入れ換え) が $\langle W, h\rangle$ の分岐点となる条件である．一方において，W 上の正則 quadratic differentials 全体の線型空間 L_W は任意の h について $\langle W, h\rangle$ における T_g の接空間である．$\mathfrak{C}_W$ が L_W に誘起する一次変換の群を $\mathfrak{K}_W$ とおくなら，$\langle W, h\rangle\in T_g$ の下にある $\langle W\rangle\in R_g$ の近傍の構造は $L_W/\mathfrak{K}_W$ と位相同型であることがわかり，それによって $\langle W\rangle$ の近傍で R_g が多様体であるか，すなわち一意化可能であるか否かがわかる．

$L_W/\mathfrak{K}_W$ をしらべるには，$g\geqq 3$ ならつぎのようにする：W をリーマン面 $W/\mathfrak{C}_W$ の被覆面とみて Riemann-Hurwitz の関係式をつくり [4] と同じような算術を用いて L_W の中で $\mathfrak{K}_W$ で不変なものから成る部分線型空間の次元をしらべる；これにより $g\geqq 3$ なら T_g の分岐点の集合の各成分は解析的部分多様体で，その次元は $2g-1$ をこえないことがわかり，それから直接に

定理 1 (Gerstenhaber [3]). $g\geqq 4$ なら分岐点の下にある $\langle W\rangle\in R_g$ はすべて一意化不可能である．

また，少し修正することにより

定理 2 (Gerstenhaber [3]). $g=3$ なら分岐点の下にある $\langle W\rangle$ は，それが超楕円面で $\mathfrak{C}_W=\{1, J\}$ である場合以外は，すべて一意化不可能である．

$g=2$ にはこの方法は適用し得ず直接に [8] のような計算をしなければならないが，分岐点の下にくるもののごく一部分だけが一意化不可能となる．このときは更に分岐点の近傍における $\mathfrak{G}_g$ の様子も明瞭となる．くわしくは普通講演にゆずる．

文　　献

[1] Ahlfors, L.V., The complex analytic structure of the space of closed Riemann surfaces. Analytic Functions, Princeton Univ. Press, 近刊.

[2] Bers, L., The space of Riemann surfaces. Proc. Intern. Congr., Edinburgh, 1958, 近刊.

[3] Gerstenhaber, M., 近刊.

[4] Hurwitz, A., Über algebraische Gebilde mit eindeutigen Transformationen in sich. Math. Ann. **41** (1893), 403—442.

[5] Teichmüller, O., Extremale quasikonforme Abbildungen und quadratische Differentiale. Abh. Preuss. Akad. Wiss. Math.-naturw. Kl. **22** (1939).

[6] ―――, Bestimmung der extremalen quasikonformen Abbildungen bei geschlossenen orientierten Riemannschen Flächen. Ibid. **24** (1943).

[7] ―――, Veränderliche Riemannsche Flächen. Deut. Math. **7** (1944), 344—359.

[8] 辻　良平, On conformal mappings of a hyperelliptic Riemann surface onto itself. Kōdai Math. Sem. Rep. **10** (1958), 127—136.

5　月　27　日

18. 柴田敬一 (阪府大教養) **円板の擬等角写像について**

$|z|<1$ から $|w|<1$ への K-QC 写像 $w=f(z)$ のうちで，条件 $\lim_{z\to 0}|f(z)|/|z|^{1/K}=1$ をみたすものは $f_0(z)\equiv e^{i\alpha}|z|^{1/K-1}z$ (α: real const.)に限ることを示す．証明は Pfluger (C. R. Paris **231** (1950)) の方法を少し変更するだけでよい．この方法は有限重連結領域の擬等角写像にも応用できるであろうと思われる．

19. 柴田敬一 (阪府大教養) **Grötzsch の一定理についての注意**

z-平面上の n 重連結領域 ($2\leqq n<\infty$) のうちで，つぎの条件をみたすものの集合を $\mathfrak{B}$ とする：1) $B\in\mathfrak{B}$ は $|z|<1$ に含まれる；2) $|z|=1$ は $B\in\mathfrak{B}$ の境界である．このとき，$B\in\mathfrak{B}$ から $B'\in\mathfrak{B}$ への (単位円周を相対応させる) K-QC 写像に関する Grötzsch の一定理 (Leipziger Ber. 82) の証明について述べる．

20. 遠木幸成 (阪大理) **単位円周上の測度 0 の集合と擬等角写像**

Ahlfors-Beurling によって，単位円周上の測度 0 の集合でも擬等角写像によって単位円周上の測度正の集合に写像されるものがあることが示された．これに関連して黒田氏は昨年の学会で単位円周上の測度 0 の集合 S がいかなる擬等角写像によっても単位円周上の測度 0 の集合に写像されるならば，S は容量 0 でなければならないかという問題を提出された．これについては以前に否定的な結果が得られているので改めて報告する．

21. 遠木幸成 (阪大理) **O_{HD} の Riemann 面について**

O_{HD} は擬等角で不変であるという定理は既に知られているが，この定理の簡単な証明が得られたのでこれを報告する．また $O_{HD}=O_{HBD}$ の証明も Virtanen によって与えられているが，別証明が得られたので報告する．

22. 倉持善治郎 (北大理) **境界上の集合の対応について**

z 平面上の単連結領域を D, その境界を ∂D とする. ∂D 上の容量正の閉集合を E とする. D を単位円 $|\zeta|<1$ に写像したときの E の像を E_ζ とする. もし E の各点 P に対して, P を頂点とし正の開き角, 正の半径をもつ扇形 $S(\mathrm{P})$ が D に含まれるならば, E_ζ の容量もまた正である; ここで容量とは対数容量である. 以上の定理の一般リーマン面への拡張と応用を述べる.

23. 中井三留 (名大理) **調和境界上の測度について**

リーマン面 R の調和境界 $\varDelta$ 上にて HD-函数 $u(z)$ は $\pm\infty$ を許す意味で連続な境界値 $u(\zeta)$ をもち $\mathrm{Min}_{\varDelta}u(\zeta)=\inf_R u(z)$, $\mathrm{Max}_{\varDelta}u(\zeta)=\sup_R u(z)$ が成立することを注意する. そこで $\varDelta$ 上に HD-函数 $u(z)$ に対してポアソン型の積分表示 $u(z)=\int_{\varDelta}u(\zeta)k(\zeta, z)d\mu(\zeta)$ を与える如き正則なラドン測度 μ が正規化条件 $u((z_0)=\int_{\varDelta}u(\zeta)\,d\mu(\zeta)$ のもとに唯一つ存在する. この μ の言葉でつぎの事実をのべる. (1) 最大値の原理: $u(z)\in HP$ に対し $m\leqq\lim_{z\to\zeta}u(z)$ が μ 測度 0 の集合をのぞく $\varDelta$ の凡ての点 ζ について成立するならば, R 上 $m\leqq u(z)$. (2) コンスタンチネスク・コルニアの HD-極小函数 $u(z)$ は, $u(z)=c\cdot\int_{\{\zeta_0\}}k(\zeta, z)d\mu(\zeta)$ $(c>0;\ \zeta_0\in\varDelta$ かつ $\mu(\zeta_0)>0)$ の形のものかつそのものにかぎる.

24. 樽本浩一 (阪府大教養) **Meromorphic approximation について**

よく知られた Runge の定理は Behnke-Stein によってリーマン面の場合に拡張されている. 平面の場合には多項式近似の問題は N. S. Mergelyan によって最終の結論が得られている. 開リーマン面上に与えられたcompact な集合上で連続で内点では正則な函数がリーマン面上で正則な函数で一様に近似されるための条件を求める. ここではとくに閉領域の場合についてのべる. 求める条件はその閉領域の complement の各 component が non-compact なることである. non-compact な集合上での近似について Carleman 型の定理についての簡単な注意ものべる.

25. 水本久夫 (東工大) **On conformal mappings of a Riemann surface onto a many-sheeted disk.**

すべての境界成分が連続体から成る finite Riemann surface R は r ないし $r+2g$ 葉円板につねに等角写像可能であることを比較的 elementary な方法で証明する. ここで r は R の境界成分の箇数, g は R の種数を示す. この結果は基礎領域が平面領域の場合には Bieberbach-Grunsky の定理としてよく知られ, Mori, Tsuji 等による別証がえられている. 基礎領域が finite Riemann surface の場合には Ahlfors によってくわしく論ぜられているが, ここではその別証を与える.

26. 水本久夫 (東工大) **On conformal mappings of a Riemann surface onto a canonical covering surface.**

最初に, すべての境界成分が連続体から成る finite Riemann surface R は波紋の入った円環型被覆面には一般には等角写像不可能であることを示す. このことは基礎領域が平面領域の場合には各境界成分の像の原点のまわりの回転数を任意に指定して, つねに写像可能であった事実と著しい相異を示す. つぎに, R は原点での被覆度が高々 $r+2g$ である波紋の入った円板型被覆面に, 各境界成分の像としてきまる円または円弧の半径をあらかじめ任意に指定してつねに等角写像可能であることを示す. ここで r は R の境界成分の箇数, g は R の種数を示す. この後半は前年度秋の分科会で発表した結果の精密化である.

27. 辻 正次 (日大理工)**・島田三郎** (日大理工) **Fuchs 群の二, 三の性質について**

Fuchs 群 $G=\{S_n\}$ の元を S_n: $z'=e^{i\alpha_n}(z-a_n)/(1-\bar{a}_n z)$ とし, $z=0$ と同値な点を $z_n=S_n(0)$ $(n=0, 1, 2, \cdots)$ とする. 定理. $|z|=1$ 上のすべての点が $\{z_n\}$ の集積点であるならば, $z=0$ における正実軸方向の微小ベクトル $dz_0=|dz_0|$ の S_n による像ベクトル $dz_n=S_n(dz_0)$ の集合を考えると, $\{\arg(dz_n)\}$ は $[0, 2\pi]$ で稠密な集合になる. いいかえれば, S_n の α_n が $[0, 2\pi]$ で稠密. 定理. 前定理と同じ仮定の下に, もしはじめに $z=0$ における微小ベクトルの集合 $M_0=\{dz_0^{(\nu)}\}$ が与えられてその偏角の集合の Lebesgue 測度が正であると仮定すれば, $S_n\in G$ $(n=0, 1, 2, \cdots)$ による像ベクトルの偏角は測度 2π の集合になる.——更に Fuchs 群 G の基本領域の非ユークリッド面積が有限の場合に, $S_n\in G$ による $z=1$ と同値な点の分布について報告する.

28. 及川広太郎 (東工大) **$g=2$ の Teichmüller 空の分岐点**

$g=2$ の Teichmüller 空間は, $g=2$ の閉リーマン面の空間 R_2 の被覆空間とみて, つぎの式で表わされる点の上に分岐点をもつ: 1) $y^2=x^6-x$; 2) $y^2=(x^2-1)(x^2-b^2)(x^2-c^2)$ $(1, b^2, c^2$ は互いに相異なる). ここで, 2)

のうち特に $y^2=(x^3-1)(x^3-a^3)$ $(a\neq 0,\ a^3\neq 1)$, $y^2=x(x^2-1)(x^2-a^2)$ $(a\neq 0,\ a^2\neq 1)$ で表わされる点および 1) の点においては R_2 は一意化不可能である.

特　別　講　演

二宮信幸 (阪市大理) **最近のポテンシャル論の傾向**

ポテンシャル論とは, 二点 x と y の函数 $K(x, y)$ を一つの質量分布で積分することによって定義される函数

$$U^{\mu}(x)=\int K(x,\ y)d\mu(y)$$

の研究である. 最近のポテンシャル論の研究は二つの大きな課題から成っている. 一つは掃散問題の研究, 他の一つは容量の研究である. 本講演においては掃散問題が過去 30 年近くの間にどのように発展してきたか, そして現在どんなことを目標として研究が進められているかについて報告する.

ポテンシャルを定義する核 $K(x, y)$ は二点 x と y について正で連続な函数で, $x=y$ に対しては $+\infty$ をとることが許されるものとする. 掃散問題とは, 正の質量分布 μ とコンパクト F が任意に与えられたとき,

(1) F 上高々 K-容量 0 を除いて $U^{\mu'}(x)=U^{\mu}(x)$,

(2) 全空間で $U^{\mu'}(x)\leqq U^{\mu}(x)$

となるような正の質量分布 μ' を F の上に構成することができるか, という問題である. 掃散問題がこのような形で提起されたのは古いことではない. ニュートン・ポテンシャルの場合には条件 (2) は (1) の当然の結果であるから, 一般のポテンシャルの場合にも掃散問題がそれと同じ形式によって提起されたのである.

ニュートン・ポテンシャルにおける掃散問題は, Dirichlet 問題の解を構成する手段として, Gauss によって研究されたのがその発端である. そのために変分の方法を利用する Gauss の考えは極めてすぐれたものであったが, その議論の過程において不正確な点があった. Frostman はそれを完全なものとし, ニュートン・ポテンシャルにおける掃散問題を完全に解決したが, 一般のポテンシャルにおける掃散問題は不完全な形でしか解決しなかった. Riesz は α 次のポテンシャルに対して掃散問題を解決した. このことはたいへん意義のあることである. 戦後 Cartan が位相解析の知識を利用してニュートン・ポテンシャルにおける掃散問題を整った形で解決し, 更に非正則点(掃散問題における除外点)の研究によって集合に二つの容量を定義し, それが可容性(capacitability)の研究の発端となった. Cartan の研究以来一般のポテンシャルにおける掃散問題の研究が始まり, 掃散問題は最大値の原理と深い関係があることが明らかにされた. したがって, ポテンシャル論では, 掃散問題の解ける核, すなわち, 最大値の原理をみたす核を決めることが大きな目標となった. 最近発表されつつある Beurling-Deny の研究はこの問題にかなりの解決を与えている.

掃散問題は, 極く最近ではつぎのように拡張されている. 二つの与えられた核 $K(x, y)$ と $N(x, y)$ のポテンシャル

$$U^{\mu}(x)=\int K(x,\ y)d\mu(y),$$

$$V^{\mu}(x)=\int N(x,\ y)d\mu(y)$$

を考え, 正の質量分布 μ とコンパクト F が任意に与えられたとき,

(1) F 上高々 K-容量 0 を除いて $U^{\mu'}(x)=V^{\mu}(x)$,

(2) 全空間で $U^{\mu'}(x)\leqq V^{\mu}(x)$

となるような正の質量分布 μ' を F の上に構成できるか. 明らかにこれは核 N が 核 K と同一ならば, 通常の掃散問題であり, 核 N が定数ならば, 通常の平衡問題である. このような形の掃散問題は, 将来のポテンシャル論の一つの研究課題となろう.

---

29. 大津賀 信 (広島大理) **測度空間の位相について**

局所コンパクトなハウスドルフ空間を Ω, その上の非負ラドン測度全体を $\mathfrak{M}$ としるす. 核 $\Phi(\mathrm{P}, \mathrm{Q})$, $-\infty<\Phi\leqq\infty$ は $\Omega\times\Omega$ 上で定義される下半連結函数とし, $\mu\in\mathfrak{M}$ に対し $U^{\mu}(\mathrm{P})=\int\Phi(\mathrm{P},\ \mathrm{Q})d\mu(\mathrm{Q})$ が定義されるとき, これを μ のポテンシャルとよぶ. また, $\mu, \nu\in\mathfrak{M}$ に対して, $\Phi^{-}(\mathrm{P}, \mathrm{Q})$ が $\mu\otimes\nu$ に関し積分可能のとき, $(\mu, \nu)=\iint\Phi^{+}d\mu d\nu-\iint\Phi^{-}d\mu d\nu$ を考える. (μ, μ) が有限な μ 全体を $\mathfrak{E}$, $U^{\mu}(\mathrm{P})$ が Ω 内至るところ定義され, $\not\equiv\infty$ である $\mu\in\mathfrak{M}$ 全体を $\mathfrak{M}_0$, 各 $\mu\in\mathfrak{M}_0$ に対し (λ, μ) が定義され有限であるような λ 全体を $\mathfrak{L}$ としるす. 漠位相は通常のように $\mathfrak{M}$ 上に, また半ノルム $\mu\to|(\lambda,\ \mu)|$, $\lambda\in\mathfrak{L}$ により $\mathfrak{M}_0$ 上細位相が, $\mu\to|(\nu,\ \mu)|$, $\nu\in\mathfrak{E}$ により $\mathfrak{E}$ 上弱位相が定義される. 核が正型のとき $\|\mu-\nu\|$ により強

位相を定める．これら位相間の関係についてのべる．

30．大津賀　信（広島大理）　**Fuglede の条件 (CW) について**

核はつねに正型とする．Fuglede はつぎの条件を (CW) としるした．$\mathfrak{E}$ 内のエネルギーが一様有界な漠収束ネットはつねに弱収束する．われわれはつぎの弱い条件を $(CW)'$ としるそう．$\mathfrak{E}$ 内のエネルギーが一様有界で一定コンパクト集合にささえの含まれる漠収束ネットは弱収束する．(CW) と $(CW)'$ をみたす十分条件を与え，α 核とリーマン面上のグリーン核は共に (CW) をみたすことを示す．さらに (CW) あるいは $(CW)'$ を仮定して，$\mathfrak{E}$ または $\mathfrak{E}_F$ の完備性を論ずる．ここに $\mathfrak{E}_F$ はささえがコンパクト集合 F に含まれる $\mathfrak{E}$ の部分集合を表わす．

31．大津賀　信（広島大理）　**容量と随伴容量の関係**

$\check{\Phi}(\mathrm{P},\ \mathrm{Q})=\Phi(\mathrm{Q},\ \mathrm{P})$ を Φ の随伴核とよぶ．　$\Phi>0$ のとき，空でないコンパクト集合 K に対して，ささえ $S_\mu\subset K$ で Ω 内 $U^\mu(\mathrm{P})\leqq 1$ なる μ の全質量の sup により定義される容量 $C(K)$ と，$\check{\Phi}$ に対する随伴容量 $\check{C}(K)$ の間には $\check{C}(K)\leqq 4\lambda C(\mathrm{K})$ なる関係のあることを Choquet は示した．ただし，つぎの λ 拡大された最大値の原理が仮定してある：ささえのコンパクトな μ に対し Ω 内つねに $U^\mu(\mathrm{P})\leqq\lambda \sup_{\mathrm{Q}\in S_\mu}U^\mu(\mathrm{Q})$．核が一般符号のときは容量の代りにつぎの量を考える．$V(K)=\inf\ \sup U^\mu(\mathrm{P})$，ここに inf は $S_\mu\subset K$ なる単位分布に関し，sup は S_μ 上で考える．また，$\check{\Phi}$ に対する同様な量を $\check{V}(K)$ としるす．$K\times K$ 上 $\Phi(\mathrm{P},\ \mathrm{Q})>m>-\infty$ ならば，Choquet と同様な方法で，$V(K)-m\leqq 4(\check{V}(K)-m)$ が示される．ここに最大値の原理は仮定しない．ガウス変分の結果を用いると，何らの技巧なしに 4 を 2 で置きかえうることが示される．

32．大津賀　信（広島大理）　**漠収束列について**

つぎの Choquet，岸による重要な結果を拡張する．核 Φ は $\Omega\times\Omega$ 内の対角線集合外で連続で，Φ と $\check{\Phi}$ は連続性の原理をみたすものとする．測度列 $\{\mu_n\}$ は一定コンパクト集合にささえが含まれ，μ_0 に漠収束すれば，外容量 0 集合を除き Ω 内で $\varliminf_{n\to\infty}U^{\mu_n}(\mathrm{P})=U^{\mu_0}(\mathrm{P})$．

33．岸　正倫（名大理）　**平衡分布の一意性について**

対称核 $K(x,\ y)$ が平衡原理をみたすとする．すなわち，任意のコンパクト集合 C に対してつぎの正の分布 μ_C がある：μ_C の台 $\subset C$，全空間で $K\mu_C(x)\leqq 1$，C 上 p.p.p. $K\mu_c(x)=1$．ただし $K\mu_C(x)=\int K(x,\ y)d\mu_C(x)$．$\mu_C$ を平衡分布，$K\mu_C(x)$ を平衡ポテンシャルという．このとき平衡ポテンシャルは一意に存在することが知られている (Ninomiya)．しかし平衡分布は一般に一意でない．ここでは，平衡分布が一意にきまるための必要条件および十分な条件について考察する．

34．二宮信幸（阪市大理）　**一般化された掃散問題について**

$K(x,\ y)$ および $N(x,\ y)$ をそれぞれ x と y の正で連続，対称な函数，$x=y$ に対してのみ $+\infty$ をとることを許すものとする．正の質量分布 μ のポテンシャル $U^\mu(x)=\int K(x,\ y)d\mu(y)$，$V^\mu(x)=\int N(x,\ y)d\mu(y)$ を考える．正の質量分布 μ とコンパクト F が任意に与えられたとき，(1) F 上で K-容量 0 を除き $U^{\mu'}(x)=V^\mu(x)$，(2) 全空間で $U^{\mu'}(x)\leqq V^\mu(x)$ なる正の質量分布 μ' が F 上に存在するとき，核 K は核 N に対して掃散問題が解けるという．この一般化された掃散問題に対しても，先般発表した論文「対称核ポテンシャルの研究（阪市大紀要，1957)」における主要結果もまた成り立つことを主張する．

第三回函数論シンポジウムを 12 月中旬，お茶の水女子大学で開催の予定．詳細については目下準備中．

東　京
K. K. 小 薬 印 刷 所

1960
OCTOBER

日 本 数 学 会

昭 和 35 年 度 秋 季 例 会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函　数　論

時……　10 月 22 日・23 日

所……　京 都 大 学 理 学 部

---

22 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 12**
	13.00 ～ 13.40	普通講演	**13 ～ 15**
	13.45 ～ 14.45	特別講演	
23 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**16 ～ 28**
	13.00 ～ 14.30	特別講演	