特　別　講　演

倉持善治郎（北大理）　**Riemann 面の境界について**

戦後長足の進歩をした一つの分野はリーマン面の研究であろう．現在までいろいろな例と定理が得られ，平面内の領域では予想もしなかった結果が得られている．ここではその一つにふれる．

$R\in O_{HB}$ で $\notin O_G$ とするとき，$R-R_0\in O_{AB}$ (1955)；

$R\in O_{HD}$ で $\notin O_G$ とするとき，$R-R_0\in O_{AD}$ (1956).

これは，Cornea (1957) によって簡単な証明が与えられた．この定理は，positive boundary でも $\in O_{HB}$ (O_{HD}) のときはその境界には genus が大きな密度で分布しているためにあたかも一点であるかのようにみえるということを意味している．そこで，われわれは境界のどの部分がどのような働きをしているであろうかを考える．それには，つぎの topology が非常によく適合している．

R を positive boundary の Riemann 面とし，$G(z, p)$ を Green 函数として $K(z, p)=G(z, p)/G(p_0, p)$ とおけば，$K(z, p)$ は R で正の調和函数である．$\{p_i\}$ を境界に収束する点列として $\{K(z, p_i)\}$ が内部で一様収束するとき，$\{p_i\}$ を基本列とよび，二つの基本列が同じ極限函数をもつとき，対等という．一つの基本列と対等なもの全体に一つの境界点を対応させる．B を全境界として，$R+B$ の二点に対して

$$\delta(p_1, p_2)=\sup_{z\in R_1}\left|\frac{K(z, p_1)}{1+K(z, p_1)}-\frac{K(z, p_2)}{1+K(z, p_2)}\right|$$

を二点 p_1 と p_2 の距離と定義する．また，$N(z, p)$ を $R-R_0$ で調和，∂R_0 で零となり，p に対数的特異点をもち，Dirichlet 積分が最小なものとする（p の附近では通常のように計算）．この $N(z, p)$ を前の $K(z, p)$ の代りに利用すると，また一つの topology を得る．HNB (HND) を一次独立な有界（Dirichlet 積分有界）な調和函数の箇数が高々 N であるリーマン面の class とするとき，

（i）$R\in HNB(HND)\Longleftrightarrow B$ が有界な N 箇の $K(z, p)$ $(N(z, p))$ と調和量（容量）零との境界よりなる．

（ii）G を R の non-compact domain とし，$v(p)$ を p の近傍とするとき（ここで $K(z, p)$ が有界；$N(z, p)$ が有界），$G\cap v(p)=G'$ が p を或る程度——$\partial G'$ で零で G' で有界（Dirichlet 積分有界）な函数が存在し得る程——表わしているならば，$G'\in O_{AB}$ (O_{AD}) である．ここで有界性はもちろん of bounded type（球面積分の有界性）としても成立することは明らかである．これはつぎの定理の精密化と考えられる．

これらの $N(z, p)$ が有界となるような点 p は，他の metric（例えば Green 函数の利用）でも一点となる程 genus があらゆる方向に結ばれているような点でもある．

つぎに，R の任意の non-compact domain G 上には ∂G で実部が零で有界（球面積分有界）な函数が定数以外にないとき，R を O^0_{AB}, O^0_{AD}, とよぶことにする．

$R\in(HNB, HND, O^0_{AB}, O^0_{AD})$ が w 平面上の被覆面として表わされるとき，K: $|w-w_0|<r$ の connected piece ψ の面積が $=\infty$ もしくは $<\infty$ の場合に，$D_n=E[w: n(w)\geqq n]$ の metric, topological property についてふれる．これらは前定理の応用でもあり，また集積値集合の理論にも用いられるものである．

1959
OCTOBER

日　本　数　学　会

昭 和 34 年 度 秋 季 例 会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函　数　論

時……　10 月 23 日 ・ 24 日

所……　京 都 大 学 理 学 部

---

23 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 11**
	13.00 ～ 14.30	特別講演	
24 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**12 ～ 22**
	13.00 ～ 14.30	特別講演	

1. **安倍　斉**（愛媛大工） **On some analytic functions in a multiply conneted domain.**

n 重連結領域で一価正則な函数があたえられ，その像領域が単位円で正則なある函数（その逆函数が解析性をもつ）の像領域に含まれているとする．すると，よく知られている Ahlfors-Garabedian による Schwarz の lemma の n 重連結領域への拡張定理を使うことにより，n 重連結領域における subordination を定義することができる．（特に 2 重連結領域の場合には，さらに円環内有界正則函数に関する Robinson の定理を使って考えることができる．）いま，この原理により得られる定理の一つを示せば，つぎのようになる．——$f(z)$ は原点を含む n 重連結領域 D で一価正則で，$f(0)=0$, $f'(0)=1$ とする．さらに，$f(z)$ は $z=0$ 以外には零点をもたないとすれば，その像領域はつねにつぎの円内を完全に含む：$|w|<1/32\pi\cdot\hat{K}(0, 0)$．この結果は sharp であり，$\hat{K}(z, 0)$ は零点に関する D の Szegö の核函数である．

2. **伊藤順一**（名工大千種分校） **正則函数の係数問題について**

函数 $f(z)$ が $0\leqq\rho\leqq|z|<1$ で有理型で $|z|=1$ 上の極を除いて，$\Re f(z)\geqq 0$ であるか或いは $\Re f(z)$ が有限回符号を変えるとき，$f(z)$ の $\rho<\rho'<|z|<1$ での Laurent 展開の係数評価については既に発表した．本講演では条件を弱くして試みる．さて $|\sigma_k|\leqq\pi$, $k=1, \cdots, 2s$ なる $2s$ 個の実数の組 $\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_{2s}$ で函数 $g(s, z)=cz^{-s}\cdot\Pi_{k=1}^{2s}(e^{i\sigma_k}-z)$ を定義する．ただし c は σ_k, $k=1, \cdots, 2s$, のみに関係し z に無関係な定数とする．つぎに，$0\leqq\rho\leqq|z|<1$ で一価正則な函数 $f(z)$ が $\rho<r<1$ で $\int_{-\pi}^{+\pi}|\Re\{f(re^{i\varphi})g(s, re^{i\varphi})\}|d\varphi<K<\infty$ を満足し，極限値 $\lim_{r\to 1}\int_{-\pi}^{+\pi}[\Re\{f(re^{i\varphi})g(s, re^{i\varphi})\}]^{-}d\varphi$ が一定数 M に等しいとき，かかる函数 $f(z)$ の組を $B(s, M)$ とする．$f(z)\in B(s, M)$ なるとき，$\rho<|z|<1$ における Laurent 展開の係数評価を求める．

3. **西宮　範**（芝浦工大） **On the coefficients of functions starlike in the exterior of a circle.**

単位円外で単葉，$f(z)=z+\sum_{n=1}^{\infty}a_n/z^n$ $(|z|>1)$，かつ $|z|>1$ を無限遠点に関する星型領域に写像する函数の class を S_t とする，$f(z)\in S_t$ の係数に対して Nehari-Netanyahu [Proc. Amer. Math. Soc. **8** (1957), 15—23] は評価 $|a_n|\leqq 2/(n+1)$ $(n=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ を得た．そして extremal の一例として $f_n(z)=z(1+1/z^{n+1})^{2/(n+1)}=z+2/(n+1)\cdot 1/z^n+\cdots$ を挙げている．ここでは，$f(z)\in S_t$ と単位円において正の実部をもつ正則函数との関係ならびに後者に対する Herglotz の表示を利用することによって，上の評価の簡単な別証を $n=1, 2, 3, 4$ の場合に与える．また，extremal function が本質的には上記の形のものに限ることをも証明する．

4. **栗林暲和**（芝浦工大） **正の実部をもつ解析函数の族について**

単位円で正の実部をもつ正則函数の Taylor 係数の variability-region に関して Carathéodory の結果がある．この結果は，Komatu による Herglotz 型の表示を用いて円環の場合に拡張されることが，Nishimiya によって示されている．ここでは，それを n 重連結領域の場合に拡張することが目的である．すなわち，複連結領域 D で一価正則な解析函数の族 $\mathfrak{F}$ を位相ベクトル空間とし，γ を $\mathfrak{F}$ の任意な compact subset とするとき，Krein-Milman の定理を応用することができる．γ を D で一価正則，正の実部をもつ解析函数族である種の normalization をみたすものとするとき，その端点となる函数を決定すれば，n 次元ユークリッド空間における convex set に関する一般論から Carathéodory の定理の一般化が得られる．

5. **小松勇作**（東工大） **On the integral representation of Herglotz and the trigonometric moment problem.**

正の実部をもつ円内正則函数についての Herglotz の積分表示は著名である．しかし，この表示をみちびくにあたって Helly の選択定理が利用されるので，表示の単独性については自明ではない．ここではまず，この単独性に対する一つの証明を試みる．他方において，trigonometric moment problem は classical である．この問題の解の存在ならびにその単独性を Herglotz の表示と関連させて，この観点から論じてみたい．

6. **倉持善治郎**（北大理） **集積値集合に就いて**

R を開いたリーマン面，$f(z)$ をその値が w 平面に落

ちる一価函数とする．R には境界を含めて距離を導入し，それについて $H_R(z)$, $H_{B-\Gamma}(z)$ を定義するとき，除外集合 $\Gamma\subset\mathfrak{N}_{AD}$, $\mathfrak{N}_{HD}$ のときには $H_R(z)-H_{B-\Gamma}(z)$ は一般に開集合にはならない．しかし，ある程度異った形での結果が得られる．ここで $\mathfrak{N}_{AD}$, $\mathfrak{N}_{HD}$ とは AD, HD に対する零集合である．

7. **能代　清**（名大理） **Cluster sets of pseudo-analytic functions.**

$\zeta=T(z)$ を $|z|<1$ から $|\zeta|<1$ への Pfluger-Ahlfors-Mori の意味における K-準等角 (KQC) 写像とする．$\zeta=T(z)$ は閉円板 $|z|\leqq 1$ から $|\zeta|\leqq 1$ への位相写像に拡張できる．この拡張された $\zeta=T(z)$ は $|z|=1$ において絶対連続になるであろうかという問題は Beurling-Ahlfors, Acta Math. **96** (1956), pp. 125—142 で解決され，答は否定的である．この Beurling-Ahlfors の結果は cluster sets の理論の立場からは影響が大きい．すぐわかるように，Seidel の class (U) の函数の理論が付加条件なしでは pseudo-analytic functions の場合に拡張できない．解析函数の cluster sets に関する主要定理がどの範囲で pseudo-analytic の場合に拡張されるかを新しい（と思われる）方法で論じ，数学 **5** (1953), pp. 65—72 (Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, **8** (1958), pp. 1—12) を補足するのが目的である．結果そのものよりも方法を紹介したい．関連する文献，T. Yosida, Proc. Acad. **27** (1951); Ohtsuka, Ann. Inst. Fourier **5** (1955), Nagoya J. **11** (1957).

8. **小沢　満**（東工大） **On Fredholm null-sets.**

Fredholm 固有値の状態によって若干の函数論的零集合を考える．これらの零集合と他の零集合，特に $N_{\mathfrak{D}}$ との関係をのべる．

9. **黒田　正**（名大理） **閉集合が族 N_B に属するための一条件**

ガウス平面上の閉集合が族 N_B に属するための一条件を Sario による modulus を用いて与える．また，ある条件をみたすカントル集合については，上の判定条件が必要かつ十分であることを注意する．この結果は Kuramochi による一つの判定条件にも関係している．

10. **洪 姙 植**（東大理）・**宇野利雄**（日大理工） **3 進集合と固有値の漸近分布**

区間 (0, 1) において 1 次元波動方程式 $d^2u/dx^2+\lambda\rho u=0$ の固定境界値固有値問題を考える．質量 ρ が連続に配布されているとき，λ より小さい固有値の個数は漸近的に $O(\lambda^{1/2})$ である．質量 ρ が不連続に配布されている場合の特徴を示す一例として，これが Cantor 3 進集合上に一様に配布されているとき，上の個数が $O(\lambda^{\log 2/\log 6})$ となることを証明する．ここに 3 進集合の capacity 次元を α とすれば，$\log 2/\log 6=\alpha/(1+\alpha)$ であるが，3 進集合の一般化として原区間の中央からその $1-2/\theta$ をとりのぞいてゆく場合を考えると，このときもその capacity 次元 α をつかって，上記個数が漸近的に $O(\lambda^{\alpha/(1+\alpha)})$ であることがわかる．

11. **野崎安雄**（学習院大） **ポテンシャル論における平衡分布について**

m 次元閉球 S^* について

$$u(\mathrm{P})=\int_{S^*}(1-r_{\mathrm{Q}}^2)^{-\alpha/2}r_{\mathrm{PQ}}^{\alpha-m}d\mathrm{Q}\quad(0<\alpha<2)$$

は，$\mathrm{P}\in S^*$ のとき $u(\mathrm{P})=\pi^{(m+2)/2}/(\Gamma(m/2)\cdot\sin\alpha\pi/2)$，$\mathrm{P}\notin S^*$ のときは $u(\mathrm{P})<\pi^{(m+2)/2}/(\Gamma(m/2)\cdot\sin\alpha\pi/2)$ であることを，Pólya, Szegö は $m=1, 2, 3$ の場合に示し，M. Riesz は一般の m についてこの式を用いている（証明はない）．ここでは，Pólya-Szegö の方法で $m\geqq 4$ にも通用するこの式の具体的計算法を示そう．極座標を用いて

$$u(\mathrm{P})=I_m=\frac{2\Gamma(1/2)^{m-1}}{\Gamma(m/2)}\int_0^1\int_0^{\pi}(1-r^2)^{-\alpha/2}$$
$$\times(r^2-2r\rho\cos\theta+\rho^2)^{(\alpha-m)/2}r^{m-1}\sin^{m-2}\theta\,dr\,d\theta$$

と変形し，m が偶数の場合と奇数の場合とに分けてしらべる．

特　別　講　演

岸　正倫（名大理） **内容量と外容量**

3 次元ユークリッド空間でニュートンポテンシャルを考える．有界閉領域 $\bar{D}$ の境界が Poincaré の条件をみたせば，つぎの性質をもつ正の測度 μ（平衡分布）が存在する：μ の全測度は 1 で台は $\bar{D}$ に含まれ，ポテンシャル U^{μ} は空間内で定数 c をこえず $\bar{D}$ 上いたるところ c に等しい．この閉領域 $\bar{D}$ を任意のコンパクト集合 K でおきかえれば，K 上“殆んどいたるところ”定数

c となる（その他の性質は上と同じ）ポテンシャル U^{μ} の存在が示される．このときの除外集合の大きさを計る尺度が容量と呼ばれる集合函数である．容量は Wiener, de la Vallée Poussin, Frostman によって集合函数として定義された．すなわち，任意の集合 X に対してつぎの条件をみたす正の測度 μ を考える：X は μ に関し normal, $\mu(X^{c})=0$, 空間内いたるところ $U^{\mu}\leqq 1$. X の容量 cap(X) を

$$\sup \mu(X), \quad \sup \text{ は上のすべての } \mu \text{ についてとる},$$

で定義した．これが内容量と呼ばれるもので

$$\sup \mathrm{cap}(K), \quad K \text{ コンパクト } \subset X,$$

で定義したものと一致する．内容量に対応して当然外容量が定義されるが，Cartan, Brelot によってボレル集合の内容量と外容量はつねに一致するかという可容性の問題が提出された．容量は測度と違って加法性をもたぬから，これは非常に困難な問題であったが，Choquet がボレル集合のみならず解析集合が可容であることおよび解析集合の余集合は必ずしも可容でないことを証明した．Choquet の結果は m 次元ユークリッド空間の α 位容量 $(0<\alpha\leqq 2)$ およびグリーン容量についてそのまま成立するが，一般に $0<\alpha<m$ であるときの α 位容量，また平衡分布が存在する一般ポテンシャルから導かれる容量についても解析集合は可容であることが既に注意されている（[1] 参照）．この講演では更に一般に，連続性原理のみを仮定して解析集合の可容性について考察する．

Ω は局所コンパクト可分距離空間，核 Φ は $\Omega\times\Omega$ 上の連続函数でつぎの条件をみたすとする：

(1) $0<\Phi(P, Q)\leqq +\infty$,

(2) 高々 $\Omega\times\Omega$ の対角線集合を除けば Φ は有限,

(3) $\Phi(P, Q)=\Phi(Q, P)$,

(4) 任意のコンパクト集合 K と正数 ε に対してコンパクト集合 L が存在して $K\times(\Omega-L)$ 上で $\Phi(P, Q)<\varepsilon$,

(5) Φ は連続性原理をみたす――正の測度 μ のポテンシャル U^{μ} が μ の台 S_{μ} 上の函数として連続ならば U^{μ} は Ω 内で連続,

ただし，μ のポテンシャル U^{μ} は

$$U^{\mu}(P)=\int\Phi(P, Q)d\mu(Q)$$

で定義する．

全測度有限な正の測度 μ を考える．集合 $\{P\in\Omega; U^{\mu}(P)=+\infty\}$ の部分集合を極集合といい，その全体を $\mathfrak{P}$ で表わす．任意の集合 X に対してつぎの二種類の正の測度の族を考える：

$$\mathfrak{F}_X=\{\mu>0;\ U^{\mu}\geqq 1 \text{ exc. } E\in\mathfrak{P} \text{ on } X\},$$

$$\mathfrak{G}_X=\{\mu>0;\ S_{\mu}\subset X,\ U^{\mu}\leqq 1 \text{ in } \Omega\}.$$

X の内容量，外容量を

$$f(X)=\inf\mu(\Omega), \quad \mu\in\mathfrak{F}_X,$$

$$g(X)=\sup\mu(X), \quad \mu\in\mathfrak{G}_X,$$

とおいて

$$\mathfrak{F}-\mathrm{cap}_i(X)=\sup f(K), \quad \text{コンパクト } K\subset X,$$

$$\mathfrak{F}-\mathrm{cap}_e(X)=\inf \mathfrak{F}-\mathrm{cap}_i(G), \quad \text{開 } G\supset X,$$

でそれぞれ $\mathfrak{F}$-内容量，$\mathfrak{F}$-外容量を定義する．また，$f(X)$ を $g(X)$ でおきかえて X の $\mathfrak{G}$-内容量，$\mathfrak{G}$-cap$_i(X)$, $\mathfrak{G}$-外容量，$\mathfrak{G}$-cap$_e(X)$ を定義する，

つぎの Choquet の定理が解析集合の可容性を示す基礎になる：

容量がつぎの二条件をみたせば，解析集合は可容である：

(a) コンパクト集合は可容,

(b) 任意の集合列 $X_n\uparrow X$ ならば X_n の容量 $\uparrow X$ の容量.

この定理を適用すれば，つぎの結果が得られる：

1. 解析集合はつねに $\mathfrak{F}$-可容である．

2. $\mathfrak{G}$-容量に関しては内容量 0 なら外容量 0 である．

文　献

[1] 二宮信幸，岸　正倫．最近のポテンシャル論 II．数学 11 巻 1 号 (1959)，24—31.

10 月 24 日

12. 櫨本浩一（阪府大教養）**調和函数による近似について**

A. Pflüger が彼の著書 Theorie der Riemannschen Flächen において Approximationssatz H としてのべている近似定理について，つぎの注意をのべる．R を任意の開いたリーマン面とし，R の上の一つの F_{σ} 集合 A がつぎの条件をみたすとする：各要素 $A_i\,(A=\sum A_i)$ が compact でかつ stable な点からなり，さらに $R-A$ の各要素が non-compact である．このとき，A で定義された実数値函数 f が R で調和な函数によって ε_r-近似可能であるための必要かつ十分な条件は，f が A で連続で A の内点では調和であることである．

13. 水本久夫（東工大）**On conformal mapping of a multiply-connected domain onto a canonical covering surface, II.**

既報 " On conformal mapping of a multiply-connected domain onto a canonical covering surface. Kōdai Math. Sem. Rep. 10 (1958), 177—188 " においては，有限連結平面領域の波紋の入った円環型被覆面上への写像函数が，extremal method によってえられることを示した．

ここでは，つぎの定理が上記の結果を利用して，極限操作によって容易にえられることを示す．――各境界成分が連続体からなる有限連結平面領域は，原点に中心をもつ波紋の入った円板型被覆面上に等角に写像できる．さらに，各境界成分の像の原点のまわりの回転数および写像函数の零点とその次数を，境界の原点のまわりの総回転数と零点の総次数との差が零に等しいという条件のもとで，任意に指定でき，かつそれらを指定すれば写像函数は像平面の原点のまわりの伸縮回転を除いて一意的に定まる．

14. 水本久夫（東工大）**On conformal mapping of a finite Riemann surface onto a canonical covering surface.**

前講演で取扱ったような写像函数を作製する操作は，もとの領域が任意の有限 Riemann 面の場合に適用可能ならば，より大きい意義をもつように思われる．ここでは，それが実際に有効であることを示す．――各境界成分が連続体からなる種数 g の有限 Riemann 面は原点に中心をもつ波紋の入った高々 $(g+1)$ 葉の円板型被覆面上に等角に写像できる．さらに，各境界成分の像の原点のまわりの回転数および写像函数の零点とその次数が決定すれば，写像函数は像平面の原点のまわりの伸縮回転を除いて一意的に定まる．――証明において，平面の場合と異なる主な点は，Riemann-Roch の定理ならびに Dirichlet 積分有限な analytic differential のなす空間において canonical differential のなす部分空間と total differential のなす部分空間がたがいに直交補空間をなす事実の使用にある．

15. 森　峯子（京大理）**種数有限な開 Riemann 面上の第一種 semi-exact canonical differentials について**

R を種数有限な開 Riemann 面とするとき，R 上の semi-exact canonical differentials の class $\mathfrak{K}$ とその integrals に対して，Riemann-Roch の定理が成り立つが，R の種数を g とするとき，$B[\mathrm{P}^{g}]=0$ となる点 $\mathrm{P}\in R$ が存在する．ここに $B[\delta]$ は，divisor δ の multiple である $\mathfrak{K}$ の微分のなす空間の次元を示す．すなわち，R に含まれる任意の解析曲線上では，$B[\mathrm{P}^{g}]>0$ となる点は高々有限箇であることが示される．$B[\mathrm{P}^{g}]=0$ の点 P では，$0\leqq r\leqq g$ なるすべての r に対して $B[\mathrm{P}^{r}]=2(g-r)$ が成立し，order が高々 g の極を P のみでもつ $\mathfrak{K}$ の non-constant な一価有理型函数は存在しない．P で order $g+1$ の極をもつ $\mathfrak{K}$ の一価函数は，R の境界が有限箇の Jordan 曲線から成るとき，球面のちょうど $g+1$ 葉被覆面への slit-mapping を与える．一方，$B[\mathrm{P}^{g}]>0$ となる点の存在も証明できる．その他二三の性質をのべる．

16. 楠　幸男（京大理）・**森　真一**（立命館大理工）**On the harmonic boundary of an open Riemann surface.**

開いた Riemann 面 R の Royden による完備化 R^* を考える．R の ideal boundary Γ はそのとき R^* 上の non-dense な閉集合をなすが，その harmonic boundary とよばれる Γ の部分が R 上の HBD-functions に対して重要な役割を演ずる．ここでは，その Riemann 面の分類に関連した二三の結果をのべる．

17. 中井三留（名大理）**擬等角性の純代数的特徴づけ**

$R_i\,(i=1, 2)$ をリーマン面；$M(R_i)\,(i=1, 2)$ を R_i にそえられたロイデン環，すなわち，R_i 上の有界，ディリクレ有限な複素数値 a.c.T. 函数全体のつくる複素数体を係数体とする多元環とする．以前の結果の改良として，つぎの結果を報告する：――$M(R_1)$ と $M(R_2)$ が多元環として同型なとき，かつそのときにかぎり，R_1 と R_2 は擬等角的に同値となる．

18. 及川広太郎（東工大）**種数有限な開リーマン面の接続の一意性**

種数有限な開リーマン面を F とする．以下，F の接続として，F と同種類の閉リーマン面 W のみを考える．W がすべて互に conformal equivalent であるときに F の接続は一意的であるということにすると，つぎの結果が得られる：F の種数が $\geqq 1$ ならば，F の接続が一意的であるための必要十分条件は F が O_{AD} であることである．Nevanlinna の Eindeutigkeitssatz とよばれる既知の定理は，型は同じであって種数が零のときも正しいが，" 一意性 " の意味はつぎの通りである：任意に二つの $W_i\,(i=1, 2)$ を与えたとき，F から W_i

の中への一対一等角写像 $f_i\,(i=1, 2)$ からつくられた $f_2\circ f_1^{-1}$ は，W_1 から W_2 の上への等角写像に拡張される．証明は，Teichmüller 空間に関する Bers の考えを利用して得られる．閉リーマン面 W 上の測度正のコンパクト集合の conformal structure を少し変えることにより，W と conformally equivalent でない面が得られる．

19. 田村二郎（東大教養）**開 Riemann 面上の有理型函数論**

任意の開 Riemann 面 F を $|z|<1$ 上の Fuchsoid 群 G で表わす．$z=0$ を中心とする Klein の基本領域と $|z|<r<1$ との共通部分は有限な Riemann 面 F_r を定め，$\{F_r\}_{0<r<1}$ は F の exhaustion である．F 上の有理型函数を $w=w(z)$ とすれば，$N(r, a)$，$m(r, a)$ が自然に定まり，Nevanlinna の第一基本定理が成り立つ．さらに，$F-F_r$ の単連結成分を F_r につけ加えて $\widetilde{F}_r$ とすれば，$\{\widetilde{F}_r\}_{0<r<1}$ に関して第二基本定理が証明される．ただし，この際は条件 $\overline{\lim}\,(1-r)S(r)=+\infty$ が満たされているとする．これから defect relations を導くことができる．本講演においてはつぎの知識を予想する：能代　清，近代函数論，pp. 107—116, pp. 231—269. 特に pp. 260—263.

20. 一松　信（東大理）**正則包に関連した二三の注意**

正則包 (envelope of holomorphy) の概念は近年，応用上の面からも注目されてきている．これに関連してつぎのような二三の注意をのべる．1°. 座標軸と交点を有するラインハルト領域の正則包が，それを含む最小の対数凸完備なラインハルト領域であることは以前から知られているが，別証を与える．2°. 岡潔によってレヴィの予想が完全に解決されたので，擬凸領域を利用して正則包がつくられる．実際，Bremermann らは，それを試みているが，彼の論文中の不完全と思われるところを補充する．3°. 量子力学の散乱公式への応用のため，Bremermann らの示した“くさびの角の定理”(edge of wedge theorem) について注意をのべる．——以上の一部は今年7月赤倉での数理科学総合研究班シンポジウムによるものである．

21. 公田　蔵（都立日比谷高）**Bochner の複素解析空間について**

Bochner は Ann. of Math. **57** (1955) において一種の複素解析空間 (complex space with singularities) を導入した．これと，Behnke-Stein, H. Cartan-Serre らの複素解析空間との関係について，二三の注意を与え，前者は他の二つと異なるものであることを示す．

22. 霜田伊左衛（徳島大学芸）**Banach space における解析函数について**

昨秋の学会においてつぎの定理を発表した：

Banach space E_1 から E_2 への函数族 $\{f(x)\}$ が ① $f(x)$ は E_1 の $\|x\|<1$ で analytic で E_2 の domain D_f への 1:1 写像で逆函数 $f^{-1}(x)$ もまた analytic, ② 有界，③ $f^{-1}(x)$ の linear part を $g_1(x)$ とするとき $\|g_1(x)\|<K$，④ $f(0)=0$，なるとき D_f は一定の sphere を含む．——ここで E_1 を複素平面としたとき条件がどのように簡略されるかを追求する．

特　別　講　演

水本久夫（東工大）**解析函数の値分布について**

本講演の目的は，主として開いた Riemann 面上の解析函数（函数値が任意の Riemann 面上の値をとる場合をも含む；以下同義）の値分布理論の総括的な紹介をすることにある．

Picard のかの有名な発見的定理が端緒となって発展した整函数の理論は，Borel, Valiron，その他幾多の数学者によって培われてきたが [34]，R. Nevanlinna による有理型函数の値分布に関する統一的理論の出現におよんで，一応完成の域に達した [23]．しかし，この分野での研究は決して終結をもたらしたわけではなかった．なかんずく，特性函数が有界な有理型函数の値分布理論については，それまでの研究では未解決のまま残された．その後この方面において，Seidel[30], Frostman [1]，[2]，Noshiro [24]，Lohwater [20]，Tsuji [31]，その他の数学者によって研究が続けられてきたところであるが，とりわけ，近年における Lehto のこの方面の組織的な研究は注目に値するものがある[12]～[19]，彼は，特性函数のより取扱い易く，幾何学的描写を明白ならしめた定義を与え，Nevanlinna の理論に新しい見地をもたらした．このことは Nevanlinna の理論を Riemann 面へ拡張しようとする場合において重要な意味をもつ．

さて，開いた Riemann 面上の解析函数の値分布理論の組織的な研究を試みようとする場合において，R. Nevanlinna によって定義された特性函数の概念を Riemann 面の場合へいかに拡張するか，という問題が本質的に重要となる．特性函数の概念のかような一般化については，すでに以前から試みられてきたところであるが [3]，[27]，それらはいずれも複素数値の函数に対してのみなされた．近年になって，Heins は subordination に関する Lindelöf の原理を基礎にした特性函数の概念の意義のある拡張をおこない，Riemann 面上の解析函数の値分布理論の組織的な研究をなし，この分野での一理論体系を確立した [5]～[11]．彼の理論において特に顕著な点は，Lindelöf の原理から派生し，Blaschke product の一般化とみなされ，写像のある意味での十分被覆性を特徴づける type-Bl なる概念，ならびに有界な特性函数をもつ写像を特徴づける Lindelöfian map なる概念の導入であろう．有界な特性函数をもつ有理型函数の古典的な多くの理論（第一主要定理，compact な台をもつ質量分布に関する箇数函数の積分と特性函数との均衡の度合の比較を許す Frostman-Nevanlinna の定理，F.-M. Riesz の定理の Frostman-Nevanlinna による一般化，その他）は Lindelöfian map の理論においても存続することがみられる．また，Lehto によってえられた基本等式が Riemann 面の写像に簡単な方法で一般化され，それが，Lehto の結果をも含む主要結果の証明において，重要な役割を果す．そこでは Lehto の主要結果が type-Bl なる言葉で記述されている．type-Bl の写像に対しては Iversen の定理が成立する．そこで取扱われる手段は，いつに劣調和函数の majoration の原理につきるといっても過言ではあるまいか．かかる単純な手段でかように豊富な結果がえられることは，方法論からいっても興味深いものがあるように思われる．本質的には Heins の結果に含まれるものであるが，Heins とは独立に Parreau によってえられたいくつかの結果もあることを附記しておこう [28].

Tsuji は解析函数の値分布の観点からみて意味深い Riemann 面の class を導入した[32]．この Riemann 面の class について，特殊ではあるが興味ある結果がえられた [32]，[33]，[25]，[22]．この Riemann 面の class, Lindelöfian meromorphic function を許容しない Riemann 面の class，その他従来からよく知られている Riemann 面の class 群などの間の classification problem について，まとまった結果もえられている [7]，[22]，[21].

最後に，平面領域および Riemann 面の等角的構造をそれらの上の有界な特性函数をもつ解析函数の代数的構造により決定する問題について，最近えられた結果[29]，[26] を紹介する．

参　考　文　献

[1] Frostman, O., Über den Kapazitätsbegriff und einen Satz von R. Nevanlinna. Kungl. Fysiogr. Sällsk. Lund Förh. **4** (1934).
[2] ———, Potentiel d'equilibre et capacité des ensembles avec quelques applications à la théorie des fonctions. Thèse; Meddel. Lunds Univ. Matem. Sem. **3** (1935).
[3] af Hällström, G., Über meromorphe Funktionen mit mehrfach zusammenhängenden Existenzgebieten. Thèse Abo. (1929).
[4] Heins, M., Riemann surfaces of infinite genus. Annals of Math. **55** (1952), 296—317.
[5] ———, Studies in the conformal mapping of Riemann surfaces, I, II. Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A. **39** (1953), 322—324 and **40** (1954), 302—305.
[6] ———, On the Lindelöf principle. Annals of Math. **61** (1955), 440—473.
[7] ———, Lindelöfian maps. Annals of Math. **62** (1955), 418—446.
[8] ———, Asymptotic spots of entire and meromorphic functions. Proc. Nat. Acad. Sci. U.S. A. **42** (1956), 883—885.
[9] ———, Some remarks concerning parabolic Riemann surfaces. Journ. de Math. **36** (1957), 305—312.
[10] ———, Functions of bounded characteristic and Lindelöfian maps. Inter. Congr. of Math. Edinburgh (1958).
[11] ———, On the principle of harmonic measure. Comm. Math. Helv. **33** (1959), 47—58.
[12] Lehto, O., A majorant principle in the theory of functions. Math. Scand. 1, **1** (1953).
[13] ———, On the distribution of values of meromorphic functions of bounded characteristic. Acta Math. **91** (1954), 87—112.
[14] ———, On meromorphic functions whose values lie in a given domain. Ann. Acad. Sci. Fenn. **160** (1953).
[15] ———, On an extension of the concept of deficiency in the theory of meromorphic functions. Math. Scand. 1, **2** (1953), 207—212.
[16] ———, On meromorphic functions of bounded characteristic. 12. Congr. Math. Scand. Lund (1953).
[17] ———, Value distribution and boundary behaviour of a function of bounded characteristic and the Riemann surface of its inverse function. Ann. Acad. Sci. Fenn. **177** (1954).
[18] ———, Boundary theorems for analytic functions. Ann. Acad. Sci. Fenn. **196** (1954).
[19] ———, Distribution of values and singularities of analytic functions. Ann. Acad. Sci. Fenn. **249** (1957).
[20] Lohwater, A. J., The boundary values of a class of meromorphic functions. Duke Math. Journ. **19** (1952).
[21] Matsumoto, K., Remarks on some Riemann

surfaces. Proc. Jap. Acad. **34** (1958), 672—675.
[22] Mizumoto, H., On Riemann surfaces with finite spherical area. Kōdai Math. Sem. Rep. **9** (1957), 87—96.
[23] Nevanlinna, R., Eindeutige analytische Funktionen. Springer-Verlag, Berlin (1936 u. 1953).
[24] Noshiro, K., Contributions to the theory of singularities of analytic functions. Jap. Journ. Math. **19** (1948).
[25] Ozawa, M., On Riemann surfaces admitting an infinite cyclic conformal transformation group. Kōdai Math. Sem. Rep. 8 (1956), 152—157.
[26] Ozawa, M. and H. Mizumoto, On ring of analytic functions. To appear.
[27] Parreau, M., Sur les moyennes des fonctions harmoniques et analytiques et la classification des surfaces de Riemann. Thèse; Annales de l'Inst. Fourier **3** (1951), 103—197.
[28] ———, Fonction caractéristique d'une application conforme. Annals Fac. Sci. (1956).
[29] Royden, H. L., Rings of meromorphic functions. Sem. on anal. func. Inst. for Advanced Study Princton, II (1958), 273—285.
[30] Seidel, W., On the distribution of values of bounded analytic functions. Trans. Amer. Math. Soc. **36** (1934).
[31] Tsuji, M., Fundamental theorems in potential theory. Journ. Math. Soc. Jap. **4** (1952).
[32] ———, On a Riemann surface, which is conformally equivalent to a Riemann surface, with a finite spherical area. Comm. Math. Univ. St. Paul. **6** (1957), 1—7.
[33] ———, On Abelian and Schottkyan covering surfaces of a closed Riemann surface. Comm. Math. Univ. St. Paul **6** (1957), 9—28.
[34] Valiron, G., Lectures on the general theory of integral functions. Toulouse, Edouard Privat (1923).

MEMO

1960
MAY

日 本 数 学 会

昭 和 35 年 度 年 会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函 数 論

時…… 5 月 26 日 ・ 27 日

所…… 東 京 大 学 理 学 部

26 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 14**
	14.00 ～ 14.35	普通講演	**15 ～ 17**
	14.35 ～ 16.05	特別講演	
27 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**18 ～ 28**
	13.00 ～ 14.00	特別講演	
	14.00 ～ 15.30	普通講演	**29 ～ 34**