MEMO

1959
MAY

日本数学会

昭和34年度年会

講演アブストラクト

函数論

時…… 5月14日・15日

所…… 東京教育大学数学教室

14日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 11**
	13.00 ～ 14.00	普通講演	**12 ～ 15**
	14.00 ～ 15.00	特別講演	
15日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**16 ～ 25**
	13.00 ～ 14.30	普通講演	**26 ～ 31**
	14.30 ～ 16.00	特別講演	

5 月 14 日

1. 安倍　斉（愛媛大工）　**円環内正則函数について**

（i）　Schottky の定理の円環の場合への拡張についてのべる．また，単位円内正則函数についての Bloch-Landau の定数にあたるものを円環内正則函数について求める．

（ii）　$w=f(z)=a_0+a_1z+\cdots$ は $|z|<1$ で正則とする．$f(z)$ の像領域 D において円周 $|w|=R\ (0\leqq R<\infty)$ 上に中心をもち内部が D に含まれる円の半径の最大値を $A(R)$ とする．Hayman (Functions with values in a given domain. Proc. Amer. Math. Soc. (1952)) は $A(R)$ が一様有界なとき係数を評価している．ここでは円環内正則函数について同様に $A(R)$ を定義し，(i) において求めた Bloch-Landau の定数をもとにして，$A(R)$ が一様有界な場合について Laurent 級数の係数評価を求める．

2. 鍋島一郎（都立広尾高）　**整函数について**

Carleman の公式と類似なつぎの公式をみちびく：$f(z)$ は $y\geqq 0$ で正則，$y>0$ の $f(z)$ の零点を $z_k=r_ke^{i\theta_k}$，$y>0$，$1<|z|<R$ 内の $f(z)$ の零点の個数を $n_+(R)$ とするとき，

$$\frac{1}{\rho}\sum_{1<r_k<R}\left(\frac{1}{r_k^\rho}-\frac{r_k^\rho}{R^{2\rho}}\right)\sin\rho\theta_k$$
$$=\frac{1}{\pi R^\rho}\int_0^\pi\log|f(Re^{i\theta})|\sin\rho\theta\,d\theta$$
$$+\frac{1}{2\pi}\int_1^R\log\{|f(x)|\cdot|f(-x)|^{\cos(\rho+1)\pi}\}\left(\frac{1}{x^{\rho+1}}-\frac{x^{\rho-1}}{R^{2\rho}}\right)dx$$
$$+O(n_+(R))\sin(\rho+1)\pi+o(1).$$

これを用いて，order $\rho-(0<\rho\leqq 1)$, finite type の整函数が恒等的に0となるための二,三の条件を求める．例えば，$h_\rho(\theta)=\overline{\lim}_{r\to\infty}\log|f(re^{i\theta})|/r^\rho$ とするとき，〔I〕$h_\rho(0)\leqq 0$，$\cos(\rho+1)\pi\cdot h_\rho(\pi)<0$，$n_+(r)\sin(\rho+1)\pi=o(1)$ ならば $f(z)\equiv 0$；〔II〕$\int_1^\infty\{\overset{+}{\log}|f(x)|+\overset{+}{\log}|f(-x)|^{\cos(\rho+1)\pi}\}\cdot x^{-(\rho+1)}dx<\infty$，$\lim_{r\to\infty}\int_1^r\overset{+}{\log}|f(x)|^{-1}\cdot x^{-(\rho+1)}dx=\infty$，$n_+(r)\sin(\rho+1)\pi=o(1)$ ならば，$f(z)\equiv 0$.

3. 居駒和雄（山形大文理）　**ある K-QC 写像の歪曲についての注意**

いわゆる Koebe の歪曲定理に対応することを K-QC 写像の場合に考える．$|z|<1$ において $f(0)=0$，$\lim_{z\to\infty}|f(z)|/|z|^{1/K}=1$ を満す K-QC 写像族 $\mathfrak{S}_{1/K}$ について，$\mathrm{Min}_{|z|\leqq r}|f(z)|$ の下界はすでに精密に求められているが，ここでは $\mathrm{Max}_{|z|\leqq r}|f(z)|$ の上界が存在しないということを注意する：例えば（i）$r_0s/(1-s)^2=z/(1-z)^2$（ただし $r_0=4nr/(n+r)^2$, $1\leqq n<\infty$），(ii) $t=|s|^{1/K}e^{i\arg s}$，(iii) $w={r_0}^{1/K}t/(1-t)^2$ の合成写像を $w=f_n(z)$ とすると，$\{f_n(z)\}\subset\mathfrak{S}_{1/K}$ でしかも $\lim_{n\to\infty}f_n(r)=+\infty$ となる．また，正規化条件を $f(0)=0$，$\lim_{z\to 0}|f(z)|/|z|^K=1$ とした場合にもふれる．

4. 西宮　範（芝浦工大）　**正の実部をもつ Laurent 級数の部分和について**

円内で正の実部をもつ正則函数について，Rogosinski が Carathéodory による係数の variability-region の結果を再論し，さらに Taylor 展開の部分和の実部がつねに正となる円の半径の上限を定めるという問題を論じている．以前に係数の variability-region については，これを円環内で一価正則で正の実部をもつ函数の Laurent 係数の場合へ一般化した．ここでは，かような函数族の場合に Laurent 展開の部分和について，円の場合の上記の結果の一般化を試みる．

5. 梯　鉄次郎（近畿大理工）　**或る単葉函数の係数について**

函数 $(1+z)/(1-z)$ は $|z|<1$ で正の実部をもつ単葉(凸)函数で $|z|=1$ に虚数軸が対応する．$((1+z)/(1-z))^2$ は負の実軸が slit に対応する単葉函数である．同様に，任意の実数 λ について $f_1(z)=((1+z)/(1-z)+i\lambda)^2$ は負の実軸を slit とする単葉函数である．また，任意の正数 $\mu>0$ と任意の実数 λ_1, λ_2 について $f_2(z)=[\sqrt{((1+z)/(1-z)+i\lambda_1)^2+\mu}+i\lambda_2]^2$ は折線を slit とする単葉函数である．このような操作を繰り返して得られる函数

$$f_k(z)$$
$$=[\cdots[\{((1+z)/(1-z)+i\lambda_1)^2+\mu_1\}^2+i\lambda_2]^2+\cdots+i\lambda_k]^2$$

は或る slit をもつ単葉函数となる．このような単葉函数の係数の性質について述べる．

6. 小川庄太郎（奈良学芸大）　**有理型函数の p 葉条件について**

$\int_c d\arg df(z)>-\pi$（梅沢，Kaplan）の形式の単葉条件が，$\int_c\{d\arg df(z)+k\,d\arg f(z)\}>-\pi$ の形式に拡張できることは，昨年春の例会で報告した．今回は，これを基にして，各種の単葉条件，例えば，

$$-m<1+\Re zf''/f'-\Re zf'/f<m/(2m-1)\quad(m>1/2),$$
$$-m<1+\Re zf''/f'+\Re zf'/f<5m/(2m-1)\quad(m>1/2)$$

などを導き，更に有理型函数の p 葉条件についても各種の十分条件が得られることを示す．

7. 小松勇作（東工大）**On coefficient problems for two particular classes of analytic functions.**

近年 J. A. Humel (Proc. Amer. Math. Soc. **9** (1958)) は単位円内星型単葉函数についての変分公式をみちびき，それを応用してこの函数族に関する比較的一般な形の係数問題の極値函数の形状を決定するという問題を論じた．しかしながら，彼の与えた証明の論法は十分とは思えない．ここで，それについての批判とさらに一般化された定理に対する新しい簡単な証明を試みる．ここでの論法は，単位円内で正の実部をもつ正則函数族を仲介とするもので，ついでにこの函数族に関する同類の定理が得られる．——他方において，Z. Nehari-E. Netanyahu (Proc. Amer. Math. Soc. 8 (1957)) による一つの係数問題もここでの結果からの簡単な系として得られることを示す．さらに，彼等の結果に対する小さな注意を追加する．

8. 樽本浩一（阪府大教養）　**Cauchy 積分について**

$\mathfrak{B}$ を Riemann 面 $\mathfrak{R}$ 上の有限重連結領域とし，その境界を Γ とする．$\mathfrak{B}$ の Elementardifferential を $dN(\zeta, z)=A(\zeta, z)d\zeta$ とするとき，Γ 上の L-summable な函数 $f(\zeta)$ について $F(z)=(1/2\pi i)\int_\Gamma f(\zeta)A(\zeta, z)d\zeta$ を $\mathfrak{B}$ の Cauchy 積分とよぶ．$f(\zeta)$ が Γ 上で singular integrable であるとき，$F(z)$ の境界値の性質についてのべる．$f(\zeta)$ が singular integrable で $(1/2\pi i)\int_\Gamma f(\zeta)A(\zeta, \zeta_0)d\zeta=(1/2)f(\zeta_0)$ であるとき，$f(\zeta)$ は $\mathfrak{B}$ で正則な函数の境界値になること，あるいは Cauchy 積分の逆などについてのべる．

9. 赤座　暢（金沢大理）　**第3種 real normal integral について**

純不連続一次変換群 G の基本領域 B の境界が，実軸に直交し，互にはなれて，対になって ∞ に両側から収束する円群 $\{C_\nu\}$, $\nu=\pm 1, \pm 2, \cdots$, からなるとする．G からつぎのような -2 次元 Poincaré theta 級数の積分をつくる：

$$\chi_{ab}(z)=\int^z\Theta(z)dz=\sum_G\int^z H[S(z)]dS(z)$$
$$\left(H(z)=\frac{1}{z-a}-\frac{1}{z-b}\right).$$

a, b は real で $\in B$ とする．この $\chi_{ab}(z)$ は a, b に対数的 pole をもち，直交対称リーマン面上の第 3 種 real normal integral と類似な性質をもつ．$\chi_{ab}(z)$ の分枝による B の写像，第1種のときと同じく型問題，型の判定条件などについて述べる．

10. 辻　良平（東工大）　**On the number of anticonformal automorphisms of a Riemann surface.**

種数 p の Riemann 面の自己等角写像の最大箇数は $N\leqq 84(p-1)$ であることが A. Hurwitz により証明されているが，ここでは種数 p の Riemann 面の自己反等角写像の最大箇数もまた N に等しいことを Hurwitz の方法を利用して証明する．このさい特に，対合的自己反等角写像は Schottky 型の面，すなわち或る有限 Riemann 面の double となっている面と密接な関係があるので，その箇数をもしらべる．

11. 柳原始子（名大理），**黒田　正**（名大理）　**Riemann 面の境界成分の弱性について**

Sario, Savage, Jurchescu, 及川らが，取扱ったリーマン面の一境界成分の弱性についての注意と，その特殊なリーマン面への応用について述べる．

12. 栗林暉和（芝浦工大）　**On the conformal equivalence of Riemann surfaces under a deformation.**

M. Schiffer と D. C. Spencer はその著書 Functionals of Finite Riemann Surfaces において "attaching a cell" に由来する deformation を行ったときの等角同値性について一つの elegant な定理 (pp. 346-347) をのべている．われわれはこの定理にのべられた条件が Teichmüller の方法によって導かれた結果と密接な関係をもっていることを示す．まず，Teichmüller の微分方程式 $\overline{w_x+iw_y}=B$ を Schiffer の variational kernel を用いて解く．それを利用して，Teichmüller の metric の方法を用いて上記の定理を直接に，そして更に広い観点から証明する．

13. 田村二郎（東大教養）　**Characterisation of Poincaré metric and the prolongability of the Riemann surface.**

種数が2より大きい Riemann 面 F の普遍被覆面 $\hat{F}$ を $|t|<1$ に写像すれば，Poincaré metric $d\sigma=2|dt|\div(1-|t|^2)$ は F 上に全曲率 -1 なる metric を定める．このような metric は一意的でないが，その一つを ds

とすれば各点で $ds \leqq d\sigma$; 等号が一点で成り立つならば $ds \equiv d\sigma$. また, ds と F の接続 G との間には一対一の対応が成り立つ. したがって, F が極大となるために必要十分な条件の一つは, F 上の全曲率 -1 なる metric が Poincaré metric だけになることである.

14. 楠 幸男 (京大理) **Canonical differential と Riemann-Roch の定理について**

目的は前回の Riemann-Roch の定理を任意の開 Riemann 面 R 上に拡張することにあり, そのために normalized potential を拡張した canonical potential を定義する. canonical diff. とはそれから導出された有理型微分のこととする. 以下に必要なのはそのうちの semi-exact な微分或いはその積分の class $\mathfrak{R}$ である. まず, $\mathfrak{R}$ にぞくする三種の基本 Abel 微分の存在を証明する. それには, Virtanen の直交分解を応用して具体的な形を示す. これを用い, 前回の方法で任意の R 上で $\mathfrak{R}$ の微分および一価函数に対して Riemann-Roch の定理をのべる. $\mathfrak{R}$ の一価函数は閉 Riemann 面上のそれと同様な性質をもつ. 例えば到る処正則なら定数となる. 最後に注意として, 例えば平面の無限連結領域の截線写像を具体的に表示でき, これが extremal method で求めたものと同一になることも示される. また, 前回の定理との関連についてのべたい.

15. 倉持善治郎 (北大理) **Cluster sets on open Riemann surfaces.**

Beurling-Kunugi-Tsuji による結果 $B(S_R(z_0)) \subset B(S_{\Gamma-E}(z_0))$ とこれに付随する定理を任意のリーマン面に拡張するがこれらに対する topology は Kerékjártó, Stoilow, Martin 等々いずれでもよい. これまでは平面内の領域についてのみ論ぜられた. 従来の方法には genus$<+\infty$ が本質的な条件でありかつ E なる除外集合も調和量零の集合より大きくはとれないが, 全く別の方法によって, E を O^0_{AB} の集合にまでゆるめる. このようにすれば, 上述の定理は全く topology に依存することがわかる. あわせて若干の応用にふれる. ここで O^0_{AB} の集合とは, 任意の領域が relative boundary 以外は上の集合に含まれるとき, この領域で有界で relative boundary で実部が零となる正則函数がないような集合とする.

特　別　講　演

中井三留 (名大理) **Function algebras on Riemann surfaces.**

Riemann 面 R 上に適当な function algebra を定め, その代数的ないしは位相代数的な構造により R の解析的構造を記述し, また R 上のある種の函数論的対象を代数的ないしは位相代数的見地から論じたい. 代数的構造を与えるための function algebra としては R 上のすべての有理型函数よりなる algebra $A(R)$, R 上のすべての正則函数よりなる algebra $A_r(R)$, $A_r(R)$ の normed subalgebras, 例えば $AB(R)$ とか $ABD(R)$ 等, Royden ring $M(R)$ またはその subalgebras 等のいわゆる differentiable function algebras 等が主として使われている. 以上のそれぞれについて知られている結果または最近の topics 或は問題点等を概述する.

$A(R)$ に関しては R が compact の場合は, 代数函数の古典理論で周知のように R の等角的構造は $A(R)$ の代数的構造により完全に決定される[2]. 応用上はつぎのように述べるのが便利である: R_1 が compact のとき, σ を $A(R_1)$ から $A(R_2)$ への into isomorphism とすると, R_2 から R_1 の中への解析写像 T があって $f^\sigma = f \circ T$ が成立する. R_1 が non-compact の場合へ上記定理を拡張する試みが Heins [4], Royden [11, 12] 等によってなされているが未解決である.

$A(R)$ の subalgebra であるところの $A_r(R)$ を考える場合は, R を non-compact と仮定することが必要である. その場合には Bers [1], Rudin [14], Royden [11] 等 [3, 5, 6, 15] により R の等角的構造が $A_r(R)$ の代数的構造により記述されることが示されている.

$A(R)$ の normed subalgbras は函数論的零集合と関連して論ぜられる. Kakutani-Chevalley の定理 [7] に端を発する Painlevé null sets と $AB(R)$ の代数的構造との関連については Rudin [13], Royden [11, 12] の結果がある: $AB(R)$ の代数的構造は R の AB-被 $^*R$ の等角的構造を決定する. ここに R は種数有限とし, $^*R$ は R の接続で $AB(R)=AB(^*R)$ となる極大なものである. 同様の結果が class $N_{\mathfrak{D}}$ の null sets と $ABD(R)$ の代数的構造とについて成立することを注意したい. 以上の諸結果は R の種数が有限として得られているが, これを種数 ∞ の場合に拡張することは決定的に困難である.

以上, R の等角的構造を代数的に記述することを問題としたが, 等角的という代りに準等角的として同様の問題が当然論ぜられるべきである. この見地より自然に Royden ring [10] $M(R)$ が登場する. 準等角写像に具えられるべき function algebra としては, R 上の Tonelli の意味での絶対連続函数で R 上での Dirichlet 積分有限かつ有界な函数の全体 $M(R)$ が最適と考えられる. norm 環として扱うために $f \in M(R)$ の norm を $\|f\| = \sup_{p \in R} |f(p)| + \sqrt{D_R[f]}$ で与える. すると, $M(R)$ は complete normed algebra をつくる. $M(R)$ の class C^n $(n=1, \cdots, \infty)$ の subring を $D^n(R)$ と記すと, $D^n(R)$ は $M(R)$ で norm-dense なことがわかる. ゆえに $M(R)$ を考えるのも $D^n(R)$ を考えるのも問題によっては大差ない.

最初に, $M(R)$ の norm 環的構造により R の等角的構造が完全に記述されることを述べる [12]. $M(R)$ の代りに $D^n(R)$ の一つをとっても全く同様である.

つぎに, R の準等角的構造との関連をみる. semi-norm $\sqrt{D_R[f]}$ による $M(R)$ の位相を D-topology ということにして, これにより $M(R)$ を位相環と考えたとき, その構造により R の準等角的な構造が定まる [11]. ゆえに R_1 から R_2 への準等角写像を考える問題は $M(R_1)$ から $M(R_2)$ への代数的 (D) 位相的同型を考えることと, 同等であって, この見地からの応用の一例として, Riemann 面の分類における O_G, O_{HD} の準等角的不変性がみられる.

文　献

[1] L. Bers, On rings of analytic functions. Bull. Amer. Math. Soc. **54** (1948), 311-315.
[2] C. Chevalley, Introduction to the theory of algebraic functions of one variable. Math. Surveys, No. 6, New York, 1951.
[3] H. Florack, Reguläre und meromorphe Funktionen auf nicht geschlossenen Riemannschen Flächen. Math. Inst. Univ. Münster, No. 1 (1948).
[4] M. Heins, Algebraic structure and conformal mapping. Trans. Amer. Math. Soc. **89** (1958), 267-276.
[5] O. Helmer, Divisibility properties of integral functions. Duke Math. J. **6** (1940), 345-356.
[6] M. Henriksen, On the ideal structure of the ring of entire functions. Pacific J. Math. **2** (1952), 179-184.
[7] S. Kakutani, Rings of analytic functions, Lectures on Functions of a complex variable. University of Michigan, 1955, 71-83.
[8] M. Nakai, On a ring isomorphism induced by quasiconformal mappings, Nagoya Math. J. **14** (1959), 201-221.
[9] ———, A function algebra on Riemann surfaces. To appear in Nagoya Math. J.
[10] H. L. Royden, The ideal boundary of an open Riemann surface. Annals of Mathematics Studies, No. 30 (1953), 107-109.
[11] ———, Rings of analytic and meromorphic functions. Trans. Amer. Math. Soc. **83** (1956), 269-276.
[12] ———, Rings of meromorphic functions. Seminars on Analytic Functions **2** (1958), 273-285.
[13] W. Rudin, Some theorems on bounded analytic functions. Trans. Amer. Math. Soc. **78** (1955), 333-342.
[14] ———, An algebraic characterization of conformal equivalence. Bull. Amer. Math. Soc., Abstract 61-6-748.
[15] O. F. G. Schilling, Ideal theory on open Riemann surfaces. Bull. Amer. Math. Soc. **42** (1946), 945-963.

5　月　15　日

16. 小沢　満 (東工大)・**水本久夫** (東工大) **On ring of some analytic functions.**

f は平面領域 D で一価な解析函数とする. $\overset{+}{\mathrm{Log}}|f|$ が D で harmonic majorant を許容する f の class を $\overset{+}{\mathrm{Log}}(D)$ で示す. そのとき, つぎの定理をうる: D_1 と D_2 はともに有界な平面領域とするとき, もし $\overset{+}{\mathrm{Log}}(D_1)$ から $\overset{+}{\mathrm{Log}}(D_2)$ の上への direct ring isomorphism ϕ が存在するならば, D_1 と D_2 は等角同値である.

また, Lindelöfian meromorphic function の場合に, 対応する問題がどうなるかについてふれる.

17. 小沢　満 (東工大) **On an approximation theorem in a family of quasi-conformal mappings.**

境界対応固定の擬等角写像族における一つの近似定理についてのべる. その応用として, Teichmüller-Ahlfors の極値擬等角写像の更に広い族における極値性について考察する.

18. 小沢　満 (東工大) **Symmetric homotopy と極値擬等角写像の存在定理について**

境界対応固定の擬等角写像族における極値写像の存在証明の一つの方法をのべる. そのための準備として, 一般的な近似定理および指定点条件と symmetric homotopy class との関係についてのべる. 最終結果より生

ずる二つの問題について言及したい．

19. 梶原壌二（九大理）　**Runge の定理の拡張について**

Runge の定理はつぎの形に拡張される：$D_\nu(\nu=1,\ 2,\ \cdots)$ を複素平面 C の互に素な単連結領域とし，$f_\nu(z)$ を D_ν の上の任意の正則函数とすると，多項式列 $\{P_n(z)\}$ が存在して，各 D_ν で $P_n(z)\rightrightarrows f_\nu(z)\ (n\to\infty)$ が成立つ．——その証明には一昨年秋の学会で発表した cohomology の理論と Runge の定理を用いる．なお，上の定理は compact でない Riemann 面に全く同じ形で一般化できる．更に多変数の場合には上の定理に対応する事柄が特別な場合には証明できるが，一般の場合には未だわかっていない．恐らく一般の場合には成り立たないであろう．

20. 田中忠二（早大理工）　**Note on cluster sets.**

$w=f(z)$ は一般領域 D 内の一価有理型函数とし，z_0 は D の境界上の孤立しない境界点とする．$S_{z_0}^{(D)}$ を interior cluster set，$R_{z_0}^{(D)}$ を range of values of $f(z)$ とするとき，本講演では，$S_{z_0}^{(D)}$ 内の $R_{z_0}^{(D)}$ の分布状態に関する新型の Weierstrass 型の一定理を報告する．

21. 田中忠二（早大理工）　**On Julia-lines of Dirichlet series.**

Dirichlet 級数 $F(s)=\sum_{n=1}^{+\infty} a_n \exp(-\lambda_n s)\quad (s=\sigma+it,\ 0\leqq\lambda_1<\lambda_2<\cdots<\lambda_n\to+\infty,\ \varliminf_{n\to\infty}(\lambda_{n+1}-\lambda_n)>0)$ が全平面で収束して，整函数を表わすとする．本講演においては，Julia-line の分布状態に関する新型の結果，すなわち，$F(s)$ の order に無関係な結果を報告する．

22. 岸　正倫（名大理）　**連続性の原理と解析集合の可容性について**

正値対称核函数 Φ が Frostman の最大値の原理をみたせば，解析集合はつねに可容であることを既に発表した．一方，Aronszajn-Smith は n 次元ユークリッド空間における α 位 $(0<\alpha<n)$ の容量に対して解析集合が可容であることを発表している．ここでは更に一般に，核 Φ が連続性原理をみたしていれば，解析集合が可容であることを報告する．

23. 洪 姙 植（東大理）　**方程式 $\Delta u+\lambda\rho u=0$ の固有値の漸近分布について**

n 次元空間の領域 D において，方程式 $\Delta u+\lambda\rho u=0$ の零境界値問題を考える．ここに ρ は D 内の集合 E の上に配布された正の密度で，その全質量が1であるものとする．E の次元を α とするとき，この問題の固有値の漸近分布についてつぎの法則を示す：λ より小さい固有値の個数は漸近的に $\lambda^{\alpha/(2-(n-\alpha))}$ に比例する．

24. 林　嘉男（徳島大工）　**一般電磁函数論について**

電磁現象の研究はすべて Maxwell の方程式の初期値境界値問題に帰する．性質が 3-3 行列 $[\sigma]$，$[\varepsilon]$，$[\mu]$ で規定される異方不均一な三次元空間内での Maxwell 方程式は任意に選んだ定数 $\sigma,\ \varepsilon,\ \mu$ から作った複値定数 $\eta^2=-pu/(\sigma+p\varepsilon)$，$\kappa=(\sigma+p\varepsilon)\eta$ を用いて $\boldsymbol{F}\equiv\boldsymbol{E}+\eta\boldsymbol{H}$（その複合共役量を $\tilde{\boldsymbol{F}}\equiv\boldsymbol{E}-\eta\boldsymbol{H}$）に対し，(1) $\nabla\times\boldsymbol{F}=\kappa(\boldsymbol{F}+\boldsymbol{G})$，(2) $\boldsymbol{G}\equiv(\eta/\kappa)[\sigma'+p\varepsilon']\boldsymbol{E}-(1/\kappa)[p\eta']\boldsymbol{H}-(1/\kappa)\{\eta\boldsymbol{D}_0-\boldsymbol{B}_0\}$，または A，B を既知行列として (3) $\nabla\times\boldsymbol{F}=A\boldsymbol{F}+B\tilde{\boldsymbol{F}}+\boldsymbol{C}$．更に (1) に対しつぎの積分定理が成立つ：(4) $\int_S \boldsymbol{U}dS+\int_D \boldsymbol{V}dV=0$；ただし D は領域，S はその境界面で $\boldsymbol{U}\equiv(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{F})\nabla\psi+[\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{F}]\times\nabla\psi+\kappa\psi[\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{F}]$，$\boldsymbol{V}\equiv(\nabla\cdot\boldsymbol{G})\nabla\psi-\kappa\boldsymbol{G}\times\nabla\psi-\kappa^2\psi\boldsymbol{G}$，$\Delta\psi+\kappa^2\psi=0$．(3) は I. N. Vekua が 2 次元スカラー函数に対して樹てた理論の拡張であり，また，(5) $\partial/\partial z=0$，$\kappa=0$，$F_z=0$，$G=0$ とおくと，(1)，(4) はそれぞれ Cauchy-Riemann eq. および Cauchy の積分定理に帰着する．この両式を基礎として一般電磁函数 $\boldsymbol{F}$ について調べるのが目的である．

25. 西野利雄（奈良女大理）　**Analytic manifold 上の正則域について**

n 次元の analytic manifold M の上に，n 個の独立な解析函数 $f_1,\cdots,f_n$ を，同時解析接続して得る共通の存在域 $\mathfrak{D}$ を考える．（$\mathfrak{D}$ は M 上に無限多葉でもよいが，分岐面は含めない．）ただし $\mathfrak{D}$ の境界はつねに M の完全に内部にあるとする．このような $\mathfrak{D}$ をしらべるため，別に n 次元複素空間 $(x_1,\cdots,x_n)$ 上に $x_i=f_i(p)$，$p\in\mathfrak{D}$ $(i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ としてできる多葉域 $\mathfrak{D}'$ を考える．さて，ここでこの対応が 1：1 であるとしよう．そうすれば，$\mathfrak{D}'$ は擬凸状領域であるという結果を得る．

26. 荒井　啓（東工大）　**Normal domains の解析的変換について**

多変数函数論における normal domain $D\subset C^n$ の解析的変換と Starrheit とをしらべるのが目的である．方法は Rothstein の定理と解析底の性質を用いる．D の境界を定義する $\bar{D}$ で正則な函数を $f_1,\cdots,f_p$ とする．f_i による D の解析底 $(D,\ \varphi_i)$ はリーマン面 $\mathfrak{R}_i$ をなす．$\bar{D}$ で $J(f_{i_1},\cdots,f_{i_n})\not\equiv 0$ なるすべての函数系 $(f_{i_1},\cdots,f_{i_n})$ $(1\leqq i_j\leqq p)$ によって D を $\mathfrak{R}_{i_1}\times\cdots\times\mathfrak{R}_{i_n}$ 内へ写し，その像を $M_{i_1\cdots i_n}$ とする．このとき，つぎの定理がいえる：F を D の解析的変換とする．このとき F は $M_{i_1\cdots i_n}$ をある $M_{j_1\cdots j_n}$ に写す $\mathfrak{R}_1\times\cdots\times\mathfrak{R}_p$ の変換 $w_j=h_{ij}(w_i)$；$w_i\in\mathfrak{R}_i$，$w_j\in\mathfrak{R}_j$ を定義する．逆に $\mathfrak{R}_1\times\cdots\times\mathfrak{R}_p$ の解析的変換 $w_j=h_{ij}(w_i)$ で $M_{i_1\cdots i_n}$ を $M_{j_1\cdots j_n}$ に写すものは D の解析的変換を定義する．——この定理を用いて Starrheit を完全に決定できる．二つの normal domains D，D' の間の解析的変換の存在についても同様なことがいえる．

27. 佐藤昭一（九大理）　**σ-process in complex spaces.**

χ を complex space，A をその analytic set，$\mathfrak{U}=\{U_i\}_{i\in I}$ を χ のある Stein-covering，$\mathfrak{J}(A\cap U_i)$ を $A\cap U_i$ で 0 になる U_i における holomorphic function のなす $\mathfrak{O}_{U_i}$ の ideal とする．U_i の各点で $\mathfrak{J}(A\cap U_i)$ を generate する $\mathfrak{O}_{U_i}$ の functions の system を $f_0^i(x),\cdots,f_{s_i}^i(x)$ とするとき，$U_i\times P^s$（P^s：n-dim. complex projective space）の analytic set $\left\{(x,\ \lambda)\in U\times P^s:\ \mathrm{rank}\begin{pmatrix} f_i^0(x), & \cdots, f_{s_i}^i(x) \\ \lambda_0, & \cdots, \lambda_{s_i}\end{pmatrix}=1\right\}\equiv\tilde{U}_i$ を U_i の A に関する σ-submodification と呼ぶ．$f_j^i(x)$'s の generating property を用いて，collection $\{\tilde{U}_i\}_{i\in I}$ から，一つの complex space χ_σ と，$\chi_\sigma-\sigma^{-1}(A)$ で homeomorphic な proper analytic mapping σ：$\chi_\sigma\to\chi$ とを定義することができる．modification $(\chi_\sigma,\ A_\sigma,\ \sigma,\ A,\ \chi)$，$A_\sigma=\sigma^{-1}(A)$ は H. Hopf, E. Kreyszig の process' の拡張になっている．

28. 阪井　章　ある種の標準領域について

二つの解析曲線を境界の一部としてもつ平面領域から放射線をもつ円環への写像を考える．無限重連結の場合には写像の一意性は一般には保たれない．円環の部分領域へ写す函数の族で定義されたある汎函数の極値的性質を利用して写像の存在が証明される．得られた写像函数は適当な正規化条件のもとで一意である．したがって，その像領域がみたす一つの極値的性質によってこの種の標準領域が定義される．これをここでは minimal ring と名付けた．minimal であるための必要十分条件が曲線族の極値的長さによって得られる．

29. 尾崎繁雄（教育大理）・**柏木定雄**（和歌山大学芸）・**坪井照男**（埼玉大文理）　**Bergman representative domain and minimal domain について**

前述の Bergman representative domain についての場合と同じ記号を用いて，つぎの定理をうる：任意領域 D の任意固定点 $u\in D$ に関する代表領域が同時に，u に関する minimal domain であるための必要十分条件は $K_D(z,\ \bar{u})/\det(T_D(z,\ \bar{u}))=K_D(u,\ \bar{u})/\det(T_D(u,\ \bar{u}))$ が成り立つことである．——このことに関して M. Maschler は Pacific J. Math. **6** (1956) で必要条件だけを与えている．つぎに，上の定理を利用して，領域が homogeneous であると仮定すると，一変数の場合のいろいろな拡張定理がえられることを示す．

30. 尾崎繁雄（教育大理）・**柏木定雄**（和歌山大学芸）・**坪井照男**（埼玉大文理）　**Bergman representative domain について**

n 次の analytic function vector $w\equiv w(z)\equiv(w_1(z),\ w_2(z),\cdots,w_n(z))$，ただし $z\equiv(z_1,\ z_2,\cdots,z_n)$ に対して，derivative matrix $dw(z)/dz$ を $n\times n$ 行列 $(\partial w_j(z)/\partial z_i)$ によって定義する．また，$n\times n$ 行列 $T_D(z,\ \bar{t})$ を，その $(i,\ j)$ 元素が $T_{i\bar{j}}(z,\ \bar{t})\equiv\partial^2\log K_D(z,\ \bar{t})/\partial z_i\partial\bar{t}_j$ であるような行列と定義しておく．定理 1．任意の領域 D の任意固定点 $u\in D$ に関する代表領域を Δ とする．D の Δ への写像函数を $w\equiv w(z)$ とすれば，$dw(z)/dz=(T_D(z,\ \bar{u}))\cdot(T_D(u,\ \bar{u}))^{-1}$ が成立する．——定理 2．任意の領域 D が，任意固定点 $u\in D$ に中心をもつ代表領域になるための必要十分条件は $T_D(z,\ \bar{u})=T_D(u,\ \bar{u})$ が成立することである．

31. 石田鶴彦（成蹊学園）　**$j^n\equiv a_0+a_1\cdot j+\cdots+a_{n-1}\cdot j^{n-1}$，$n>1$ とおくところの複素数の性質について**

$u\equiv x_0+x_1\cdot j+\cdots+x_{n-1}\cdot j^{n-1}$ $(x_0,\ x_1,\cdots,x_{n-1}$ はいずれも任意の実数とする）の形の複素数間の四則，指数函数，三角函数の概略を述べる．なお，特にこの種の複素変数函数 $F(u)\equiv P_0+j\cdot P_1+\cdots+j^{n-1}\cdot P_{n-1}$ の導函数，正則条件：

$$j^s\cdot\left(\frac{\partial P_0}{\partial x_0}+j\cdot\frac{\partial P_1}{\partial x_0}+\cdots+j^{n-1}\cdot\frac{\partial P_{n-1}}{\partial x_0}\right)=\frac{\partial P_0}{\partial x_s}+j\cdot\frac{\partial P_1}{\partial x_s}+\cdots+j^{n-1}\cdot\frac{\partial P_{n-1}}{\partial x_s};\ s=1,\ 2,\ \cdots,\ n-1,$$

および積分：

$$\begin{aligned}\int_{u_0}^{u}F(u)du=\frac{1}{\Delta'}\Bigg[&\int_{u_0}^{u}\{F_{\alpha_1}\cdot A_1'+\cdots+F_{\alpha_1}^{(n_1-1)}\cdot A_{n_1}'+\cdots+F_{\alpha_p}^{(n_p-1)}\cdot A_n'\}dx_0\\&+\int_{u_0}^{u}\{(F_{\alpha_1}\cdot\alpha_1)\cdot A_1'+\cdots+(F_{\alpha_1}\cdot\alpha_1)^{(n_1-1)}\cdot A_{n_1}'+\cdots+(F_{\alpha_p}\cdot\alpha_p)^{(n_p-1)}\cdot A_n'\}dx_1+\cdots\\&+\int_{u_0}^{u}\{(F_{\alpha_1}\cdot\alpha_1^{n-1})\cdot A_1'+\cdots+(F_{\alpha_1}\cdot\alpha_1^{n-1})^{(n_1-1)}\cdot A_{n_1}'+\cdots+(F_{\alpha_p}\cdot\alpha_p^{n-1})^{(n_p-1)}\cdot A_n'\}dx_{n-1}\Bigg]\end{aligned}$$

について説明する．

特　別　講　演

倉持善治郎（北大理）　**Riemann 面の境界について**

戦後長足の進歩をした一つの分野はリーマン面の研究であろう．現在までいろいろな例と定理が得られ，平面内の領域では予想もしなかった結果が得られている．ここではその一つにふれる．

$R\in O_{HB}$ で $\notin O_G$ とするとき，$R-R_0\in O_{AB}$ (1955);

$R\in O_{HD}$ で $\notin O_G$ とするとき，$R-R_0\in O_{AD}$ (1956).

これは，Cornea (1957) によって簡単な証明が与えられた．この定理は，positive boundary でも $\in O_{HB}$ (O_{HD}) のときはその境界には genus が大きな密度で分布しているためにあたかも一点であるかのようにみえるということを意味している．そこで，われわれは境界のどの部分がどのような働きをしているであろうかを考える．それには，つぎの topology が非常によく適合している．

R を positive boundary の Riemann 面とし，$G(z, p)$ を Green 函数として $K(z, p)=G(z, p)/G(p_0, p)$ とおけば，$K(z, p)$ は R で正の調和函数である．$\{p_i\}$ を境界に収束する点列として $\{K(z, p_i)\}$ が内部で一様収束するとき，$\{p_i\}$ を基本列とよび，二つの基本列が同じ極限函数をもつとき，対等という．一つの基本列と対等なもの全体に一つの境界点を対応させる．B を全境界として，$R+B$ の二点に対して

$$\delta(p_1, p_2)=\sup_{z\in R_1}\left|\frac{K(z, p_1)}{1+K(z, p_1)}-\frac{K(z, p_2)}{1+K(z, p_2)}\right|$$

を二点 p_1 と p_2 の距離と定義する．また，$N(z, p)$ を $R-R_0$ で調和，∂R_0 で零となり，p に対数的特異点をもち，Dirichlet 積分が最小なものとする（p の附近では通常のように計算）．この $N(z, p)$ を前の $K(z, p)$ の代りに利用すると，また一つの topology を得る．HNB (HND) を一次独立な有界 (Dirichlet 積分有界) な調和函数の箇数が高々 N であるリーマン面の class とするとき，

(i) $R\in HNB(HND)\Longleftrightarrow B$ が有界な N 箇の $K(z, p)$ $(N(z, p))$ と調和量（容量）零との境界よりなる．

(ii) G を R の non-compact domain とし，$v(p)$ を p の近傍とするとき（ここで $K(z, p)$ が有界；$N(z, p)$ が有界），$G\cap v(p)=G'$ が p を或る程度——$\partial G'$ で零で G' で有界 (Dirichlet 積分有界）な函数が存在し得る程——表わしているならば，$G'\in O_{AB}$ (O_{AD}) である．ここで有界性はもちろん of bounded type (球面積分の有界性）としても成立することは明らかである．これはつぎの定理の精密化と考えられる．

これらの $N(z, p)$ が有界となるような点 p は，他の metric（例えば Green 函数の利用）でも一点となる程 genus があらゆる方向に結ばれているような点でもある．

つぎに，R の任意の non-compact domain G 上には ∂G で実部が零で有界 (球面積分有界）な函数が定数以外にないとき，R を O^0_{AB}, O^0_{AD}, とよぶことにする．

$R\in(HNB, HND, O^0_{AB}, O^0_{AD})$ が w 平面上の被覆面として表わされるとき，K: $|w-w_0|<r$ の connected piece ψ の面積が $=\infty$ もしくは $<\infty$ の場合に，$D_n=E[w\colon n(w)\geqq n]$ の metric, topological property についてふれる．これらは前定理の応用でもあり，また集積値集合の理論にも用いられるものである．

日　本　数　学　会

昭 和 34 年 度 秋 季 例 会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函　数　論

時……　10 月 23 日 ・ 24 日

所……　京 都 大 学 理 学 部

23 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**1 ～ 11**
	13.00 ～ 14.30	特別講演	
24 日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**12 ～ 22**
	13.00 ～ 14.30	特別講演	