とおく．ν を固定するとき，これは Gauss 変動式を書き直したものにすぎないが，この $G(\mu,\ \nu)$ は対称核ポテンシャルの研究において極めて有効な手段となることを強調したい．この値が E_1 と F_2 の上でそれぞれ与えられた二つの正の質量分布の組のうちで最小になるような μ と ν は極めて特徴的な性質をもつ．この $G(\mu,\ \nu)$ から出発して，核 K が正型であるということはポテンシャルがある種の最大値の原理をみたすことと同等であり，したがって最大値の第一または第二原理をみたす核はすべて正型であることがわかる．また平衡の問題が解けるためには，核 K が最大値の第一原理をみたすことが必要かつ十分であり，掃散の問題が解けるためには，核 K が最大値の第二原理をみたすことが必要かつ十分であることを知る．更に二つの最大値の原理の関係およびポテンシャルを与える質量分布の一意性についても論ずることができる．[cf. N. Ninomiya, Etude sur la théorie du potentiel pris par rapport au noyau symétrique. 大阪市立大学理工学部紀要，第八巻第二号.]

MEMO

東 京
K.K. 小薬印刷所

1958
OCTOBER

日 本 数 学 会

昭 和 33 年 度 秋 季 例 会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函 数 論

時…… 10 月 25 日 ・ 26 日

所…… 京 都 大 学 理 学 部

---

25 日	午前 9 時 ～ 正 午	普通講演	**1 ～ 12**
26 日	午前 9 時 ～ 正 午	普通講演	**13 ～ 23**
	午後 1 時 ～ 2 時	普通講演	**24 ～ 28**
	午後 2 時 ～ 3 時	特別講演	

10 月 25 日

1. 小川庄太郎（奈良学芸大） **Close-to-convex function およびこれに関連する函数の部分和について**

星型函数，凸型函数の部分和に関する定理（小堀）に対応して，つぎの二定理が成り立つことを述べる．星型函数 φ，凸型函数 ϕ に対して $R(zf'/\varphi)>0$，$R((zf')'/\phi')>0$ が成り立つとき，それぞれ $f\in S_t(S_t(\varphi))$，$f\in K(K(\phi))$ と書く．

定理 1. $|z|<1$ において $f\in S_t(S_t(\varphi))$ ならば，f,φ のすべての部分和 f_n,φ_n について，$|z|<1/8$ で，$f_n\in K(K(\varphi_n))$ である．（一部既報）

定理 2. $|z|<1$ において $f\in K(K(\phi))$ ならば，f,ϕ のすべての部分和 f_n,ϕ_n について，$|z|<1/2$ で，$f_n\in S_t(S_t(\phi_n))$ である．

注意 1. 1/8, 1/2 は大きくできない．上の二定理は小堀の定理の拡張にあたる．注意 2. $f\in S_t(S_t(\varphi))$ のとき，f は close-to-convex であるという．

2. 吉川比呂作（九大工） **On the conformal mapping of nearly circular domains.**

領域 D の境界の方程式を $r=1+\varepsilon h(\theta)(|h(\theta)|\leqq 1,\ 0<\varepsilon<1)$ とし，$|z|<1$ を D に写像する函数を $w=F(z)$ $(F(0)=0,\ F'(0)>0)$ とする．$h^{(n)}(\theta)$ が存在してかつ $H^{\alpha}\ (0<\alpha<1)$ に属するときは $\log(F(z)/z)$ がつぎのように漸近展開できることを証明する．これは Julia の定理の拡張にもなっている．

$$\log\frac{F(z)}{z}=\sum_{i=1}^{n}F_i(z)\varepsilon^i+O\left(\varepsilon^{n+1}\left(\log\frac{1}{\varepsilon}\right)^n\right)$$

ここに $F_i(z)$ は $|z|<1$ で正則，ε に無関係，$F_i(0)=$ real，$(n-i+1)$ 階までの導函数が $|z|\leqq 1$ で連続，かつそれらの境界値は H^{α} に属する．なお，函数 $F_i(z)$ の実際の求め方についても言及する．さらに，函数 $F(z)$ に関する二三の定理をのべる．

3. 安倍　斉（愛媛大工） **円環内単葉函数について**

H. Meschkowski (Annales Acad. Sci. Fennicae AI **117**, 1952) は Bieberbach の面積定理を n 重連結領域の場合へ拡張している．ここでは円環の場合に限定して拡張定理を求めるとつぎのようになる．

定理. $f(z)$ は円環 $r<|z|<1$ において内点 ζ を除いて正則単葉とし，極 ζ における留数を 1 とする．このとき $f(z)=N(z,\zeta)+\sum_{-\infty}^{\infty}a_n z^n$ とすれば，

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}n(1-r^{2n})|a_n|^2\leqq \pi K(\zeta,\zeta).$$

等号は

$$\varphi_\theta=\frac{1}{z-\zeta}+\frac{e^{2i\theta}}{\bar{\zeta}}\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{\infty}\frac{(z\bar{\zeta})^n}{1-r^{2n}}+\frac{1}{\zeta}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{r^{2n}[(z/\zeta)^{-n}-(z/\zeta)^n]}{1-r^{2n}}$$

によってとられる．ここに $N(z,\zeta)=(1/2)(\varphi_0+\varphi_{\pi/2})$ とし，

$$K(z,\zeta)=\frac{1}{\pi}\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{\infty}\frac{n(z\bar{\zeta})^{n-1}}{1-r^{2n}}$$

は円環に関する Bergman 核函数とする．

これより係数評価ならびに $f(z)$ および $f'(z)$ に関する歪曲定理を求める．

4. 古関健一（岡山大理） **円環内単葉函数について**

円環 $Q<|z|<1$ を $Q_0<|w|<1$ に截線の入った領域へ写像する函数 $w=f(z,Q)$，$Q_0=f(Q,Q)$ はつぎの微分方程式を満足する：

$$\frac{\partial\log f(z,q)}{\partial\log q}=1+2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1-q^{2n}}(f^n-q^n)\left(\gamma^n(q)+\frac{q^n}{\gamma^n(q)f^n}\right),\quad Q\leqq q\leqq Q_0,\ |\gamma(q)|=1.$$

定理. $|f(z,q)|<1$，$Q\leqq q\leqq Q_0$，$\gamma(q)$ が与えられ，$|\gamma(q)|=1$，更に $\gamma(q)$ は何回でも微分可能にして，$|\gamma^{(n)}(q)|<A_n$（定数）とする．$f(z,q)$ は上の方程式を満足するとする．このような $f(z,q)$ 全体の集合を $\mathfrak{F}$ とする．q_0 を $Q\leqq q_0\leqq Q_0$ 上に固定するとき，$f(z,q_0)$ の展開における z^p の係数 a_p の絶対値が最大となる函数 $f(z,q)$ が $\mathfrak{F}$ に存在する．

証明. $|a_p|$ の上限を M_p とする．$f_n(z,q_0)$ の展開の z^p の係数が M_p に収束するとする．$\{f_n(z,q)\}$ の部分列にして，q の任意の値に対して，z に関して広義一様収束し，z を固定した時 q に関して一様収束するものが存在する．更に $\gamma_n(q)$ の部分列にして一様収束するものが存在する．その極限を $f(z,q),\gamma(q)$ とすればよい．

5. 久保忠雄（京都府立医大） **円環内正則函数について**

前回の講演と同様に，つぎのような函数を考える．函数 $w=f(z)$ は円環 $1<|z|<R$ において，(i) 一価正則，(ii) その値域 D_f は円外部 $|w|>1$ にある．(iii) 円 $|w|=1$ は D_f の境界成分の一つで円 $|z|=1$ の像となる．このような函数 $w=f(z)$ の値域 D_f の外境界で囲まれた単連結領域（原点を含む）の主弦の長さ l を，Grötzsch 極値領域から定まるところの定数 $P(>1)$ を用いて，下から評価すると，

$$l\geqq 2(P+\sqrt{P^2-1})$$

なる精確な結果を得る．証明には前回に発表した定理（前号アブストラクト参照）を用いる．

6. 西宮　範（芝浦工大） **On variability-region of Laurent coefficients.**

単位円において正の実部をもつ正則函数の係数列に関する variability-region については，Carathéodory (Math. Ann. **64** (1907), 95–115) による著名な結果がある．これに対しては，Herglotz の表示を用いると，極めて簡単な別証が与えられる．Stieltjes 型の積分表示による方法では，円環 $q<|z|<1$ において一価正則で正の実部をもつ解析函数 $\Phi(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n z^n\ (A_0=1)$ の係数列の variability-region が同様にして決定される．

7. 小松勇作（東工大） **正の実部をもつ円環内解析函数について**

今春の年会において，正の実部をもつ円内正則函数についての Rogosinski の定理と関連して，一般な性格をもつ平均歪曲不等式を導いた．そしてその際に，これらの結果が円環の場合へ一般化されることを指摘しておいた．それは円の場合の直接の一般化を目指したものであった．ここでは，かような函数族と共に，それを部分族として含む最も広い円環内函数族についても，関連した結果が得られることを示そうと思う．

8. 柳原二郎（中央大工） **境界対応の一致点の存在**

C は w 平面の滑らかで convex な Jordan 閉曲線で原点のまわりを囲むものとする．$D^{(i)}$ は C で囲まれた内部の単一連結領域，$D^{(e)}$ は C 外部の無限遠点を含む領域とする．z 平面上の単位円の内部 $|z|<1$，外部 $|z|>1$ をそれぞれ $D^{(i)}, D^{(e)}$ へ原点は原点に，無限遠点は無限遠点にうつる様に写像し，そのさいに，原点および無限遠点における方向は変らないようにする．すなわち，写像函数を

$$w=f(z)=a_1z+a_2z^2+a_3z^3+\cdots,\qquad |z|<1,$$

$$w=g(z)=b_{-1}z+b_0+\frac{b_1}{z}+\frac{b_2}{z^2}+\cdots,\qquad |z|>1,$$

とかくとき，$a_1>0$，$b_{-1}>0$，と normalize しておく．このとき $|z|=1$ 上で $f(z)$ と $g(z)$ とによる像点が一致する点が二つ以上あり，一般には二つより多くはない．

9. 田中忠二（早大理工） **An extension of Noshiro's theorem.**

D を一般な領域，C をその境界，z_0 を C 上の孤立しない境界点，$w=f(z)$ を D 内で一価有理型函数とする．Iversen の定理の拡張として，能代はつぎの定理を証明した．

$S_{z_0}^{(D)}$, $S_{z_0}^{(C)}$, $R_{z_0}^{(D)}$ をそれぞれ inner cluster set, boundary cluster set, range of values とするとき，$\alpha\in S_{z_0}^{(D)}-S_{z_0}^{(C)}$，$\alpha\overline{\in}R_{z_0}^{(D)}$ ならば，α は $w=f(z)$ の z_0 における漸近値である．

ここでは，その一つの拡張とその応用について述べる．

10. 秋　邦雄（東工大） ***Hp*-Class の函数についての一考察**

$f(z)$ が $|z|<1$ において，

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|f(re^{i\theta})|^p d\theta=O(1)\qquad (p>0),$$

すなわち H_p-class に属するとき，これが Hadamard の三円定理を満足することはよく知られている．ここではこの sharp bound を見つける問題についての analogy を考察する．

11. 栗林暲和（芝浦工大） **On Bergman's kernels.**

定理 1. $\psi(s,\bar{t})\in P_V$ とする．もし $\psi(s,\bar{t})\ll k(s,\bar{t})$ in V ならば，$\psi(s,\bar{t})$ は D 全体に continuable である．

定理 2. $\psi(s,\bar{t})\in P_D$ とし，更に $\in\mathfrak{L}^2(D)$ for fixed $t\in D$ とすれば，$\lambda\psi(s,\bar{t})\ll k(s,\bar{t})$ である正数 λ がある．

12. 杉山昌平（早大理工） **$\dfrac{d^2w}{dz^2}=f(z,w)$ の解について**

$p(z)$ は $|z|<1$ で正則，$f(z,w)$ は $|z|<1, |w|<1$ で正則な函数とし，さらに $|f(z,w)|\leqq|p(z)||w|$ を満足するものとする．補助定理として

$$u(r)\leqq f(r)+\int_0^r K(t)u(t)dt,\quad K(r)\geqq 0,\quad r\geqq 0$$

ならば，

$$u(r)\leqq f(r)+\int_0^r f(t)K(t)e^{\int_t^r K(s)ds}dt$$

となることおよび Jensen の公式を用いれば，与えられた方程式の解 $w=w(z)$ に対して

1.

$$|w(re^{i\theta})| \leqq (|w(0)|+|w'(0)|)\exp\left(\int_0^r (r-t)|p(te^{i\theta})|dt\right).$$

2. $w(z)$ の $|z|<r$ における零点の個数を $n(r)$ とすれば，$n(0)=0$，$n(0)=1$ のときそれぞれ

$$\int_0^r \frac{n(t)}{t}dt \leqq \log(|w(0)|+|w'(0)|) + \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^r (r-t)|p(te^{i\theta})|dt,$$

$$\int_0^r \frac{n(t)-1}{t}dt \leqq \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^r (r-t)|p(te^{i\theta})|dt$$

が得られ，これらの応用について述べる．

10 月 26 日

13. 洪 妊 植（東大理）**方程式 $\varDelta u+\lambda f(x,y)u=0$ の固有値問題について**

前年報告した，任意有界領域における方程式 $\varDelta u+\lambda u=0$ の零境界値問題に関する諸定理が，f を有界な正値函数とするとき，表題の方程式についても成立つことを示す．すなわち，D_n をなめらかな境界をもつ領域とし，D_n での上の方程式の零境界値問題の固有値，固有函数をそれぞれ λ_n, u_n とする．D が $\{D_n\}$ により exhaust される領域であるとき，$\lim_{n\to\infty}u_n=u$ が存在し，u は D の境界で capacity 零の集合を除いて 0 になり又 D の内部で $\varDelta u+\lambda u=0$ を満足する．ここに $\lambda=\lim_{n\to\infty}\lambda_n$ である．

14. 柴田敬一（阪府大教養）**擬等角写像の近似についての注意**

擬等角写像の存在に関する Ahlfors の定理 (Conformality with respect to Riemannian metrics. Ann. Acad. Sci. Fenn. A I **206** (1955)) の直接の応用として，つぎの結果が得られる:

$w=f(z)$ を $|z|<1$ から $|w|<1$ への Pfluger-Ahlfors の意味の擬等角写像とする．$z_\nu(\nu=1,2,\cdots,k)$ を $|z|=1$ 上の点とし $f(z_\nu)=w_\nu$ とするとき，つぎの性質をもつ写像函数列 $\{f_n(z)\}$ $(n=1,2,\cdots)$ が存在する：(1) $w=f_n(z)$ は $|z|<1$ から $|w|<1$ への擬等角写像で $f_n\in C^m$; (2) $f_n(z_\nu)=w_\nu(\nu=1,2,\cdots,k;\ n=1,2,\cdots)$; (3) $\{f_n(z)\}$ は $|z|\leqq 1$ で一様に $f(z)$ に収束する．

15. 小沢　満（東工大）**On quasiconformal mappings in the large.**

種数 $\geqq 2$ なる二つの Riemann 面 W, W' 間の位相写像のつくるある homotopy 類 H および W の一指定点 $\mathfrak{p}$ の像点 $\mathfrak{q}$ を指定した H の部分類 $H(\mathfrak{q})$ における極値擬等角写像の定数 dilatations をそれぞれ $K, K(\mathfrak{q})$ とする．$K(\mathfrak{q})$ を W' 上の点 $\mathfrak{q}$ の函数とみなすとき，いわゆる Morse の関係式が成り立つ: M_i を index i の特異点(集合)の箇数，g を W の種数とすると，

$$M_0\geqq 1,\quad M_1-M_0\geqq 2g-1,$$
$$M_2-M_1+M_0=2-2g.$$

16. 水本久夫（東工大）**$2n$ 重連結領域の円環型被覆面への写像について**

境界成分がすべて連続体からなる $2n$ 重連結平面領域を円環型被覆面（境界成分がすべて原点を中心とする単一同心円周からなる原点と無限遠点とを相分つ平面上の被覆面）へ等角に写像する函数を extremal method によって求める．この函数に対しては，調和測度を用いると，その具体的な表示が得られる．つぎに，上記 $2n$ 重連結領域が特に n 葉円環（平面上の円環の n 重被覆面）へ等角に写像することが可能なための必要十分条件を求める．

17. 辻　良平（東工大）**On conformal mapping of a hyperelliptic Riemann surface onto itself.**

W を種数 g，境界 k 箇の Riemann 面とするとき，W をそれ自身に写す 1：1 等角写像の最大箇数を $N(g,k)$ とする．$g=0$ のときは M. Heins が，$g=1$ のときは K. Oikawa が，それぞれこの数を決定している．ここでは任意の種数（$g\geqq 2$）の hyperelliptic な面に関する $N(g,k)$ の決定方法および結果を述べる．$g=2$ の場合には，Riemann 面がことごとく hyperelliptic であることに基いてこの結果は一般的である．

18. 楠　幸男（京大理）**Riemann-Roch の定理について**

古典的な Riemann-Roch の定理の別証明を与えると同時につぎの事柄が明らかにされる．R を種数 p の閉リーマン面とし，$\delta=\delta(P)/\delta(Q)=P_1^{m_1}\cdots P_r^{m_r}/Q_1^{n_1}\cdots Q_s^{n_s}$ $(m_i,\ n_j\geqq 0)$ を与えられた divisor としたとき，つぎの四つの複素ベクトル空間を考える．

E：$1/\delta(Q)$ の multiple である Abel 微分の空間;

D：$\delta=\delta(P)/\delta(Q)$ の multiple である Abel 微分の空間;

M：$1/\delta(P)$ の multiple でかつ A_i-週期をもたない Abel積分の空間，$\delta(Q)\neq 1$ のときは Q_1 で 0 となるよう積分定数をえらぶ．ここに (A_i, B_i) $(i=1,\cdots,p)$ は R の canonical basis;

S：$1/\delta=\delta(Q)/\delta(P)$ の multiple である一価(有理型)函数の空間．

明らかに $D\subset E, S\subset M$．このとき，E の dual E^* 内の D の直交空間（D の元に対して常に 0 となる E 上の linear functional の空間）は M/S である．同様に，M^* 内の S の直交空間は E/D である．同じ方法で open の場合についてもふれたい．

19. 赤座　暢（金沢大理）**Symmetric な Riemann 面上の第一種 normal integral の型について**

今春の学会で述べた orthosymmetric な Riemann 面上の第一種 normal integral の型問題の未解決であった部分を，無限連結領域の等角写像の問題に変形して述べる．すなわち，境界成分である実軸に直交する円群 $\{C_\nu\}$，$\nu=\pm1, \pm2, \cdots$，の両側から収束する点の近傍における挙動について，Green 函数の正則および非正則境界点との関係を述べ，それから第一種 normal integral の型が hyperbolic, mixed, parabolic なるための判定条件をみちびく．

20. 倉持善治郎（北大理）**ディリクレ問題について**

Martin の topology の函数 $K(z,p)$ 或は $N(z, p)$ による距離に関しての Dirichlet 問題は境界上の連続函数について解ける．特に後者に対する距離については barrier が Green の函数の正則点で存在する．したがって，本質的に平面の場合と完全に同じ方法で考察できる．併せて Neumann の問題も考えられる．

21. 大津賀　信（広島大理）**ニュートン・ポテンシャルに対するガウス変分について**

春の学会において，一般ポテンシャルに対するガウス変分について論じた．今回はニュートン・ポテンシャルの場合に，さらにくわしい結果についてのべる．すなわち，3次元空間において，ポテンシャルを

$$U^\mu(P)=\int 1/\overline{PQ}\, d\mu(Q),$$

コンパクト集合を K，K 上の有限実数値連続函数を $f(P)$ とする．全質量が一定 $x\geqq 0$ でささえが K に含まれる測度 μ のうち，

$$\int U^\mu(P)d\mu(P)-2\int f(P)d\mu(P)$$

を最小ならしめるものが存在し，いまこの式の最小値を $I(\mu_x)$ としるす．$x\geqq 0$ の函数としての $I(\mu_x)$ のグラフの形など，一般ポテンシャルに対して得られなかった新らしい事実をのべる．

22. 一松　信（東大理）**Some remarks on the Bergman's quasi-pseudo-conformal mappings for Reinhardt circular domains.**

多複素変数の解析的変換は応用上狭すぎて，拡張の必要にせまられることが多い．Bergman は 2 変数の Reinhardt 領域

(1)　$R=\{(Z_1, Z_2);\ |Z_1|+i|Z_2|\in B\}$

（B は複素平面上の単一連結領域，更に二三の条件を課す）に対して，単位円から B への等角写像 $g(\zeta)$ ($g(0)=0$) をもとにして，超球 $\{|z_1|^2+|z_2|^2<1\}$ から R への quasi-pseudo-conformal mapping

(2)　$\begin{cases} Z_1=e^{i\arg z_1}\operatorname{Re} g(|z_1|+i|z_2|), \\ Z_2=e^{i\arg z_2}\operatorname{Im} g(|z_1|+i|z_2|) \end{cases}$

をつくり，それによる Bergman 計量の歪曲を論じた．しかし特別な条件のもとにしか finite distortion を示し得なかつた．ここでは特に B が楕円の場合の“実験結果”を報告する．期待に反して，(2) は一般には Bergman 計量の finite distortion を与えない．しかし real-section 上では歪曲は有限である（その限界も楕円積分によって表わされる)．この最後の性質は，いま少し一般な B についても成立する．

23. 公田　蔵（都立日比谷高）**Holomorphic mapping の正規族について**

Montel 以来，Julia, Saxer, Rutishauser, Bureau らによって，多変数解析函数や多変数解析函数系の正規族について研究され，一変数の場合と類似のいくつかの結果もえられている．ここでは主として Rutishauser の結果について二三の注意を与える．

24. 梶原壌二（九大理）**解析的 fibre-bundles の解析的同値性の接続について**

C^n における正則函数に関する接続定理は，正則写像についてはつぎのように拡張される．すなわち，holomorph-vollständiger Raum R のある領域 D より hol.-vollst. Raum R' の中への正則写像の最大解析接続領域 $\widetilde{D}$ は R の上の弱擬凸領域である．この定理の応用としてつぎの定理をあげる．

D, $\widetilde{D}$ をそれぞれ hol.-vollst. Mannigfaltigkeit M のある領域とその正則凸被としょう．M を base に，komplexer Raum F を fibre に，hol.-vollst. Raum L を構造群にもつ二つの解析的 fibre-bundles が D の上で解析的に同値ならば，それらは $\widetilde{D}$ の上でも解析的に同値である．

25. 尾野　功（教育大理）　**A Poisson kernel in several complex variables.**

k 個の複素変数 $z_1, \cdots, z_k$ の空間曲面: $z_j = z_j(u_1, \cdots, u_{2k-1})$ (u_i は real) に対する解析変換: $w_j = w_j(z)$ ($z = (z_1, \cdots, z_k)'$) による面素は

$$dS_w = \left[\det\left\{\mathrm{Re}\left(\left(\frac{dw}{dz}\frac{dz}{du}\right)^*\left(\frac{dw}{dz}\frac{dz}{du}\right)\right)\right\}\right]^{1/2} du_1 \cdots du_{2k-1}$$

となることにより，単位超球 $|z_1|^2 + \cdots + |z_k|^2 \leqq 1$ でanalytic な函数 $f(z)$と，超球内の任意の点 $a = (a_1, \cdots, a_k)'$ に対して，つぎの Poisson 表示が得られる:

$$f(a) = \frac{1}{\omega}\int \cdots \int f(z)\left(\frac{1-|a|^2}{|1-a^*z|^2}\right)^k dS.$$

ここに，ω は単位超球面: $|z|^2 = 1$ ($|z|^2 = |z_1|^2 + \cdots + |z_k|^2$) の面積である．これは，1 変数における Poisson 表示そのものの拡張であるが，Bochner, Fueter によって得られたものとも違っている．

26. 尾崎繁雄（教育大理）　柏木定雄（和歌大学芸）　坪井照男（埼大文理）　**代表領域について**

定理．代表領域を代表領域に写像する pseudo-conformal transformation は affine 変換に限る．逆も成立する．ただし，この対応で中心は互に対応するものとする．

証明は，任意の領域Dを，その代表領域に写す函数が

$$w(z) = (t, E_k)\left(\left(\phi(t_0), \frac{d\phi(t_0)}{dz}\right)^*\left(\phi(t_0), \frac{d\phi(t_0)}{dz}\right)\right)^{-1}$$
$$\times\left(\phi(t_0), \frac{d\phi(t_0)}{dz}\right)^*\phi(z)$$
$$\times\{(\phi^*(t_0)\phi(t_0))^{-1}(\phi^*(t_0)\phi(z))\},$$

初期条件: $w(t_0) = t$, $\dfrac{dw(t_0)}{dz} = E_R$（単位行列）

と書けることを利用する．

系 1．(H. Welke, Math. Ann. **103** (1930), Satz 5) 中心を不動にして，circular domain を他の circular domain に写す擬等角写像は affine 変換に限る．

系 2．(Bergman) 中心を不動にして，代表領域を自身に写す擬等角写像は affine 変換に限る．

27. 霜田伊左衛（徳島大学芸）　**複素 B 空間に於ける解析函数について**

E_1, E_2 をそれぞれ複素 B 空間とする．E_1 内の単位球 $\|x\| < 1$ から E_2 内への函数族 $\{f(x)\}$ が，(1) $f(x)$ は $\|x\| < 1$ で解析的で E_2 の領域 D_f への 1 : 1 写像函数で $f^{-1}(x)$ もD_f で analytic，(2) 函数族は一様に，有界，(3) $f^{-1}(x)$ の lienar part g_1 も一様に有界，(4) $f(0) = 0$ とする．このとき，D_f は常に一定球を含む．

証明．まず条件 (1) より $f(x)$ は $\|x\| < 1$ で analytic なる故，その linear part を $f_1(x)$ とすると，(3) より $\|f_1(x)\| \geq (1/K)\|x\|$ となる．また，$f(x) = \sum_1^\infty f_n(x)$ とおくとき，(2) により $\|x\| \leq \delta_1$, $\gamma > 1$, $\gamma\delta_1 < \delta$, $KM\delta_1^2 < \delta(\delta - \delta_1)$ となるようにえらぶと，$\|x\| \leq \delta_1$ なるとき $f(\|x\| \leq \delta_1)$ なる像は $\|x_2\| < \rho = \delta_1(1/K - \gamma\delta_1)$ を含む．すなわち，D_f は常に $\|x_2\| < \rho$ を含む．

28. 星　誠一（宮崎大工）　**Quaternion の特殊函数について**

Quaternion の変数を $Z = \sum_0^3 x_k i_k = x_0 + X_1$ とするとき 4 次元空間のある領域で

$$\sum_3^1 \frac{\partial^2 w}{\partial x_k^2} \mp k^2 w = 0$$

(k は実数，$\neq 0$) を満足する函数 $w = F(X_1)$ について主に考えることとし，この場合 Fueter の正則函数との関係，その他二三の性質を調べることにする．

10　月　26　日

特　別　講　演

佐藤幹夫（東大理）**超函数の拡張について**

解析函数の“境界値”を用いて，L. Schwartz の distribution を含むより広い函数概念の拡張が得られる．春の学会での報告にひきつづき，この新しい意味の“超函数”の概念について一般的な理論を述べる．

1. 解析的分布

$X = X^r$ をパラコンパクトな複素 r 次元解析的多様体，$\mathfrak{L}(X)$ をその開集合の全体，F を X 上の coherent な解析的層とする．S を X の閉集合とし，$D \in \mathfrak{L}(X)$ とするとき，$D-S$ の F 係数の $(p-1)$-cohomology 群

を $H^p = H^p(S, D, F)$ とおく．ただし，H^0, H^1 はそれぞれ F の断面の加群の間の自然準同型: $\Gamma(D, F) \to \Gamma(D-S, F)$ の核および余核を意味するものと定める．$D \supset D'$, $D, D' \in \mathfrak{L}(X)$, のとき自然な準同型で $H^p(S, D, F) \to H^p(, S, D', F)$ となるから，$\{H^p(S, D, F);\ D \in \mathfrak{L}(X)\}$ は pre-sheaf であり，これから定まる X 上の解析的層は S 上の層に同等である．これを $F^p(S)$ と記し，$\Gamma(S, F^p(S))$の元をS 上の **F 係数の解析的 p-分布**と呼ぶ．とくに F が locally free のとき，すなわちある X 上の解析的 vector bundle B の解析的な断面の芽の層であるときには，型 B の解析的p-分布と呼ぶ(たとえば微分式の，テンソルの，微分演算子の，等々．とくに $B = X \times C$ (C= 複素数体) のときには形容詞を略する)．

$\mathfrak{U} = \{U_\alpha\}$, $\mathfrak{V} = \{V_\beta\}$ をそれぞれ X, $X-S$ の開被覆とし，$\varphi = \{\varphi_{\alpha_0\beta_1\cdots\beta_p}\}$, $\psi = \{\psi_{\alpha_0\alpha_1\beta_2\cdots\beta_p}\}$ をそれぞれ二重脈複体 $(\mathfrak{U}, \mathfrak{V})$ における F 係数の 0-$(p-1)$-cochain および 1-$(p-2)$-cochain で，$\delta_{\mathfrak{V}}\varphi = 0$, $\delta_{\mathfrak{U}}\varphi = \delta_{\mathfrak{V}}\psi$ をみたすものとせよ．このとき，組 (φ, ψ) によって S 上の F 係数の解析的 p-分布 $g \in \Gamma(S, F^p(S))$ が定まる．(φ, ψ) を g の定義函数と呼んで $g = [\varphi, \psi]$ と記す．任意の解析的分布はこのようにして与えられる．

特別の場合として，V を X の複素 $r-p$ 次元解析的部分多様体，g を V 上の型 B の解析的 p-分布とし，g の定義函数 (φ, ψ) の各成分を V の近傍における有理型函数にえらべるものとせよ．このとき g を V 上の型 B の Dirac 分布と呼ぶ．$p=1$ の場合，Dirac 分布は第一種の Cousin 分布に一致する．

以上に定義した解析的分布に対しては，制限，拡大，直積，定積分などの演算を定義することができる．なお解析的分布の概念は，一般に位相空間 S で，局所的に適当な X^r の閉集合への homeomorphism が与えられたようなものの上で定義することができる．(たとえば r 次元実解析的多様体はそれである)．また，X^r が解析的多様体でなく Grauert の解析空間の場合にもやはり定義することができる．

2. 超 函 数

$M = M^r$ を r 次元実解析的多様体またはその局所閉部分集合とするとき，M 上の解析的 r-分布を**超函数**といい，その全体を $\mathfrak{B}(M)$ (型 B の場合には $\mathfrak{B}(M, B)$) と記す．以下では簡単のため M がユークリッド空間 R^r またはその中の“区間” $M = M_1 \times \cdots \times M_r$ (M_k は R の局所閉集合，$k = 1, \cdots, r$) である場合について考える．D_k を M_k の複素近傍とし，$D = D_1 \times \cdots \times D_r$．$V_k = D_1 \times \cdots \times (D_k - M_k) \times \cdots \times D_r$ とおくとき，$\mathfrak{V} = \{V_1, \cdots, V_r\}$ は $D-S$ の開被覆をなし，

$$\mathfrak{B}(M) \simeq \mathfrak{A}(V_1 \cap \cdots \cap V_r) \quad \mathrm{mod} \bigcup_{1 \leqq k \leqq r} \mathfrak{A}(V_1 \cap \overset{\overset{k}{\vee}}{\cdots} \cap V_r)$$

（ただし，$\mathfrak{A}(X)$ は X 上の正則函数の環）

が成立つことが示される．($\mathfrak{B}(M, B)$ についても同様．) したがって，超函数 $g \in \mathfrak{B}(M)$の定義函数は，$\varphi \in \mathfrak{A}(V_1 \cap \cdots \cap V_r)$ で与えることができる: $g = [\varphi]$．

いま，

$$\eta(z) = \begin{cases} 1 & (\Im z > 0), \\ 0 & (\Im z < 0); \end{cases} \qquad \bar{\eta}(z) = \begin{cases} 0 & (\Im z > 0), \\ 1 & (\Im z < 0) \end{cases}$$

とおき，任意の $\varphi \in \mathfrak{A}(V_1 \cap \cdots \cap V_r)$ に対して

$$\varphi(x_1 \pm_1 i0, \cdots, x_r \pm_r i0)$$
$$= [\eta^{\pm_1}(z_1) \cdots \eta^{\pm_r}(z_r)\varphi(z_1, \cdots, z_r)]_{(z)=(x)},$$
$$\eta^+(z) = \eta(z), \quad \bar{\eta}^-(z) = -\bar{\eta}(z)$$

とおけば，超函数 $g = [\varphi] \in \mathfrak{B}(M)$ はつぎのように表示される:

$$g(x_1, \cdots, x_r) = \sum_{\pm_1, \cdots, \pm_r} \pm_1 \cdots \pm_r \varphi(x_1 \pm_1 i0, \cdots, x_r \pm_r i0).$$

さて，M の複素近傍 D に関する $\mathfrak{A}(D)$ の inductive limit を $\mathfrak{A}(M)$ とおけば，定義より $\mathfrak{B}(M)$ は $\mathfrak{A}(M)$-加群である．いま，$\eta(z_1) \cdots \eta(z_r)$ を定義函数とする超函数を 1 と記せば，$f(x) \in \mathfrak{A}(M)$ に対し $f(x) \cdot 1 \in \mathfrak{B}(M)$ で，この対応は injective である．したがって，$\mathfrak{A}(M) \subset \mathfrak{B}(M)$とみなすことができる．

1 変数の場合について既に述べた超函数の諸性質は，多変数の超函数についても同様に論じることができる．

予告． 来る12月13・14日 東京工大において函数論シンポジウムを開催の予定．多数御参集ください．