特　別　講　演

一松　信（東大理）　Kähler 多様体としての正則領域

半世紀前 Hartogs が，多変数の場合には必ずしもすべての領域が正則領域（その境界を自然境界とする解析函数の存在する領域）ではないことを示して以来，正則領域の研究が盛んに行われてきた．ことに H. Cartan-Thullen (1932) が正則凸性を導入して，以後もっぱらこの線に沿って深い研究が行われ，その一般化として，Stein 多様体が導入されたりした．

一方 Oka (1953) による Levi の予想の決定的な解決により，正則領域の研究にまったく別の微分幾何学的方法が適用できる可能性が示された．ところで，有界な領域 D には，たとえば Bergman の方法で Kähler 計量 ds が導入される．そして D が正則領域であるための条件として，ds ではかった距離が D の境界に近づくと ∞ になるという性質（これを ds が完備な Kähler 計量であるという）が考えられる．しかし Bremmermann の研究によると，事態はそれほど単純ではない．

最近 Grauert は完備な Kähler 計量によって正則領域を特徴づけることを試みて，興味ある結果をえている．その主なものをあげると，

1° Stein 多様体には完備な Kähler 計量が導入できる．

2° 完備な Kähler 計量をもつ Reinhardt 領域は，正則領域であるか，またはそれからいくつかの低次元の対称軸を除いたものである．

3° 十分滑らかな超曲面で囲まれた領域 D が完備な Kähler 計量をもてば，正則領域である．

ここでは，これらの結果に私見を混ぜて紹介し，あわせて Lelong や Bremmermann らの研究との関連をも論じてみたいと考えている．

M E M O

1957
OCTOBER

日　本　数　学　会

昭和32年度秋季例会

講演アブストラクト

函　数　論

所……　東京工業大学数学教室

時……　10 月 12 日・13 日

12 日	午前 9 時 ～ 正午	普通講演	1 ～ 10
12 日	午後 1 時 ～	シンポジウム	
13 日	午前 9 時 ～ 正午	普通講演	11 ～ 21
13 日	午後 1 時 ～	シンポジウム	

10 月 12 日

1. 安倍 斉 (徳島大工) ***p* 葉函数について**

(i) 単葉函数の係数評価についての Littlewood の定理を p 葉函数の場合へ拡張する．すなわち，$f(z)=z^p+\sum_{n=2}^{\infty}a_{n+p-1}z^{n+p-1}$ が $|z|<1$ で p-valent (weakly p-valent でよい) かつ正則とすれば，一般係数についてつぎの評価を得る:

$$|a_{n+p-1}|<e^{2p-1}(1+(n-1)/(2p-1))^{2p-1}=O(n^{2p-1}).$$

(ii) $f(z)=z^{-p}(1+a_1z+\cdots)$ が $0<|z|<1$ で p 葉かつ正則とする．この函数について，zero point をもつ場合ともたない場合に分けて歪曲定理および値域を考える．

2. 梅沢敏夫 (群馬大学芸) **Multivalently close-to-convex functions.**

$f(z)=z^q+\sum_{n=q+1}^{\infty}a_nz^n$, $1\leqq q\leqq p$, p, q は正整数，が $|z|<1$ で正則で，$R[f'(z)/\varphi'(z)]>0$, $|z|<1$, を満足するような p 葉凸型函数 $\varphi(z)$ が存在するとき，$f(z)$ は p 葉的に close-to-convex であるといい，このような函数族を $K(p)$ で表わす．定理 **1**. $f(z)\in K(p)$ ならば，$f(z)$ は高々 p 葉である．定理 **2**. $f(z)\in K(p)$ のとき，原点以外に丁度 $p-q$ 個の critical points $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_{p-q}$ をもつとすれば，$|a_n|\leqq C_n$, $n=q+1, q+2, \cdots$, $|f(z)|\leqq F(|z|)$, $|f'(z)|\leqq F'(|z|)$. ここに C_n, $F(z)$ はつぎの式によって定義される:

$$F(z)=q\int_0^z\frac{t^{q-1}(1+t)}{(1-t)^{2p+1}}\prod_{j=1}^{p-1}\left(1+\frac{t}{|\beta_j|}\right)(1+t|\beta_j|)\,dt$$
$$=z^q+\sum_{n=q+1}^{\infty}C_nz^n.$$

$p=q$ の場合には，$f(z)$, $f'(z)$ に対する下からの評価もできる．それらの結果を用いて部分和問題を解くことができる．

3. 曾根徳順 (山梨大学芸) **Note on Bernardi's theorem.**

$f(z)=z^k/(1+b_1z+b_2z^2+\cdots)^\lambda$, k は正整数，λ は実数，の形で，$|z|<1$ において，一価，正則 k 葉である函数族の中で，b_i $(i=1, 2, \cdots)$ が複素二次体の整数であるものは，下記の範囲においては，$f(z)=z^k/\{P(z)\}^\lambda$ からなる．ここで $P(z)$ は Bernardi (Duke Math. J. **23**, 1956, pp. 385—391.) が $k=\lambda=1$ のとき出した 45 個の高々二次の多項式 (B) の一部または全部である．すなわち，

$0<k/\lambda<1/2$ をみたす k, λ に対して $P(z)$ は (B) の中で，函数 1 の 1 個だけ，

$1/2\leqq k/\lambda<1$ をみたす k, λ に対して $P(z)$ は (B) の中で，1 および z の一次式のすべてを合わせて 9 個，

$1\leqq k/\lambda\leqq 10/9$ をみたす k, λ に対して $P(z)$ は (B) の全部 (45 個).

4. 及川広太郎 (東工大) **A distortion theorem on schlicht functions.**

単位円の単葉有理型函数の歪曲が小松勇作-西宮範によって論じられている(1950)．基本的な役割を果すものはつぎの定理である:

"単位円の正規化単葉正則函数 $f(z)$ の球面的微分 $Df=|f'|/(1+|f|^2)$ について，$|z|=r$ に於いてつぎの式が成立つ:

$$\frac{1-r^2}{r^2+(1+r)^4}\leqq Df(z)\leqq\frac{1-r^2}{r^2+(1-r)^4},\qquad 0\leqq r\leqq r^{*2}=0.382\cdots,$$

$$\frac{1-r^2}{r^2+(1+r)^4}\leqq Df(z)<\frac{1}{2r}\cdot\frac{1+r}{1-r},\qquad r^{*2}<r\leqq r^*,$$

$$\frac{(1-r)^3}{1+r}\cdot\frac{1}{r^2+(1-r)^4}<Df(z)<\frac{1}{2r}\cdot\frac{1+r}{1-r},\qquad r^*<r<1.$$

ここに，$r^*=(\sqrt{5}-1)/2=0.642\cdots$ である．上記に於いて，等号は Koebe 函数のみによって実現される．"

我々は Schiffer の変分的方法により，すべての r に対して Df の best possible な評価を求め，更に等号を成立せしめる函数を決定することができる．

5. 久保忠雄 (京都府立医大) **円環内正則函数について**

前回の講演と同様に，円環 $Q<|z|<1$ で或る条件を満足する正則函数の値域に関するつぎの定理の証明とその応用について述べる．この函数の class を $\mathfrak{F}$ であらわす．

定理．e は区間 $0\leqq x<1$ 内にある閉集合でその Lebesgue 測度は少なくとも $1/P$ $(1/Q=\Phi P$: Grötzsch 値領域の mod.) とする．e に属する各 x に対して w-平面上の単位円 $|w|<1$ 内に含まれる閉集合 $C(x)$ がつぎのように対応づけられているものとする: w_1, w_2 がそれぞれ $C(x_1)$, $C(x_2)$ 上の任意な二点であるならば，双曲距離に関して

$$[w_1, w_2]\geqq[x_1, x_2]$$

がつねに成立する．このとき，$w=f(z)\in\mathfrak{F}$ の値域 D_f は集合 $C(x)$ の少なくとも一つを含む．ただし，e が長さ $1/P$ の区間で $f(z)$ が Grötzsch の極値函数 (またはその一次変換) の場合は除く．

6. 西宮 範 (芝浦工大) **Laurent 級数の係数問題について**

円環 $q<|z|<1$ で正則単葉な函数の Laurent 展開を $f(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_nz^n$ とし，その係数問題について考える．これが実係数をもつ場合，或はもっと一般に typically-real の場合に，その係数に対して Z. Nehari と B. Schwarz の評価がある (Proc. Amer. Math. Soc. **5** (1954))．この限界に対しては，一つの改良 (sharp) が与えられている (Y. Komatu, Kōdai Math. Sem. Rep. **9** (1957))．ここでは，この family の函数の係数に対する積分表示を導き，それを利用してその評価の一つの別証を与える．この方法によると，extremality をもつ函数の形が完全に決定される．

7. 小松勇作 (東工大) **凸型および星型写像の条件について**

単位円板を凸型あるいは星型の領域へ単葉に写像する函数に対する条件は，Study による古典的な定理によって与えられている．凸型写像の条件については，Carathéodory が更に厳密な証明を与え，後に Radó が極めて簡単な初等的別証明を述べている．Radó の証明は巧妙ではあるが，Schwarz lemma を通して単位円板の特性を本質的に利用しているために，円環の写像への一般化を行うのに適していない．ここでは Carathéodory の流儀にしたがって，凸型写像に対するもっと定量的な積分表示を求め，その系として Study の定理を導く．ついで，星型の場合にも，同じ論法が利くことを示す．更に，同様な方法によって，これらの問題の円環の写像に対する一般化を試みる．

8. 小松勇作 (東工大) **円環の凸型または星型写像に関する歪曲定理**

同心円環から境界が凸曲線から成る環状領域への写像函数 $f(z)$ について，汎函数 $\Re(zf''(z)/f'(z))$ に対する歪曲定理を導く．また，境界が原点に関して星型の環状領域への写像函数 $f(z)$ について，汎函数 $\Re(zf'(z)/f(z))$ に対する歪曲定理を導く，これらの評価についての極値函数の形を決定する．

単位円板の場合と異なり，一価正則函数の積分が必ずしも一価とならないので，一価性の条件についての考慮が必要となる．殊に，凸族と星族との関連を与えるいわゆる Alexander の定理の一般化によって，凸族は星族の部分と対応するに過ぎない．

9. 能代 清 (名大理) **Iversen property and related theorems.**

Z. Kuramochi (Osaka Math. Journ. **7**, 109—127, 1955; Proc. Japan Acad. **33**, 84—86, 1957), M. Tsuji (Commentariorum, Sancti Pauli, **6**, 1—7, 1957), S. Stoïlow (Mathematica **19**, Cluj, 1943; Ann. Soc. Pol. Math., **25**, 69—74, 1952) および A. Cornea (Nagoya Math. Journ. **12**, 近刊) の間に密接な関係がある．その関係について述べる．

10. 田中忠二 (早大理工) **On Montel's theorem.**

P. Montel は次の定理を証明した．

$$\left\{\begin{array}{l}f(z)\ (z=x+iy) \text{ が } a<x<b \text{ で正則かつ有界とし，}\\ x=a \text{ 上で連続で } \lim_{y\to+\infty}f(a+iy)=\alpha \text{ なるとき，}\\ a\leqq x\leqq b-\varepsilon\ (\varepsilon\text{: 任意の正数}) \text{ で一様に } \lim_{z\to\infty}f(z)\\ =\alpha.\end{array}\right.$$

本講演においては，この定理の一拡張を述べる．

シ ン ポ ジ ウ ム

小沢 満 (東工大)・**及川広太郎** (東工大) **Variational methods in the theory of conformal mappings.**

Chap. I. 緒論

変分的方法の説明を例をもって与える．変分的方法とは或る函数族中での変函数の微小変分に対応する或る汎函数の第一変分=0 なる事実から何らかの結論を導く方法といえるであろう．従って，変分的方法は最大(最小)問題に対する必要条件を与えるにすぎない．これらの事実は良く知られたことである．変分的方法が使用された多くの例をのべる．

Chap. II. Schiffer の Lemma

特に単葉函数族中に変函数を制限したときに変分的方法はまず実際に変分を与えることで困難に出会う．M. Schiffer はこの困難を克服し，かつ第一変分=0 から一つの驚くべき結果を与えた．いわゆる Schiffer の Lemma がそれである．Schiffer の Lemma の証明は長くかつ困難であるから省略するが，その説明をこの章で与える．何らかの函数または集合が或る種の解析性をもつことを主張する点からみれば，これはいわゆる Weyl の Lemma に対応する重要な定理であると考えられるものである．

Chap. Ⅲ. Koebe 1/4-定理

Schiffer の Lemma の説明を Koebe 1/4-定理をもって与える．

Chap. Ⅳ. Hyperelliptic trajectories

Teichmüller は extremal quasiconformal mapping の Richtungsfeld は高々一次の極しかもたない meromorphic な quadratic differential φdz^2 に対して $\varphi dz^2<0$ なる曲線であることを示し，更に quadratic differentials が Riemann 面の等角写像論的不変量と密接に関係していることを示したことは既知である．

Schiffer の Lemma は，"extremal mappimg の像領域の境界は截線で，それは一つの meromorphic quadratic differential $S(w)\,dw^2$ の <0 となる曲線の部分集合である" ということを示している．

擬等角の場合と異なるのは，二次以上の極も今度の場合には起りうるということである．

$S(w)\,du^2<0$ となる曲線を hyperelliptic trajectory という．

$(dw/di)^2S(w)+1=0$ は微分方程式としては変数分離型であるけれども，$S(w)$ の複雑さによって一般には初等的に積分できない．従って，積分するという有力な手段を失った以上は，或る種の初期条件の下に積分曲線の状態に関して直接何らかの知識を得ることが要求される．これについての一般論が，hyperelliptic trajectories の local 及び global theory である．

この章ではこれらのことについて説明する．

Chap. Ⅴ. Golusin の廻転定理

Schiffer の方法と Golusin による Löwner の微分方程式による方法とで得られている Golusin の廻転定理を説明することによって，$\arg f'(z)$ のもつ幾何学的意味が明瞭になる．

Schiffer の方法は，この定理に関する限り，Löwner の微分方程式によるよりも良いことが説明される．

Chap. Ⅵ. 係数問題

Bieberbach 予想の困難さの原因について説明する．

Chap. Ⅶ. 結論及び私見

Löwner の方法，対称化法，Schiffer の方法による多くの単葉函数論における結果の比較を行う．この検討の結果としての結論をのべると共に，二三の未解決の問題をのべる．私見とも考えられるものであるが，今後此の方向でなすべきことは，Schiffer の方法と Löwner の方法とを結合することであるだろう．結合の具体的方法については，講演においてのべる．

参考文献

Schiffer, M. Proc. London Math. Soc. **44** (1938) 432—449.

Schaeffer-Spencer. Amer. Math. Soc. Coll. Pub. 35 (1950).

Schiffer-Spencer. Princeton Math. Series. 16.

Schiffer. Appendix in the Courant's book.

Jenkins-Spencer. Ann. of Math. **53** (1951) 4—35.

Jenkins. Amer. Journ. Math. **75** (1953).

Golusin. Math. Sbornik. **60** (1946) 379—389.

Golusin. Rec. Math. **1** (1936) 293—296.

Garabedian-Schiffer. Ann. of Math. **61** (1955) 116—136.

Garabedian-Schiffer. Journ. Rat. Mech. Analy. (1955) 427—465.

Teichmüller O. Sitzgsber. Berlin (1939).

岩橋亮輔（名大理） **解析空間の改変操作とその応用**

複素解析的には同型でないが，函数論的性質が本質的に違わないようにみえる複素解析多様体がいくつか知られている．例えば，複素多重射影空間の有理型函数は有理函数であり，解析的集合は代数的である．また，同次元のすべての多重射影空間の有理型函数体は同型である．この理由は，同次元の多重射影空間が，函数論的性質の多くを保つ或る操作によって，互いに移れることにある．一般に，このような函数論的に許された——特に整型函数環及び有理型函数体を変えない——改変操作がいかなるものかを求めて，H. Behnke と K. Stein とは Modifikation なる概念を導いた．

解析空間 X——代数型特異点をもつ複素解析多様体——の改変 modification とは，つぎのように X に結びつけられた解析空間 X' をいう：X の解析的に細い閉集合 N があって，X' の部分領域 X_0' は整型写像 τ によって $X-N$ に同型，また，すべての $x'\in N'=X'-X_0'$ とすべての近傍 $U(N)\subset X$ とに対して近傍 $U'(x')\subset X'$ があって，写像により $U'-N'\approx U-N$.

このような改変は，代数幾何では代数的集合の特異点の解除において，函数論ではコンパクト化において重要な操作である．代数幾何における改変では，多くの函数論的性質が保たれる．一般の改変では，X 上の函数論が

X' 上の函数論に忠実に写るようにするには，更に条件が要る．連続改変——τ：$X'-N'\approx X-N$ が整型写像 τ：$X'\to X$ に延長される改変——に対して，これを記述するに足る正規型を与えることができる．固有改変——連続改変で延長された写像 τ が固有——は上記の意味で函数論的に許された改変である．代数幾何で現われるのはすべて固有である．

解析空間 X' が，これと同型でないいかなる解析空間の固有改変にもならないとき，原始的であるという．Stein 空間や多重射影空間は原始的である．

固有改変の例として有理型写像のグラフから生ずるものがある：H. Hopf の σ-操作やその一般化．同じ考えで，解析空間 X とその上の有理型函数 f とに対して固有改変 X_f を作り，f が X_f 上の函数として不確定な点をもたないようにできる．

応用として更に，n 次元 ($n\geqq 3$) 解析多様体で，C^n 上の分岐点をもった有限葉被覆空間であり，整型領域であり，H. Cartan の意味で擬凸，岡の意味で非擬凸，しかも整型凸でない例を与える．これは古典的多変数函数論の基本定理が成立しないことを示す．

10 月 13 日

11. 岸 正倫（名大理） **ボレル集合の容量について**

ニュートン容量については，ボレル集合あるいは更に一般に，解析集合は可容である——すなわち内容量と外容量とが一致する——ことは Choquet によって証明された．ここでは，局所コンパクト空間 Ω での一般ポテンシャルによって定義される容量について，つぎの仮定のもとで，ボレル集合及び解析集合が可容であることを示す．

仮定：Ω の任意のコンパクト集合は距離づけ可能である．

Ω の任意のコンパクト集合 K に対して平衡分布 μ_K が存在する．すなわち，U^{μ_K} は Ω 内到る処 $\leqq 1$, K 上では内容量 0 の集合を除けば $=1$．更に，μ_K の全質量は K の内容量に等しい．

12. 洪 姙植（東大理） **固定境界条件に対する $\Delta u+\lambda u=0$ の固有函数の領域についての連続性**

領域 D はなめらかな曲線を境界とする領域 D_i の列により exhaust されるとする．D_i についての $\Delta u+\lambda u=0$ の固定境界値問題の第 k 固有値を $\lambda_k^{(i)}$，これに応ずる固有函数の一つを $\varphi_k^{(i)}$ とする．固有値の列については極限値 $\lim_{i\to\infty}\lambda_k^{(i)}=\lambda_k$ が存在する．固有函数の列 $\{\varphi_k^{(i)}\}$ についてはその任意の無限部分列の中から D 内で広義一様収斂する部分列が得られる．特に $\lambda_{k+1}>\lambda_k>\lambda_{k-1}$ のときは固有函数列 $\{\varphi_k^{(i)}\}$ は唯一の極限函数 φ_k をもち，λ_k および φ_k が D に対する第 k 固有値および第 k 固有函数となる．

13. 倉持善治郎（北大理） **平衡ポテンシャルについての注意**

Mass distribution on the ideal boundary という表題で発表した拙論文のうちで，調和函数による容量と分布による容量が一致することを証明したが，その中で'容易に得られる'と書いた部分の証明が実はそれほど容易でないので，その証明を述べ，あわせて二三の注意に言及する．

14. 斉之内義一（阪府大工） **Riemann 面の多角形表示についての一注意**

PQ_2Q_1P を analytic な曲線で囲まれた領域．曲線 PQ_1 と PQ_2 との間に analytic identification があるとき二重連結の Riemann 面となる．これが annular domain $1<|w|<\infty$ へ写像されるための条件を Nevanlinna は求めている．特に半平行帯：$0\leqq x<\infty$, $0\leqq y\leqq 1$ で $y=0$, $y=1$ $(0\leqq x<\infty)$ の間の identification が増加な解析函数 $f(x)$ $(f(0)=0)$ であるとき（P: $z=x$ と P^*: $z^*=x+f(x)+i$ とを identify する）．
$\int^{\infty}\frac{dx}{1+f(x)^2}$ の発散がそれをあたえる．

ここでは Nevanlinna の使った方法と異なる方法で，一つの判定条件をあたえる．また，それから Nevanlinna の出した結果が導かれることが示される．その方法は，R. Courant の書 Dirichlet's principle の中で使われている方法を少し modify したものである．

15. 樋本浩一（阪府大教養） **T. Radó の定理について**

G, G' を二つの領域とする．$w=f(z)$ が G で有理型がかつ $f(z)\in G'$ であるとき，もし任意の $w\in G'$ に対して $w=f(z)$ が丁度 m 個の根をもつとき，$w=f(z)$ は G から G' への $(1, m)$-conformal map であるという．$(1, m)$-conformal map に関する T. Radó の定理について，つぎの注意をのべる．

定理．R を任意のリーマン面，その relative boundary を $\Gamma_1, \Gamma_2, \cdots, \Gamma_n$ $(n \geqq 2)$, $w=f(z)$ を R で定義された有理型な函数で $f(z) \in R$ とする．$f(z)$ によって R の relative boundary は relative boundary に，ideal boundary は ideal boundary に対応するとき，$f(z)$ は R からそれ自身への conformal map である．

16. 遠木幸成 (阪大理) **Dirichlet 球面積分とその応用について**

Riemann 面 F において滑らかな実函数を $u(\mathrm{P})$ とするとき，

$$D^*(u, F) = \iint_F \frac{|\operatorname{grad} e^u|^2}{(1+\varepsilon^{2u})^2} dxdy$$

を F における $u(\mathrm{P})$ の Dirichlet 球面積分ということにする．F または F の部分領域における Dirichlet 球面積分が有界である調和函数族は球面一様収斂の意味において正規族をつくることが証明される．また，F の compact な領域における Green 函数の存在定理の証明にも Dirichlet 球面積分を利用することができる．その他，閉じた Riemann 面 F において正および負の極をもつ調和函数の存在証明にも利用される．

17. 柴田敬一 (阪府大) **特殊な擬解析函数の境界値について**

$|z|<1$ から $|w|<1$ への滑らかな擬等角写像 $w=f(z)$ の complex derivative を $p(z)$, $q(z)$ とするとき，$h(z) \neq q(z)/p(z)$ が order α $(0<\alpha<1)$ の Hölder 条件を満たすならば，$f(z)$ は $|z|=1$ で絶対連続であることがわかる．証明には Ahlfors の写像定理を用いる．系として Fatou の定理の拡張が得られる．

18. 外狩善男 (名大理) **Verzweigte Riemannsche Gebiete についての二三の注意**

Verzweigte Riemannsche Gebiete については，unverzweigt なときの結果が一般には成り立たないこと (例えば Holomorphiegebiet は必ずしも holomorph-konvex でないことなど) が H. Grauert u. R. Remmert (Comment. Math. Helv. および Math. Z. (1957)) によって例示された． ここでは holomorph-konvex より弱い (unverzweigt なときは同値，仮に quasi holomorph-konvex という) 条件，一般に Riemannsches Gebiet $\mathfrak{G}$ の holomorph な函数族 $\mathfrak{F}$ に関する $\mathfrak{F}$-konvex ($\mathfrak{F}$ がすべての holomorph な函数よりなるとき quasi holomorph-konvex) なる条件を考えて verzweigt なときにおける Holomorphiegebiet, Beschränktheitsgebiet などとの関係を考察する．ここに $\mathfrak{G}$ が $\mathfrak{F}$-konvex であるとは，1) $\mathfrak{G}$ より $\mathfrak{G}$ の $\mathfrak{F}$ に関する Holomorphiehülle の中への自然な写像が ein-eindeutig, 2) $\mathfrak{G}$ の任意の kompakt な集合 K について，$K_{\mathfrak{F}}=\{x \in \mathfrak{G} / |f(x)| \leqq \sup |f(K)|, \forall \{f \in \mathfrak{F}\}$ は $\mathfrak{G}$ のどの Rand $r=\{v\}$ ($\{v\}$ は r を定義する Filter) に対しても $Av-K_{\mathfrak{F}} \neq \phi$, であることとする．

19. 梶原壌二 (九大理) **一松の問題と分解定理の同値性について**

複素空間 X とその開部分集合 A との組 (X, A) に対し X の上の正則函数の芽の層 O を係数とする Cêch の cohomology group $H^q(X, A; O)$ を定義する．特に D_1, D_2 が C^n の有界領域かつ "se raccordent" ならば，inclusion map $\mathfrak{R}$: $(D_1, D_1 \cap D_2) \subset (D_1 \cup D_2, D_2)$ は同型対応 $\mathfrak{R}^*$: $H^q(D_1 \cup D_2, D_2;\ O) \cong H^q(D_1, D_1 \cap D_2;\ O)$ $(q \geqq 0)$ を導く．したがって，つぎの exact sequence の存在が示される:

$$H^0(D_1 \cup D_2; O) \to H^0(D_1; O) + H^0(D_2; O)$$
$$\to H^0(D_1 \cap D_2; O) \to H^1(D_1 \cup D_2; O) \to H^1(D_1; O)$$
$$+ H^1(D_2; O) \to H^1(D \cap D_2; O) \to \cdots$$

上の条件の下で $H^1(D_1; O)=H^1(D_2; O)=0$ のとき，「一松の予想」$H^1(D_1 \cup D_2; O)=0$ が成り立つための必要十分条件は $D_1 \cap D_2$ で正則な任意の函数 f に対して，それぞれ D_1 および D_2 で正則な函数 f_1, f_2 が存在して，$f=f_1-f_2$ が $D_1 \cap D_2$ で成り立つことであることが示される．

20. 一松 信 (東大理)・**公田 蔵** (都日比谷高) **有理型函数のイデアルの sheaf についての注意**

われわれは，さきに (Math. Ann. **125** (1952)) 単葉な正則領域での有理型函数のイデアルを考察したが，一般の sheaf (faisceau) の理論によって書きかえることにより，以前の結果をさらに拡張することができた．たとえば，有理型函数のイデアルのなす二つの coherent sheaves $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ に対し，$\mathfrak{A}:\mathfrak{B}$ ($\varphi\mathfrak{B} \subset \mathfrak{A}$ である函数 φ のつくるイデアルの sheaf)， またとくに $\mathfrak{A}$ の逆 $\mathfrak{A}^{-1}$ $(=\mathfrak{O}:\mathfrak{A})$ が coherent であることが示される．正則函数の場合には，Serre (Ann. of Math. **61** (1955)) が注意しているように，exact sequence によって，きわめて容易に導かれることであるが，有理型函数全体のなす sheaf は coherent ではないので，有理型函数の場合には無意味ではないと思われる． この応用として，Stein manifold 上での有理型函数のイデアル $\mathfrak{a}$ から生成される sheaf の逆は，$\mathfrak{a}^{-1}$ から生成される sheaf に等しいことが証明される．

21. 尾野 功 (教育大理) **ある種のノルムによる複素空間の解析変換**

k 個の複素変数 $z_1, \cdots, z_k$ の空間で，$z=(z_1, \cdots, z_k)'$ とし，$\|z\|=\sum_{j=1}^k |z_j|$ と定め， その解析変換 $w(z)=(w_1(z), \cdots, w_k(z))'$ に対し $\|w(z)\|=\sum_{j=1}^k |w_j(z)|$ とする．また，m 行，n 列の行列 A に対しても，n 個の複素変数をとり

$$\|A\|=\text{l.u.b}_{\|u\| \neq 0}(\|Au\|/\|u\|), \quad u=(u_1, \cdots, u_n)'$$

と定める．領域 $\|z\|<1$ に対し $w(z)=(0)$, $\|w(z)\|<1$ とすれば，$\|w(z)\| \leqq \|z\| \cdots (1)$ が成立し，さらに内部の二点 $a=(a_1, \cdots, a_k)'$, $b=(b_1, \cdots, b_k)'$ で $\mathfrak{J}(a_i \bar{a}_j \bar{b}_i b_j) \neq 0$, $i \neq j$; $i, j=1, \cdots, k$ なるものに対し，(1) の等号が成立すれば，(1) では恒等的に等号が成立し，かつ $w(z)=Az$ となる．ここに A は，各行各列に一つだけ絶対値 1 の要素をもつ k 次の正方行列である．

また，上の定義領域における単葉写像の十分条件も，通常のノルムの場合と同様であることを示すことができる．

シ ン ポ ジ ウ ム

楠 幸男 (京大理) **Meromorphic differentials とその応用 (conformal moduli)**

任意の Riemann 面 R 上の n 次の (meromorphic) differential df^n の定義よりはじめ，non-trivial な例として Θ 級数からえられる df^n および一つの存在定理をのべる．R が genus ∞ のとき，df^n の挙動については [5], [6] 参照．つぎに，R を genus p の閉 Riemann 面とし，R 上の df^n の divisor class の dimension を Riemann-Roch の定理 ([11] 或は [1] の証明は興味深い) から求め，特に $n=2$ のとき R の conformal moduli の数に等しいことを注意して問題をここに移し，まずこれまでの簡単な研究史をのべ ([2], [3], [8], [10], [12] 等)，特に最近の特色ある Rauch [9] の研究を批判したい． それによれば，R が non-hyperelliptic, $p \geqq 3$ のとき M. Noether ([7] 或は [4]) による $3p-3$ 箇の正則な df^2 の basis を $d\zeta_i d\zeta_j$; $(i, j) \in (I, J)$ とする．但し $\int d\zeta_i$ は R 上の第一種 normal integral を示す．(A_k, B_k) $(k=1, \cdots, p)$ を R' 上の canonical basis とし $\pi_{ij}=\int_{B_j} d\zeta_i$ とおく．R' を他の genus p の閉 Riemann 面とし，対応する量を π'_{ij} としたとき，$\pi_{ij}=\pi'_{ij}$, $(i, j) \in (I, J)$ ならば R' は R に等角同値なることが主張され，長い間の予想に対する一つの解決が与えられたことになるが，これにはなお，議論の余地があるように思われる．

文　献

[1] Behnke, H. und Sommer, F.: Theorie der analytischen Funktionen einer komplexen Veränderlichen. Berlin (1955).

[2] Brill, A. und Noether, M.: Über die algebraischen Functionen und ihre Anwendungen. Math. Ann. **7** (1874).

[3] Garabedian, P. R.: Asymptotic identities among periods of integrals of the first kind. Amer. J. of Math. **73** (1951).

[4] Hensel, K. und Landsherg, G.: Theorie der algebraischen Funktionen. Leibzig (1902).

[5] Kusunoki, Y.: Notes on meromorphic covariants. Mem. Coll Sci. Kyoto Univ. Ser. A, Math. **30** (1957).

[6] Nevanlinna, R.: Beitrag zur Theorie der Abelschen Integrale. Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A. I. **100** (1951).

[7] Noether, M.: Über die invariante Darstellung algebraischer Funktionen. Math. Ann. **17** (1880).

[8] Poincaré, H.: Remarques diverses sur les fonctions abéliennes. J. de Math. **1** (1895).

[9] Rauch, H. E.: (i) On the transcendental moduli of algebraic Riemann surfaces. Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A. **41** (1955).
(ii) On moduli in conformal mapping. Ibid.
(iii) On the moduli of Riemann surfaces. Ibid.

[10] Schottky, F.: Zur Theorie der Abelschen Functionen von vier Variablen. Crelle J. **102** (1888).

[11] Teichmüller, O.: Skizze einer Begründung der algebraischen Funktionentheorie. Deut. Math. **6** (1941).

[12] Torelli.: Rom. Acc. L. Rend. (5) (1914).

倉持善治郎 (北大理)・**黒田 正** (名大理) **リーマン面の被覆性について**

リーマン面の分類のおける Tôki，その他の人々による種々のリーマン面の例から推して，族 O_{HP}, O_{HB} 等

に属するリーマン面の境界はそれぞれ特殊の形をもつように思われる．しかし，その一般的性質を明確にすることは当分望めないであろう．そこで，ここではリーマン面を被覆面で表現して，リーマン面の境界の状態を，被覆性の方から考察してみたい．

リーマン面の被覆性については，Gross の性質，Iversen の性質が重要性をもつと考えられる．そこで，Iversen の性質を若干変形した形で述べ，その性質を被覆リーマン面がもつための十分条件を求める問題を考える．

また，リーマン面上の部分領域についても同様の考察をして，この方からも，リーマン面の境界の状態をしらべる．

そして，従来得られている多くの結果との関連について述べる．

さらに，Stoïlow の意味で正規近似可能な被覆リーマン面の若干の性質にも言及したい．

MEMO

東 京
K.K. 小菜印刷所

1958
MAY

日本数学会

昭和33年度年会

講演アブストラクト

函　数　論

時……　5 月 29 日 ・ 30 日

所……　東京大学理学部

---

29 日	午前 8 時半～	正午	普通講演	**1 ～ 13**
	午後 1 時	～ 4 時	普通講演	**14 ～ 27**
30 日	午前 9 時	～ 正午	特別講演	