日本数学会

昭和32年度年会

講演アブストラクト

函数論

時…… 5月18日・19日

所…… 京都大学数学教室

18日	午前9時～正午	普通講演	1～14
18日	午後1時～	特別講演	
19日	午前9時～正午	普通講演	15～27
19日	午後1時～	特別講演	

5 月 18 日

1. 安倍 斉（徳島大工） **On some functions analytic in an annulus.**

単位円内で meromorphic and typically-real functions について，A. W. Goodman (Trans. Amer. Math. Soc. No. 1 (1956), 92—105) が若干の sharp な歪曲定理を導いている．ここでは

（i） 円環内で meromorphic and typically-real functions について，若干の歪曲定理を導く．方法は Goodman と同じく単位円内で正則かつ実部正なる函数に関する Carathéodory の定理を用いる．

（ii） 次に円環内で正則かつ実部正なる函数について歪曲定理をのべる．更に此の定理の若干の応用についてのべる．

2. 吉川比呂作（九大工） **有理型函数の単葉性について**

次の定理についてのべる．証明の方法は Nehari とほぼ同様である．

函数 $f(z)$ が単位円内で有理型であって，不等式

$$|\{f(z),\,z\}|\leqq 2\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)^{\alpha}\left(1-\frac{\alpha}{4}\right)^{4-\alpha}k_\alpha{}^2\frac{1}{(1-|z|)^{\alpha}}$$

がなりたつならば，$f(z)$ はは単葉である．ここに k_α は函数 $J_{(\alpha-1)/(2-\alpha)}(x)$ の正の最小の零点である．

3. 小川庄太郎（奈良学芸大），**坂口杲一**（奈良学芸大） **一方向に order p なる函数について**

$|z|\leqq 1$ において正則で，原点以外に零点をもたない函数 $f(z)=z^q+a_{q+1}z^{q+1}+\cdots+a_nz^n+\cdots$ による $|z|=1$ の像曲線が，(1) 原点を通る一直線と $2p$ 回交わる場合，(2) 原点から出る一射線と p 回交わる場合には，$|a_n|$, $|f(z)|$, $|f'(z)|$, $|zf'(z)/f(z)|$, $R[zf'(z)/f(z)]$, q 葉（q 葉星型）半径等に対する評価がそれぞれ sharp に得られている．特に，$q=1$ の場合には凸型半径が，更に $q=1$, $p=1$ の場合には部分和の単葉（星型）半径及び凸型半径がまたそれぞれ sharp に得られている．

これらの評価は，上記の直線や射線が直径線や直径射線になった場合には応分の改良がなされる筈である．（ある $e^{i\theta}$ に対して二点 $f(e^{i\theta})$, $f(-e^{i\theta})$ が原点を通る一直線または原点から出る一射線上にあるとき，これらをそれぞれ直径線又は直径射線という．）これについて調べた結果を報告する．

4. 久保忠雄（京都府立医大） **円環内正則函数について**

単位円の内部に完全にふくまれる閉集合を E とし，E に属する任意の二点 a, b の双曲的距離を

$$[a,\,b]\equiv\left|\frac{a-b}{1-\bar{a}b}\right|$$

と定義する．辻先生は，この距離を用いた場合の E の超越直径 $\tau(E)$ と，E 上に全質量 1 の正の質量分布を与えたときの平衡ポテンシァルとの関係について研究され，普通のポテンシァルの場合と同様な結果を得られた．筆者は，辻先生の結果を用いて，或る種の円環内正則函数に関する若干の定理を得た．たとえば，つぎの定理がその一つである．

定理．$w=f(z)$ は円環 $Q<|z|<1$ で正則で，この函数の値域 D_f は $|w|<1$ 内にあり，かつ $|z|=1$ は $|w|=1$ に写像され，しかも

$$\Delta\arg f(z)=\mathrm{Im}\left\{\oint_{|z|=1}\frac{df(z)}{f(z)}\right\}=2n\pi \quad (n\text{ は正の整数})$$

とする．E_f を $|w|<1$ に関する D_f の補集合とすれば，

$$\tau(E_f)\leqq Q$$

が成立する．ここで等号は，$w=f(z)$ が円環 $Q<|z|<1$ で正則単葉のときしかもこのときに限る．

5. 小松勇作（東工大） **円環の等角写像について**

$q<|z|<1$ から多角形環状領域への等角写像に関して像が ∞ を含またい場合は既に (Jap. J. Math. **19** (1945)) 調べられているが，像が ∞ を含む場合には写像函数 $f(z)$ の表示に対してそれに応じた修正が必要となる．結果は，慣用の記号を以て，

$$f(z)=C\int^{z}z^{ic^*-1}\frac{\Pi\sigma(i\lg z+\varphi_\mu)^{\gamma_\mu-1}\Pi\sigma_3(i\lg z+\psi_\nu)^{\delta_\nu-1}}{\sigma(i\lg(z/z_\infty))^2\sigma(i\lg(\bar{z}_\infty z))^2}\times dz+C';$$

ここに $f(z_\infty)=\infty$, $\gamma_\mu\pi$, $\delta_\nu\pi$ はそれぞれ像境界多角形の頂点 $f(e^{i\varphi_\mu})$, $f(qe^{i\psi_\nu})$ における（像領域に関する）内角，C, C' は定数，

$$c^*=(\eta_1/\pi)(\textstyle\sum(1-\gamma_\mu)\varphi_\mu+\sum(1-\delta_\nu)\psi_\nu+4\arg z_\infty);$$

楕円函数論からの記号は，基本周期 2π, $-2i\lg q$ に関する．

円弧多角形領域への写像について，Schwarzian derivativeを含む公式は修正の要がない；一次変換による不変性！

単葉でない多角形領域の場合への一般化も可能である．

6. 能代 清（名大理） **集積値集合に関する Lohwater の問題について**

$f(z)$ を D: $|z|<1$ において‘有界型’(of bounded type) の有理型函数とし，$|z|=1$ の弧 A において殆んど到るところ $\lim\limits_{r\to1}|f(re^{i\theta})|=1$ とする；このとき，もし $f(z)$ が A の一点 z_0 に特異点をもつならば，$|\alpha|=1$, $\alpha\notin R_{z_0}^{(D)}$ なる値 α は z_0 に任意に近い A の点に終る漸近道に沿うての漸近値であることを Lohwater は証明し，かつ‘有界型’という条件なしで，この定理は成立するであろうかということを問題にしている (Mich. Math. J. **2**, 1953—1954, pp. 151—156)．この問題を Proc. Nat. Acad. Sci. **41**, 1955, pp. 398—401 の方法を応用して調べてみた．‘有界型’の条件の代りに，1° z_0 の近傍で 3 つの除外値をもつ；2° $\beta\notin R_{z_0}^{(D)}$, $|\beta|\neq1$ なる値 β がある；3° $f(z)$ の零点 z_k が Blaschke の条件 $\sum(1-|z_k|)<+\infty$ を満足する；これらの条件の一つを加えれば，この問題は肯定的である．2° から，とくに $f(z)$ が正則ならば，この問題は肯定的である．しかし，一般の場合には，この問題は否定的であろうと予想している．

7. 小沢 満（東工大） **無限巡回自己等角写像群を許容するリーマン面について**

無限巡回自己等角写像群を許容する開いたリーマン面が唯二つの ideal 境界成分をもつ場合に，z 球面の有限枚の被覆面に等角同値であるための完全条件を，群に対する基本領域より作られる閉リーマン面上の第一種 Abel 微分の周期行列の満すべき条件として与える

これは東京における函数論談話会での辻先生の一つの問題に対する完全な解決を与えるものである．証明には，主として Heins の論文 [Ann. of Math. (1952)] の諸定理を使用する．

8. 水本久夫（東工大） **A Remark on "On Riemann Surfaces Admitting an Infinite Cyclic Conformal Transformation Group".**

W は開いた Riemann 面で，W をそれ自身に写像する等角写像によって生成され無限巡回群 $\mathfrak{G}$ を許容するものとする．小沢氏は identification process W mod $\mathfrak{G}$ によって W から構成される Riemann 面 R が閉じている場合に，W を z 球面の有限被覆面上に写像する W 上の non-constant な一価解析函数が少くとも一つ存在するための必要十分条件を与えた．ここでは $R\in O''$（楠），$W\in O_G$ なる場合にも，上記の小沢氏の結果と類似な結果が得られることを示す．

9. 水本久夫（東工大） **A Remark on Classification of Riemann Surfaces.**

$O'_{AD}=O_{AD}-O_G$, $O'_{AB}=O_{AB}-O_G$, $O'_{MD}=O_{MD}-O_G$, $O_L'=O_L-O_G$, $O'_{HB}=O_{HB}-O_G$ とおく．ここで O_{MD} は Riemann 面 R 上の non-constant meromorphic function f による像の成す複素球面の被覆面の面積が有限となるような f を許容しない Riemann 面の class (M. Tsuji), O_L は Lindelöfian meromorphic function を許容しない Riemann 面の class (M. Heins) とする．そのときつぎの包含関係が成立する．

$$O'_{AD}\supsetneqq(O'_{AB}\cup O'_{MD})\begin{matrix}\supsetneqq O'_{AB}\supsetneqq\\ \supsetneqq O'_{MD}\supsetneqq\end{matrix}(O'_{AB}\cap O'_{MD})$$
$$\supsetneqq O'_L\supsetneqq O'_{HB}.$$

特に，それぞれの class を種数無限大の Riemann 面の class に限定しても同じ包含関係が成立する．

10. 及川広太郎（東工大） **On the prolongation of an open Riemann surface of finite genus.**

開リーマン面 F が写像 f によって他のリーマン面 W の中に等角に写像されるとき，W を F の接続という．F の種数が有限ならばよく知られているように，同じ種数の閉面 W に接続し得るが，これらの W の間の関係をしらべる．

与えられた開面 F（種数$=g<\infty$）に対し，その接続 W_0（種数 g の閉面）及びそれへの写像 f_0 を一つ固定し，この W_0 を中心に置いた Teichmüller 空間 T_g を作っておく．同様な任意の W, f に対し，写像 $f\cdot f_0^{-1}$ は W_0 から W の上への位相写像の homotopy-class を定めることがいえるから，これを α_f と表わせば，T_g の元 $\langle W,\,\alpha_f\rangle$ が決まることになる．これらの全体を $P(F)$ とおくと，

定理：$P(F)$ は T_g で有界な連結閉集合である

を証明することができる．

$P(F)$ が有界だということは，Heins の定理 "種数 1 の F を与えたとき，これの接続になっている torus の principal modulus 全体は有界集合である" の一般化とみなされる．

11. 居駒和雄（山形大文理） **境界点定理について**

階数 p の有理型函数の逆函数は $1/2\leqq p<\infty$ のとき高高 $2p$ 個の直接特異点をもちまた $0\leqq p<1/2$ のとき高々

1 個のそれをもつという Ahlfors の結果は，$|z|<\infty$ で Pfluger-Ahlfors の意味の pseudo-analytic な函数即ち (i) $|z|<\infty$ から w 球面上への Stoïlow の内部変換で (ii) $|z|<\infty$ 内の任意の四辺形の modulus M とその像の modulus M' の間に $K^{-1}M\leqq M'\leqq KM$ ($1\leqq K$ は定数) を満足する函数 (K-PA 函数) である場合には，p の代りに Kp と置換えればやはり成立するということが Ahlfors 型の歪曲定理 $\left(\text{この結果式：}\ \xi_1(x_2)>\dfrac{a}{K}\times\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\dfrac{dx}{\theta(x)}\right)$ を用いて示される．なお (1) $w=f_1(\zeta)=\displaystyle\int_0^{\zeta}e^{-t^q}dt$ (q は任意の整数)， (2) $w=f_2(\zeta)=\zeta^{\mu}\cdot\prod_{\nu=1}^{\infty}(1-\zeta/a_\nu)$ (これは階数が 1/2 より小さい整函数とする)， (3) $\zeta=|z|^{1/K}e^{i\arg z}$ とおくとき，(i)，(iii) の合成函数は pseudo-analytic な場合の前半の一つの極値函数となり，また (ii)，(iii) の合成函数はその後半を満足する一つの例となる．また漸近値定理や Wiman の定理などが直ちに pseudo-analytic な場合に移される．

12. 遠木幸成 (阪大理) **被覆面論の基本定理の証明について**

Grundfläche F_0 および Überlagerungsfläche F の Charakteristik をそれぞれ ρ_0 および ρ とし，F の平均枚数を S，relativer Rand の長さを L とするとき，被覆面における Ahlfors の基本定理は

$$\rho^+\geqq\rho_0 S-hL;$$

ただし h は F_0 だけに関して定まる定数である．この定理の証明は複雑であるが，簡単な証明法を述べる．

13. 倉持善治郎 (北大理) **Riemann 面を covering surface として表現する事について**

$K(z,p)$ を positive boundary をもつ Riemann 面の Martin の函数とし，$v(p)$ を Martin の topology による p の近傍とする．また，HNB (HND) を有界 (Dirichlet bounded) な調和函数の次元が N なる面とする．他方，$N(z,p)$ を $R-R_0$ (R_0 は R の compact disc) で調和，p で極をもち，∂R_0 で零となり，minimal Dirichlet 積分をもつ函数とする．これより Martin に随って topology を導入する．$K(z,p)$ $(N(z,p))$ が minimal で有界なとき，$v(p)$ $(v'(p)$：$N(z,p)$ による topology の近傍) に有界 (Dirichlet bounded) な analytic function は存在しない．$HNB(HND)\ni R$ なる完全条件は N 箇の minimal point と harmonic measure (capacity) zero なる boundary をもつことである．また R' 内の subsurface についてもそれぞれ対応する結果が得られる．

14. 倉持善治郎 (北大理) **Ideal boundary の近傍における解析函数**

R を positive boundary の Riemann 面とする．R' を R の subsurface で compact な relative boundary Γ をもつとして，Γ 上で零となり有界 (Dirichlet integral 有界) で且つ R' の dividing cut でその conjugate function が周期をもたないならば必然的に定数零となる R' を $O'_{AB}(O'_{AD})$ に属するという．$R'\in O'_{AB}(O'_{AD})$ は boundary だけに依存する性質で，$C'_{AB}\subset O'_{AD}$ は genus 0 のときの $O_{AB}\subset O_{AD}$ と同様にして証明される．R' で有界 (Dirichlet bounded) な analytic function を $f(z)$ とするとき，$f(z)$ は z が R' の一つの boundary component に収斂するとき極限をもつ．ここで O'_{AB} (O'_{AD}) をこれ以上ゆるめることはできない．これは R が null-boundary をもつときの定理の拡張である．

特　別　講　演

大津賀　信 (名大理) **ポテンシャル論における連続性の原理**

空間 Ω は局所コムパクト，核 $\Phi(P,Q)$，$-\infty<\Phi\leqq\infty$，は高々対角線上で ∞ なる値をとる $\Omega\times\Omega$ 内の連続函数 (∞ も許す)，分布 μ はささえが Ω 内相対的にコムパクトな非負測度とするとき，右，左ポテンシャルはそれぞれ

$$U^{\mu}(P)=\int\Phi(P,Q)\,d\mu(Q),\quad {}^{\mu}U(P)=\int\Phi(Q,P)\,d\mu(Q)$$

で定義される．これら左右ポテンシャルについて種々論じ得るが，簡単のためここに $\Phi(P,Q)$ は対称，従って $U^{\mu}(P)={}^{\mu}U(P)$ の場合を考える．

連続性の原理とは，“あるポテンシャルをその分布のささえ上の函数とみて連続有限ならば，全空間にて連続有限である” ということである．われわれは

(1) 他の原理との関係，

(2) 連続性原理が成り立つための条件，

(3) 応用

について論ずる．

(1) M. Ohtsuka, Les relations entre certains principes en théorie du potentiel, Proc. Japan Acad. **33** (1957), pp. 37—40 にある所を中心とする．

(2) G. Choquet, Les noyaux réguliers en théorie du potentiel, C. R. **243** (1956), pp. 635—638; N. Ninomiya, Sur le principe de continuité dans la théorie du potentiel, J. Inst. Polyt. Osaka City Univ. にある所を紹介する．

(3) 前学会において既に若干の応用を論じたが，今回は

(i) 測度列の収束．種々の様式の収束が知られている．すなわち，漠，細，弱，強等．一般の場合にはニュートンポテンシャルのように必ずしも単調な関係にない．それらの間の関係をしらべる．

(ii) ポテンシャル列の収束．分布列が漠収束するとき，対応するポテンシャル列が収束するか否かを論ずる．

(iii) Gauss 変分．亀谷 (現代の数学，I，参照) による，コムパクト集合上での一般 Gauss 変分の問題を，さらに一般の場合に拡張したい．ちょうど，コムパクト集合上への掃散を拡張して一般集合上への内外掃散を問題とするように．特に開集合の場合を扱い，応用に言及する．

5　月　19　日

15. 藤家竜雄 (京大理) **Extremal Length についての一注意**

開 Riemann 面が null-boundary をもつための extremal length による必要且つ十分条件が求められているが，conformal metric について extremal length を考えれば，Laasonen の形の十分条件を求めることができる．次に単位円周上の閉集合 E を考えるとき capacity 0 や class N_D，N_B の集合の extremal length による色々な characterization をのべる．例えば，単位円内部を関係領域として E の Strebel の意味の extremal radius を R とすれば，$R=\infty$ と $\mathrm{Cap}(E)=0$ とは同値であり，単位円周に関する E の補集合について $R=1$ と $E\in N_D$ とは同値である．このようにして extremal length の関係を使って Uskila による Fuchs 群の分類を統一的にのべる．

16. 田中忠二 (早大理工) **On the singularities of Dirichlet series.**

Dirichlet series

$$F(s)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\exp(-\lambda_n s)\qquad(s=\sigma+it),$$

$$0\leqq\lambda_1<\lambda_2<\cdots<\lambda_n\to+\infty,$$

が有限な単純収斂横座標 σ_s をもつとする．仮定 $\lim_{n\to\infty}\log n/\lambda_n=0$ の下に，つぎの二定理が知られている．

(1) $\sigma=\sigma_s$ を自然境界にもつ $\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon_n a_n\exp(-\lambda_n s)$ ($\varepsilon_n=\pm1$) が存在する (O. Szász)；

(2) $\sigma=\sigma_s$ を自然境界にもつ $\sum_{n=1}^{\infty}b_n\exp(-\lambda_n s)$ であって

(i) $|b_n|=|a_n|$，$\lim_{n\to\infty}(\arg(b_n)-\arg(a_n))=0$

または

(ii) $\arg(b_n)=\arg(a_n)$，$\lim_{n\to\infty}|b_n/a_n|=1$

なるものが存在する (C. Tanaka)．

本講演においては，仮定 $\lim_{n\to\infty}\log n/\lambda_n=0$ が不要か否かにつき決定的な解答を与える．

17. 洪　姫植 (東大理) **ある領域に対する方程式 $\Delta u+\lambda u=0$ の固有値問題について**

領域 D の境界が区分的に滑らかな単一閉曲線 C と，C の全く内部に含まれる閉集合 $\mathfrak{M}$ とから成るものとする．境界が区分的に滑らかな曲線から成る領域列 $D_1\subseteqq D_2\subseteqq\cdots\subseteqq D_n\subseteqq\cdots$ で D を exhaust する．各 D_n について境界条件 $u=0$ に対する方程式 $\Delta u+\lambda u=0$ の第一固有値を $\lambda_{(n)}$ とすれば，$\lim_{n\to\infty}\lambda_{(n)}$ が存在し，この極限値は C のみを境界にする領域についての上の境界値問題の第一固有値 λ_0 より小さくない．特に閉集合 $\mathfrak{M}$ が logarithmic measure 零のとき，上の極限値が λ_0 に一致することを証明する．

18. 岸　正倫 (名大理) **Inferior limit of a sequence of potentials in a locally compact space.**

正測度の Newton ポテンシャル列 $\{U^{\mu_n}\}$ の $\varliminf U^{\mu_n}$ は外容量 0 の除外集合 E の余集合上では正測度のポテンシャルに等しい．この事実は，はじめ H. Cartan がエネルギー原理を利用することによって示したが，最近 M. Brelot はエネルギー原理を用いなくして E が内容量 0 であることを示し，G. Choquet の結果により結局外容量 0 であることが示されることを注意した．一般の局所コンパクト空間のポテンシャル列に対してどんな場合に E が外容量 0 であるかが問題になる．ここでは quasi continuity principle がみたされ，U^{μ_n} が一様有界且つ μ_n がその台がコムパクト集合に含まれていて μ に漠収斂すれば，E は外容量 0 であることを示す．ここに quasi continuity principle とは U^{μ} が μ の台上

で連続ならば必らず全空間で quasi continuous—即ち任意の $\varepsilon>0$ に対して開集合 δ があって $\mathrm{cap}(\delta)\leqq\varepsilon$ 且つ U^{μ} は δ の余集合で連続一であること．連続性原理がみたされておれば，当然 quasi continuity principle はみたされる．

19．二宮信幸（阪市大理工）　**ポテンシャル論に於ける最大値の原理について**

$m(\geqq 1)$ 次元空間において函数 $K(x)$ は原点以外では正で連続，$K(0)=\lim_{x\to 0}K(x)\leqq+\infty$，且つ原点の近傍で積分可能とする．$K(x)$ を核とする正の測度 μ のポテンシャルを

$$V^{\mu}(x)=\int K(x-y)\,d\mu(y)$$

とする．ポテンシャル論において平衡，掃散の問題で重要な働きをする第一，第二最大値原理の間の関係について調べる．核 $K(x)$ が第二最大値原理をみたし，且つ任意の正数 c に対して

$$\lim_{r\to\infty}\int_{\beta(0,r)}K(x)\,dx\Big/\int_{\beta(0,r-c)}K(x)\,dx=1$$

ならば，核 $K(x)$ は必ず第一最大値原理をみたしている．従って核 $K(x)$ が第二最大値原理をみたし，且つ距離 $|x|$ の単調減少函数ならば，核 $K(x)$ は必ず第一最大値原理をみたしている．

20．大津賀　信（名大理）　**容量の定義について**

一般ポテンシャルにおいて，Frostman の最大値の原理が成り立つかどうか分らぬときには，つぎの二つの容量の定義があるように思われる．特別講演のアブストラクトと同様な記号を用いる．

Ω 内のコムパクト集合 $K\neq\phi$ に対し

$$V_{\mu}=\sup_{p\in\Omega}U^{\mu}(p),\qquad V(K)=\inf_{\mu\in\mathfrak{F}_K}V_{\mu};$$

$$V_{\mu}^{*}=\sup_{p\in S_{\mu}}U^{\mu}(p),\qquad V^{*}(K)=\inf_{\mu\in\mathfrak{F}_K}V_{\mu}^{*}$$

とおく．ここに $\mathfrak{F}_K$ は K 上の総質量 1 なる分布を示す．$V(\phi)=V^{*}(\phi)=\infty$ とおく．この $V(K),V^{*}(K)$ から容量が定義される．

$V^{*}(K)\leqq V(K)$ は明らかであるが $V^{*}(K)<V(K)$ となるかどうか，さらに

$$V^{*}(K)<V(K)=\infty$$

なる K と核が存在するかどうかという問題に，前回の講演でふれたが，それを更に詳しく論ずる．この例は連続性の原理をみたさぬ核の例にもなっている．

21．奥田英輔（九大理）　**多重劣調和函数について**

複素 n 次元空間 $(z_1, z_2, \cdots, z_n)$ の領域 D での実函数 $V(z)$ が次の P(1)—P(4) をみたすとき，多重劣調和という：

P(1)：$-\infty\leqq V(z)<\infty$ 且つ $V(z)\not\equiv-\infty$，

P(2)：上半連続，

P(3)：任意の j に対して $z_k(k\neq j)$ を固定したとき z_j について劣調和（各変数について劣調和），

P(4)：ユニタリ変換で invariant である．

われわれは D での実函数 $f(z)$ が，各変数について連続という条件のもとに，P(1) 及び P(3) をみたすならば，P(2) 及び P(4) をみたすことを証明する．

22．西野利雄（奈良女子大）　**複素多変数解析函数の固有集合について**

n 複素変数の空間 E に λ 次元の固有集合体 Σ を考える．このとき Weierstrass によってつぎのことがいえる．Σ の任意の点を M_0 とすれば，この点に対してきまる座標の一次変換 (T) を施して，M_0 の近傍において Σ を

$$x_p=\xi_p(x_1, \cdots, x_\lambda),\qquad (p=\lambda+1, \cdots, n)$$

と $(x_1, \cdots, x_\lambda)$ の多価正則函数をつかって表わすことができる．これに対し変換 (T) を適当にとれば，この同じ (T) が Σ の任意の点に対して上述の働きをするようにできることを示す．

23．河合良一郎（京大教養）　**Weierstrass の予備定理の条件について**

Weierstrass の予備定理を大局的に使い得るようにするための基礎定理を述べる．$\mathfrak{D}$ を $(x_1, x_2, \cdots, x_n, y)$ 空間の無限遠点を含まない領域とし，$f(x_1, x_2, \cdots, x_n, y)$ を $\mathfrak{D}$ で恒等的に 0 ではない解析函数とする．そのとき空間の適当な正則一次変換

$$\begin{cases} x_i=\sum_{j=1}^{n}l_{ij}x_j'+l_{i,\,n+1}y', & (i=1, 2, \cdots, n), \\ y=\sum_{j=1}^{n}l_{n+1,\,j}x_j'+l_{n+1,\,n+1}y', & |l_{ij}|\neq 0, \end{cases}$$

を行えば，$f=0$ 上のどの点をとっても大局的に Weierstrass の予備定理の条件がみたされていることを示し，更にこの変換は与えられた変換にいくらでも近いように選べることを示す．この基礎定理を空間の解析集合に適用すると，これは解析集合上の解析函数の理論を内分岐した多葉域上の解析函数の理論に結びつけるものであることがわかる．

24．岩橋亮輔（名大理）　**Space of algebroidal jets and domain of algebroidality.**

複素多様体 X, Y と局所的に同相写像を与える解析写像 $\varphi: X\to Y$ があるとき (X, φ, Y) は domain spread on Y といわれる．ここでは X, Y を共に解析空間（複素多様体の拡張）とし φ を開且つ到る処非退化解析写像とする．(X, φ) を E の上のこの意味の領域，f を X から F への解析写像とする．このとき the maximum analytic prolongation, over E, of f with respect to φ の存在を space of algebroidal jets を用いて証明する．X から F_i への解析写像 f_i があるとき $(i\in I)$，同じようにして the maximum simultaneous analytic prolongation of the family (f_i) の存在，E の上の領域 (F_i, g_i) の共通領域の存在を示す．以上は Cartan-Thullen による古典的結果を一般化するものである．

25．外狩善男（名大理）　**Sur la "construction standard."**

多変数函数論についての Séminaire de H. Cartan 1951～52 XI における "construction standard" の定義は適当でない．それは定義の過程において，例えば 1°) (p. 4) では（原文のままの記号で）$V_1, \cdots, V_q$ が必ずしも $V_1, \cdots, V_q$ から生ずる module $\mathfrak{M}$ のなかの第 1 成分 0 の元の全体からなる sous-module $\mathfrak{N}$ の生成元とならないからである．そこで少しばかり定義を修正して，それが以下の応用上差支えないことを考察する．その要点は 1°) についていえば $\mathfrak{N}$ が有限個の生成元 $V'_1, \cdots, V_q'$ をもち

$$V_j'=\textstyle\sum_{i=1}^{q}a_j^iU_i,\quad (j=1, \cdots, r),\quad a_j^i\in A_n$$

とかける．これを原文の $V_1, \cdots, V_q$ に代用する．いま特に A_n を収束巾級数環としたとき，一般に V_q' の収束域は a_j^i のために U_i のそれよりも小さくなるが，V_j 従って a_j^i は U_i から一定の方法で定められるのであるから，"construction standard" の目的は達せられる．

26．尾野　功（東京教育大）　**多変複素数における有界な解析変換について**

複素 k 次元の単位超球 $|z|^2\equiv\sum_{j=1}^{k}\bar{z}_jz_j\leqq 1$ で各変数について正則な変換 $w(z)=(w_1(z), \cdots, w_k(z))'$ が有界：$w(z)|^2\equiv\sum_{j=1}^{k}\overline{w_j(z)}w_j(z)<1$ のとき，

$$w(z)=A_0+A_1z+\cdots+A_nz^n+\cdots$$

$[A_0$ は k 次の定数列ベクトル，A_n は $k\times{}_kH_n$ 次の定数行列とし，$z^n\equiv(z_1^n, \cdots, \sqrt{n!/(\alpha_1!\cdots\alpha_k!)}\,z_k^{\alpha_1}\cdots z_k^{\alpha_k}, \cdots, z_k^n)'$，$(\alpha_1+\cdots+\alpha_k=n)]$ とおけば，

$$\|A_2\|\leqq\sqrt{k}$$

が成立し，しかもこの評価は最良である．ここに，$\|A_2\|$ は，行列 $A_2^{*}A_2$（$*$ は転置共役行列）の最大固有値の平方根である．

これは，$|z|\leqq 1$ に対し $|A_2z^2|\leqq 1$ から，Lagrange の multiplier を使って証明できる．

なお，A_3 以下に対してはまだ予想もできないが，1 変数の場合と異なり，$\|A_n\|$ が有界でないことは注意すべきところである．

27．尾野　功（東京教育大）　**2 変複素数における等積な解析変換について**

複素 2 次元の空間 $z=(z_1, z_2)'$ の原点の近傍または全空間を体積不変に写す解析的変換 $w(z)=(w_1(z), w_2(z))$ について，媒介変数表示によるものはすでに知られているが，これを explicit に表現しようとすることはまだできていない．1 変数では，容易に回転移動と平行移動に限り $w=e^{i\alpha}z+a$ の形となるが，多変数では擬等角写像に属するためか，このような簡単な形にはならない．

$$w(z)=A_0+A_1z+\cdots,\ +A_nz^n+\cdots$$

$[A_n$ は定数行列，$z^n=(z_1^n, \cdots, {}_nC_rz_1^{n-r}z_2^r, \cdots, z_2^n)']$ とおくとき，$\left|(1,0)A_1'\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}A_1\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right|=1$，

$$\sum_{1=j}^{n}j(n-j+1)\,(\overbrace{1, 0, \cdots, 0,}^{j}\ \overbrace{0, 1, 0, \cdots, 0,}^{j}\ \cdots,$$

$$\overbrace{0, 0, \cdots, 0, 1}^{j})\begin{pmatrix}B_j&&0\\0&B_j&\\&&\ddots\\0&&&B_j\end{pmatrix}=(0),$$

$$B_j\equiv\begin{pmatrix}{}_{j-1}C_0&&0\\&\ddots&\\0&&{}_{j-1}C_{j-1}\end{pmatrix}(E_j0)\,A_j'\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}$$

$$\times A_{n-j+1}\begin{pmatrix}0\\E_{n-j+1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}{}_{n-j}C_0&&0\\&\ddots&\\0&&{}_{n-j}C_{n-j}\end{pmatrix}\qquad(n\geqq 2)$$

という係数条件で表わされる．

特　別　講　演

一松　信（東大理）　**Kähler 多様体としての正則領域**

半世紀前 Hartogs が，多変数の場合には必ずしもすべての領域が正則領域（その境界を自然境界とする解析函数の存在する領域）ではないことを示して以来，正則領域の研究が盛んに行われてきた．ことに H. Cartan-Thullen (1932) が正則凸性を導入して，以後もっぱらこの線に沿って深い研究が行われ，その一般化として，Stein 多様体が導入されたりした．

一方 Oka (1953) による Levi の予想の決定的な解決により，正則領域の研究にまったく別の微分幾何学的方法が適用できる可能性が示された．ところで，有界な領域 D には，たとえば Bergman の方法で Kähler 計量 ds が導入される．そして D が正則領域であるための条件として，ds ではかった距離が D の境界に近づくと ∞ になるという性質（これを ds が完備な Kähler 計量であるという）が考えられる．しかし Bremmermann の研究によると，事態はそれほど単純ではない．

最近 Grauert は完備な Kähler 計量によって正則領域を特徴づけることを試みて，興味ある結果をえている．その主なものをあげると，

1° Stein 多様体には完備な Kähler 計量が導入できる．

2° 完備な Kähler 計量をもつ Reinhardt 領域は，正則領域であるか，またはそれからいくつかの低次元の対称軸を除いたものである．

3° 十分滑らかな超曲面で囲まれた領域 D が完備な Kähler 計量をもてば，正則領域である．

ここでは，これらの結果に私見を混ぜて紹介し，あわせて Lelong や Bremmermann らの研究との関連をも論じてみたいと考えている．

MEMO

1957
OCTOBER

日　本　数　学　会

昭和32年度秋季例会

講演アブストラクト

函　数　論

所……　東京工業大学数学教室

時……　10 月 12 日・13 日

---

12 日	午前 9 時 ～ 正午	普通講演	**1 ～ 10**
12 日	午後 1 時 ～	シンポジウム	
13 日	午前 9 時 ～ 正午	普通講演	**11 ～ 21**
13 日	午後 1 時 ～	シンポジウム	