計量を homotopy class 間に入れる．これによつて他の予想よりも強い予想をのべることができる．此の予想は閉又は開有限 R 面の自身上への等角写像の個数の有限性及び評価を与えた Hurwitz 及び Oikawa の結果の拡張に関するものである．此の予想は torus の場合には正しいことも注意する．各 homotopy 類中には genus >1 の場合には自身への等角写像は 1 種しかないという Teichmüller の結果についてものべる．

倉持善治郎君（阪大北校） Evans-Selberg's theorem on abstract Riemann surfaces.

ユークリッド空間では，容量零なる F_σ 集合に正の質量を適当に分布すればその質量による potential が F_σ のすべての点で正の無限大となるようにできるということを，G. C. Evans が 1936 年に示した．翌 1937 年 H. Selberg もまた独立に且つ全く異なる方法でこの事実を証明した．この定理は函数論では極めてその応用が広い（例えば Prof. M. Tsuji, G. Hallström)．Prof. K. Noshiro は平面の場合に上の定理の簡単な証明を与えた．しかし，函数論で考えられる最も広い領域である Riemann 面上では，ある種の条件を境界上に仮定すればこの定理が成立することが知られていたが，無条件に成立するかどうかということは未知であつた．ここでは実際それが成立することを示そうと思う．R を全く任意な Riemann 面とするが，便宜上 boundary が positive なときと null なときを別に考えることにする．それは両者での取扱いの方法が甚しく異つているからである．

R^* を null-boundary をもつ Riemann 面，$\{R_n\}(n=0,1,2,\cdots)$ を compact な relative boundary $\{\partial R_n\}$ をもつその exhaustion とする．$(R-R_n)$ は $\{G_{i_1,i_2,\cdots,i_n}\}(i_1=1,2,\cdots,j_1;\ i_2=1,2,\cdots,j_2;\ \cdots,i_n=1,2,\cdots,j_n)$ なる non-compact domains に分かれている．これについて $G_{i_1,i_2,\cdots,i_n}\supset G_{i_1,i_2,\cdots,i_{n+1}}$ なる単調減少性があつて且つ $\bigcap_{n=1}^{\infty}G_{i_1,i_2,\cdots,i_n}=0$ であるとき $\{G_{i_1,i_2,\cdots i_n}\}$ は Stoïlow の意味で ideal boundary point p を決定したという；かような p の全体を $\underline{B}$ で表わすことにする．Evans-Selberg の定理の形式的な拡張は，R^* の内点 q で負の対数特異点をもち $\underline{B}$ の全ての点で正の無限大となる極限値をもつ R^* で調和な函数 $U(z)$ を求めるという問題である．

この目的のためには，上の Stoïlow による境界点の分類では不十分である．即ち R^*-R_0 で有界な調和函数 $V(z)$ は $\underline{B}$ の各点では必ずしも極限値をもたない；$\underline{B}$ の一点といつても，それは topological な意味での一点であつて metrical な意味では多くの点がそこにあるような状態を呈するのである．

だから R. Martin によつて導入された topology を使うことにする．それは次のようなものである．R^*-R_0 を R とおいて，R の内点 p を極とする Green function を $G(z,p)$ で表わし，R の内部にも ∂R_0 にも集積点をもたない点列 $\{p_i\}$ に対して $\{G(z,p_i)\}$ が R の内部で広義の一様収斂するとき $\{p_i\}$ を fundamental な列であるという．二つの fundamental な列が対等であるというのは，その点列に対する Green function の列が等しい極限函数をもつときであるとする．対等な fundamental な列の全体に一つの ideal boundary point を対応させて，その点の全体を B で表わす．$R+B$ を $\bar{R}$ とおいて $\bar{R}$ の全ての点で $G(z,p)$ を定義して，このように定義された $G(z,p)$ が $\bar{R}$ で，平面上の対数 potential がもつ本質的な特性，即ち半連続性，対称性，優調和性をもつことを示すのが我々の目的である．こうすれば，Evans-Selberg の定理の拡張が得られるわけである．我我の結果は，1)「F を B の closed な部分集合とするとき，F で無限大となり R^* の一点で負の対数特異点をもつ函数が存在する；しかし F 以外の点で upper limit が有限になるような函数は必ずしも存在しない.」2)「F を Stoïlow の意味での閉集合とすれば，1) の後半の条件を満足させることができる.」3)「特に $F=\underline{B}$ とおけば，最初の問題の解答である.」

R^* を positive boundary の Riemann 面とするとき R^*-R_0 で調和で $R-R_0$ の一点 p で正の対数特異点をもち R^*-R_0 上で Dirichlet 積分が極小となるような函数を $N(z,p)$ で表わし，R^* が null boundary をもつときと同様に ideal boundary point を定義する．しかしこのときには，non-minimal point が決定的な変化を与える．ここで minimal point とは，$N(z,p)$ をその点 p に対応する函数とするとき，それ自身以外にそれより小で且つ（ある意味で）R^*+B で優調和な函数がないことである．次のことが得られる．

閉集合で容量零なるものを F とし，F が minimal point 許りより成つているときには，R^*-R_0 で調和で，F で無限大となり且つ $\int_c \frac{\partial U(z)}{\partial n}ds\leqq 2\pi$ なる函数 $U(z)$ が存在する；ここに C は $U(z)$ の niveau curve である．

ここで non-minimal point を含まないという条件は大切であつて，この空間では non-minimal point の集合は空集合ではないが，potential については恰も空集合と同じよう役目をするのである．

以上で Evans-Selberg の問題は完全に解決されたといつてよい．函数論に於ける応用はここでは省略する．

日本数学会

昭和31年度秋季例会

講演アブストラクト

函　数　論

時……　10 月 19 日・20 日

所……　京都大学数学教室

19 日	午前 9 時 ～ 正午	普通講演	1 ～ 13
19 日	午後 1 時 30 分 ～	特別講演	
20 日	午前 9 時 ～ 正午	普通講演	14 ～ 26
20 日	午後 1 時 ～	特別講演	

1. 安倍 斉君（徳島大） A note on subordination.

Subordination の原理により次の事柄を証明する．

(1) $f(z)=a_1z+\cdots$ は $|z|<1$ で正則で，$z=0$ を除いて $f(z)\neq 0$ とする．若し $f(z)\neq\alpha$ $(|z|<1)$ ならば，次の評価が成立する：

$$|a_1|\leqq 16|\alpha|,$$
$$|f(z)|\leqq|\alpha|\cdot Q(-r)\quad(|z|=r),$$

ここに
$$Q(z)=16z\prod_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1+z^{2n}}{1+z^{2n-1}}\right)^8.$$

(2) $f(z)=a_1z+\cdots$ は $|z|<1$ で正則で，$z=0$ を除いて $f(z)\neq 0$ とする．若し $f(z)\neq\alpha$, $f(z)\neq\alpha e^{i\pi}$ $(|z|<1)$ ならば，次の評価が成立する：

$$|a_1|\leqq\Gamma^4\left(\frac{1}{4}\right)/4\pi^2\cdot|\alpha|,\quad |f(z)|\leqq 1+Q(-R)$$

ここに
$$R=\exp(-\pi\mathrm{Re}[(1+z)/(1-z)]).$$

2. 洪 姫 植君（東大理） $\Delta u+f(x,\ y)\cdot u=0$ の解の正無限大特異点について

$f(x,\ y)\geqq 0$ のとき，表記の方程式の解の正無限大特異点の集合は高々 capacity 0 であるべきことを証明する．次に，$f(x,\ y)<0$ のときは必ずしもそうでないことを示す反例を提出する．

3. 二宮信幸君（阪市大理工） ポテンシャル論における連続性の原理について

$K(x)$ をユークリッド空間内で定義された連続函数，但し $\lim_{x\to 0}K(x)=+\infty$ とする．測度 μ の K を核とするポテンシャル

$$U^{\mu}(x)=\int K(x-y)\,d\mu(y)$$

を考える．核 K が連続性原理を充すということは，$U^{\mu}(x)$ が μ の台の上の函数と考えて連続である点では，必ず全空間における函数と考えても連続になっているということである．魚返氏によれば，$K(x)$ が原点から点 x 迄の距離の単調減少函数であれば，それは連続性原理を充す．我々はこの結果を拡張する．$K(x)\geqq s$ なる如き点 x の集合を E_s とする．十分大なる $s(\geqq s_0)$ に対して E_s が原点を含む凸なるコンパクト集合で，且つ任意な二つの半径（原点より境界点に到る線分の長さ）の比が有界ならば，核 K は連続性原理を充す．魚返氏の結果は，E_s が原点を中心とする球又は円となった場合である．

4. 井上正雄君（阪市大理工） ある函数族に関する零容量と Evans の定理

ポテンシァル論における Evans の定理は，対数容量 0 の閉集合を規定する．すなわち，有界閉集合 E の対数容量 $C_H(E)$ が 0 であるための条件は，E において $+\infty$, E の近傍で E を除いて調和な函数が存在すること．

この定理において，調和函数をもっと一般な性質をもつある函数族 F で置換し，この F に関し E の容量 $C_F(E)=0$ を，上にならって定義する．しかるとき，

$$C_F(E)=0 \rightleftarrows C_H(E)=0$$

が，それぞれ成立するための，F に関する条件を求める．そして，この一般的考察の一例として，線型楕円型偏微分方程式 $\Delta u+au_x+bu_y+cu=0$ の解を F として採り得ることを示す．さらにまた，Lindeberg の定理成立のための条件も考察したい．

5. 大津賀 信君（名大理） 局所コムパクト空間におけるポテンシャルについて

前年度秋の講演にては局所コムパクト距離空間において距離を ρ で表わし，$\log 1/\rho$ 又は $1/\rho^{\alpha}$ $(0<\alpha)$ を核とするポテンシャルに限ったが，今回は Ω を局所コムパクトな空間とし，核は高々対角線集合上で $+\infty$ をとり，どのコムパクト集合上にても下方有界な $\Omega\times\Omega$ 内の対称連続函数とする．亀谷氏にならって一般平衡問題を論じ，一つの応用を与え，つずいて Ω 内のコムパクト集合に対する五つの函数を定義してその間の関係を論ずる．

6. 大津賀 信君（名大理） 集合が尖細なるための条件について

ユークリッド空間 E_n で測度 μ によるポテンシャルを $U^{\mu}(P)$ としるす．X を E_n 内の集合，P_0 を一点とし，P_0 から $X-\{P_0\}$ への距離が正か又は $U^{\mu}(P)$ が存在して $(X-\{P_0\})\ni Q\to P_0$ の時の $\underline{\lim}\,U^{\mu}(P)>U^{\mu}(P_0)$ を充すとき，X は P_0 にて尖細であるという．X のどの閉部分集合も P_0 にて尖細のとき，X は P_0 にて内尖細であるという．前回述べた積集合の容量に関する結果およびその精密化を用い，X が P_0 にて内尖細であ

るための二つの条件を与える．

7. 大津賀　信君（名大理）一般 Cantor 集合の容量

前回の講演後 af Hällström も1次元の一般 Cantor 集合の対数容量を論じていることを知った．彼の結果と私の結果とは互に喰い違ってるが，今回1次元の場合 α-容量（$0\leqq\alpha<1$；$\alpha=0$ の時は対数容量）零なるための必要且つ十分な条件が両者の結果を含む形で得られた．前回では n 次元（$n\geqq2$）の一般 Cantor 集合を積集合として定義して，その α-容量（$0\leqq\alpha<n$）零なるための条件に言及したが，その計算を完了したので結果を報告する．一般の場合は，1次元の様に必要且つ十分な条件は得られず，十分条件のみで，特別の場合のみ完全条件が得られる．次にこの結果を用い，積集合の次元と成分集合の次元の間の関係に対する例を与える．

8. 亀谷俊司君（お茶の水大）Painlevé の null set の一性質について

"On Hausdorff's measure and generalized capacities … etc." Jap. Journ. Math. Vol. XIX (1945) において著者は，いわゆる W-set（今では Painlevé の null set と呼ぶ人が多い）の性質を調べたが，その中で，二つの W-sets の合併はそれが disjoint な場合には W-set になることを証明した．しかし，この disjointness の仮定は全く望ましくない気懸りな条件である．この仮定を，この度は除去することができた．証明は，Baire の category theorem を用いればよいのであった．したがって，W-sets の可算個の合併でも，それが compact set ならば，やはり W-set になるのである．

9. 辻　正次君（立教大理）A simple proof of a theorem of Erdös and Gillis on transfinite diameter.

Erdös and Gillis (Note on the transfinite diameter. Journ. London Math. Soc. **12** (1937)) は E が有界な閉集合で logarithmic measure が有限ならば，E の logarithmic capacity 0 であることを証明したが，その証明は面倒である．この定理の簡単な証明．

10. 辻　正次君（立教大理）Solution of Neumann's problem without use of an integral equation.

Neumann 問題は普通は積分方程式によって解の存在が証明されるが，前に Myrberg の方法で積分方程式を用いない証明法を発表したが，その証明中不十分なところがあることが分り，そのところを補充する．

11. 古関健一君（金沢大理）単葉函数の係数について

$$\varphi=h(z)=z+p_1z^2+p_2z^3+\cdots+p_nz^{n+1}+\cdots \qquad (1)$$

を単位円内で定義された単葉函数とする．この時 $|p_n|\leqq n+1$ が成立することを話す．(1) 像領域を D とする．(1) の逆函数を $\varphi=0$ の近傍で展開して

$$z=\varphi+r_1\varphi^2+r_2\varphi^3+\cdots+r_n\varphi^{n+1}+\cdots \qquad (2)$$

とする．単位円内の原点とは異なる一点から半径に沿うて円周まで切断線を入れる．この切断線を入れた領域は，(1) により，D に切断線を入れた領域に写像される．これを D_1 とする．

$$g(w)=\pi(w+g_1w^2+g_2w^3+\cdots),\quad 0<\pi<1, \qquad (3)$$

を $|w|<1$ を D_1 へ写像する函数とする．(3) を (2) に代入する．

$$z=\pi\{w+c_1w^2+c_2w^3+\cdots\} \qquad (4)$$

とおく．この時，適当な函数の族に対して

$$c_n'(t)=nc_n(t)+2\sum_{\mu=0}^{n-1}(\mu+1)c_\mu(t)\kappa(t)^{n-\mu}$$
$$(n\geqq1),\quad 0\leqq t\leqq t_0, \qquad (5)$$

が成立する．これより

$$g_n'(t)=ng_n(t)+2\sum_{\mu=0}^{n-1}(\mu+1)g_\mu(t)\kappa(t)^{n-\mu} \qquad (6)$$

が成立する．(6) より $|g_n(t)|\leqq n+1$ を証明する．但し $g_n(t_0)=p_n$.

12. 小松勇作君（東工大）A remark on the coefficients of univalent Laurent series.

実係数をもつ単葉なローラン級数の係数問題については，Z. Nehari-B. Schwarz (Proc. Amer. Math. Soc. **6** (1954), 212—217) が一つの精密な結果を導いている．ここでは，それと同巧異曲ではあるが，単葉なテイラー級数の場合の O. Szász の論法を用いることによって，少しく改良された形での結果に対する一つの別証を与える．あわせて，彼等の結果自身に関する一つの補遺を述べる．

13. 倉持善治郎君（阪大北校）リーマン面の境界の状態について

リーマン面の境界の状態とある種の函数の存在を主に被覆性より考察する．例えば O_{AD}, O_{HB} etc.

特　別　講　演

福原満洲雄君（東大理）真性特異点の近傍に動く分岐点が存在しないような解をもつ一階常微分方程式

9　月　20　日

14. 霜田伊左衛君（徳島大学芸）複素B空間に於ける解析函数の特異点の集合について

複素バナッハ空間における解析函数の特異点の集合が一つの subspace からなるときは綺麗に理論が進められたが，一般に二つ以上の subspaces の和になっているときはなかなか複雑になってくる．singular subspace が空間より一次元あるいは二次元以上低い場合に分けて論じ，特にローラン展開との関係をのべる．

15. 霜田伊左衛君（徳島大学芸）複素B空間の除去可能な singular subspace について

複素バナッハ空間における解析函数が singular subspace をもっているとき，この singular subspace で空間に対して一次独立な元が高々1箇しかない場合に，これが除去可能なための二，三の条件を求める．

16. 柴田敬一君（阪府大）擬正則函数列について

$|z|<1$ から $|\zeta|<1$ への位相写像 $\zeta=\varphi(z)$ が Pfluger-Ahlfors の意味で quasi-conformal with maximal dilatation$\leqq K<\infty$ であるとすれば，次の性質をもつ函数列 $\{\varphi_n(z)\}$ $(n=1, 2, \cdots)$ が存在する：

1）$\zeta=\varphi_n(z)$ は $|z|\leqq1$ から $|\zeta|\leqq1$ への位相写像，
2）$\varphi_n(z)$ は $|z|<1$ で連続微分可能，
3）$\varphi_n(z)$ の dilatation は K をこえない，
4）$\{\varphi_n(z)\}$ は $|z|\leqq1$ で $\varphi(z)$ に一様収斂する．

略証．$(\partial\varphi/\partial\bar{z}):(\partial\varphi/\partial z)=h(z)$ とすれば，$|z|<1$ 内で殆んど到る処 $|h(z)|\leqq(K-1)/(K+1)$．$h(z)$ に L^2 収斂する $h_n(z)\in C^1$ を作る．$(\partial f_n/\partial\bar{z}):(\partial f_n/\partial z)=h_n(z)$ を満す全平面相互間の位相写像 $f_n(z)$ の存在が Ahlfors によって証明された．この $f_n(z)$ と適当な補助写像とを合成して，求める近似函数列を作ることができる．

17. 大津賀　信君（名大理）対数容量零なる集合の外部で定義された擬解析函数について

z-平面内の領域を D，D 内相対的に閉じた対数容量零の集合を F，$D-F$ にて定義された拡大率有界な Pfluger-Ahlfors の意味の擬解析函数を $w=f(z)$ とする．前回報告した集積値集合に関する結果を応用すると，もし $f(z)$ が D 内の擬解析函数に延長されなければ，高々対数容量零集合の値を除くすべての w 値を $D-F$ 内 F の任意近傍内にてとり，除外値があればそれは F に終るある曲線に沿った漸近値となっていることを述べる．

18. 小沢　満君（東工大）Grötzsch の極値アフィン写像について

矩形から矩形への頂点対応指定の写像族中アフィン写像が最小最大拡大率を与えるという有名な Grötzsch の定理を拡張する．Grötzsch の定理が擬等角写像論において演ずる役割から見て，この拡張は多くの応用が期待できるものであると思う．

結果：S は考えている写像族に属する写像，p_S, q_S は夫々 S の複素微分，T は Grötzsch のアフィン写像とすると，$S\neq T$ なる限り，

$$\iint_R(|p_T|^2+|q_T|^2)\,dxdy<\iint_R(|p_S|^2+|q_S|^2)\,dxdy$$

が成立する．ここで R は基礎の矩形．

証明法は不安定極小曲面論における常用のものである．

19. 一松　信君（東大理）一つの Cousin 型の問題について

よく知られているように，極の主要部を与えて有理型函数を作る Cousin の第1問題，および零点の因子を与えて正則函数を作る Cousin の第2問題は，それぞれ複素数全体のなす加法群 C，および $C^*=C-\{0\}$ のなす乗法群を群にもつ principal fibre bundle の問題に帰着される．ここでは，torus 群 T を群にもつ principal fibre bundle について，同様の Cousin 型の問題を考える．それが解けるための条件は，層 (faisceau) の理論を使って容易に求められるが，それが具体的にどういうことを意味しているかについて考察する．

20. 一松　信君（東大理）多変数解析函数の除ける特異点について

多変数の正則函数の除ける特異点については，数多くの結果が知られている．Hartogs の連続性定理なども広い意味で除ける特異点の定理とみなされる．その証明は Cauchy の積分公式による．この種の定理は整理すると，次の形の定理に帰するように思われる．

$f(z_1, \cdots, z_n, w)$ が，$|z_j| \leqq r_j$, $|w| < \rho$ の内で，$|z_j| \leqq r_j$, $|w| \leqq \rho' < \rho$ 内に含まれる除外集合 E 以外では正則とする．

ここでもし，(i) 任意に固定した $|z_j^0| \leqq r_j$ に対して，w の函数 $f(z_1^0, \cdots, z_n^0, w)$ が $|w| < \rho$ で正則である；か，(ii) $\{(\zeta_1, \cdots, \zeta_n) | E \cap \{z_j = \zeta_j, (j=1, \cdots, n)\}$ が空$\}$ が $|z_j| \leqq r_j$ 内に内点をもつ；ならば，f は $|z_j| \leqq r_j$, $|w| < \rho$ 全体で正則である．

この形にまとめておくと，応用上にも便利なことが多い．たとえば有理型函数が孤立真性特異点をもたぬという E. E. Levi の証明も，いくらか簡易化される．

21. 奥田英輔君（九大理），酒井栄一君（九大理）On the continuation theorem of Levi and the radius of meromorphy.

Levi-Kneser の接続定理を証明するのが目的である．これは H. Kneser (Math. Ann. **106**, 648—655) によって述べられたが，その証明は不完全なので別証明を与える．問題は彼の定理 3 であるが，吾々はこれに対応する次の補題を証明する．即ち，‘$f(w, z_2, \cdots, z_n)$ を一点 a において有理型且つ $\not\equiv 0$ とするとき，次の様な近傍 $C(a)$ が存在する：

1°　$\exists p, q$ ($C(a)$ で正則)：$(p, q) = 1$ 且つ $q = f \cdot p$,

2°　点集合 A は $2n-2$ 次元の α-空間で疎である．

ここに A は点 $\alpha = (\alpha_2, \cdots, \alpha_n)$ の集合で次の条件を満たすものとする：$\alpha \in A$ ならば少くとも一つの $0 \leqq \rho \leqq 1$ があって平面 $w = t, z_2 = \alpha_2 t + \rho, z_3 = \alpha_3 t, \cdots, z_n = \alpha_n t$ (t は複素変数)の上の $C(a)$ 内の部分でつねに t に関して $p(t, \alpha_2 t + \rho, \alpha_3 t, \cdots, \alpha_n t) \equiv 0$ 且つ $q(t, \alpha_2 t + \rho, \alpha_3 t, \cdots, \alpha_n t) \equiv 0$ が成り立つ’．なお，この接続定理は有理型半径の対数が優調和であることと同値であることを示そう．ここに有理型半径とは W. Rothstein (Math. Z. **53** (1950)) の意味におけるものをいう．

22. 酒井栄一君（九大理）A note on meromorphic functions in several complex variables.

昨年春の学会で，Hartogs の定理の有理型函数への移行である‘各変数について有理型な函数は n 変数の函数として有理型である’という定理を述べたが，その証明に幾分不備な点があったので，それを完全にするのが目的である．この定理の厳密な形は，少くとも実 4 次元低いある analytic varieties を除いて述べられる．そのために，除去可能な特異点に関する第二定理を有理型函数に対して拡張しなければならない．即ち，‘$f(z) \equiv f(z_1, \cdots, z_n)$ $(n \geqq 3)$ が円柱 C: $|z_1| < r_1, \cdots, |z_n| < r_n$, から有限箇の $2n-4$ 次元の varieties: $g(z) = 0$ $h(z) = 0$ (g, h は C で正則) を除いた残りで有理型のとき，$f(z)$ は C 全体に有理型接続される’．

この結果は Levi-Kneser の接続定理から容易に証明されるが，これが判ると Rothstein の定理 (Math. Z. **53**, S. 85−95 (1950−1951), Hauptsatz) が少し修正しさえすれば確かに保証され，従って上記最初の定理が完全にされる．これによって多変数有理型函数の新らしい定義が生ずる．

23. 酒井栄一君（九大理）On the pseudo-convex domain in the sense of E. E. Levi.

定義．領域 D の各境界点 a に対し，近傍 $C(a)$ と a を通り $C(a)$ 内では D 内に侵入しない（又は a を除いて全く D の外部にある）$n-1$ 次元の解析的表面があるとき，D を局所解析的凸 (Levi-全擬凸) 領域という．かかる領域全体の族を $\mathfrak{L}_0$ ($\mathfrak{L}$) で表わす．他に，正則領域，Oka-擬凸領域全体の族を夫々 $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{C}$ で表わす．領域族の領域の増加列の極限領域全体の族をその肩に * 印をつけて表わす．

P. Lelong (1952) は $\mathfrak{L} \subset \mathfrak{C}$, $\mathfrak{L}^* = \mathfrak{C}^* = \mathfrak{C}$ を証明している．それを見れば直ちに，$\mathfrak{L} \subset \mathfrak{L}_0 \subset \mathfrak{C}$ がわかる．なお，一松氏 (1954) は $\mathfrak{C} \subset \mathfrak{H}$ と $\mathfrak{L} \subset \mathfrak{H}$ との同値を証明している．その後，岡氏 (1953) 等によって $\mathfrak{C} \subset \mathfrak{H}$, 従って $\mathfrak{C} = \mathfrak{H}$ が証明された以上，$\mathfrak{L} \subset \mathfrak{H}$ は真であるが，$\mathfrak{L}$ は $\mathfrak{H}$ を特徴づけない．$\mathfrak{H} \subsetneqq \mathfrak{L} \subsetneqq \mathfrak{L}_0$ なることが簡単な例で示されるからである．これに反し，$\mathfrak{L}_0$ は $\mathfrak{H}$ を特徴づけることが証明できる．そのためには，$\mathfrak{L}^* = \mathfrak{C}$ であるから，$\mathfrak{L}_0^* = \mathfrak{L}_0$ が証明できれば十分である．この他，Cartan-擬凸領域との関係を調べた．

24. 尾野　功君（教育大理）An analytic kernel in several complex variables.

多複素変数の正則函数の積分表示は，定義領域の位相的性質によって異なるもので，平面領域の直積に対しては単に 1 複素変数における Cauchy の積分表示のくり返しによって得られるが，超球のような一般的な領域に対しては，Feuter および Bochner によって Poisson

kernel による表示が与えられている．前者にあっては，その kernel の解析性から，その表示が正則性を保証するのに，後者では，必ずしもこれを保証しない．ここでは，これを保証するような表示を与えようとするものである．

$z = (z_1, \cdots, z_k)'$ とおき，k 複素次元の空間の領域 D (境界 C) で正則な函数 $w(z)$ は，次のように表わされる：

$$w(a) = \frac{(k-1)!}{2\pi^k} \int_C w(z) \frac{(z-b)^*}{\{(z-b)^*(z-a)\}^k} \frac{\partial z}{\partial n} dS;$$

ここに，n は外法線であって，D は b を中心とし，$|b-a|$ を半径とする超球を含むものとする．なお，任意階数の偏微係数についても，同様な式を求めることができる．

25. 尾崎繁雄君（教育大理），柏木定雄君（和歌山大学芸），坪井照男君（埼玉大文理）多変数函数における二，三の定理

1°　$Z = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_k \end{pmatrix}$, $W = \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_k \end{pmatrix}$ とし，$w = w(z)$ が領域 D で正則とすれば，Green の公式の変形

$$\int_D (A \Delta B - B \Delta A) dV = \int_{\partial D} \left(A \frac{\partial B}{\partial n} - B \frac{\partial A}{\partial n} \right) dS$$

$$= 2 \int_{\partial D} \left(A \frac{\partial B}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial n} - B \frac{\partial A}{\partial \bar{Z}} \frac{\partial \bar{Z}}{\partial n} \right) dS$$

を用いて，任意の $t \in D$ に対し，

$$W(t) = \frac{(k-1)!}{2\pi^k} \int_{\partial D} \frac{w(Z)}{||Z-t||^{2k}} (Z^* - t^*) \frac{\partial Z}{\partial n} dS$$

ただし，∂D は D の境界，∂n は外法線方向の偏微分，dS は面素，$*$ は転置共軛．

2°　$$\frac{d^n W(t)}{dt^n} = \frac{(k+n-1)!}{2\pi^k}$$

$$\times \int_{\partial D} W(Z) \frac{(Z^* - t^*)^n}{||Z-t||^{2(k+n)}} \left[(Z^* - t^*) \frac{\partial Z}{\partial n} \right] dS.$$

3°　特に $W(t)$ が D: $||t|| \leqq R$ で正則ならば，

$$W(t) = \sum_0^\infty \frac{1}{n!} \frac{d^n W(0)}{dt^n} \cdot t^n \left(= \sum_0^\infty A_n t^n \text{ とおく} \right)$$

$$= \sum_{n=0}^\infty \frac{(n+k-1)!}{2 \cdot \pi^k \cdot n!} \int_{\partial D} \frac{W(Z)(Z^* t^*)^n}{||Z||^{2(k+n)}} \left(Z^* \frac{\partial Z}{\partial n} \right) dS$$

$$= \frac{(k-1)!}{2 \cdot \pi^k} \int_{\partial D} \frac{W(Z)}{[Z^*(Z-t)]^k} \left(Z^* \frac{\partial Z}{\partial n} \right) dS.$$

4°　$$A_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n W(0)}{dt^n} = \frac{(n+k-1)!}{n! 2 \cdot \pi^k}$$

$$\times \int_{\partial D} \sum_m A_m Z^m \cdot \frac{(Z^*)^n}{||Z||^{2(k+n)}} \left(Z^* \frac{\partial Z}{\partial n} \right) dS$$

なることより左右両辺を比較し

$$\frac{(n+k-1)!}{n! 2 \cdot \pi^k} \int_{\partial D} \frac{Z^m (Z^*)^n}{||Z||^{2n}} \left(\frac{Z^*}{||Z||^{2k}} \frac{\partial Z}{\partial n} \right) dS$$

$$= \begin{cases} 0 \text{ (零行列)}, & m \neq n \text{ の時}, \\ E \text{ (単位行列)}, & m = n \text{ の時}. \end{cases}$$

なお，一変数では ∂D 上で $\frac{\partial Z}{\partial n} dS = \frac{1}{i} dZ$ であり，また多変数で $||Z|| = R$ 上では $\frac{\partial Z}{\partial n} = \frac{Z}{R}$ である．

5°　特に $||W(Z)|| \leqq M$, $||Z|| \leqq R$ の時は次式を得る．

$$M^2 \geqq \frac{(k-1)!}{2 \cdot \pi^k} \int_{\partial D} \frac{W^*(Z) W(Z)}{||Z||^{2k}} \left(Z^* \frac{\partial Z}{\partial n} \right) dS$$

$$= \sum_{n=0}^\infty \mathrm{Sp}(A^* A) \frac{R^{2n}}{{}_k H_n} \quad \text{(尾野氏)}.$$

26. 星　誠一君（宮崎大工）Quaternion の特殊函数について

Quaternion function $F(\boldsymbol{x})$ $(\boldsymbol{x} = \sum_{k=0}^{3} x_k i_k)$ が 4 次元のある領域で

$$\text{(I)} \quad \frac{\partial^2 F(\boldsymbol{x})}{\partial x_0^2} + \cdots + \frac{\partial^2 F(\boldsymbol{x})}{\partial x_3^2} = 0$$

を満足する場合の積分表示等について考える．また，

$$\frac{\partial^2 F(\boldsymbol{x})}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 F(\boldsymbol{x})}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 F(\boldsymbol{x})}{\partial x_3^2} = 0$$

についても考える．

$$\text{(II)} \quad \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial F(\boldsymbol{x})}{\partial x_k} i_k + k F(\boldsymbol{x}) = 0$$

を満足する場合（ただし k は実数とする）については

$$\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 F(\boldsymbol{x})}{\partial x_k^2} + k^2 F(\boldsymbol{x}) = 0$$

も満足する．この場合も同様な性質を考えることにする．

特　別　講　演

田村二郎君（東大教養）Riemann 面の接続

Riemann 面 F がもう一つの Riemann 面 G の真部分領域 F' と等角同型であるとき，G を F の接続（拡大）という．F がその接続をもたない場合に，接続不能または極大と呼ばれる．この概念を初めて提出したのは Radó であるが，それ以後どのようなことが問題となったかを系統的に述べる．

1.　閉 Riemann 面は極大であるが，開 Riemann 面で極大なものがあるか．

2.　任意の Riemann 面に対して，これを含む極大

面があるか.

3. 与えられた Riemann 面が極大であるための条件は何か.

第1の問題は Radó により肯定的に解決された. この際 Radó の与えた例 (ultraelliptic surface) は後に分類の問題に利用されている. 第2の問題は Bochner によってやはり肯定的に解決されたが, その証明には超限帰納法が用いられている. 後に Heins は, Fuchs 群による表現を利用して, 超限帰納法を避けることに成功した. しかし, ここでは Schottky covering surface の span を用いる方が簡明であると思われるのでそれに従う. これから第3の問題について一つの十分条件が得られる. 第 3 の問題は現在最も重要であると思われるが, まだ解決されていない. Riemann 面 F が Jordan 閉曲線 γ によって F_1, F_2 に分かれ, F_i のうち一つが単葉型重複連結であるとき, $\gamma \in \Gamma$ (Possel) ということにする. γ があれば F は接続可能で, かかる γ をもたない拡大が存在するから, われわれはこのような F を除外してよい. Possel は, γ をもたない F が極大であるための条件として, F の Fuchs 群が第1種であることを挙げているが証明を欠いており, 同じ命題についての Heins の証明には誤りがある. われわれは, γ をもたず, 第1種の Fuchs 群で表わされる Riemann 面のうちにも接続可能なものが存在することを実例によって示したい. その例は Radó の面の拡張として具体的に構成される.

文　　献

T. Radó, Ueber eine nicht-fortsetzbare Riemannsche Mannigfaltigkeit. Math. Zeitschrift **20** (1924).

R. de Possel, Sur le prolongement des surfaces de Riemann. C. R. Acad. Sci. de Paris **186** (1927), **187** (1928).

S. Bochner, Fortsetzung Riemannscher Flächen. Math. Annalen **98** (1927).

M. Heins, On the continuation of a Riemann surface. Annals of Math. **43** (1942).

J. Tamura, A prolongable Riemann surface. Scientific Papers of the College of Gen. Education, Univ. of Tokyo **6** (1956). (未公刊)

楠　幸男君 (京大理) **Extremal length と Abel 微分**

幾何学的函数論において, 長さと面積を用いる方法が屢々使用され, また有効であることはよく知られている. extremal length もその一つであって, 既に 1930 年頃からその萌芽があるが一般的に定義され, その有用なことが示されたのは, Ahlfors, Beurling (1950) によってであろう. 即ち複素平面上の領域 G 上に rectifiable curve の族 $\{c\}$ があったとき, 函数 $\rho \geqq 0$ で, $L_\rho\{c\} = \inf_{\{c\}} \int_C \rho(z)|dz|$ および $A(\rho) = \iint_G \rho^2 dxdy$ が存在し, 同時に 0 あるいは ∞ にならない ρ に対し, 値 $\lambda\{c\} = \sup_\rho L_\rho^2\{c\}/A(\rho)$ を $\{c\}$ に関する extremal length という.

Riemann 面上でも ρ を covariant とすることによって直ちに定義される. この定義は更に Hersch によって修正された. ここで, その二つの定義の間の関係について注意する. 次に, extremal length に対する基本的な性質である境界集合の capacity との関係をのべる. 即ち開 Riemann 面 R の一つの exhaustion $\{R_n\}$ をとる. 曲線族 $\{C\}$ として, 各 $C \in \{C\}$ は $R-R_0$ 内の有限箇の閉解析曲線からなり, $C \sim \partial R_0$ であるとする. $\{C^n\}$ を R_n 内にある $\{C\}$ の部分集合, $\{\Gamma^n\}$ は $R_n - R_0$ 内で ∂R_0 を ∂R_n に結ぶ解析曲線の全体, $\{\Gamma\}$ を ∂R_0 を R の ideal boundary I に結ぶ曲線の全体とするとき,

$$\lambda\{C\} = 1/\lambda\{\Gamma\} = \lim_{n\to\infty} \lambda\{C^n\} = \lim_{n\to\infty} 1/\lambda\{\Gamma^n\} = \lim_{n\to\infty} d_n$$

が成立する. ここに d_n は $R_n - R_0$ における調和測度の Dirichlet 積分を示す. 従って I の調和測度が 0 になるためにはこれら共通の値が 0 になることが必要十分である.

次に, 一つの応用として, 曲線族 $\{\Gamma\}$ を考える. ここに $\Gamma \in \{\Gamma\}$ は $\{C\}$ の元で且つ Γ の互に素な各成分が R を互に素な二つの部分に分けるようなものである. もし R に対して $\lambda\{I\}=0$ ならば, $\lambda\{C\}=0$, 従って $R \in O_G$ であるが, そのとき R 上の任意の compact set K の外部で定義された一価有界調和函数は各 ideal boundary point において有限な極限値をもつことを述べ, これが Heins の結果の拡張になっていることを示す.

また $\{\Gamma\}$ あるいはそれより少し制限された曲線族の extremal length が 0 のとき, R 上に無数の週期をもつ Riemann の第一, 第二週期関係式において意味のある summation の方法と homology basis のとり方が存在する.

次に, 現在問題である開 Riemann 面 R 上の第二, 第三種微分の研究状況について述べる. これらの微分は一般に無数の特異点をもちうるわけで, 複雑なため, その統一的な理論は現在のところ全く知られていない. ここでは, その first step と思われる Bader の Schottky-Ahlfors 微分による有理型微分の分解を簡単にのべ, O_{AD} 上ではその無数の特異点および週期によって一意的に決定される一つの Abel 微分の class が存在することをのべる. これは第一種微分および高々有限箇の特異点をもつ第二, 第三微分のときに本質的であった class と関係する. 即ち, それらの高々有限箇の特異点の近傍を除いて Dirichlet 積分有限な微分はその class に属する.

講演アブストラクトの原稿について: ———

経費の都合上, 普通講演のアブストラクト原稿は, 当分 400 字以内を厳守されたい.

時間の都合上, 講演者から提出された原稿を直に印刷所に廻すので, 原稿は正確に, きれいに, 読み易いように, 注意を払って書かれたい.

体裁の都合上, 「数学」の投稿規定に準じて原稿を作製されたい; かなづかい, 数式の記法, まぎらわしい文字に対する指定, その他.

(Y.K.)

MEMO