

第70回 代数学シンポジウム アブストラクト集

8月26日(火)

Name: 白井 智 (東京都立産業技術高等専門学校)

Title: 単項多元環上のゴレンシュタイン射影加群のなす安定圏の三角圏構造

Abstract: 岩永-Gorenstein 多元環上の加群は、極大 Cohen-Macaulay 加群の剰余加群として実現できることが知られている。このことから、極大 Cohen-Macaulay 加群は、岩永-Gorenstein 多元環の表現論における重要な研究対象である。タイトルにあるゴレンシュタイン射影加群は、極大 Cohen-Macaulay 加群の概念を、より一般の多元環上へと拡張したものである。

多元環 Λ 上のゴレンシュタイン射影加群からなる圏 $\text{Gproj } \Lambda$ はフロベニウス圏であり、したがって、その安定圏 $\underline{\text{Gproj}} \Lambda$ は三角圏の構造を持つ。特に、 Λ が岩永-Gorenstein である場合には、安定圏 $\underline{\text{Gproj}} \Lambda$ と Λ の特異圏 $\mathcal{D}_{\text{sg}}(\Lambda)$ の間に三角圏同値が存在することが知られている。このことから、一般の多元環 Λ に対する安定圏 $\underline{\text{Gproj}} \Lambda$ の三角圏構造を解明しようとする試みが進められている。近年では、現象解析のテストケースとして多用される単項多元環に対する研究が盛んであり、Ringel (2013)、Kalck (2014)、Chen-Shen-Zhou (2018)、Lu-Zhu (2021) によって、種々の特別な単項多元環 Λ に対する安定圏 $\underline{\text{Gproj}} \Lambda$ の三角圏構造が決定されてきた。

本講演では、上述の先行研究を任意の単項多元環の場合へと拡張する。すなわち、任意の単項多元環上のゴレンシュタイン射影加群からなる安定圏の三角圏構造について説明する。本講演は、本間孝拓氏 (弓削商船高等専門学校) との共同研究に基づく。

Name: 佐野 太郎 (神戸大学)

Title: Fano 重み付き超曲面の K-安定性

Abstract: 反標準因子が豊富である射影代数多様体は Fano 多様体 と呼ばれ、代数多様体の分類において重要な役割を果たす。複素微分幾何学においては、Fano 多様体が Kähler-Einstein 計量を持つことと、代数幾何的な安定性との関係が長らく予想されてきた。この問題は 2010 年代に Chen-Donaldson-Sun および Tian により、K-ポリ安定性と呼ばれる代数幾何的な安定性と Kähler-Einstein 計量の存在の同値性として解決された。

当初、Fano 多様体の K-ポリ安定性を直接確認することは困難であったが、多くの研究者による進展により、さまざまな Fano 多様体に対して検証が可能となってきた。本講演では、重み付き射影空間内の超曲面として定義される Fano 多様体、すなわち Fano 重み付き超曲面に対して、K-ポリ安定性が確認された場合について紹介する。

Name: 松野 仁樹 (公立諏訪東京理科大学)

Title: The classification of noncommutative projective planes and noncommutative quadrics

Abstract: 非可換代数幾何学とは、可換とは限らない次数付き代数を代数幾何学のアイデアや手法を用いて研究および分類する分野です。重要な研究対象の1つとして、Artin-Schelter 正則代数とよばれる次数付き代数のクラスがあります。Artin-Schelter 正則代数は可換多項式環と同様のホモロジー代数的性質を持つため、可換多項式環の非可換類似であるといえます。3次元 Artin-Schelter 正則代数は Hilbert 級数の表示によって、3次元2次および3次元3次 Artin-Schelter 正則代数の2つの場合に分けられます。3次元2次 Artin-Schelter 正則代数上の次数付き加群圏

の Serre 商圏は射影平面の非可換類似となります。3次元3次 Artin-Schelter 正則代数の場合は $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ の非可換類似となります。

本講演では、Artin-Tate-Van den Bergh によって証明された3次元 Artin-Schelter 正則代数とある種の幾何学的データとの間の1対1対応について説明し、幾何学的データを用いた3次元 Artin-Schelter 正則代数の分類に関する研究成果について紹介します。本講演の内容は、板場綾子氏、齋藤由宇氏との共同研究に基づきます。

Name: 柴田 崇広 (福島大学)

Title: On endomorphisms of affine surfaces

Abstract: 代数体上の代数多様体の自己写像にはコホモロジーにより定義される力学次数と、高さ関数により定義される算術次数という2種類の不変量が定まる。この二つの不変量は川口-シルバーマン予想 (KSC) によって特定の状況下では一致することが期待されている。KSC は射影曲面やアーベル多様体といったさまざまな射影多様体に対して証明されている。本講演では準代数多様体に対して KSC を定式化し、対数的小平次元が非負の非特異アフィン曲面上の次数が2以上の有限射に対しては KSC が正しいことを紹介する。本講演は Jia Jia, Junyi Xie, De-Qi Zhang の各氏との共同研究に基づく。

Name: 辻栄 周平 (北海道教育大学)

Title: グラフ超平面配置の q -変形

Abstract: 組紐超平面配置と位数 q の有限体上の全超平面配置にはいくつかの類似がみられる。たとえば、有限体上の全超平面配置の特性多項式に現れる q の冪 q^k を形式的に k に置き換えることで、組紐配置の特性多項式が得られる。このような類似は、定義多項式や対数的ベクトル場の加群の基底にも現れる。

また、組紐配置の任意の部分配置は単純グラフに対応し、この対応を通じて単純グラフに基づく有限体上の超平面配置が得られる。これらの配置の特性多項式は、グラフの彩色多項式の q -変形とみなされる性質を有すると期待される。本講演では、これらの q -変形に関する未解決問題を紹介し、この方向における部分的な結果を報告する。本研究は、年通宇氏、内海凌氏、吉永正彦氏との共同研究に基づく。

8月27日(水)

Name: 吉川 翔 (東京科学大学)

Title: Quasi- F -splitting and singularities in mixed characteristic.

Abstract: Quasi- F -splitting is a type of singularity in positive characteristic, introduced by Yobuko. In this talk, I extend the notion of quasi- F -splitting to the mixed characteristic setting and explore its connection with perfectoid purity. I also present a method for computing perfectoid purity thresholds, along with several new examples.

Name: 神田 遼（大阪公立大学）

Title: 環の表現論におけるスペクトラム理論

Abstract: 環論において、可換環の Zariski スペクトラムの一般化や類似として得られる位相空間はしばしばスペクトラムと呼ばれる。スペクトラムの定義はその用途に応じて複数存在するが、可換ネーター環においては多くの定義が Zariski スペクトラムに一致するため、最も理論がうまくいくモデルケースと言える。一方で、スペクトラムの概念を加群圏の一般化・類似であるアーベル圏（および三角圏）に拡張することで、非可換環上の加群圏やスキーム上の準連接層の圏などにも適用できるようになり、さらに加群圏上の関手圏のスペクトラムを考えることで、加群のモデル理論とも密接に関係する。本講演では Gabriel スペクトラムと Ziegler スペクトラム、およびそれらに直接関係するスペクトラムに焦点を絞り、定義や古典的な結果を紹介し、最近の進展についても触れたい。本講演は中村力氏、Sergio Estrada 氏との共同研究の内容を含む。

Name: 阿部 健（同志社大学）

Title: 一般型超曲面の部分多様体に関するいくつかの結果

Abstract: n 次元射影空間 $\mathbb{P}^n$ 内の非常に一般的な d 次元超曲面 X 内の k 次元部分多様体 Y に関して、Ein, Voisin は 90 年代に、 $d \geq 2n - k$ ならば Y は一般型である、という定理を示した。 d が $2n - k$ より小さい場合は、例外的な場合を除けば Y は一般型であろう、と期待されている。これに関する、Clemens-Ran, Pacienza による結果、および近年得られた講演者による結果を紹介する。また、 $\mathbb{P}^n$ とその中の d 次の非常に一般的な因子 D の対 (X, D) に対して、Clemens-Ran の対数版に相当する結果も紹介する。

Name: 大坪 紀之（千葉大学）

Title: Gauss 超幾何モチーフとそのアデールの実現

Abstract: 古典的な複素超幾何関数は特殊関数の代表的なクラスであり、数論においても重要である。その有限体上の類似が 1980 年代から研究されているが、最近になって非正則型（合流型）のものや多変数のものも自由に扱えるようになった。複素超幾何関数に関しては古くから非常に多くの公式が知られているが、それらの多くについて有限体上の類似が得られている。本講演では、Gauss 超幾何関数の場合にこれらの類似を代数幾何的に説明する。複素・有限体上の超幾何関数は共通のモチーフの異なる実現（コホモロジー）によって得られるものであり、類似する性質はモチーフに由来する。また、超幾何曲線の塔のアデールのコホモロジーを考えることで、全ての有限体上の全ての Gauss 超幾何関数を補完する、アデールの Gauss 超幾何関数を定義することができる。本講演の内容の一部は朝倉政典氏との共同研究に基づくものである。

Name: 廣恵 一希（千葉大学）

Title: Riemann 球面上の有理型線型微分方程式とルート系

Abstract: Gauss の超幾何関数と表現論の関連は深く、例えば Heckman-Opdam 超幾何関数、青本-Gelfand 超幾何関数など、超幾何関数の持つ表現論的性質に着目した様々な一般化が知られている。本講演では特に Gauss の超幾何関数の満たす微分方程式の対称性に着目し、Riemann 球面上の有理型な線型微分方程式そのものが持つ、様々な表現論的側面のいくつかを紹介したい。

特に Crawley-Boevey によって与えられた Riemann 球面上の Fuchs 型微分方程式と籐の表現の間の対応について、その後の Boalch, 山川, また講演者などによる一般化を交えながら解説したい。また、微分方程式の特異点の合流理論とルート系との関係が、川上-坂井-中村による 4 次元

Painlevé 型方程式の分類とそれらの退化図式の構成, そして大島による middle convolution の合流理論などによって明らかにされた. こうした微分方程式の特異点の退化構造とルート系との関係についても講演者の結果を交えて紹介をしたい.

8 月 28 日 (木)

Name: 遠藤 直樹 (明治大学)

Title: Blow-up 代数の環構造論

Abstract: 特異点解消において中核的な役割を担う blow-up に付随する Rees 代数や拡大 Rees 代数, 随伴次数環など, 所謂 blow-up 代数の環構造の解析を主題とします. 本講演では, blow-up 代数の定義や具体例, 基本的性質に触れた後, homology 代数的視点からの可換環の階層

正則環 $\implies$ 完全交叉環 $\implies$ Gorenstein 環 $\implies$ almost Gorenstein 環
 $\implies$ Cohen-Macaulay 環 $\implies$ Buchsbaum 環, 系列的 Cohen-Macaulay 環

を基準とした blow-up 代数の環構造に関する解析結果をご紹介します. 講演の後半では, 特に私の関与した非 Gorenstein 性や非 Cohen-Macaulay 性に関する成果に焦点を当てて議論を進めます.

Name: 藤野 修 (京都大学)

Title: 極小モデル理論の解析化

Abstract: 極小モデル理論の解析化についてお話ししたいと思います. 極小モデル理論は, 本来は射影代数多様体に対する理論です. 21 世紀に入って大きく発展しましたが, 依然として未完成の理論です. 最近, 複素解析空間の間の射影射に対して, この理論の枠組みを拡張する試みを行いました. その結果, すでに代数多様体に対する極小モデル理論と同程度の理論が確立されています. この新しい枠組みは, 複素解析的な特異点の研究や射影代数多様体の退化の研究において応用が期待されており, 実際に応用も始まっています. 本講演では, この研究の背景や動機, そして代数的な場合との違いについてお話しする予定です.

Name: 中村 健太郎 (九州大学)

Title: 斜交的 p 進 Galois 表現に対するパリティ予想について: 岩澤理論的なアプローチ

Abstract: パリティ予想とは, 代数体上の楕円曲線に対する Birch and Swinnerton-Dyer 予想 (BSD 予想) の法 2 版の予想である. 楕円曲線の Hasse-Weil ゼータ関数の $s = 1$ での零点の位数と有理点のなす群 (Mordell-Weil 群) の階数が一致するというのが BSD 予想であるが, これらが法 2 で一致 (つまり偶奇が一致) することを主張するのがパリティ予想である. この予想の背景には (なぜ法 2 なのかは), 零点の位数の偶奇がゼータ関数の関数等式に現れる符号 ± 1 (イプシロン因子の符号) で決まるということがあり, さらにこのような現象の背後には (関数等式に符号が現れることの背後には), 楕円曲線に付随するモチーフが Weil ペアリングによって斜交的自己双対性を持つということがある. このような考えで, より一般に斜交的自己双対性を持つ大域 p 進 Galois 表現に対しても, イプシロン因子の符号と Bloch-加藤 Selmer 群の階数の偶奇が一致することとしてパリティ予想が定式化されている. 本講演では, 最近 Ashay-Burungale 氏, 太田和惟氏, 小林真一氏と共同で取り組んでいる, パリティ予想に対する岩澤理論的な新たなアプローチについて解説する.

Name: 功刀 直子 (東京理科大学)

Title: 有限群の表現論におけるブロックの森田同値および導来同値について

Abstract: 有限群のモジュラー表現論において、有限群のブロックの導来同値や森田同値での分類は重要な問題である。例えば、与えられた群の可換不足群をもつブロックと p 局所部分群のブロックの関係を述べた Broué 予想や、与えられた p 部分群を不足群にもつブロックの森田同値類の個数の有限性を述べた Donovan 予想などがある。導来同値・森田同値の構成には、まず森田型安定同値を構成しそれを導来同値・森田同値へ持ち上げる手法が考えられている。森田型安定同値の構成については、 p 部分群の中心化群の間ですでに得られている導来同値を貼り合わせて安定同値を作る方法が知られているが、中心に非自明な p 部分群を含む場合には、貼り合わせにより森田型安定同値を構成する手法が適用できず、問題となっていた。本講演では、上記を踏まえ有限群のブロックにおける森田同値・導来同値の構成について現状を紹介する。

Name: Henrik Bachmann (名古屋大学)

Title: $\mathfrak{sl}_2$ 代数と多重アイゼンシュタイン級数について

Abstract: $\mathfrak{sl}_2$ 代数とは、ある代数 A と、3次元リー代数 $\mathfrak{sl}_2$ からその導分代数 $\text{Der}(A)$ への単射なリー代数準同型写像の組を指す。代表的な例として、準モジュラー形式のなす代数が挙げられる。この代数は、 $\mathfrak{sl}_2$ の生成元と同じ交換子関係を満たす3つの顕著な導分を持つことが知られている。

一方で、準モジュラー形式には多重ゼータ値の理論との興味深い関連性があるが、その関係は現状では部分的にしか解明されていない。この関連性は、多重ゼータ値と古典的なアイゼンシュタイン級数の両方の性質を兼ね備えた「多重アイゼンシュタイン級数」を用いて説明することができる。実際、多重アイゼンシュタイン級数のなす代数は準モジュラー形式の代数を部分代数として含んでいる。本講演では、準モジュラー形式に現れる $\mathfrak{sl}_2$ 代数構造を多重アイゼンシュタイン級数の代数へ自然に拡張しようとする試みについて解説します。

8月29日(金)

Name: 元良 直輝 (富山大学)

Title: W 代数の定義の変形とその応用について

Abstract: W 代数とは二次元共形場理論の分類の中で発見された頂点代数の族で、アファイン Lie 代数や量子群の表現とも密接に関係している。 W 代数の古典類似である有限 W 代数には Gan-Ginzburg による定義の変形が知られている。これは有限 W 代数が Slodowy 断片の量子化であることから、Slodowy 断片には Hamiltonian 還元による様々な構成法が存在することの類似に他ならない。本講演では Arakawa-Kuwabara-Malikov による $\hbar$ 進頂点代数のアイデアと Arakawa-Moreau による随伴多様体の弧空間と紐づける手法の一般化を組み合わせることで、 W 代数にも同様の定義の変形ができることを示し、全て同型な W 代数を与えることを証明する。また、応用として W 代数の BRST 還元から異なる W 代数が構成される「逐次還元現象」について証明する。本研究はオルセー大学数学研究所の博士学生である Thibault Juillard 氏との共同研究である。

Name: 山内 卓也 (東北大学)

Title: Gan-Gurevich リフトのフーリエ係数の数論

Abstract: 分裂例外群 $G_2/\mathbb{Q}$ 上のヘッケ固有、四元数カスプ形式のフーリエ係数は $\mathbb{Q}$ 上 3 次元エタール拡大の数論を含む形で様々な数論的情報を内包する。Benedict Gross は David Pollack へのレター (2000 年) 中にフーリエ係数の絶対値の 2 乗の予想式を明示的に与えた。他方、最近 Aaron Pollack により G_2 上の四元数保型形式に対して「ロバスト フーリエ展開」なる理論が開発されこの分野の重要な道具となっている。講演者は Henry Kim との共同研究において退化主系列表現のフーリエヤコビ展開の理論を Aaron Pollack の「ロバスト フーリエ展開」と合わせて解析することで、Gan-Gurevich リフトよばれる G_2 上のヘッケ固有、四元数カスプ形式に対して Gross の予想を部分的に解決した。講演ではこの結果の概説を行う。

Name: 柴田 大樹 (岡山理科大学)

Title: スーパー代数群の既約表現のパラメータ集合について

Abstract: 分裂簡約代数群の表現論は、原理的には付随するルート・データやワイル群の言葉で記述することが可能であり、既約表現の分類や指標理論などの研究が今日に至るまで盛んに行われてきている。一方で、スーパー代数群は Deligne が指摘したように対称テンソル圏の理論で本質的な役割を果たすが、それ自体の構造論や表現論に関する研究はまだ始まったばかりであり、非スーパーのときと比べて十分理解されているとは言い難い。例えば「付随するルート系の言葉で既約表現のパラメータを記述せよ」という問いは表現論において基本的であるにもかかわらず、いくつかのスーパー代数群に対して個別にしか解決されていない。統一的にスーパー代数群の表現論を展開することの大きな困難としては、スーパーの場合はルートやボレル部分群の振る舞いが特異であり、それらを統一的にコントロールする上手い言語がまだ十分に整っていないという点があげられる。

本講演では、スーパー代数群の定義から始めて、いくつかの具体例をそのルート系とともに見ていく。そして誘導表現を用いた既約表現の構成法 (Borel-Weil の手法) を紹介し、現状でどこまで (既約) 表現に関して分かっているのか、またどのような困難があるのかを具体例を見ながら解説する。その後に Serganova らによって導入されたワイル群のある意味の補完である奇鏡映と呼ばれる操作によるボレルの取り替えで、誘導表現がどのように振る舞うかを説明し、その様子を観察することで既約表現のパラメータ集合が (完全ではないが) ある程度決定できることを説明する。

Name: 森本 和輝 (神戸大学)

Title: ユニタリ群上の Whittaker 周期の市野-池田型公式について

Abstract: 市野篤史氏と池田保氏は、Bessel 周期と呼ばれる直交群上の保型形式の周期について、周期と適当な L 関数の特殊値とを結ぶ明示公式を予想した。他の周期についても、 L 関数の特殊値と周期とを結ぶ明示公式は考察されており、市野氏と池田氏の予想と同様の定式化を用いる明示公式は市野-池田型公式と呼ばれ活発に研究されている。E. Lapid と Z. Mao は Whittaker 周期について、この周期と随伴 L 関数の特殊値とを結ぶ市野-池田型公式を予想した。本講演では、ユニタリ群上の保型形式の場合に、Lapid と Mao の予想の証明についてお話しします。

Name: 栗原 大武 (山口大学)

Title: アソシエーションスキームや対称空間に付随する多変数多項式について

Abstract: アソシエーションスキームは、有限集合 X とある種の正則性をもつ $X \times X$ の分割からなる組合せ構造です。アソシエーションスキームの例として、Hamming スキームや Johnson ス

キームとよばれるものがあり、これらは古典的な符号理論やデザイン理論と深いかわりがあります。そしてこれらのアソシエーションスキームは P かつ Q 多項式性と呼ばれる性質をもちます。一般的に P かつ Q 多項式アソシエーションスキームには、Askey-Wilson 多項式系（およびその極限）が付随することが知られています。

これまで、多変数版の Askey-Wilson 多項式系のに関する研究は多く行われてきましたが、 P および Q 多項式アソシエーションスキームの多変数化（高階数化）に関する枠組みは確立されていませんでした。しかし近年、Bernard-Crampé-d'Andecy-Vinet-Zaimi によって 2 変数の場合の定義が提案されました。この流れを汲み、発表者と Bannai, Zhao, Zhu の共同研究により、一般の単項式順序を用いることで、より自然で扱いやすい形でアソシエーションスキームの多変数 P および Q 多項式性を定義し、さらにこの定義に基づき、これまで知られていた多くのアソシエーションスキームが多変数 P および Q 多項式アソシエーションスキームになることを示しました。

本講演では上記の研究の成果を紹介します。またごく最近、コンパクト対称空間が発表者らの定義の意味で多変数 Q 多項式性をもつことが明らかになったため、この点についても言及します。