第69回 代数学シンポジウム　アブストラクト集

8月26日（月）

Name: 谷田川 友里（東京工業大学）

Title: 分岐理論と l 進層の特性サイクル

Abstract: 正標数のなめらかな代数多様体上の ℓ 進層の特性サイクルは、層のオイラー数という大域的な不変量と消失輪体の局所的な不変量とを結びつける、余接束上の代数的サイクルである。講演では特性サイクルのもつ性質を概観した後、消失輪体の不変量よりも理解しやすい層の分岐の不変量によって特性サイクルを計算する試みに関してこれまでにわかったことを報告する。特に、対数的幾何と通常の代数幾何による2つの分岐の捉え方の両方を使用することが特性サイクルの計算に有効であるという一つの根拠を示す。

Name: 河野 隆史 （早稲田大学）

Title: The Borel-type presentation of the equivariant quantum and classical K-theory of the flag manifold in type C

Abstract: 旗多様体の (トーラス) 同変量子 K 環は，Givental および Lee によって，2000 年代前半に導入された可換環である．同変量子 K 環には，Schubert 類からなるよい基底が存在する．Schubert calculus では，これら Schubert 類同士の積を，Schubert 類たちの 1 次結合として展開したときに現れる係数を，組合せ論的に記述することが 1 つの目標である．本講演では，C 型旗多様体の同変量子 K 環を，ある Laurent 多項式環の明示的な剰余環として表示する．(通常の) 同変 K 環に対しては，Laurent 多項式環の剰余環としての明示的表示がよく知られており，この表示は Borel 表示と呼ばれる．本講演で与える表示は，その Borel 表示の類似である．また，同変量子 K 環の Borel 型表示において，Schubert 類と対応する Laurent 多項式を求めるためのアルゴリズムを与える．この計算を応用して，同変 K 環の Borel 表示において，Schubert 類を表す Laurent 多項式を明示する．本講演は，内藤聡氏 (東工大理学院) との共同研究に基づく．

Name: 田坂 浩二（近畿大学）

Title: 多重ゼータ値代数のモジュラー現象について

Abstract: 多重ゼータ値とモジュラー形式の関係を記述する現象，モジュラー現象が 1990 年代に発見されて以来，この解明を一つの目的とした研究が過去 10 年間で多様な発展を遂げている。本講演ではこれらの研究に触れつつ，多重 Eisenstein 級数や多重モジュラー値を中心に，自身の行った研究成果を紹介する。

Name: Scott Carnahan （筑波大学）

Title: Monstrous Moonshine for integral group rings

Abstract: We propose a conjecture that unifies and generalizes Monstrous Moonshine and Modular Moonshine, and produce some partial results.

For any group G, and any commutative ring R, we may consider the tensor category of RG-modules that are R-free of finite rank. Homomorphisms from the Grothendieck ring of this category (or some other, similar category) to the complex numbers are called “species” by Benson and Parker. Given a $\mathbb{Z}$-graded RG-module whose graded pieces are R-free of finite rank, any species produces a corresponding formal power series with complex coefficients. We conjecture that when R is a subring of $\mathbb{C}$ and G is a subgroup of the monster, for a distinguished R-form of the moonshine module, any such power series is a hauptmodul. That is, the power series obtained by evaluating any species on the moonshine module is the expansion of a modular function that has discrete stabilizer in $SL_2(\mathbb{R})$, and generates the function field of the corresponding upper half-plane quotient.

For the case that $R = \mathbb{C}$, this conjecture reduces to the Monstrous Moonshine conjecture, proposed by Conway and Norton in 1979 and solved by Borcherds for the Frenkel-Lepowsky-Meurman moonshine module in 1992. When R is isomorphic to a ring of p-adic integers, and G is a cyclic group whose order has p-valuation 1, then this reduces to the Modular Moonshine conjecture of Ryba, proved by Borcherds and Ryba for odd p in 1996–1999, and for $p = 2$ by the speaker in 2017. We have found that our conjecture holds for some additional cases, and furthermore we have classified species for some nonabelian groups G.

This is joint work with Satoru Urano, and combines our paper at arXiv:2111.09404 with newer results.

Name: 戸次 鵬人（Max Planck 研究所)

Title: Eisenstein コサイクルとゼータ関数の特殊値

Abstract: ゼータ関数，あるいは L 関数は，様々な数論的対象に対して定義される解析関数で，その特殊値（整数点での値）は，それらの数論的対象の多くの深い性質を反映していることが，知られていたり，予想されていたりする．そして，そのようなゼータ関数の特殊値を研究する手法の一つとして，Eisenstein 級数と呼ばれる保型形式の周期積分やそのコホモロジー論的解釈（Eisenstein コサイクル）を用いる，というものがある．この手法は，特に総実代数体のゼータ関数（Hecke L 関数）の臨界値と呼ばれる特殊値に対しては豊富な応用を持つことが知られているが，一方，より一般の代数体のゼータ関数の非臨界的な特殊値の場合には，そのような理論は未知であった．本講演では，Eisenstein コサイクルの理論を，より一般の代数体のゼータ関数の特殊値へと拡張する試みや展望などについて紹介したい.

8 月 27 日（火）

Name: 柏原 正樹 （京都大学）

Title: Monoidal categories of modules over quiver Hecke algebras and quantum affine algebras, and cluster algebras

Abstract: この講演では、箙ヘッケ環と量子アフィン環の有限次元表現からなる二つのモノイダル圏についてお話します。これらのモノイダル圏は、非可換ですが、R 行列の存在により、その非可換性がある程度解析できるところに特徴があります。又、そのいろいろな部分圏の Grothendick 環がクラスター代数の構造を持つことも知られています。その意味で興味深いモノイダル圏です。又、この２つの圏は無関係ではなく、(一般化された）Schur-Weyl dulality により結び付いています。なお、この講演は、 Seok-Jin Kang, Myungho Kim, Sejin Oh, Euiyong Park との共同研究に基づいています。

Name: 平田 典子（日本大学）

Title: Diophantine method in the O-minimality

Abstract: 本講演では最初に，Diophantine 近似と呼ばれるものが通常の近似とは異なり，どのような整数論的な意味を持つかということを概説した後，最近になって特に活発に研究され始めた

O-minimality の枠組みにおける問題解決への，Diophantine 近似の手法の応用について述べる．超越数論や，代数的独立性に関する古典的な判定規準が，この枠組みの広い意味での数論的な点の数え上げ問題等に適用可能であるという事実や，effective な結果を従える事例を紹介する．また，新たに得られた関連する結果についても報告したい．

この考察は，Weizmann Institute of Science の Gal Binyamini 氏，及び明治学院大学 情報数理学部の川島 誠氏との共同研究を含む．

Name: 洞 彰人 （北海道大学）

Title: 分岐律の向こうに見える確率的現象（特に対称群のスピン表現でのケーススタディー）

Abstract: 有限群の帰納的な系列において, 既約表現の制限と誘導の分解 (分岐律) を次々と考えることによって, 無限に延びる分岐グラフが得られます．この由緒正しくも複雑な枝わかれのくり返しをずっと先の方まで眺めたときに何が見えてくるかというのが, わたしの話のテーマです．裏表の出方がくり返されるコイン投げは, たいへん単純なモデルですが, 汲めども尽きぬ味わいもあります．コイン投げの枝わかれはパスカル三角形で記述されます．対称群の既約表現の分岐律の場合, 通常表現の分岐グラフはヤンググラフと呼ばれ, スピン表現の方はしばしばシューアグラフと呼ばれます．これらのグラフがこの話の舞台です．このような分岐グラフの遠くの状況, すなわち分岐律の漸近挙動を観察するのに, 確率論のさまざまな階層の極限定理が役に立ちます．倍率を変えると見える景色も違ってきます．この話では, もっとも直観的にわかりやすい大数の法則が支配する現象について, 代数学の研究者にも興味を感じてもらえるように紹介してみたいと思います．

Name: 栗原 将人（慶應義塾大学）

Title: zeta 関数の値と数論的加群の関係についての最近の発展

Abstract: イデアル類群や Selmer 群などの重要な数論的加群の Galois 加群としての様子を, zeta 関数や L 関数の値を用いて理解することは, 岩澤理論の主題である． この講演では, S. Dasgupta, M. Kakde, J.Silliman らによる Brumer-Stark 予想, Gross 予想, (乗法群と CM 拡大に対する) 同変玉河数予想の解決といった, ごく最近の大きな発展を中心として, 一般向けに survey する．Ritter-Weiss 加群やある種の Selmer 加群を用いて, イデアル類群などの古典的対象が, どのようにとらえられ, 解明されていくかについて, 彼らの証明の鍵の部分, およびそこで重要な役割りを果たす D. Burns, 佐野昂迪と講演者との共同研究で得られた一般論も説明する予定である．

Name: 深澤 知 （山形大学）

Title: ガロア点理論とそれの群論, グラフ理論との関係

Abstract: 射影平面内の代数曲線に対して, 点からの射影が誘導する関数体の拡大がガロア拡大であるとき, その射影の中心点をガロア点という．ガロア点の概念は関数体の部分体を研究する目的で, 1996 年に吉原久夫氏により導入された．ガロア点理論の重要な成果のひとつは, ガロア点の配置により, 代数多様体の分類結果が得られていることである．今日では, ガロア点理論は代数幾何における研究対象であることに留まらず, 符号理論・有限幾何など他分野との関連も見出され, 広がりをもって発展している．今回はそのなかでも発展性の高いと思われる「群論」「グラフ理論」との関係に注目して述べることで, ガロア点理論の有効性を説明したい．

(1) ガロア点理論と群論との関係．ガロア点の研究は非特異平面曲線に対して始められた．非特異平面曲線上のガロア点の個数は最大で 4 であり, その曲線の定義方程式も決定されている．これには「非特異平面曲線の自己同型は射影変換の制限である」という事実が有効に働いている．初期の研究では, ガロア点の個数の決定には, 代数幾何における変曲点の勘定が用いられていた．これの別証明として「射影変換の制限」という事実を認めた後には, 群論を主体的に用いる方法がある．ガロア点に付随する群はガロア点を通る直線それぞれに作用するため, 射影直線の有限自己同型群の分類を利用することが可能である．このような手法（射影平面の自己同型群を射影直線の自己同

型群の分類を使って観察すること）は, Mitchell (1911) による射影平面の有限自己同型群の分類において実行されているものにかなり近い．他方, ガロア点は「鏡映」とも関連する．ガロア点に付随する群は巡回群となるが, その生成元は「鏡映」としての表現をもち, 鏡映の中心がガロア点に相当する．以上から, ガロア点理論は「射影平面の自己同型群や鏡映群の代数幾何」と捉えることが可能である．発表者と三浦敬氏, 高橋剛氏は, ガロア点の一般化である「準ガロア点」という概念を導入し, 2019 年の論文で発表した．以上の群論から見た観察は, ガロア点理論を準ガロア点理論として一般化して整理したことにより, 明確になった．

(2) ガロア点理論とグラフ理論との関係．Baker–Norine は 2007 年に, グラフ理論と代数幾何の類似性を見出し, 有限グラフのリーマン・ロッホの定理を証明した．それに付随して, 代数曲線の因子や線形系に類似する概念がグラフ理論に導入されている．加えて, 代数幾何のガロア被覆に対応する概念として harmonic group action が Corry によって 2011 年に導入されている．発表者と三枝崎剛氏は, これら 3 つの概念 (因子, 線形系, harmonic group action) を用いて「有限グラフに対するガロア点」を導入した．代数幾何と同じようにして, ガロア点が「グラフの分類」に利用できると期待される．その方向性の第一歩として「ガロア点による完全グラフの特徴づけ」を与えることに成功した．

8 月 28 日（水）

Name: 橋本 光靖（大阪公立大学）

Title: Almost principal bundles and invariant theory of group schemes

Abstract: 有限群の不変式論において、群が pseudo-reflection を持たないことは多くの結果をもたらす重要な条件であり、たとえば、渡辺敬一の定理の逆向き（non-modular な有限群の作用による不変式環が Gorenstein ならば, GL_n の有限部分群は実は SL_n の部分群) のためには, pseudo-reflection を持たないことを仮定する必要があります．この概念を有限群から次元の高い代数群や、被約とは限らない群スキームに一般化するものが almost principal bundle (quasitorsor) の概念であり, 特に最近、有限群スキームについて, Liedtke, Yasuda, Carvajal-Rojas, 講演者などによっていくつかの結果が得られています。定義や基本性質から始めて, 講演者の研究内容とその周辺に関するサーベイをいたします.

Name: 岡田 拓三（九州大学）

Title: 3 次元ファノ多様体の双有理幾何

Abstract: ピカール数 1 のファノ多様体の双有理剛性とは、その森ファイバー空間としての構造の一意性のことである。双有理剛性はファノ多様体の非有理性を導くこと、さらには自己双有理写像群の情報を与えるなどという観点において興味深い性質と言える。1970 年代初頭の Iskovskikh と Manin による 3 次元非特異 4 次超曲面の双有理剛性の初めての成果以来、さまざまなファノ多様体の双有理剛性に関連する研究が行われている。その中でもとりわけ重み付き超曲面や完全交叉である 3 次元ファノ多様体の研究が活発に行われてきた。それらの諸結果を概説する中で、双有理剛性（birational rigidity）の一般化である birational solidity が自然に導入されることを説明する。その後、3 次元ファノ重み付き超曲面で birationally solid であるものの完全決定に関する最近の成果について解説したい。

Name: 宮地 淳一（東京学芸大学）

Title: Structures in triangulated categories and N-complexes

Abstract: Through structures in triangulated categories, we give properties of homotopy categories, derived categories of N-complexes or N-differential graded categories. First, we describe stable t-structures and polygons of recollements of triangulated categories, and the relation to recollements of triangulated categories which was introduced by Beilinson, Bernstein and Deligne. Second, we describe functors between algebraic triangulated categories, and the condition that they are triangle equivalences. We show there is a $2N$-gon of the homotopy category $\mathsf{K}_N(\mathcal{B})$ of N-complexes of an addtive category $\mathcal{B}$. By using this $2N$-gon, we have an equivalence between $\mathsf{K}_N(\mathcal{B})$ and the ordinary homotopy category $\mathsf{K}(\mathsf{Mor}^{\mathsf{sm}}_{N-2}(\mathcal{B}))$, where $\mathsf{Mor}^{\mathsf{sm}}_{N-2}(\mathcal{B})$ (resp., $\mathsf{Mor}_{N-2}(\mathcal{B})$) is the category of sequences $X^1 \xrightarrow{\alpha^1} \cdots \xrightarrow{\alpha^{N-2}} X^{N-1}$ of split monomorphisms (resp., morphisms) in $\mathcal{B}$. Moreover, when $\mathcal{A}$ is an AB4 category we have an equivalence between $\mathsf{K}_N(\mathcal{A})$ and the ordinary homotopy category $\mathsf{K}(\mathsf{Mor}_{N-2}(\mathcal{A}))$. In the case that $\mathcal{A}$ is a small N_qDG category, we show there is an equivalence between the derived category $\mathsf{D}_{Ndg}(\mathcal{A})$ and the ordinary derived category $\mathsf{D}_{dg}(\mathcal{C})$ for some DG category $\mathcal{C}$.

Name: 大川 新之介（大阪大学）

Title: 非可換 del Pezzo 曲面の幾何学

Abstract: 近年、アーベル圏や (enhanced) 三角圏に関する幾何学的な動機にもとづいた研究が活発に行われており、これらが非可換代数幾何学 (noncommutative algebraic geometry) という言葉でゆるく総称されるようになった。この講演では、昔から注目されてきた重要な例である del Pezzo 曲面の非可換変形について、現在わかっていることや今後の見通しについて紹介したい。ここで言う非可換変形とは、del Pezzo 曲面上の連接層の (導来) 圏の変形のことであり、代数多様体としての変形よりも真に沢山存在する。また、それらは、可換な del Pezzo 曲面上の Poisson 構造の圏論的変形量子化と呼ぶべきものである。

1 つの課題は、そのような非可換変形をある種の非可換代数上の加群圏の局所化として実現し、さらにそれらの非可換代数とある種の幾何学的データとの 1 対 1 対応を証明することによって同型類を分類することである。幾何学的データは非可換曲面上の”点”のモジュライ空間およびその上の普遍対象として得られる。一方、同型でない非可換代数が同値な圏を与えるための必要十分条件も問題となる。これは、同じ圏に対する異なる”偏極”ないし”印付け”の選択の自由度と解釈され、適切なアフィンワイル群作用によって説明できると期待されている。さらに、非可換 del Pezzo 曲面の射影幾何学も興味深い。特に非可換射影平面の 6 点爆発の 3 次元非可換射影空間への埋込についての理解が進んでいるので、これについても触れたい。

Name: 行田 康晃（東京大学）

Title: 一般化マルコフ数について

Abstract: マルコフ数とは、マルコフ方程式

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$$

の正整数解（以下、マルコフトリプルという）に現れる数のことを指す。この方程式は、ディオファントス近似理論の観点から 1880 年頃に Andrei Markov によって導入された。マルコフトリプルは、自明解である $(1,1,1)$ から始まり、あるアルゴリズムを用いて 3 つの成分のうちの 1 つを入れ替える操作を繰り返すことで、全ての解を得ることが知られている。このマルコフトリプルとそれを得るためのアルゴリズムによる組み合わせ構造は、団代数理論、双曲幾何、トーリック幾何、代数的組み合わせ論などの様々な分野に現れることが知られている。

本講演のメインテーマである k 一般化マルコフ数は、k 一般化マルコフ方程式

$$x^2 + y^2 + z^2 + k(yz + zx + xy) = (3 + 3k)xyz \quad \text{（ただし、}k\text{ は固定された非負整数）}$$

の正整数解（以下、k 一般化マルコフトリプルという）に現れる数のことを指す。この方程式の $k = 0$ の場合が古典的なマルコフ方程式に相当する。この方程式は、2021 年から 2022 年にかけて

私と共同研究者である松下浩大氏によって、団代数理論に沿ったマルコフ方程式の一般化として導入された。これまでの研究で、k 一般化マルコフトリプルがマルコフトリプルと同様のアルゴリズムを用いて全て得られることが判明している。さらに、マルコフ数やマルコフトリプルに関するいくつかの既存の結果や他分野との関連性が、一般化マルコフ数や一般化マルコフトリプルに関する理論の特別な場合として包括的に説明できることもわかってきている。本講演では、これらの研究の概要と、一般化マルコフ方程式に関する理論を利用した（古典的な）マルコフ数の新たな意味づけなどのマルコフ数研究の新展開について、時間の許す限り紹介する予定である。

8 月 29 日（木）

Name: 河上 龍郎（京都大学）

Title: Cartier 作用素を用いた微分形式の拡張可能性

Abstract: 正規代数多様体 X の微分形式が拡張可能であるとは，任意の正規代数多様体 Y からの固有かつ双有理な射に対し，X の正則領域の微分形式が Y に拡張されることをいう．これは微分形式と特異点に関する基本的性質であり，X が標数 0 の代数閉体上定義されている場合には多くの先行研究がある．この講演では，正標数における拡張可能性についてお話しする．標数 0 の先行研究は，混合 Hodge 理論，極小モデル理論，消滅定理などの幾何学的手法に基づいており，そのいづれもが高次元の正標数の代数多様体に対し，成立が期待できないか，分かっていない．本講演では，拡張可能性に対し Cartier 作用素を用いた代数的アプローチを新しく導入する．これにより，商特異点をはじめとするいくつかの正標数の特異点の微分形式が拡張可能であることを示す.

Name: 村井 聡（早稲田大学）

Title: グラフの剛性に関わる凸多面体の構成問題

Abstract: グラフの剛性とは, ユークリッド空間内に埋め込まれたグラフが, 辺を硬い棒, 頂点を自由に動く繋ぎ目と見た時に, グニャグニャ変型しない性質のことである．グラフが剛であることを示す方法の一つに, 剛性行列と呼ばれる行列のランクを調べる方法があるが, この剛性行列の色々な性質を調べることは剛性理論における主要な研究課題の一つである．特に, 単体的凸多面体のグラフについては, 剛性行列の行の kernel(stress 空間と呼ばれる) から凸多面体の多くの情報が取り出せることが予想されている．本講演では, 剛性や stress 空間と強レフシェッツ性や Macaulay の逆系などの代数の話との関わりについて紹介するとともに, この問題に関する最近の進展について話をする.

Name: 三井 健太郎（琉球大学）

Title: Deformation of α_p-actions to $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$-actions on surfaces

Abstract: 正標数 p の代数閉体を係数とする 2 変数冪級数環への α_p-作用と $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$-作用の具体的記述とその分類は $p = 2$ の場合を除き充分にされていない．また，それらの商特異点の様子も殆ど解明されていない．一方で，この二種類の作用を変形で繋げることができれば一方の研究を他方の研究へ応用できると期待できる．本講演では伊藤浩行氏や佐藤信夫氏との共同研究で得られたこのような変形についての最近の結果について報告する.

Name: 小林 稔周（明治大学）

Title: 1 次元局所環のトレースイデアルの集合について

Abstract: 可換環論において，極大 Cohen-Macaulay 加群およびそれらのなす圏は表現論的観点から盛んに研究される対象である．考察対象の加群を様々なクラスに取り替えることも試みられて

いる．例えば，反射的加群の研究が近年活況である．本講演では極大 Cohen-Macaulay 加群に関する諸事項を概観しつつ，反射的加群に関する最近の研究を紹介する．中でも主要なツールであるトレースイデアルを中心に解説する．具体的には神代氏 (大阪工業大学) との共同研究で得られた 1 次元局所整域上のトレースイデアルの集合の有限性の特徴づけとその反射的加群論への応用について述べる．

Name: 平野 雄貴（東京農工大）

Title: 連接層の導来圏の三角圏構造

Abstract: 代数多様体上の連接層の導来圏は，層係数コホモロジーの研究における有用な道具として導入され，1980 年ごろの向井によるアーベル多様体の導来圏の研究などをはじめ，代数多様体の幾何学的構造と導来圏の圏論的構造との間の興味深い対応を示す多くの研究が現在まで活発になされてきた．しかしながら，連接層の導来圏の圏論的構造の解析は一般に非常に困難であり，特にその部分三角圏の分類は，射影直線と楕円曲線の場合でしか完全な解決は得られていない．本講演では，組成列と呼ばれる三角圏の新たな概念を導入し，代数多様体の導来圏や有限次元代数の導来圏の組成列に関するいくつかの結果を紹介する．本講演の内容は，Martin Kalck 氏，大内元気氏との共同研究に基づく．