RECENT DEVELOPMENTS IN THE LOG MINIMAL MODEL PROGRAM
対数的極小モデル理論の最近の発展について

藤野 修

Contents

1. はじめに 1
1.1. 言い訳 2
2. 極小モデル理論とは 2
2.1. 森プログラム 3
2.2. Flip 予想 I と II 3
2.3. Shokurov ワールド 4
2.4. 極小モデル理論研究最前線!? 5
3. フリップの存在定理 5
3.1. 古典的な結果について 5
3.2. Pl flips と Special termination 6
3.3. Shokurov による 4 次元フリップの証明 7
3.4. Hacon と Mckernan による結果 7
3.5. コメント 7
4. 今後の課題 8
4.1. 極小モデル理論を学ぶべきか？ 8
4.2. 極小モデル理論は生き残れるか？ 8
4.3. 極小モデル理論の学び方 8
5. 最後に 9
5.1. 本について 9
5.2. おわび 9
6. おまけ 9
References 12

1. はじめに

本報告書では、タイトルにある通り極小モデル理論の最近の発展について述べる。極小モデル理論の研究者の数がかなり減ってしまったので、このような解説記事を目にする機会も減っているのではないかと思う。ここではテクニカルな話を書くつもりはない。正確な主張を

述べようとすると大量に定義をすることになり、全く読む気の起きない報告になってしまうからである。軽い気持ちで読んで頂けるとあり難い。興味を持った方はオリジナルの文献に当たって頂きたい。オリジナルの文献以外にも英語で書かれた色々な解説記事があるので、テクニカルな部分はそちらにお任せする。高木による3次元対数的フリップの存在証明に関する日本語の解説記事もあるはずである。

1.1. **言い訳.** ここで述べる結果は今現在『定理』であるが、この報告集が皆さんの手元に届く頃に『定理』であるかどうかは分からない。最も最近の結果の一つが [HM] である。残念ながら e-print の最初のバージョンは大小様々な間違いがある。私の手元に著者から届いたバージョン2と4、電子メールによるコメント、私が自分用に書いたメモを合わせると『定理』になっているはずである[1]。細かい点までチェックしたので正しいと思うが、一度クールダウンして数ヶ月後に読み直してみると新たな間違いが見つかるかもしれない。間違っていたらその時にまた考えることにして『定理』と信じて先に進むことにする。

2. 極小モデル理論とは

極小モデル理論とは、大雑把に言うと与えられた代数多様体と双有理同値なもので『良い』性質を持ったものを構成するという理論である。もうすこし話を限定する。以下扱う代数多様体は複素数体上定義された射影的な代数多様体とする。広中の特異点解消定理を使えば、非特異射影的な代数多様体を双有理同値類の中に見つけることが出来る。いったん非特異射影的な代数多様体が見つかると、その上の非特異部分多様体に沿って爆発をすることでいくらでも双有理同値な非特異射影代数多様体を作ることが出来る。従って、双有理同値類の中で『極小』、つまり、ある意味で一番小さいものを構成したい。これが極小モデル理論の基本的な考え方である。曲面の場合は、曲面上の第一種例外曲線を潰すことにより、有限回の操作の後、極小モデルに到達するか、線織曲面もしくは射影空間になることが分かっている。現在の言葉でいうと極小モデルに到達するか森ファイバー空間に到達するかのいずれかである。この曲面の話を高次元化したいというのが、極小モデル理論の究極の夢である。すべての議論に、相対的なバージョン、標準因子ではなく標準因子に適当な因子を加えたもので考える対数的バージョンなど、様々なバリエーションがある。奇妙に思えるかもしれないが、相対的で対数的というゴテゴテしたバージョンが一番扱いやすい場合が多い。詳しくは [K-森] の §2.3 森プログラムへの入門と §3.7 極小モデルプログラムの実行を見て頂きたい。これ以上の説明をここで書くことは不可能である。

[1]先日私の元に10月6日と日付けの打ったバージョンが Mckernan から届いた。このバージョンはほぼ完成バージョンだと思う。

2.1. **森プログラム.** 70年代後半のハーツホーン予想の解決に始まるのが、森による端射線の理論である。森によって明らかにされたのは、射影的代数多様体上の曲線の数値的同値類のなす錐体の閉包（クライマン森コーンと呼ばれる）の角（端射線と呼ばれる）と収縮写像が対応しているという驚くべき事実である。ただし森による錐定理の証明は正標数還元のテクニックと変形理論に依存しており、そのままでは特異点をもつ多様体上では上手くいかない。その後、川又、Shokurov、Reidをはじめとする多くの人々の貢献により、錐定理、非消滅定理、固定点自由化定理など極小モデル理論の基礎定理は、川又-Viehweg消滅定理の応用としてマイルドな特異点を許す代数多様体に対して完全に証明された。この辺りに関しては[K-森]の§3.1をお勧めする。残った問題は、フリップの構成（いわゆるフリップ予想I）とフリップの無限列が存在しないというフリップ予想IIの2大予想である。もう一つアバンダンス予想なる有名な予想もあるが、今回は省略する。

2.2. **Flip 予想 I と II.** ここでフリップ予想について少し詳しく説明する。扱う対象は以下の通りである。X を正規多様体とし Δ を X 上の有効 $\mathbb{Q}$-因子とする。$K_X + \Delta$ が $\mathbb{Q}$-カルティエ因子 (つまり何倍かすると通常のカルティエ因子になる) で特異点解消に関して比較的穏やかに振舞う時、(X, Δ) は高々川又対数的末端特異点を持つと言う。もちろん K_X は X の標準因子である。対 (X, Δ) の特異点の定義は非常に面倒なので、ここではこれ以上深い入りしない。[K-森, §2.3 極小モデルプログラムにおける特異点] は16ページもある！X が非特異多様体で Δ の台が単純正規交差で、さらに Δ の各既約成分の係数が1未満の時が川又対数的末端特異点の典型例である。解析的には二乗可積分条件でかけるので、それなりに自然な定義であると思う。これ以降の話では、対 (X, Δ) の特異点に興味がない人は X を非特異多様体とし $\Delta = 0$ として考えても良いと思う。

予想 ((対数的) フリップ予想 I: (対数的) フリップの存在)**.** $\varphi : X \to W$ をフリッピング収縮射とする。つまり

(1) φ は射影的双有理写像で余次元1で同型である。
(2) $-(K_X + \Delta)$ は φ-豊富である。
(3) X は $\mathbb{Q}$-分解的で相対的ピカール数 $\rho(X/W) = 1$ である。

このとき、以下のような可換図式が存在する。

$$\begin{array}{ccc} X & \dashrightarrow & X^+ \\ & \searrow \quad \swarrow & \\ & W & \end{array}$$

ただし、

(i) X^+ は正規多様体で W 上射影的である。
(ii) $\varphi^+ : X^+ \to W$ は双有理写像で余次元1で同型である。

(iii) $K_{X^+}+\Delta^+$ は φ^+-豊富である。ここで Δ^+ は Δ の固有変換である。

この $\varphi^+ : X^+ \to W$ を $\varphi : X \to W$ のフリップと呼ぶ。

フリップ予想 II に行く前に 1 つ補題を述べておく。この簡単な補題のおかげで、フリップ予想 I は相対的対数的標準環の有限生成性を示す問題と同値であることが分かる。

補題. $\varphi : X \to W$ をフリッピング収縮射とする。このとき、以下の 2 つの条件は同値である。ただし r は正の整数で $r(K_X+\Delta)$ がカルティエ因子になるものとする。

(1) フリップ $\varphi^+ : X^+ \to W$ が存在する。
(2) $\mathfrak{R} = \bigoplus_{m\geq 0} \varphi^+_* \mathcal{O}_X(mr(K_X+\Delta))$ は有限生成 $\mathcal{O}_W$-代数である。

Proof. $\mathfrak{R}$ が有限生成の時 $X^+ = \mathrm{Proj}_W \mathfrak{R}$ とおくと、これが φ のフリップであることが確認できる。逆にフリップが存在すると仮定すると $\mathfrak{R} \simeq \bigoplus_{m\geq 0} \varphi^+_* \mathcal{O}_{X^+}(mr(K_{X^+}+\Delta^+))$ となり、明らかに $\mathfrak{R}$ は有限生成である。 □

予想 ((対数的) フリップ予想 II: (対数的) フリップの停止)**.** (対数的) フリップの列

$$\begin{array}{ccccccc} X_0 & \dashrightarrow & X_1 & \dashrightarrow & X_2 & \dashrightarrow & \cdots \\ & \searrow \ \swarrow & & \searrow \ \swarrow & & & \\ & W_0 & & W_1 & & & \end{array}$$

は有限回の後必ず停止する。言いかえると、(対数的) フリップの無限列は存在しない。

$\mathbb{Q}$-因子 Δ を $\mathbb{R}$-因子に一般化したバージョンのフリップ予想 II も必要になる事がある。$\mathbb{Q}$ と $\mathbb{R}$ の違いが思ったより大きい場合も多い。(対数的) フリップ予想 I と II が n 次元で成立するとき n 次元で (対数的) 極小モデル理論が成立すると言う。

2.3. **Shokurov ワールド.** まず、このような用語は一般的ではないことに注意しておく。現在の極小モデル理論は、Shokurov 理論と言ってもいいぐらい Shokurov のアイデアに依存している。plt や dlt など様々な対数的末端特異点の定義は Shokurov によるものである。さらに、Inversion of adjunction や adjunction、difficulty や Different、minimal log discrepancy など様々な対象物に対する ACC 予想（ACC は ascending chain condition、つまり昇鎖列条件）などもすべて彼のアイデアである。今回の論文 [S] でも線形系の saturation 条件（これが今回の発展の一番重要な点である。)、b-divisors など、彼独特のアイデアがフルに使われている。[HM] で使われた幾つかのアイデアは Shokurov の別の論文で扱われていたものである。ただ、失敗作なのか今後重要になるの

か良く分からない概念なども多々ある。complement なる概念も、現在の所良く分からないままである。

2.4. **極小モデル理論研究最前線!?** 最初に述べたように、極小モデル理論の研究者は絶滅の危機に瀕している。もちろん広い意味での極小モデル理論研究者（つまり、極小モデル理論のテクニックを使う人とか派生した問題を扱う人）まで入れるとそれなりの人数がいると思うが、Shokurov による大論文を読もうと試みたり部分的に読んだりすることが可能なレベルの研究者は、かなり少ないのが現実である。[Book] の著者プラスアルファで全部である。一応この報告書と文献表のなかに登場する研究者についてコメントしておくと、Corti は [Book] の責任者であり [S] の解読セミナーを企画した人物である。ただ、本職は explicit geometry と呼ばれるもっと具体性の高い多様体の研究である。Ambro は日本滞在が長いので会ったことがある人も多いと思われる。彼の論文の多くは Shokurov のアイデアに基づいており、Shokurov の予想を沢山解いている。元々Shokurov の学生であった。高木は $\mathbb{Q}$-Fano 多様体の研究者として名が通っているが、本人の意に反して Shokurov の論文（3-fold log flips なる 90 年代前半の大論文）を解読した人として有名である。Mckernan はここ数年 Shokurov の予想を解きまくっている感じである。数年前の城崎シンポジウムでの講演では、Shokurov によるトーリック多様体の特徴付けに関する予想が証明出来たと主張していたような気がする。最近は、Hacon と Mckernan の二人で色々な予想を片っ端から片付けている感じである。そして私は一番若輩者である。極小モデル理論ももちろん専門の一つであるが、飯高プログラム、トーリック幾何、ホッジ理論とふらふらしているかもしれない。

3. フリップの存在定理

今回のメインは、4 次元フリップの存在定理である。これは [S] の主定理の一つである。また、ごく最近の [HM] ではある意味もっと良い結果が証明された。

3.1. **古典的な結果について**. 一番有名なのは、森による 3 次元末端的フリップの存在定理である。もちろんこれ以前にも 3 次元半安定フリップの存在定理などもあったのだが、今回は省略する。トーリック多様体の世界ではフリップの構成が簡単に出来るという Reid の話も、既に大昔の話である。90 年代の初めに Shokurov が 3 次元対数的フリップの存在を証明した。この論文もかなり大部であり、全部を完全に理解した人はいないと思われる。その後、川又の 3 次元対数的フリップの停止定理、Kollár による 3 次元対数的フリップを森の定理に帰着させる話、Shokurov による $\mathbb{R}$-因子の場合の 3 次元対数的フリップの停止定理などと続き、3 次元ではほぼすべての予想が定理になっている。ただし、どの論文もそれなりに難しく、専門家でもなかなか読めないのが現実で

ある。Shokurov が主張した以下の事実は大切である。Shokurov 本人が何処までキチンと証明したかはよく分からない。厳密な証明は [Book] 内の私の書いたものを読むのがベストである。

- n 次元対数的極小モデル理論が正しいとする。このとき $n+1$ 次元で special termination なる特殊な設定での対数的フリップの停止問題が解ける。
- $n+1$ 次元で special termination が成立し pl flips という特殊な性質をもつ対数的フリップの存在が言えれば、すべての $n+1$ 次元対数的フリップの存在が従う。

これによって、4 次元の対数的フリップの存在を示すには 4 次元 pl flips の存在を証明すれば十分であることが分かる。

3.2. **Pl flips と Special termination.** 上で出てきた pl flips と special termination について補足しておく。細かいことに興味がない読者は読む必要は無いと思う。

定義 (Pl フリッピング収縮射と pl flips). $\varphi : X \to W$ が pl フリッピング収縮射とは、

(1) φ は射影的双有理写像で余次元 1 で同型である。
(2) (X, Δ) は plt（純対数的末端特異点の略）である。
(3) X は $\mathbb{Q}$-分解的で相対的ピカール数 $\rho(X/W) = 1$ である。
(4) $S = \llcorner \Delta \lrcorner \neq 0$ は既約である。ここで $\llcorner \Delta \lrcorner$ は Δ の切り下げとする。
(5) $-(K_X + \Delta)$ と $-S$ は共に φ-豊富である。

このとき、pl フリッピング収縮射 $\varphi : X \to W$ に対するフリップ $\varphi^+ : X^+ \to W$ を pl flip と言う。

Pl フリッピング収縮射の定義は文献によって微妙に異なるし、もう少し条件を弱めた方が扱いやすい場合もあるが、フリップの存在を示す時には上の定式化が一番良いと思う。

予想 (Special termination). 対数的フリップの列

$$
\begin{array}{ccccccc}
X_0 & \dashrightarrow & X_1 & \dashrightarrow & X_2 & \dashrightarrow & \cdots \\
 & \searrow \ \swarrow & & \searrow \ \swarrow & & & \\
 & W_0 & & W_1 & & &
\end{array}
$$

を考える。ここで各 (X_i, Δ_i) は dlt（因子的対数的末端特異点の略）とする。このとき、有限回のフリップの後、各フリップは $\llcorner \Delta_i \lrcorner$ と離れた所でしか起こらない。

もちろん Special termination は（対数的）フリップ予想 II と関係があるのだが、詳しい説明は省略する。（対数的）フリップ予想 II の所では、(X_i, Δ_i) は川又対数的末端特異点しか持たないと仮定していた。

3.3. **Shokurov による 4 次元フリップの証明.** 論文 [S] を読んでくれ！とだけ言ってこの章は終了したいのが本音である。なんだか異様に分厚い論文であるが、前半の議論の大半が主定理の証明には関係ないという書き方である。で、キチンと書いて欲しい部分は、かなり説明が短いのである。いつも通りの Shokurov スタイルと言っていいかもしれない。完全に理解した人はいないと思う。ここで一番大切なのは、線形系について saturation なる条件を見つけた点である。言われてしまえば簡単な話で、証明自体も川又-Viehweg 消滅定理を使うだけである。ただ、この新しい saturation なる条件が大活躍するのである。[S] がアイデアの宝庫であるのは間違いない。アイデアだけを学習するなら [Book] 内の Corti による 3 次元フリップの存在証明を読むのがベストと思われる。

3.4. **Hacon と Mckernan による結果.** これが現在最新の結果である。主張は以下の通りである。

定理. n 次元で対数的フリップの存在と ($\mathbb{R}$-因子に一般化された意味での) 対数的フリップの停止問題が正しいとする。このとき $n+1$ 次元で対数的フリップが存在する。

これの系として 4 次元対数的フリップの存在定理が従う。なぜなら、3 次元ではすべて予想が解けているからである。大雑把なアイデアのみを述べる。証明の基本路線は Shokurov と同じである。pl flips の存在を示せば十分であることは既に知っているので、それに集中する。フリップの存在定理はある種の次数付き環の有限生成性と同値であることもよく知られている。補題を見て頂きたい。つまり、$\mathfrak{R}=\bigoplus_{m\geq 0}\varphi_*\mathcal{O}_X(mr(K_X+\Delta))$ の有限生成性が問題である。考えている次数付き環を因子 $S=\llcorner\Delta\lrcorner$ 上に制限した次数付き環 $\mathfrak{R}_S$ の有限生成性を示せば十分であることもすぐに分かる。pl flips と言う概念が上手いのは、この性質があるからである。因子は元々の多様体より次元が一つ下がっているので、この上では極小モデル理論を自由に使うことが出来る。ここで上手く極小モデル理論を使って、Shokurov の線形系に関する saturation 条件を使うと、$\mathfrak{R}_S$ の有限生成性が従う。[HM] の論文の新しいアイデアで Shokurov と違う点は、次数付き環を制限する時に Siu が多重種数の変形不変性の証明の時に導入したテクニックをつかって、制限された次数付き環 $\mathfrak{R}_S$ も極小モデル理論で扱える範疇の代数であることを示した点である。彼等は limiting algebra と呼んでいる。

3.5. **コメント.** 結局フリップ予想 I はフリップ予想 II から従うことが分かったわけである。専門家の間ではフリップの停止問題の方が存在問題よりも難しいのではないかと思われていたので、今回の [HM] の結果は予想通りだったとも言える。対数的フリップの停止問題は 3 次元でもかなり大変である。現在のところ森による 3 次元末端的特異点の分類表を使わないことには証明出来ない。4 次元での停止問題は現在

未解決である。何らかの予想を認めればフリップ予想 II が解けるという類いの主張はいくつかあるが、どれもそれほど簡単そうには見えない。特異点が非常に良い時や、半安定的 (3 次元多様体の族とみなせる時) な場合は、4 次元で停止問題は解決済みである。

4. 今後の課題

以下読者が一番興味のある現実的な問題を扱う。

4.1. **極小モデル理論を学ぶべきか？.** これはかなり難しい質問である。すでに述べたように、今現在極小モデル理論を研究している研究者の数はかなり少ない。超マイナー分野になってしまっている。[HM] にしても、[Book] の幾つかの論文にしても、理解するのはそれなりに大変である。かなり極小モデル理論をやり込んだ人にしか読めないと言うのが現実である。費用対効果を考えると新規参入はちょっと困難かもしれない。しかし、極小モデル理論は代数幾何学の中心なので、是非学んで頂きたい。

4.2. **極小モデル理論は生き残れるか？.** これまた我々にとっては嫌な質問である。今後どのような形で発展するかは全く予想もつかないが、もし現在の流れでフリップの停止問題、アバンダンス予想なども解決されたら、かなり悲惨かもしれない。つまり、『4 次元以上も基本的に 3 次元と同じような世界が広がっているだけである』ということになりかねないからである。こうなってしまうと全く面白くないのである。人々は極小モデル理論を勉強すること無く、特異点解消定理などの大定理と同様に、ただ使うだけになってしまうであろう。曲線と曲面の違い、曲面論と 3 次元代数多様体論の違いはかなり大きかったので高次元化によって問題が沢山増えて来たが、3 次元と 4 次元以上の代数多様体の間にどのような『差』があるのかは誰も知らない。大きな『差』があれば高次元化によりどんどんと楽しい世界が開けるだろう。もしほとんど『差』が無ければ、極小モデル理論の完成とともに虚しさだけが残るのであろうか？一般論が完成してから見直すと、面白いのは曲面（これは実 4 次元だから面白いのは当たり前 !?）と 3 次元多様体（カラビ-ヤウ多様体からも分かるように、物理的に複素 3 次元は面白い !?）だけで、4 次元以上は面白くないということもあり得るのである。

4.3. **極小モデル理論の学び方.** 悲観的なことばかり述べていても仕方ないので、勉強の仕方のアドバイスを書いておく。一番いいのは、大学院で数理研か東大に行って専門家の元で極小モデル理論を勉強することである。ただ、残念なことに、この報告を読んでいる人はおそらく大学院生以上なので、各自で勉強するしかない。色々解説記事などもあるが、取り敢えずは [K-森] を手元に置いて眺めるのが一番だと思う。文献によって微妙に定義が異なるし、専門家でも引っ掛かる間違い

が論文の中にゴロゴロ転がっていたりするので、おかしいと思ったら自分の能力を疑うのではなく論文の著者を疑うのが正しい姿勢である。

5. 最後に

5.1. **本について.** [Book] は [S] の論文を解読するためにケンブリッジのニュートン研究所で行ったセミナーの成果報告のはずであった。最初の目論みでは、[S] の主定理を完全に理解して普通の人に分かるように書くはずであった。しかし [HM] の出現と [Book] 内のシリアスな間違いの発見によって、現在危険な状態にさらされている。原稿は Corti のホームページに置いてある。おそらく出版されると思うが、今後どうなるかはよく分からない状態である。この本の中の Corti による 3 次元フリップの証明の解説は現在のところ 3 次元では一番簡単だと思うし、なかなか上手くかけていると思う。私の書いた Special termination theorem は、Shokurov によるフリップの証明の最初のステップに必要不可欠だと思う。専門家でもよく間違う例や文献によって異なる定義への注意など、極小モデル理論関連の論文を読む際に助けとなるような事柄を What is log terminal ?なるタイトルの章で説明してあるのもお勧めである。

5.2. **おわび.** 本来なら自分の結果をアピールしないといけないと思うのだが、今回は人の結果の紹介（というか、人の結果についての感想文）になってしまった。もちろん人の論文のチェックだけをしているわけではなく、自分でもチマチマと論文は書いている。内容的にも [S] とその周辺にしか触れられなかった。極小モデル理論に興味を持たれた方は、適当に e-print などで検索して頂きたい。文献表も最低限のものしかあげていない。MathSciNet や Google などでキーワードと名前で検索すると大抵のものが見つけられると思うので、読者にお任せする。

6. おまけ

森によるフィールズ賞受賞で極小モデル理論が華やかだったのが 90 年。その後の極小モデル理論の状況について述べたいと思う。歴史的事実を淡々と述べる予定である[2]。不平不満、負け惜しみっぽくなるので、個人的な感想は書かない。

90 年の京都での国際会議の時点では、3 次元対数的極小モデル理論はまだまだ未解決問題だらけであった。90 年代前半に、対数的フリップの存在、停止、アバンダンス予想とその対数化が 3 次元で立て続けに解決された。これ以外にも、3 次元末端的フリップの分類、有理連結多様体の基礎理論の確立、藤田予想の研究の本格化など、いろいろあったようである。私はまだ数学に手を染めていなかったので、詳しい状況は良く分からない。

[2] もちろん私中心の話である。脚注が多いが、気にせずに読んで頂きたい。

90年代後半の一大イベントは、96年から97年にかけて行われた数理研での研究集会であろう[3]。極小モデル理論関連の研究者勢揃いであった。当時のCortiはスリムで、いつもチョッキを着ていた。Sarkisovプログラム[4]を完成させたCortiは、Reid達と双有理剛性の研究をしていた。多様体の有理性などと関連する話題である。MckernanはKeelと共同で開曲面上の有理曲線を調べていた。Reidによるelephantなる概念に対抗してTigerという概念を導入していた[5]。少し遅れてやってきたShokurovは対数的フリップについて語っていた。当時のノートと高木による証言を合わせると、[S]内のキーポイントである線形系に関するsaturation条件やDiophantine approximationを使うアイデアは既に彼の頭の中にあったようである。CCS予想の原型らしきものも説明していた。ちなみに、誰かの講演中私の隣に座っていたShokurovが足を組み直す際、彼の足が私の足を直撃した。これがこの研究集会での私とShokurovの唯一の接触であった。私より一つだけ年長の高木[6]はすでに論文も書いており、当時はShokurovの大論文[7]の解読中であった。もちろん$\mathbb{Q}$-Fano多様体の研究もはじめていたようである。当時の私は、どんどん出来上がってくる[K-森]の原稿[8]をチェックすることが仕事であった。ちなみに講演後に黒板を消していたのは私である。

99年の3月、初めて自分の論文をe-printにのせた。当時同じようなことを研究していたShokurovの学生が慌てて学位論文を送ってきた。Ambroである。[S]の最初のバージョンが出来たのも99年のようである。我々[9]の元にShokurovからプレプリントが郵便で届いたのは2000年の後半であったように思う。ただ、かなり分厚かったので読まずに放置してあったと思う。

2001年の9月はハンガリーで過ごした。お金の都合上、高木とホテルのツインルームで約一ヶ月間の共同生活であった。ワインパーティー

[3]私の手元には6月2日（月）から6月13日（金）に行われた研究集会のノートがある。22講演すべてで約200ページである。当時は何も分からなかったので、取り敢えずすべての講演のノートだけはとっておいた。今なら適当にサボってしまうと思うが、当時は初初しかったのである！

[4]森ファイバー空間の間の双有理写像を扱う理論。繊織曲面の基本変換やクレモナ変換の高次元化の一つである。

[5]黒板に『虎』と書いていたように思う。他にも『バナナ』なる概念を導入していたように思う。

[6]当時は恐れ多くて直接話すことは出来なかった。笑

[7]90年代初めに出た3-fold log flipsというタイトルの論文。主定理はKollárによる別証明で正しいことが分かっていたが、Shokurovの論文のオリジナルの証明の細部は誰も理解していなかったと思う。

[8]もちろん原稿は英語で書かれていた。私の修士1年のセミナーの大半はこの原稿を使って行われた。

[9]正確に言うと高木。当時私と高木は数理研の助手で、304号室を二人で使用していた。

の途中に 9.11 が起こったと記憶している[10]。Corti と Reid は 2002 年の 2 月と 3 月に [S] の解読セミナーをケンブリッジのニュートン研究所で計画していた。セミナー参加を約束して高木はイギリスの Reid の元へ行き、私は京都に戻った。この少し後に Corti による 3 次元対数的フリップの存在証明の解説[11]が出回ったような気がする。12 月に一時帰国した高木が Corti のノートについて数理研で解説をしてくれた。

2002 年の 2 月にニュートン研究所に行った。[S] の 4 次元フリップの解読セミナーでの講演者は Corti、Ambro[12]、Mckernan と高木、藤野、川北[13]の計 6 名であった[14]。Ambro のノート[15]を片手に Shokurov のプレプリントを眺める日々であった。高木もテフでノートを作成していたし、私も他の人のノートでカバー出来ていない部分のノートを書いたりしていた。これらが [Book] の元ネタである。よく分からないままに二ヶ月間のセミナーを終了して私は日本に帰国した。本 [Book] の計画は当時からあった。その後色々あったのだが、2004 年の前期に東大に滞在した Corti と高木の努力もあって、本はほぼ完成した。[Book] は各章毎に別々の人が書いており、本というよりは論文の寄せ集めである。2005 年の春には出版社とも契約をした。私の計画では、7 月に高木を名古屋に呼んで証明の細部を確認するつもりであった。ところが予習をすると大小様々なギャップが露呈し、そうこうしているうちに [HM] が出現した。現在 [HM] も書き直し中であるが、[HM] は正しいと思う。こうなってしまうと [Book] 内のギャップを埋める気も起きない。困った状態である。

Shokurov の論文 [S] がアイデアの宝庫であるのは間違いない。Shokurov の論文は細部まで詰めようとするのではなく、アイデアだけを頂いて各自のテクニックで研究を進めるのがベストのようである。Shokurov が大論文を書くと確実に極小モデル理論が発展しているのは事実であ

[10]テロは起きるし、窮屈な共同生活だし、研究集会の講演の数は少ないし、一体全体何のために行ったのかよく分からないハンガリーであった。世界一美しいと言われる西駅近くのマクドナルドで勉強していた記憶がある。わざわざハンガリーまで来てマクドで勉強というのも変な話である。勉強道具をほとんど持って行かなかった私は、ひたすらトーリック多様体上の交点数を計算していた。他にやることが無かったのである。結果的にトーリック多様体に強くなったので良かったのかもしれない。

[11][S] の中に埋もれている議論を 3 次元の時に掘り起こしたもの。随分と手を加えたバージョンが [Book] 内におさめられる予定である。当時のノートは 20 ページにも満たなかったような気がする。

[12]Ambro はこれ以前は東京に滞在していた。この 2 月からケンブリッジに移って、今は数理研にいる。

[13]川北は随分前から Corti がいるケンブリッジに滞在していた。ハンガリーにもイギリスから出張して来ていたと思う。

[14]3 次元対数的フリップの存在証明の解説は Mustaţă と上原がやったと思う。Reid は講演はしなかったが常にセミナーに参加して意見を述べていた。

[15]Shokurov スタイルで書かれた [S] を通常のスタイルに書き直したもの。たったの 50〜60 ページであった。

る[16]。ただ、彼が大論文を書くと極小モデル理論の研究者の数が単調減少しているのも事実である[17]。[S] を読めば理由は分かると思う。

References

[Book] A. Corti, F. Ambro, O. Fujino, J. Mckernan, and H. Takagi, *Flips for 3-folds and 4-folds*, 多分出版されると思う。

[HM] C. Hacon, J. McKernan, On the existence of flips, math.AG/0507597.

[K-森] J. Kollár, 森重文, **双有理幾何学**, 岩波書店, 1998.

[S] V. V. Shokurov, Prelimiting flips, Tr. Mat. Inst. Steklova **240** (2003), Birat-sion. Geom. Linein. Sist. Konechno Porozhdennye Algebry, 82–219; translation in Proc. Steklov Inst. Math. 2003, no. 1 (240), 75–213

〒 464-8602　名古屋市千種区不老町　名古屋大学大学院多元数理科学研究科
E-mail address: fujino@math.nagoya-u.ac.jp

[16]90 年代初めの論文 3-fold log flips の時は Utah でサマースクールを開いて Kollár を中心に勉強したようである。

[17]Utah でのサマースクールの成果である Flips and abundance for algebraic threefolds なる本は Kollár を中心に 15 人で書いている。今回 [S] の解読セミナーでの講演者はたったの 6 名である。