

書 評

数学がいまの数学になるまで

Z・アーテシュテイン 著，落合卓四郎 監修，植野義明ほか 訳

丸善出版，2018 年

国際基督教大学教養学部

清水 勇二

著者のアーテシュテイン氏はヴァイツマン科学研究所（イスラエル）教授であり，決定，制御，最適化に関する数学の専門家である．エルサレムのヘブライ大学で博士号を取得した後，1975年からずっとヴァイツマン科学研究所で研究をされている．

本書は2014年にヘブライ語で出版され，ひと月遅れで英語で *Mathematics and the Real World: The Remarkable role of Evolution in the Making of Mathematics* という著書名で出版された．2017年にイタリア語で，2018年に日本語で翻訳が出版された．2段組で412ページもある大著で，植野義明，青木孝子，河合博一，儀峨真理子，小館崇子，小張朝子，重光千彩，重光由加の諸氏が訳者をされている．

本書は数学の発展の歴史を詳しく記述しているが，通常とは異なり生物学的進化の観点から徹底的に検討を加えている．例えば，第1章では人間の遺伝子情報の中に組み込まれている数学的能力，そうでない数学的能力を検討している．そのような特徴的に思われる内容を紹介しよう．

第1章「進化と数学と数学の進化」

動物に数を数える能力があるか，という問について，馬，ハト，カラス，チンパンジーでの実験が紹介されて，チンパンジー以外での限界がある一方，赤ちゃんではその能力が遺伝的であることが立証されていることが紹介される．また，進化に有利とはいえない数学の要素として，ピタゴラスの定理のような「すべての」直角三角形について成立する命題や，「もしAが起らないならば，Bが起きる」といった存在しない事実への言明は生得的でない特徴である．そのような能力は育成するのが難しく，その違いを理解することは，数学教育にもつながる．最後にギリシャの数学において，証明の登場，背理法，定義と公理の導入，三段論法と排中律・矛盾律が語られる．プラトン，アリストテレスといった主要な人たちが有力な家系の出身で，生活の雑事に煩わされずに研究できたことも指摘されている．

第2章「数学とギリシャの人たちの世界観」

文明初期の数学は生存競争に有利なものが発展したが，ギリシャでは根源的な問「宇宙の様々な現象や性質はなぜいまある姿になったのか」が発せられた．ピタゴラス学派による三角数・四角数，音階の発見，プラトン主義 vs 形式主義が語られる．アリストテレスの天体モデルでは天上界と地上界では物体の運動は異なる法則に従うとの考えは17世紀まで根強く残り，アリストアルコスが地動説を述べたが詳しい反論もあったという．

第3章「数学と近代初期の世界観」

引き続き、惑星の観測による天体モデルの変遷が語られ、コペルニクスも円軌道を捨てることができなかった理由は、円の完全性への信奉にあったと言う。ガリレオもケプラーの楕円軌道モデルに反対したことは評者は初めて知った。また、ケプラーの3法則は計測に基づく数学的関係式として自然法則を提示するが、ギリシャでの実験を嫌う考えとの決別を意味する。その意義を過少に評価すべきでないことが印象的である。スネルの屈折の法則をフェルマーが最小時間の原理により説明し、ハミルトンの最小作用の原理からニュートンの運動方程式が導けることが明らかになった経緯が語られる。それにより、アリストテレス以来の自然現象の目的を求める考えが、数学的に定式化された原理からの説明に切り替わったことは、まさにパラダイムシフトであろう。

第4章「数学と近代の世界観」

電磁気学、相対性理論、量子力学へと展開するよく知られた歴史が説明される。マックスウェル方程式、シュレーディンガー方程式などが記述するものが、直接的に理解できるものから乖離していたけれど、革新的な数学的定式化がされ直感的でない解釈も与えられ、それが次第に受け入れられるようになったことが語られる。ミンコフスキーがテンソル解析を開発したという説明には、リッチ、レヴィチヴィタ等のイタリア人数学者の貢献が抜けている。

第5章「ランダム性の数学」

パスカルとフェルマーが文通で論じた賭けに関する問題から出発した確率に関する理解は、ホイヘンス、ヤコブ・ベルヌーイ、ド・モアブル、ベイズ、ラプラス、ガウスの寄与もあり整備されたが、最終的にコルモゴロフが数学的にすっきりした枠組みを与えたことが詳しく語られる。ただし、統計的なランダム性に関する心理的錯覚は、生得的なパターン認識の能力により起きる、という進化の観点からの説明がされる。

第6章「人間行動の数学」

計量経済学から生まれた因果検定を太陽黒点の出現と景気循環に適用して、景気循環が太陽黒点の原因である結果が得られた事例で、十分なモデルがない場合の統計的手法の限界を示すことが紹介されている。ゲールとシャプレーの「大学入試と結婚の安定性」というアルゴリズム、コンドルセのパラドックス、選好集計に関するアローの不可能性定理、といったトピックも一読に値する。続いてゲーム理論についての詳しい説明がある。そして確率の低い事象の重要度を過小評価する進化合理性が説明される。脳は状況の全体像をすでに保持している情報で補完し、それらの情報の関連性や論理的影響を注意深く確認することはない、ことに注意している。

第7章「計算とコンピューター」

そろばん、計算尺、機械的計算機、コンピューターの歴史とともに、計算可能性理論の概略が語られる。公開鍵暗号、AI、遺伝的アルゴリズム、分子計算、量子コンピューターについても触れられる。

第8章「本当に疑いはないか」

負の数、複素数の導入と受容、無限小解析の基礎付け、特に実数の定義の歴史が述べられる。そして、集合論の危機と論理主義、直観主義、形式主義の登場、そしてゲーデルの不完全性定理が紹介される。

第9章「数学における研究の性格」

「研究プロジェクトの仲間と会うために、... 何時間も飛行機に乗ることが何の役に立つのかと聞かれることがよくあります。... 答えは、直観的な思考の段階では、顔と顔をつき合わせた会合に代わるものはないということです。」に皆さんも同意されるだろう。そして、数学者の創造的思考について、ポアンカレ、アダマール、著者自身の例が説明される。また、数学の解決済み問題と未解決問題の心理的違いに関するミルナーの例が挙げられる。「私たちが数学を通じて同定する自然の法則は、私たちの脳が創り出せるメタファーの範囲に制限されている」というポアンカレとアインシュタインの意見も興味深い。

第10章「数学を教え、学ぶことはなぜそんなに難しいのか」

数学教育の目標は、現代世界で賢く生きるために必要な基本的な数学の道具を生徒たちに提供すること、主張を厳密にチェックする論理の体系に親しむこと、そして、数学を人類の文化の一部として理解すること、と述べている。また、イスラエルの数学教育における現代化の弊害が語られる。また、「学校での数学教育において欠けている主要要素は、この教科を包み込む広い視野です。」や、「数学を扱うことの認知的な基礎を教師たち自身が理解しない限り、数学教育の領域を拡大し、それを魅力ある研究分野に転換することは不可能でしょう。」というコメントに納得した。

以上、大雑把に内容の一端を紹介したが、多岐にわたる内容で読み応えがあった。それぞれの関心に応じて、部分的に読むことが十分に可能である。第10章の内容は、どこかの国でも生じている問題に良く似ていると感じた。