

書 評

数学 理性の音楽 — 自然と社会を貫く数学

岡本和夫, 薩摩順吉, 桂利行 著
東京大学出版会, 2015 年

早稲田大学基幹理工学部
高橋 大輔

「数学 理性の音楽」という書名は印象深い。しかも、各章のタイトルそれぞれに作曲家、演奏家、歌手などの名前と楽曲名が付されている。節見出しの番号が §1, §2 ではなくト音記号で $\text{♩}1, \text{♩}2$ となっている。これは容易なことで書評を引き受けるとヤバいかもかもしれない、音楽の造詣が数学以上に貧弱な書評子は依頼のメールを前にしばし考え込むことになった。まあそうは言っても、親しく接する機会も多かった岡本、薩摩、桂という手練れの大先生方の共著であり、書評の機会をみすみす逃すこともなかりと本文を辿っていくと、第4章「振動の方程式」(コルトレーン, ドルフィー『ヨーロピアンインプレッションズ』), ここか! 音階やら倍音の話が…いや違う…第8章「波動方程式」(破矢ジンタ『夏祭り』), へ~, 破矢ジンタって知らない…でも本文には音楽の記述がない, ない…第14章「生活と数学 III — デジタル」(初音ミク『私はピアノ』), おっ! 初音ミクだっ! しかも最初に CD と書いてあるぞ, ここか! …いや違う…と最後まで行くと第 ∞ 章があり, 座談が載っている。面白いので読んでいくと, 最後のページに

桂: グッドタイミング, 調べてきた名言があります。シルベスターは言いました。

「音楽は感覚の数学であり, 数学は理性の音楽である」。

岡本: おう, うまいこと言うね。これ, この本の表題に使おうか。

とあった。そして前書きの第0章「はじめに」に戻ると, 書名は上に述べたようにシルベスターの言葉から引いたと述べられ, そして脚注に「各章毎に曲名が付けられているが, これは感性に関することであり, 数学的に深遠な意味がある, というわけではない。§が ♩ になっているのも同様。」とあった。本書のタイトルはどうもお三方のノリで決まったようである。

このような訳で, 本書は音楽とは直接には関係ない内容となっている。むしろ, 副題の「自然と社会を貫く数学」が内容をよく表している。実は, 2007年度からの4年半にわたって放送大学で行われた講義「自然と社会を貫く数学」の印刷教材に加筆修正を加えたものであると, その由来が同じく第0章に紹介されている。

では, 本書の内容をざっと紹介しよう。第1章から第4章までを岡本, 第6章から第9章までを薩摩, 第11章から第14章までを桂が担当し, 第5章に岡本・薩摩の対談, 第10章に岡本・桂の対談, そして第15章に全員の鼎談, 第 ∞ 章に編集者の丹内を加えた座談があるという構成である。

岡本のパートは数学と社会の関係について、科学史的な内容を題材に取りながら数学という学問領域の意味や役割について述べている。その視点は数学の外側からのものが多く興味深い。第1章では古代文明の数や暦に触れ、当時の人の概念形成のモジャモジャした様子がうまくまとめられている。第2章では、数学の3つの働きを「言葉としての数学」「道具としての数学」「対象としての数学」と定め、それらを説明する典型的な事例に基づいた議論を展開している。合理性を追求する数学も時には不合理を許容する言葉で記述しなければならず、「言葉としての数学」では現代の記法にたどり着く道筋のひとつをわかりやすく説明している。また「道具としての数学」「対象としての数学」では、天体運動を例にとった議論が展開され、現象・モデル・数学の関係と役割について、ていねいに解説している。そしてそれらを踏まえた上で、第3,4章は天体運動と振動について微分方程式をバシバシ登場させつつ、現象・モデル・数学における数学の働き方をエレガントに描写し、最後に特殊関数にたどり着く。

薩摩のパートにおける最後の章以外の3つの章は、大学2年次以降で学ぶことが多い多次元空間における偏微分方程式の3つの典型、すなわち放物型の拡散方程式、楕円型の調和方程式、双曲型の波動方程式の解説となっており、最後に太鼓の振動が紹介される。微分方程式に入る前に連成振動子やランダムウォークなど離散の方程式を持ち出し、その連続極限で微分方程式を考えさせる、あるいは、解のグラフを描いて求めたものの意味を考えさせるというように、読者の思考に沿うスタイルでサービス精神たっぷりである。内容からすると当然とも言えるが、数理論理学者としてフーリエが登場し、フーリエ級数のありがたみとともに彼の偉大さが必然的にわかる。薩摩パートの最後の第9章「非線型現象」は、その専門家である薩摩の想いが込められた章のように感じる。北斎の版画から波をモチーフとして持ち出し、ロジスティック方程式からカオス・フラクタル・ソリトンという現代非線型数学の花を紹介している。数式を抑え気味に、少ないページ数でピンポイントで仕掛けを語っている。

薩摩のパートでは微分方程式を軸にした時間発展系が中心であったが、桂のパートはガラッと変わり数論の世界が展開する。最初の章で数の体系が再び登場するが、今度は代数的な構成で、素数、体、ガウス整数の紹介があり、次の章で合同類にもとづく有限体の作り方について詳しく述べられている。ここまでは布石であり、続く2つの章「生活と数学 II, III」(Iは岡本パート第1章)で暗号理論と符号理論がそれぞれ解説されている。これら2つの理論が「生活」という言葉のもとに語られるのは、至る所にデジタル技術が浸透した現代社会ならではであろう。暗号については公開鍵暗号、RSA暗号、離散対数問題からのエルガマル暗号さらに楕円曲線暗号まで、そして符号については誤り検出符号、ハミング距離の定義の後に線型符号の例としてリード-ソロモン符号、リード-マラー符号が紹介されている。これら4つの章は前半の準備と後半の応用がうまくまとめられ、内容が閉じた形で最短距離の理解ができるように書かれている。

以上の章で、岡本の言うところの「言葉、道具、対象としての数学」が、理論を紹介し実例を味わうという形で述べられている。その内容は、厳選されているとはいえ多岐にわたり、盛りだくさんである。ところがそれを補完するように、薩摩パートの前と桂

パートの前に対談の章が、そして本書の最後に鼎談と座談の章が設けられており、多くの事柄に触れる前のガイド、そして触れた後の整理という仕掛けになっている。

岡本・薩摩の対談では、数理物理の歴史を中心に、「18世紀は力学の世紀、19世紀は場の世紀」という標語が登場し、さらに20世紀までを俯瞰している。数学という道具の蓄積がなされ、言葉が整い、そして扱う対象が広がっていった史実をこのように俯瞰することで、おそらく当事者達には七転八倒の連続であったろうが、数学は運命のごとく社会とともに自然に発展するのだなとわかる。岡本・桂の対談の章では、前半で代数学の成り立ちからガロアの有限体に至るまでを概観している。そして後半でデジタルやコンピュータを強く意識した話題に移り、惑星探査、CD、電子マネーなど情報化社会に深く入り込んだ代数学、特に整数論や代数幾何学の役割が語られる。

第15章では「文化と数学」という題のもと、本書の内容を踏まえた著者らの鼎談があり、それまでの内容を補う形で数学の発展や使命が語られている。そして後書きに代わる第 ∞ 章「これからも数楽」では、著者ら自身とその数学人生にもとづくエピソードを紹介している。それまでの真面目？な記述あるいは対談に比べ、第 ∞ 章はネクタイを緩めたような語りがほとんどで読んでいて楽しい。

以上が本書のあらましである。気になる点としては、これをどのような層の読者にお薦めすればいいだろうかということである。定義や証明をきちんと述べているような教科書スタイルではないので、数学の内容については大学初年度程度ではおそらく難しいであろう。第 ∞ 章の最後にも、興味を持ったなら自ら調べてほしいと断りがある。しかしながら、その断りに続いて、物事のすべてを理解することとそのことを楽しむことは独立、ともある。したがってどの学年などという言い方はやめよう。書評子のお薦めとしては、数学を一生懸命勉強していて、改めて数学を学ぶ意味を知りたくなったとき、もっと言えば元気をもらいたくなったとき、本書を開いてみるといいかもしれない。そのような読者に著者達の想いが届きますように。