

# 書 評

## アティヤ 数学とは何か

[科学・数学論集]

マイケル・F・アティヤ 著，志賀浩二 編訳  
朝倉書店，2010年

京都大学  
戸田 宏

本書は、数学とは何か (What is Mathematics) という問いを主題として、様々な問題点について、数学の権威アティヤ教授が、その豊かな経験と深い考察を基にして、的確な意見と解答を与えたものです。しかしながら、扱われる問題の難しさから考えて、いきなり、第1ページから読みだすのは薦めかねる気がします。そこで、本を開いて直ぐ目に入る

著者の「日本の読者への序」と編訳者の「訳者序」

を一読されることをお勧めします。前者から、著者の人柄とその考え方を、後者からは著者が活躍した頃の数学とその周辺の様子を知ることができます。

本書の内容は、いくつかの講演の記録や論説の他に、アティヤ教授へのインタビューや個人的な歴史などからなり、

第1部 数学と科学，第2部 数学と社会，第3部 数学と数学者

の3部に分けられております。講演等の内容や受講者の専門が多岐にわたっているので、以下、それぞれの主題や、印象に残った若干のコメントを書きます。

【第1部 数学と科学】は「知性・物・数学」，「科学の女王と召使い」，「科学の良心」の3つの主題に分けられています。

「知性・物・数学」(2008)は、広い層の方々が興味を持てるような領域での基本的な問題として、以下のような問を取り上げています。

1. 物理的実在とは何か。実在を、人間的知覚，科学的記述，数学的形式に分けている。
2. 知識は生まれつきのものなのか，経験から得られるものなのか。
3. 数学とは何か。(1) 数学は人間の集団の知性の中にある，(2) たくさんの定理は存在するが，わたくしたちはその中の欲するものだけを選択する。
4. 数学と物理学の関係はどのようなものか。自然という本は数学の言葉で書かれ，数学者たちは基本的に，アナロジーや，描像や，パターンを用いている。
5. 現代物理学。物理学が前世紀でどのように発展してきたか。

「科学の女王と召使い」(1993)では、数学は科学の女王であるのか、はたまた、数学は科学の召使いであるのかというようなことを、以下の項目について論じております。

1. 数学における二分法. より建設的な例えとして「数学は科学の言葉である」もある.
2. ふつうの言葉. 普通の言葉は、どのように進化を遂げてきたのでしょうか.
3. 数学. 思考と単語が絡み合った言葉と同じように、科学と数学も絡み合っている.
4. 数学と物理学. 数学の正しい形式は、物理の要求に答えて数学の中で展開されている.

「科学の良心」(1997)では、科学者は科学の究極的な応用、およびそれが引き起こす全ての結果について責任を負うべきものなのか?このことは、我々の良心に向かって常に働きかけているのか?ということ、本質的な問題として提起しています。

ここでは、前世紀における大量破壊兵器に関する科学者の良心という問題が多岐にわたって論じられています。数学者、とくに純粋数学者もこれとは無関係とは限らないと主張しています。

【第2部 数学と社会】では、「数学とコンピュータ革命」、「数学の進歩の確認」及び「研究はどのように行われるか」に分けて、社会における数学のあり方を議論します。

#### 「数学とコンピュータ革命」(1984)

1. 歴史的展望. いまや余分となりつつあるものは、手よりも頭脳なのです.
2. 数学と理論コンピュータサイエンス. 証明論と複雑性理論はコンピュータの必要性から刺激されてできた数学の分野の例となっています.
3. 数学研究の一助としてのコンピュータ.
4. 人間の知能と人工知能.
5. 知性の危機. 数学者は熟練した職人から工場マネージャーとなっていくでしょう.
6. 経済からもたらされる危機.
7. 教育上の危機. 暗算によって知能のセラピーを行っていくようになるでしょう.
8. 結論. 数学がコンピュータと手を結ぶことで導き出せるようなことは多い.

#### 「数学の進歩の確認」(1995)

1. はじめに. 数学の進歩をはかるために、用いられている基準を確認する.
2. 数学の特別な様相. 数学のもつ決定性は、ほかの専門分野から羨望で見られている.
3. 問題の役割. 数学はどんな時でも、いろいろな問題を大量に供給してきた.
4. 革新. どんなときにも特に衝動的な驚きを与えるような提示は「反例」です.
5. 審美的な成分. 数学は芸術的であり科学的でもある. 美と真実は同じ高さにある.

6. 統合と分裂. 数学と他の専門分野との相互交流は数学内部の分裂を防いでくれる.
7. 応用数学. 7.1 物理科学 7.2 生物科学 7.3 社会科学 7.4 コンピュータサイエンス.
8. 社会との関係. 社会は理数系の市民が多数供給されることを望んでいる.
9. 不一致. 数学とその応用との間の不一致が起きるのは, 価値観またはその意義による.
10. 結論. 現在, 数学がその古さにもかかわらず, 非常に健全で, 活動的な状態にあることを強調して終わりとする.

#### 「研究はどのように行われるか」(1974)

研究を行う方法, 態度 (マナー) から始まる. ポアンカレがいわなければならないと考えた文章「科学は一軒の家が石で築かれる様に事実から築かれている. しかし単に事実の集まりだけならば, それが石の集まりが家であるというよりも, 一層科学から遠いものとなっている。」というような比喩も含まれている.

【第3部 数学と数学者】は, 「20世紀における数学」, 「マイケル・アティヤ教授へのインタビュー」及び「個人的な歴史」からなります.

#### 「20世紀における数学」(2000)

20世紀における数学を特徴づけた, いくつかの中心的テーマについて展望を与える. 物理についてもふれ, 21世紀に起こりうるような展望についても考える.

1. 局所から大域へ. ポアンカレに始まるトポロジーは, 数学の他分野にも局所的から大域の見地から発展するきっかけになった.
2. 次元の増加. 古典的な理論から多変数, 高次元, 汎関数への流れ.
3. 可換から非可換へ.
4. 線形から非線形へ.
5. 幾何 対 代数. 代数学者たちはよく図式を用いますが, 図式には幾何学的直観以外に何があるのでしょうか?
6. 共通のテクニック. 多くの広い分野に適用されてきた方法としての, ホモロジー理論,  $K$ -理論, リー理論, 有限群.
7. 物理学からの影響.
8. 歴史的な概要.

#### 「マイケル・アティヤ教授へのインタビュー」(1984)

ロベルト・ミニオ氏を聞き手とする問答形式のインタビュー.

## 「個人的な歴史」(2003)

アティヤ教授の業績や関連分野ですが、詳しいことは、それぞれ、専門書や文献を参考にしてください。

1. はじめに
2.  $K$ -理論
3. 指数定理
4.  $K$ -理論と指数定理との相互作用
5. 不動点定理
6. 熱方程式の方法
7. エータ不変量
8. 双曲型方程式
9. ヤン・ミルズ方程式
10. リーマン面上のバンドル
11. 同変コホモロジー
12. 位相的場の量子論