

栗田和正氏の文部科学大臣表彰若手科学者賞受賞に寄せて

大阪大学大学院基礎工学研究科

日野 正訓

栗田和正氏（お茶の水女子大学大学院人間文化創成科学研究科）が、受賞題目「最適輸送理論に基づく熱分布の研究」により、平成 25 年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学者賞を受賞されました。心よりお祝いするとともに、研究業績について簡単に紹介致します。

Riemann 多様体上の熱分布の確率論的・解析的な性質と、空間の幾何学的な性質との相関を探ることは、様々な分野に関わる興味深い課題であり、古くから研究が行われています。近年になり、Riemann 多様体の極限空間を典型例とする、特異性を許す空間の研究が様々な文脈で注目されるようになってきました。しかしながら容易に想像されるように、その解析には多くの困難が生じます。滑らかな空間の場合の類推により予想される主張であっても、証明には全く別の議論を要することもしばしば起こります。栗田氏の今回の受賞業績は、Riemann 多様体における Ricci 曲率の下限と熱分布の挙動に関する研究を、Alexandrov 空間などの特異集合を許容する空間、計量の退化した劣 Riemann 多様体、計量が時間に依存する Ricci 流といった空間族に対して行ったものです。

特異集合を許容する空間においては、熱分布の定義自体が問題となります。この枠組では「Ricci 曲率が下に有界」に相当する性質の研究が近年新たな進展を見せており、熱分布との関係を探ることも重要な課題となっています。栗田氏は、測度距離空間上の解析の専門家である Nicola Gigli 氏と幾何学者の太田慎一氏との共同研究で、エントロピー汎関数の最適輸送が定める勾配流とエネルギー汎関数の勾配流という熱分布の 2 つの定式化が、コンパクト Alexandrov 空間において一致することを証明しました。その結果、それぞれの既存の研究成果が結合でき、熱核密度や固有関数の Lipschitz 評価などの顕著な応用を得るに至りました。この熱分布の同定の証明において鍵となった事実が、エネルギー汎関数の勾配流の、Wasserstein 距離に関する速度を Fisher 情報量で押さえる不等式です。この不等式は測度距離空間の枠組で成立し、“Kuwada’s lemma”と呼ばれ高く評価されています。これらの論法は更に一般の測度距離空間上で熱分布を論じた Ambrosio, Gigli, Savaré による一連の研究の基礎となりました。また、熱核密度等の Lipschitz 評価を得るために用いられたもう一つの栗田氏による一般論として、確率分布の Lipschitz 評価の特徴付けがあります。すなわち、栗田氏は、曲率条件の確率論的定式化である、最適輸送が定める Wasserstein 距離に関する熱分布の Lipschitz 評価に着目し、抽象的な枠組の下でこれが熱半群のある種の微分評価と同値であることを示しました。ここでの微分評価は

Bakry-Émery 理論に現れる条件に対応しています．この同値性はパラメータを含む一連の条件で記述され，曲率の概念が定義されないような空間においても適用可能なもので，従前は部分的な結果しか知られていませんでした．このような論法はその後，Ambrosio, Gigli, Savaré らの研究によって更に進展し，最適輸送理論と Bakry-Émery 理論とが橋渡しされることになりました．

時間依存の Riemann 計量を持つ空間に関しては，付随する解析量と空間形状の変化との関係を調べるのが重要な問題となります．例えば，Perelman による Poincaré 予想の証明には後ろ向き Ricci 流に付随する熱分布挙動の解析が用いられました．現在，最適輸送理論の分野において，熱分布間の Wasserstein 距離や Perelman の \mathcal{L} 関数に関わる一般論の研究が注目を集めています．栗田氏は Robert Philipowski 氏とも共同でこれらの研究を確率解析の観点から論じ，興味深い成果を挙げました．一つの際立った結果として，熱分布間の最適輸送の確率論的精密化であるブラウン運動のカップリング法について，時間依存計量の場合を含む一般論を展開し，従前は証明の技法上必要であった制約条件を外した上で拡張された結果を得ています．

以上の結果は単に従来の結果の改良であることに留まらず，新手法の有効性・将来性を示したものであり，確率論・解析学・幾何学など，多分野に亘る研究者の興味を引く内容であるといえます．このような複数分野に跨がるテーマの研究遂行には種々の困難が伴いますが，栗田氏は異分野の専門家とも幅広く交流を深めながら道を拓いてきました．確率論分野における研究の方向性を提起する一つのモデルケースといえるかと思われます．

栗田氏は学生時から確率論と幾何学との融合領域に興味を持って研究を続けてこられました．筆者は放任的な（元）指導教員としてお付き合いさせてもらっていましたが，現在の研究課題に至るまでに様々な試行錯誤を重ねられていた印象を持っています．研究成果として実を結ぶにあたっては，多方面にアンテナを張りながら行動する氏の積極的な性格に依るところも大きく，今回の受賞は個人的にも大変嬉しく思います．栗田氏は 2012 年から 2 年間にわたり実施中の，確率解析をテーマとする二国間交流事業（日本 - ドイツ間，日本学術振興会）においても分担者の中で主要な役割を担っており，国際的な研究者として一層存在感を増しつつあります．氏の益々のご活躍を祈念致します．